Proyecto Fin de Grado Ingeniería de Telecomunicación

# Radiolocalización a través de la potencia de las señales de radio

Autor: Manuel Jesús Borrego Jurado Tutor: Rubén Martín Clemente

> Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla

> > Sevilla, 2020





Proyecto Fin de Grado Ingeniería de Telecomunicación

# Radiolocalización a través de la potencia de las señales de radio

Autor: Manuel Jesús Borrego Jurado

Tutor: Rubén Martín Clemente Profesor titular

Dpto. de Teoría de la Señal y Comunicaciones Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla Sevilla, 2020

Proyecto Fin de Grado: Radiolocalización a través de la potencia de las señales de radio

Autor: Manuel Jesús Borrego Jurado

Tutor: Rubén Martín Clemente

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal

A mi familia A mis maestros

Por estos años de carrera, y por los anteriores. Gracias a mi familia. A mis padres. A mi hermana Carmen. A Triana. A Bellita. Por todo ese apoyo constante, y por la inyección de moral en el momento adecuado. Con ellos, mi camino hasta aquí ha sido el mejor. A mis abuelos, que siempre me aportan todo su cariño y confianza. A mis tíos, primos y demás familiares que merecen mención especial. Por todos los momentos vividos, a mis amigos.

Agradecer también a mis compañeros, su participación en el día a día me ha ayudado bastante. He aprendido mucho de ellos. Y por último, a mis profesores; por prestarme muchos de sus conocimientos.

Manuel Jesús Borrego Jurado Ingeniería de Telecomunicaciones Sevilla, 2020

Las redes inalámbricas de sensores (WSN) son una herramienta cada vez más cotidiana, puesto que aportan distintas ventajas en nuestro día a día, como control, seguridad o confort.

Este trabajo consta de un análisis de los métodos más usados actualmente para radiolocalización por potencia de señal en interiores.

En primer lugar, se hace una descripción introductoria de las redes inalámbricas de sensores. A continuación, se exponen brevemente algunos métodos de estimación de distancia, haciendo especial hincapié en RSSI, para después pasar a detallar cada algoritmo de radiolocalización, y estudiar su comportamiento mediante simulaciones. Finalmente, se comparan estos algoritmos entre sí teniendo en cuenta algunos parámetros relevantes.

Wireless sensor networks (WSN) are an increasingly daily tool, since they provide different advantages in our day to day, such as control, security or comfort.

This work consists of an analysis of the most commonly used methods for radiolocation by signal strength indoors.

First, an introductory description of wireless sensor networks is made. Next, some distance estimation methods are briefly exposed, with special emphasis on RSSI, to then go on to detail each radiolocation algorithm, and study its behavior through simulations. Finally, these algorithms are compared with each other considering some relevant parameters.

Agradecimientos		
Postumen		
Resumen		
Abstract	XIII	
Índice		
Índice de Ilustraciones	xvii	
Notación		
1 Introducción	21	
2 Las Redes Inalámbricas de Sensores. WSN	23	
2.1. Definición	23	
2.2. Origen	23	
2.3. Estructura funcional	23	
2.4. Evolución de las WSN. Llegada del 5G	24	
2.5. Posibles aplicaciones	24	
2.6. Radiolocalización	25	
3 Radiolocalización	27	
3.1. Medida de la distancia	27	
3.1.1. TOA	27	
3.1.2. TDOA	27	
3 1 3 AOA	28	
3 1 4 RSSI	20	
3.2. Cálculo de la ubicación	30	
3 2 1 Triangulación	30	
3.2.2.2. Multilateración	31	
3.2.2.1 Matalateration 3.2.2.1 Método de las Tres Menores Distancias TDM	32	
3.2.2.2. Método de las Tres Menores Distancias con Pesos. WTM	32	
3 2 2 3 Método de Todas las Distancias con Pesos WAM	32	
3 2 3 Trilateración	33	
3.2.4. Método hiperbólico	34	
	25	
	35	
4.1. Que es	35	
4.2. Aparton y uso en la actualidad	35	
4.3. Rossi en distintas condiciones de propagación 4.2.1. Ecnacia libra	35	
4.5.1. Espueio noi e	35	
4.3.2. En presencia de ruido y obstáculos	27	
4.3.3. Ell presencia de raído y obstacalos	37 20	
4.3.3.1. Obstaculos con jornia juo de cachillo 1.2.2.2. Obstáculos tino naradas sualo y tacho	38 11	
4.5.5.2. Obstactions tipo pareaes, suelo y techo A A Limitacionas	41	
4.4. Liningciones A.5. Líneas de futuro	42 10	
	42	
5 Resultados	45	

Ref	Referencias		
6	Conclusiones	87	
5.4.	. Conclusión	85	
5.3.	. Comparación y discusión de parámetros	82	
	c. WAM	78	
	b. WTM	78	
	a. TDM	77	
5	5.2.2. Nodo solitario móvil	74	
	5.2.1.4.3. WAM	70	
	5.2.1.4.2. WTM	69	
	5.2.1.4.1. TDM	68	
	5.2.1.4. Espacio con ruido y muros	67	
	5.2.1.3.3. WAM	65	
	5.2.1.3.2. WTM	64	
	5.2.1.3.1. TDM	63	
	5.2.1.3. Espacio con ruido y obstáculos	62	
	5.2.1.2.3. WAM	61	
	5.2.1.2.2. WTM	60 60	
	5.2.1.2.1. TDM	50	
	5,2,1,2, Espacio libre con ruido	50	
	5 2 1 1 3 WAM	55	
	5 2 1 1 2 W/TM	55	
	5 2 1 1 1 TDM	55	
J	5.2.1.1 Espacia libre ideal Sin ruida	53	
J.Z.	. vulores oblemados 5.2.1. Nodo solitario estático	50	
52	Valores obtenidos	50	
5	5.1.2. WAM	50	
	5.1.1. IDIVI = 1.2. WTM	49	
<i>Э.1.</i> г		43	
51	Simulaciones	15	

# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

llustración 1. Configuración interna de un nodo sensor con GPS* para una WSN. [8]	24
Ilustración 2. TDOA. [2]	28
Ilustración 3. Comparativa TOA y AOA.	29
Ilustración 4. Triangulación. [2]	30
Ilustración 5. Multilateración.	32
Ilustración 6. Trilateración.	33
Ilustración 7. Método hiperbólico. [2]	34
llustración 8. Valores típicos del exponente de pérdidas, η. [13]	37
Ilustración 9. Figuras de obstáculo filo de cuchillo. [4]	39
llustración 10. Pérdidas por difracción en una arista en filo de cuchillo. [4]	40
Ilustración 11. Tabla de conversión %RSSI-dBm. [2]	42
Ilustración 12. Escenario general con 8 nodos ancla.	51
llustración 13. Nivel de RSSI teórico en el receptor respecto de la distancia del canal.	52
llustración 14. Desviación típica teórica de la distancia frente a la distancia del canal.	52
llustración 15. Varianza teórica de error de distancia frente al número de muestras.	53
llustración 16. Escenario general en condiciones de Espacio libre ideal.	54
llustración 17. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.	55
llustración 18. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.	55
llustración 19. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.	56
llustración 20. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.	56
llustración 21. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.	57
llustración 22. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.	57
Ilustración 23. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de	anclas. 58
Ilustración 24. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.	58
llustración 25. Escenario general en condiciones de Espacio libre con ruido de canal.	59
llustración 26. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.	59
llustración 27. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.	60
llustración 28. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.	60
llustración 29. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.	61
llustración 30. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.	61
llustración 31. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.	61
Ilustración 32. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de	anclas.

	62
Ilustración 33. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.	62
llustración 34. Escenario general en condiciones de Espacio libre con obstáculos 'filo de cuchillo'.	63
llustración 35. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.	64
llustración 36. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.	64
llustración 37. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.	65
llustración 38. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.	65
llustración 39. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.	66
llustración 40. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.	66
Ilustración 41. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de	anclas. 67
Ilustración 42. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.	67
llustración 43. Escenario general en condiciones de Espacio interior con muros y suelos.	68
llustración 44. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.	69
llustración 45. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.	69
llustración 46. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.	70
llustración 47. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.	70
llustración 48. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.	71
llustración 49. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.	71
Ilustración 50. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de	anclas. 72
llustración 51. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.	72
Ilustración 52. Análisis del RMSE para los 4 escenarios con 500 muestras respecto del número de	anclas. 73
llustración 53. Análisis del RMSE para los 4 escenarios con 8 anclas respecto del número de muestras.	73
llustración 54. Esbozo de un posible formato de edificio donde ubicar la WSN.	75
Ilustración 55. Trayectoria real del nodo solitario.	75
llustración 56. Trayectoria del nodo solitario estimada por TDM.	76
Ilustración 57. Trayectoria del nodo solitario estimada por WTM.	76
Ilustración 58. Trayectoria del nodo solitario estimada por WAM.	77
llustración 59. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.	78
llustración 60. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.	78
llustración 61. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.	79
Ilustración 62. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de	anclas. 79
llustración 63. Niveles de RSSI recibidos en las respectivas anclas respecto a la distancia estimada.	81
Ilustración 64. Niveles de RSSI recibidos en las respectivas anclas respecto a la distancia real.	82

## Notación

$\rightarrow$	Entonces
•	Como queríamos demostrar
RF	Radio Frecuencia
WSN	Wireless Sensor Network
RSSI	Received Signal Strength Indicator
RMSE	Root Mean Square Error
SNR	Signal-to-Noise Ratio
TDM	Three smallest estimated Distances Method
WTM	Weights Three smallest estimated distances Method
WAM	Weights All estimated distances Method
TOA	Time Of Arrival
TDOA	Time Difference Of Arrival
AOA	Angle Of Arrival

*Cualquier momento es perfecto para aprender algo nuevo.* 

- Albert Einstein -

a localización en redes de sensores se hace necesaria, sobre todo para la ampliación masiva de la propia red. Así, un nuevo nodo que se desee añadir a la red puede conocer automáticamente su ubicación a través de las señales procedentes de otros nodos instalados, o saber cuál es el nodo más cercano y la distancia hasta este.

Este trabajo está orientado a hacer un estudio en profundidad sobre métodos de radiolocalización. La idea principal de estos métodos es minimizar el error en la medida de la posición de un nodo a través de algoritmos basados en diferentes modelos matemáticos.

Se pretende analizar algunos métodos ya existentes, que están aún en proceso de investigación. Es decir, describir su funcionamiento y hacer una comparativa entre varios de ellos, teniendo en cuenta sus prestaciones y consumo computacional.

## 2 LAS REDES INALÁMBRICAS DE SENSORES. WSN

#### 2.1 Definición

Una red inalámbrica de sensores -Wireless Sensor Network (WSN), en inglés- puede definirse como una estructura de nodos dispuestos en un orden definido, cuya funcionalidad puede tener diversos alcances. Pertenece al grupo de redes tipo PAN (Red de Área Personal -en inglés, Personal Area Network-).

Los nodos son los elementos que constituyen la red; una especie de dispositivos autónomos capaces de monitorear numerosos comportamientos, gracias a sensores.

Aunque a simple vista puedan parecer nodos aislados, mantienen una interconexión lógica e inalámbrica con el resto de nodos de su red.

#### 2.2 Origen

Para tener una idea de cómo surgieron estas redes, deberíamos adentrarnos en investigaciones militares en la época de la Guerra Fría (1953-1962).

Debido a su naturaleza militar, no se tiene mucha información acerca de su aparición. Sí podemos decir que tienen origen en un sistema de sensores de sonido denominado "Sound Surveillance System" (SOSUS), que fue usado para la detección de submarinos e instalado cerca de EE. UU. en el periodo de la Guerra Fría.

#### 2.3 Estructura funcional

Las redes inalámbricas de sensores pueden presentarse físicamente en varias disposiciones: estrella, malla o híbrida.

Y, aunque tengan a simple vista una arquitectura adaptada a su aplicación, poseen una estructura lógica generalizada. Más bien, mantienen un esquema jerárquico, formado por diferentes tipos de nodos.

En el primer escalafón tenemos el servidor local, que a pesar de no ser un nodo sensor su relevancia es bastante alta. Es el equipo responsable de procesar toda la información recibida de los sensores y tomar decisiones sobre los actuadores, en caso de que existiesen en la red.

En el siguiente nivel tenemos los nodos pasarela, también conocidos como *gateways*, que son encargados de interconectar servidor local y nodos sensores.

Por último, están los nodos sensores (o actuadores si los hubiese). Estos nodos conforman un mapa funcional adaptado al servicio que se desee cubrir. Su principal cometido es recopilar la mayor información posible de forma eficiente. Es decir, deben tener buen rendimiento y consumir la mínima energía posible.

En general, cada nodo contiene una unidad de sensado, una unidad de control, una unidad de transmisión/recepción y otra de alimentación, como se muestra en la figura siguiente:



Ilustración 1. Configuración interna de un nodo sensor con GPS\* para una WSN. [8]

\*Los métodos que se explican más adelante, en el apartado de multilateración (TDM, WTM, WAM), tratan de sustituir el costoso montaje de módulos GPS en cada nodo de la red por un sistema de radiolocalización más simple, y por tanto, económico.

#### 2.4 Evolución de las WSN. Llegada del 5G

Si bien podemos considerar el origen de las redes de sensores, como hemos mencionado antes, en el sistema de detección de submarinos implementado por EE. UU. tras la 2ª Guerra Mundial, hemos de decir que la tecnología de estas redes ha evolucionado.

Parte de esta evolución se ha centrado en un cambio del tipo de señal, sustituyendo la señal de sonido (usada originalmente en el sistema SOUS) por una señal RF, con una frecuencia más alta (del orden de 2-5GHz). Este aumento de frecuencia se traduce en una mayor precisión a la hora de realizar medidas.

La llegada de la quinta generación de las comunicaciones móviles traerá consigo algunos aspectos que podemos comentar.

En primer lugar, cabe mencionar que se apreciará una mejora en cobertura. Y otro aspecto, el más relevante de ellos, es la baja latencia que ofrece el 5G. Esto puede aportar ventajas como una mayor sensación de comunicación en tiempo real, ya que el tiempo de respuesta de los sistemas se reduce de los 20 ms con las redes actuales a 1 ms con el 5G.

En definitiva, con una mejor cobertura y una menor latencia, el 5G aporta una velocidad mucho más alta en el tráfico de datos.

#### 2.5 Posibles aplicaciones

Entre las posibles aplicaciones a las que se puede destinar una red inalámbrica de sensores tenemos:

- Entornos de alta seguridad. Existen redes de sensores especializadas en la detección de material explosivo, con las que se puede evitar atentados.
- Industria. Gracias a distintos tipos de sensores puede llevarse a cabo un exhaustivo control de calidad.

- Aspectos medioambientales. Monitorización de emisiones a la atmósfera en distintos puntos de una determinada ciudad o región.
- Eficiencia energética. Redes de sensores cuya misión es optimizar el uso de energía eléctrica.
- Tecnologías en interiores. Como consecuencia de la flexibilidad que poseen las redes de sensores, su implantación en entornos cerrados es cada vez más común. Varias son las aplicaciones que podemos encontrar en domótica.

#### 2.6 Radiolocalización

La radiolocalización es definida en la RAE [1] como "Técnica para determinar la posición de un objeto o animal al que se ha incorporado un emisor radioeléctrico."

Por lo tanto, toma un papel fundamental en nuestro trabajo. Ya que, como bien se mencionaba en los primeros párrafos, vamos a tratar de resolver el problema de localizar objetos en una red de sensores.

Para localizar un nodo en la red se pueden usar distintas técnicas. De entre ellas, este trabajo se centra en radiolocalización por potencia de señal, basada en RSSI (*Received Signal Strength Indicator*). En la siguiente sección se detallarán tres de ellas.

### **3 RADIOLOCALIZACIÓN**

#### 3.1 Medida de la distancia

Para determinar la distancia existente entre un nodo transmisor y el receptor existen dos grupos de técnicas.

En primer lugar, se encuentran las técnicas basadas en rango libre, más conocidas por su designación en inglés, "Range-free algorithm". Esta familia de técnicas no necesita saber con exactitud la distancia entre nodos de una red, sino que se conforma con comprobar el acceso a un nodo vecino mediante un test de conectividad.

Y en segundo lugar, aparecen las técnicas basadas en rango -o "Range-based algorithm"- cuya precisión es mayor que las comentadas anteriormente. Este conjunto de técnicas exige conocer de forma precisa la distancia entre nodos. Algunas técnicas basadas en rango son TOA (Time of Arrival), TDOA (Time Difference of Arrival), AOA (Angle of Arrival) y RSSI (Received Signal Strength Indicator), cuyo funcionamiento se describe a continuación.

#### 3.1.1 TOA

TOA (Tiempo de llegada -en inglés- *Time of Arrival*) es una técnica usada para medir distancias, basada en el cálculo de ésta a través del tiempo de propagación:

En primer lugar, se necesita una sincronización entre nodo transmisor y nodo receptor, para así mantener la misma referencia temporal.

Sincronizados ambos nodos, el nodo transmisor emite una señal que contiene el instante en que esta señal partió desde el transmisor. Cuando la señal llega al nodo receptor, éste la recibe en un instante posterior al de partida.

Basta calcular el retardo de propagación para determinar el tiempo que la señal ha tardado en llegar desde el transmisor al receptor. Y a partir de aquí, es inmediato obtener la distancia existente entre ambos nodos, multiplicando el tiempo de propagación por la velocidad de propagación:

$$d = t_{propag.} \times v_{propag.} \tag{3.1}$$

Como ya se ha comentado, esta técnica exige una alta sincronización entre nodo transmisor y nodo receptor, algo que no suele ser fácil ni barato de conseguir.

#### 3.1.2 TDOA

Esta técnica es muy similar a TOA, y su principio es prácticamente el mismo, salvo en un detalle que se comenta a continuación.



Ilustración 2. TDOA. [2]

TDOA utiliza una diferencia de tiempos, la cual multiplica por la velocidad de propagación del sonido, para hallar la distancia. Esta diferencia de tiempos se compone de un primer término que representa el instante de tiempo en que llega al receptor la señal acústica ( $t_{sound}$ ), un segundo término restando que es el instante de tiempo en que llega al receptor la señal RF ( $t_{radio}$ ), y un tercer término restando que es el tiempo de retraso existente entre el instante en que se transmite la señal acústica y el instante en que se transmite la señal RF ( $t_{delay}$ ). Cada uno de estos tres tiempos empiezan a contar a partir de  $t_0$ . La ecuación queda:

$$d \approx (t_{sound} - t_{radio} - t_{delay}) \times v_{sound}$$

$$t_0 \approx t_{radio}$$
(3.2)

Dado que la señal RF tiene un tiempo de propagación despreciable se puede hacer la aproximación "Instante de transmisión  $(t_0)$  igual al instante de recepción  $(t_{radio})$ ".

A continuación se muestra un ejemplo numérico con (3.2):

 $t_{sound} = 60 \ ms$ 

 $t_{radio} \approx t_0 = 0 ms$ 

 $t_{delay} = 25 ms$ 

 $v_{sound} = 343.2 m/s$ , a una temperatura de 20°C.

$$d \approx (60 \times 10^{-3} s - 0 \times 10^{-3} s - 25 \times 10^{-3} s) \times 343.2 \ m/s = 12.012 \ m$$

#### 3.1.3 AOA

AOA (Ángulo de llegada -en inglés- *Angle of Arrival*) es una técnica cuya misión es medir el ángulo de una señal incidente, y a partir de este dato, estimar la posición de un objetivo. Complementa la aportación de las técnicas TOA y TDOA, cuyas funciones son medir tiempo de llegada y medir diferencia de

tiempos de llegada (entre una señal RF y una señal acústica), respectivamente, para estimar la distancia a partir de la velocidad de propagación.

Para AOA, el nodo receptor de nuestro escenario debería estar dotado de un sistema capaz de calcular el ángulo de una señal incidente, y procesar dicha información para luego hacer una estimación de su propia posición, suponiendo conocida la ubicación exacta de cada nodo transmisor.

Esta técnica exige que en el nodo desconocido de la red se disponga de un array de antenas en el sistema receptor. Una señal de radiofrecuencia procedente de un nodo transmisor llegará a los elementos del array. A partir de la captación de la señal RF en los distintos elementos del array receptor, y conociendo su geometría, se estimará la diferencia de tiempos de llegada [10], y a partir de esta diferencia temporal se infiere el valor del ángulo de llegada con respecto a una línea de referencia conocida. Finalmente, ya es posible trazar una línea que una nodo transmisor y nodo desconocido.

Las principales desventajas que presenta esta técnica es el elevado coste de hardware capaz de identificar el ángulo de llegada, y la degradación de las medidas en interiores debido al multitrayecto [10]. Aparte, cuanto mayor sea la distancia que separa los nodos, mayor coste implican las antenas para mantener una misma precisión (caso del RADAR).

Sin embargo, AOA, al ofrecer resultados de ángulo y distancia, necesita menos estaciones base (2 frente a los 3 necesarios en TOA, como se ve en la *Ilustración 3*). Además, AOA presenta respecto a TOA la ventaja de no necesitar sincronización transmisor-receptor [2].



Ilustración 3. Comparativa TOA y AOA.

#### 3.1.4 RSSI

RSSI responde a las siglas -en inglés- *Received Signal Strength Indicator*, lo que viene a significar Indicador de Intensidad de Señal Recibida. Es una técnica ampliamente utilizada en las redes inalámbricas de sensores (WSN) debido a su sencillo montaje y reducido consumo.

Su funcionamiento comienza midiendo la potencia de señal recibida en el nodo receptor, posteriormente la compara con la potencia que transmite el nodo transmisor (valor conocido), y a partir de esta diferencia de potencia se estima la distancia a la que se encuentra dicho nodo transmisor.

Hasta aquí hemos considerado una situación ideal, sin ruido ni obstáculos. Pero la realidad no es así, y en el caso de los obstáculos, estos provocan un efecto sombra y multitrayecto, ocasionando graves pérdidas y desvanecimientos. Estos factores afectan negativamente a la estimación de la distancia, y tanto es así que se han tipificado mediante modelos gaussianos para describir este tipo de situaciones.

También, se propone como solución el uso de señales de espectro ensanchado (DSSS o FHSS) [10], donde la señal original se expande a lo largo de todo el ancho de banda asignado a la transmisión, por lo que el desvanecimiento selectivo provocado por el multitrayecto desaparece.

A pesar de algunos de sus inconvenientes mencionados en el párrafo anterior, esta técnica es muy usada en redes de sensores (WSN) por la escasa energía que consume y su bajo coste tanto de hardware como de montaje; a diferencia de TOA, TDOA y AOA, que requieren un hardware exclusivo.

#### 3.2 Cálculo de la ubicación

Una vez obtenido el valor de la distancia entre nodo transmisor y nodo receptor, se puede calcular la ubicación exacta del nodo en cuestión (receptor en nuestro caso, puesto que se conoce la ubicación de todos los transmisores). Este cálculo se puede llevar a cabo a través de distintos métodos, que se irán detallando a continuación. Se hará un mayor hincapié en el método por multilateración, en el que se incluye TDM, WTM y WAM.

#### 3.2.1 Triangulación

El algoritmo de triangulación determina la posición del nodo desconocido partiendo de los siguientes datos:

- Posición exacta de dos (para dos dimensiones) estaciones base (nodos transmisores).
- Ángulo de llegada de sendas señales recibidas en el nodo desconocido (nodo receptor) desde cada una de las estaciones base. Esta técnica se basa, por tanto, en AOA.

Una vez se tienen los datos anteriormente mencionados, junto con una línea de referencia común a todos los nodos, aparecerá en el plano un punto de corte que nos aporta la posición buscada. En la *Ilustración 4* se puede apreciar el escenario:



Ilustración 4. Triangulación. [2]

De forma analítica, queda descrito de la siguiente forma:

$$x = \frac{y}{\tan(\theta_1)} = \frac{\tan(\theta_2) (x - L)}{\tan(\theta_1)} = \frac{\tan(\theta_2) x}{\tan(\theta_1)} - \frac{\tan(\theta_2) L}{\tan(\theta_1)}$$
$$\rightarrow x = -\frac{\frac{\tan(\theta_2) L}{\tan(\theta_1)}}{1 - \frac{\tan(\theta_2)}{\tan(\theta_1)}} = -\frac{\tan(\theta_2) L}{\tan(\theta_1) - \tan(\theta_2)} = \frac{L \tan(\theta_2)}{\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1)}$$
(3.4)

$$y = \tan(\theta_1) \ x = \tan(\theta_1) \ \left(L + (x - L)\right) =$$

$$= \tan(\theta_1) \ \left(L + \frac{y}{\tan(\theta_2)}\right) = \tan(\theta_1) \ L + \frac{\tan(\theta_1) \ y}{\tan(\theta_2)}$$

$$\rightarrow y = \frac{\tan(\theta_1) \ L}{1 - \frac{\tan(\theta_1) \ L}{\tan(\theta_2)}} = \frac{\tan(\theta_1) \ L}{\frac{\tan(\theta_2) \ \tan(\theta_2)}{\tan(\theta_2)}} = \frac{L \ \tan(\theta_1) \tan(\theta_2)}{\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1)}$$
(3.5)

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
(3.6)

#### 3.2.2 Multilateración

Para conocer una determinada ubicación (x, y) a priori desconocida, podemos usar el principio de multilateración, que consiste en tomar varias posiciones conocidas (denominadas anclas y representadas mediante el subíndice k) y calcular la distancia existente entre ellas y la posición desconocida. Con estos datos, ya somos capaces de estimar las coordenadas de la ubicación desconocida según:

$$(x, y) = \arg\min\sum_{k=1}^{N} \alpha_k \left[ (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 - \hat{d}_k^2 \right]^2$$
(3.7)

Donde  $(x_k, y_k)$  son las coordenadas de los distintos nodos ancla que hay en el escenario,  $\hat{d}_k$  la distancia estimada desde el ancla k hasta el nodo desconocido y  $\alpha_k$  un término de ponderación.

En este apartado se describirán en detalle tres métodos que dan valores al término  $\alpha_k$  según distintos criterios.



Ilustración 5. Multilateración.

#### 3.2.2.1 Método de las Tres Menores Distancias. TDM

Este método, denominado "Método de las Tres Distancias estimadas más pequeñas" o -en inglés- "*Three smallest estimated Distances Method*", utiliza únicamente las tres distancias estimadas más pequeñas para el cálculo de la posición del nodo desconocido.

Distancia estimada se refiere a la medida del trayecto entre el nodo solitario y cada uno de los nodos ancla. En nuestro caso, esta medida se lleva a cabo mediante la técnica RSSI.

Por lo tanto, en este método se tienen en cuenta solo las tres anclas más cercanas para calcular la posición del nodo desconocido.

La selección de las tres distancias menores se realiza incluyendo en la fórmula del cálculo de la posición del nodo desconocido unos pesos, cuyos valores son:

$$\alpha_{k} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = m1, m2, m3 \\ 0 & \text{si } k \neq m1, m2, m3 \end{cases}$$
(3.8)

Siendo *m1*, *m2*, *m3* los índices correspondientes a las tres distancias menores.

#### 3.2.2.2 Método de las Tres Menores Distancias con Pesos. WTM

En el método denominado en inglés "Weights Three smallest estimated distances Method", se seleccionan las tres menores distancias como se hacía en TDM. Pero, además, para este método las tres distancias seleccionadas se ponderan con un factor  $\alpha_k$ :

$$\alpha_{k} = \begin{cases} \frac{1}{\hat{d}_{k}^{2} \hat{\sigma}_{k}^{2}} & \text{si } k = m1, m2, m3 \\ 0 & \text{si } k \neq m1, m2, m3 \end{cases}$$
(3.9)

Siendo m1, m2, m3 los índices correspondientes a las tres distancias menores.

Así como,  $\hat{d}_k$  es la distancia estimada al ancla k, y  $\hat{\sigma}_k^2$  la varianza de esa distancia. Consiguiéndose así introducir la influencia de la dispersión de la distancia estimada.

#### 3.2.2.3 Método de Todas las Distancias con Pesos. WAM

WAM, "Weights *All estimated distances Method*", utiliza todas las distancias estimadas. Es decir, tiene en consideración todos los nodos anclas del escenario para el cálculo de la posición del nodo desconocido.

Y, los valores de los pesos son:

$$\alpha_k = \frac{1}{\hat{d}_k^2 \,\hat{\sigma}_k^2} \qquad \text{, para todo k.} \qquad (3.10)$$

Puede observarse que para un número de anclas igual a 3, WTM y WAM son equivalentes.

#### 3.2.3 Trilateración

El método de trilateración aparece cuando tenemos sobre el escenario tres nodos anclas y estamos utilizando el método de multilateración. Por lo tanto, podría considerarse un caso particular del apartado anterior.

Para la trilateración, los métodos WTM y WAM son idénticos.



Ilustración 6. Trilateración.

Lógicamente, se cumplen las siguientes ecuaciones de circunferencia:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = d_3^2 \end{cases}$$
(3.11)

Las cuales se resuelven despejando x e y, conocidas las coordenadas  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$  y  $x_3$ ,  $y_3$ , además de las distancias  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ .

En la práctica, se introduce algún mecanismo que permita tener en cuenta los posibles errores en la medida de las distancias  $d_i$ , como se verá en la ecuación (5.13) de la sección 5:

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min \sum_{k=1}^{N} \alpha_k \left[ (\hat{x} - x_k)^2 + (\hat{y} - y_k)^2 - \hat{d}_k^2 \right]^2$$

#### 3.2.4 Método hiperbólico

El método hiperbólico puede emplearse para estimar la ubicación del nodo desconocido. La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia entre sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a una constante. De esta forma, fijando como focos dos anclas del escenario cuyas posiciones son conocidas se puede llegar a obtener el lugar geométrico de puntos (que será la propia hipérbola) sobre el que estará la posición buscada, como bien se observa en la *Ilustración 7*.



Ilustración 7. Método hiperbólico. [2]

Para desarrollar esta idea, conviene fijar las dos estaciones base, cuyas ubicaciones se conocen a priori. Se denominarán focos de la hipérbola esas dos ubicaciones. Calculadas las distancias d1 y d2 (a través de las técnicas expuestas en el apartado anterior), que separan cada foco (estación base), respectivamente, del nodo desconocido, se obtiene la hipérbola sobre la que estará la ubicación buscada. Una vez obtenida la hipérbola, para el caso de dos dimensiones, se necesita una nueva estación base (cuya ubicación sea conocida) para proyectar una nueva hipérbola que corte a la primera. En el punto de corte se encontrará el nodo descocido, y su ubicación habrá sido descifrada.

#### 4.1 Qué es

RSSI, como bien se introduce en el apartado 3.1.4, son las siglas de *Received Signal Strength Indicator*, que en español resulta ser "Indicador de Potencia de la Señal Recibida". Es decir, RSSI es una escala de referencia para medir el nivel de señal recibido en un punto de forma inalámbrica. En cierto modo, RSSI da una idea al receptor acerca del nivel de potencia de señal recibido, sin indicar la calidad de esta.

#### 4.2 Aparición y uso en la actualidad

La técnica de medida de distancia a través de RSSI nace de la necesidad de simplificar la parte computacional de las redes de sensores inalámbricas, y con ello reducir los costes al mínimo imprescindible. Esta era la única manera posible de ofrecer viabilidad económica a la proliferación de redes gigantes, con miles de sensores.

En la actualidad, las redes de sensores soportan una cantidad ingente de nodos, lo cual las hace flexibles, más precisas y operativas. Y esto es, en gran medida, gracias al avance tecnológico que ha dado a luz sistemas con los que obtener una cuantía de datos inmensa a un precio relativamente razonable. Particularmente, la parte que nos ocupa es la localización de nodos en la red, por lo que hemos de subrayar la facilidad con la que se consigue medir distancias mediante RSSI.

RSSI es comúnmente usado debido a su reducido consumo de energía y baja complejidad de implementación.

#### 4.3 RSSI en distintas condiciones de propagación

#### 4.3.1 Espacio libre

Para describir el comportamiento de las señales transmitidas/recibidas entre nodos, y más concretamente la relación entre la potencia que se recibe en el destino y la distancia que separa origen y destino, es habitual servirse de la ecuación de Friis [3]:

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r}{L} \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \tag{4.1}$$

Donde:

 $P_r$ : Potencia recibida en el nodo desconocido.

 $P_t$ : Potencia transmitida desde una estación base.

 $G_t$ : Ganancia del transmisor.

- $G_r$ : Ganancia del receptor.
- L: Pérdidas del sistema.
- $\lambda$ : Longitud de onda.
- *d*: Distancia entre transmisor y receptor.

El segundo término de la ecuación de Friis está asociado a la "pérdida básica de propagación en espacio libre" [3]:

$$L_{bf} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 \tag{4.2}$$

La longitud de onda se obtiene a través de la frecuencia, según:

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{4.3}$$

Donde:

c: Velocidad de la luz en el vacío.

*f* : Frecuencia de la señal transmitida.

Se puede apreciar claramente que, si la distancia del radioenlace aumenta, lo harán las pérdidas de propagación. Si la frecuencia aumenta, podemos conseguir antenas con más ganancia y los efectos se compensan.

Todo lo anterior está expresado en unidades naturales, pero en radiocomunicación suelen expresarse los términos en unidades logarítmicas. De esta forma, el balance de potencia definido por la ecuación de Friis queda como una suma, y no como un producto:

$$P_r(dBm) = P_t(dBm) + G_t(dB) + G_r(dB) - L(dB) - L_{bf}(dB)$$
(4.4)

Las pérdidas de propagación en espacio libre en unidades logarítmicas,  $L_{bf}(dB)$ , se definen:

$$L_{bf}(dB) = 32.45 + 20\log_{10}f(MHz) + 20\log_{10}d(Km)$$
(4.5)

#### 4.3.2 En presencia de ruido

Cuando existe ruido en la comunicación, algo que ocurre siempre, ya no se cumplen estrictamente las fórmulas que sí lo hacían en situación de espacio libre ideal. Habrá que introducir en las distintas ecuaciones de balance elementos de naturaleza aleatoria para modelar la oscilación que pueden experimentar los niveles de potencia.

Lo más normal es considerar un ruido blanco aditivo gaussiano, más conocido por sus siglas AWGN (del inglés, *Additive White Gaussian Noise*). Este ruido se ha considerado como el mejor para modelar los fenómenos que se dan en una situación habitual, y sus atributos responden a las siguientes definiciones:

- Aditivo, porque se suma a cualquier ruido que ya exista en el sistema.
- Blanco, porque tiene un comportamiento plano en el dominio de la frecuencia, es decir, contiene la misma densidad espectral de potencia a lo largo del espectro. Su valor no es función de la frecuencia.
  - La idea proviene de la similitud con la emisión del color blanco a lo largo de todo el espectro visible.
- Gaussiano, porque posee una distribución normal con media cero en el dominio del tiempo.

# 4.3.3 En presencia de ruido y obstáculos

En un escenario real, donde existe ruido y obstáculos, se necesita modificar las fórmulas para modelar la influencia de factores como las sombras y el multitrayecto.

En primer lugar, se modifica el término exponencial de pérdidas n, estrechamente relacionado con el entorno de transmisión [2]. Ahora ya no tiene un valor de '2' como en el apartado anterior. Por tanto, la fórmula de Friis queda:

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r}{L d^{\eta}} \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2$$
(4.6)

Y las pérdidas de propagación:

$$L_{bf} = \left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 d^{\eta} \tag{4.7}$$

Sustituyendo (4.3) en (4.7), queda:

$$L_{bf} = \left(\frac{4\pi}{c}\right)^2 f^2 d^{\eta} \tag{4.8}$$

Muchos autores toman un valor de  $\eta$  entre 2 y 6, según el entorno. La siguiente tabla nos facilita la asignación de este valor [13]:

Enviroment	Path Loss Exponent, n
Free Space	2
Urban area cellular radio	2.7 to 3.5
Shadowed urban cellular radio	3 to 5
In building line of sight	1.6 to 1.8
Obstructed in building	4 to 6
Obstructed in factories	2 to 3

Ilustración 8. Valores típicos del exponente de pérdidas, η. [13]

Tras un gran número de experimentos, se ha estimado un rango de valores para n de entre '2' y '4',

dependiendo de las condiciones del entorno [2].

Esto es, si en el entorno existen obstáculos que afecten a la propagación, y estos efectos se quieren recoger en el parámetro  $\eta$ , éste tomará valores entre '2' y '4'. Si por el contrario, las pérdidas de difracción por obstáculos se prefieren añadir aparte,  $\eta$  tomará valor '2'.

En caso de no existir obstáculos en el medio, automáticamente n tomará valor '2' como era de esperar.

Para simplificar la ecuación de Friis, en la ecuación (4.6) se impone que el término  $\frac{G_t G_r}{L} \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 = 1$ , quedando:

$$P_r(d) = \frac{P_t}{d^{\eta}} \tag{4.9}$$

En RSSI es común utilizar la fórmula [2][11]:

$$P_r(d) = \frac{P_r(d_0)}{d^{\eta}}$$
(4.10)

Donde  $d_0$  es una distancia de referencia, cuyo valor normalmente es 1 metro.

Transformando a dB, la fórmula para RSSI quedaría:

$$P_r(d) = P_r(d_0) - 10\eta \log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_{\sigma}$$
(4.11)

Donde las potencias están expresadas en dBm pero son función de las distancias  $d y d_0$ , y el término  $X_{\sigma}$  [2] es una variable aleatoria gaussiana de media cero que modela la oscilación del nivel de potencia recibido (ruido del canal).

Tomando  $d_0 = 1 metro$ , y renombrando  $P_r(1 metro)$  como A;

Finalmente, la ecuación que describe el modelo de canal RSSI queda:

$$P_r(dBm) = A(dBm) - 10\eta \log_{10}(d) + X_{\sigma}$$
(4.12)

Siendo  $P_r$  la potencia recibida, y A el nivel de potencia a una distancia de 1 metro del transmisor.

Por otro lado, a la hora de suponer obstáculos, se han de incorporar nuevas fórmulas recomendadas en la ITU-R.

# 4.3.3.1 Obstáculos con forma "filo de cuchillo"



Ilustración 9. Figuras de obstáculo filo de cuchillo. [4]

Se tienen las siguientes ecuaciones [4]:

1. Cálculo del parámetro v.

$$v = h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)} \tag{4.13}$$

Siendo *h* la altura del obstáculo,  $\lambda$  la longitud de onda de la señal y,  $d_1$  y  $d_2$  las distancias desde el obstáculo al transmisor y al receptor, respectivamente.

2. Evaluación del parámetro v.



Ilustración 10. Pérdidas por difracción en una arista en filo de cuchillo. [4]

Si v es mayor que -0.78, entonces el valor de las pérdidas por difracción J(v), vendrá dado por:

$$J(v) = 6.9 + 20 \log_{10} \left( \sqrt{(v - 0.1)^2 + 1} + v - 0.1 \right) \quad [dB] \quad (4.14)$$

Por el contrario, si v es menor que -0.78, el valor de J(v) será cero.

3. Ecuación de balance RSSI para obstáculos "filo de cuchillo".

$$P_r = A - 10\eta \log_{10}(d) + X_\sigma - J(v)$$
(4.15)

Donde  $\eta = 2$  y  $X_{\sigma}$  es la componente de ruido presente en el canal.

Es típico incluir las pérdidas de difracción por obstáculos en el exponente de pérdidas  $\eta$ , asignándole a éste un valor más alto y renombrándolo como  $\eta'$  [13]. En consecuencia, la ecuación (4.15) quedaría:

$$P_r = A - 10\eta' \log_{10}(d) + X_{\sigma} \tag{4.16}$$

Con  $\eta' = [2, 4]$ . Concretamente:

• 
$$\eta' = 4$$
, si  $J(v) > 0$ 

•  $\eta' = 2$ , si J(v) = 0

#### 4.3.3.2 Obstáculos tipo paredes, suelo y techo

En este caso se tiene:

1. Según modelos empíricos, son coherentes para la atenuación de los diferentes obstáculos los siguientes valores [5]:

Muros finos: 3.4 dB Muros gruesos: 6.9 dB Techos/suelos: 18.3 dB

2. Atenuación debida a muros y suelo/techo:

 $\begin{array}{l} Att._{muros/suelo} \left( dB \right) = n^{\underline{o}} \ de \ muros \ finos \ \times \\ Att. \ Muros \ finos \ + \ n^{\underline{o}} \ de \ muros \ gruesos \ \times \\ Att. \ Muros \ gruesos \ + \ n^{\underline{o}} \ de \ plantas \ \times \ Att. \ Techos/suelos \ (4.17) \end{array}$ 

En nuestra simulación se trata un escenario de dos dimensiones, por lo tanto no aplica *Att.Techos/suelos*.

3. Ecuación de balance RSSI para muros y suelo/techo.

$$P_r = A - 10\eta \log_{10}(d) + X_{\sigma} - Att_{muros/suelo}$$

$$(4.18)$$

Donde  $\eta = 2$ .

Existe una conversión basada en la tabla de la *Ilustración 11*, ofrecida por un proveedor de equipos (*Cisco*) [2], que traduce porcentaje de RSSI a dBm y viceversa.

El porcentaje de RSSI se define como la proporción del nivel de señal captado en un determinado punto del espacio, tomando como referencia la señal que se captaría a 1 metro de distancia del transmisor, *A*.

(%)	dBm	(%)	dBm	(%)	dBm	(%)	dBm	(%)	dBm
Ò	-113	21	-91	42	-68	63	-44	84	-22
1	-112	22	-90	43	-67	64	-44	85	-20
2	-111	23	-89	44	-65	65	-43	86	-19
3	-110	24	-88	45	-64	66	-42	87	-18
4	-109	25	-87	46	-63	67	-42	88	-17
5	-108	26	-86	47	-62	68	-41	89	-16
6	-107	27	-85	48	-60	69	-40	90	-15
7	-106	28	-84	49	-59	70	-39	91	-14
8	-105	29	-83	50	-58	71	-38	92	-13
9	-104	30	-82	51	-56	72	-37	93	-12
10	-103	31	-81	52	-55	73	-35	94	-10
11	-102	32	-80	53	-53	74	-34	95	-10
11	-101	33	-79	54	-52	75	-33	96	-10
13	-99	34	-78	55	-50	76	-32	97	-10
14	-98	35	-77	56	-50	77	-30	98	-10
15	-97	36	-75	57	-49	78	-29	99	-10
16	-96	37	-74	58	-48	79	-28	100	-10
17	-95	38	-73	59	-48	80	-27		
18	-94	39	-72	60	-47	81	-25		
19	-93	40	-70	61	-46	82	-24		
20	-92	41	-69	62	-45	83	-23		

Ilustración 11. Tabla de conversión %RSSI-dBm. [2]

Si tratamos de agrupar el contenido de esta tabla en una fórmula, se llega a [2]:

$$P(dBm) = 108.42 \frac{\begin{pmatrix} \text{porcentaje de} \\ \text{señal RSSI recibido} \end{pmatrix}}{100} - 113.41$$
(4.19)

# 4.4 Limitaciones

Como ya es sabido, la técnica RSSI aporta información de distancia a partir de un nivel de señal recibido. Y este proceso se realiza consumiendo una cantidad muy baja de energía. Por tanto, no es de extrañar que tenga algunas limitaciones, sobre todo cuando las condiciones del entorno no son las más favorables.

Uno de los factores que afectan a la señal transmitida desde un nodo transmisor es la pérdida de propagación, que se produce cuando una onda electromagnética recorre una distancia determinada a través del espacio. Este factor se recoge en el modelo de RSSI mediante el exponente de pérdida de ruta n, que como ya se ha visto en el apartado 4.3.3, puede tomar distintos valores según se elija un criterio u otro.

Otro elemento a tener en cuenta son las pérdidas por obstáculos, reconocidas como "*shadowing*", que incluye tanto personas como objetos de interiores, incluso paredes y suelos. La limitación radica en la estimación de estas pérdidas.

Por último, se tiene el desvanecimiento selectivo o *"fading"*, el cual crea interferencias en la señal que pueden ser constructivas o destructivas. Para paliar este efecto, varios autores proponen la idea de realizar las simulaciones o experimentos a varias frecuencias.

# 4.5 Líneas de futuro

Conociendo las limitaciones que muestra RSSI para mediar distancias, puede intuirse que queda mucho

trabajo por hacer para mejorar en términos de precisión. En esta línea diremos que, se podrían añadir nuevos parámetros o modificar los ya existentes en las ecuaciones de estimación, para tener en cuenta fenómenos del entorno que afectan a la señal.

Como remedios actuales se plantea tomar un número elevado de muestras de nivel de RSSI por ancla, para luego promediar estos valores. Y también, hacer el experimento para un ancho de banda determinado, no sólo a una única frecuencia.

# **5 RESULTADOS**

El problema fundamental de la comunicación es el de reproducir en un punto exacta o aproximadamente un mensaje seleccionado en otro punto.

Claude Shannon, 1948

# 5.1 Simulaciones

Para obtener los resultados se ha hecho uso del reconocido software *Matlab*. Creando un fichero de script, se ha incluido todo el código necesario para simular el comportamiento de una red inalámbrica de sensores.

Así pues, se comienza configurando el escenario sobre el que se situará la red, compuesto por los siguientes elementos:

- Nodos anclas; cuyo papel es representar los nodos transmisores de la red con posición conocida.
- Nodo solitario; que se trata del supuesto nodo desconocido que acabamos de añadir a la red y cuya ubicación se desconoce en un principio.

La siguiente tarea consiste en recorrer todos y cada uno de los nodos ancla del escenario, para obtener:

1. Canal de comunicación "Nodo Ancla <sub>k</sub> – Nodo solitario".

Como se vio en la ecuación (4.12), el modelo de canal que vamos a tomar es el siguiente:

$$RSSI(dBm) = A(dBm) - 10\eta \log_{10}(d) + v$$
 (5.1)

Donde *A* está relacionado con la potencia transmitida desde un trasmisor, *d* es la distancia entre transmisor y receptor,  $\eta$  es el exponente asociado a las pérdidas de ruta, y v es una variable aleatoria Gaussiana de media cero que simboliza el ruido.

1.1. Desviación típica de ruido.

Es conocida a través de la distancia real del canal. La fórmula empleada es válida para distancias comprendidas entre 1 y 10 metros de longitud [2]:

$$\sigma(d) = -0.11d^2 + 2.18d - 0.38 \tag{5.2}$$

Con *d* en unidades de metros.

- 1.2. Varianza de ruido,  $\sigma^2$ .
- 1.3. Señal de ruido AWGN,  $v_k$ .

Es una variable aleatoria Gaussiana de media 0 y varianza  $\sigma^2$ .

$$v_k = \sigma \times N(0,1) \quad [dB] \tag{5.3}$$

- 2. Nivel de RSSI, según condiciones de propagación.
  - 2.1. Espacio libre ideal.

En este caso, el nivel de RSSI se obtiene directamente como:

$$RSSI_{k} = A_{k} - 10\eta_{k}\log_{10}(d_{k}) + v_{k}$$
(5.4)

Donde  $\eta_k = 2$ , representando las pérdidas básicas de propagación,  $L_{bf}$ . Y  $v_k = 0$ .

2.2. Espacio libre con ruido.

En esta situación, donde ya existe ruido del canal, el nivel de RSSI se obtiene con una fórmula similar a la anterior. Pero, no con una sola muestra de señal ruidosa  $RSSI_k = x_k + v_k$ , sino promediando M muestras  $RSSI_{ki} = x_{ki} + v_{ki}$ .

Siendo  $x_k$  la componente de señal que lleva información, la cual no varía en las M muestras  $RSSI_{ki}$  que se toman desde un ancla k. Es decir,  $x_k = A_k - 10\eta_k \log_{10}(d_k) = x_{ki}$ .

Y  $v_k$ , la componente de señal que representa el ruido del canal, y de la cual se tomarán M muestras distintas,  $v_{ki}$ , para luego promediarlas.

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k} \log_{10}(d_{k}) + v_{ki})$$
(5.5)

Con  $\eta_k = 2$ .

Con este promediado se trata de mitigar el efecto del ruido.

#### 2.3. Espacio con ruido y obstáculos tipo filo de cuchillo.

Cuando nos encontramos con un espacio en el que hay presentes obstáculos del tipo filo de cuchillo, las pérdidas por difracción que provocan éstos se ven reflejadas en  $n'_k$ , quedando:

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k}' \log_{10}(d_{k}) + v_{ki})$$
(5.6)

Con  $\eta'_k = [2, 4]$ , representando el efecto conjunto de  $L_{bf} + J(v)$ . Como veíamos en la ecuación (4.16):

- $\eta'_k=4$ , si J(v) > 0•  $\eta'_k=2$ , si J(v) = 0

2.4. Espacio con ruido y obstáculos tipo paredes y techos/suelos.

Bajo estas condiciones de propagación, las más parecidas a un entorno interior, las pérdidas totales están compuestas por las pérdidas básicas de propagación y por la atenuación debida a paredes y techos/suelos:

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k} \log_{10}(d_{k}) + v_{ki}) - Att_{muros/suelo}$$
(5.7)

Con  $\eta_k = 2$  y *Att*.*muros/suelo* expresado en dB.

3. Distancia estimada entre Nodo Ancla  $_{k}$  – Nodo solitario.

Conocido el valor de RSSI, se obtiene una estimación de la distancia del canal como sigue [2]:

$$\hat{d}_k = 10^{\frac{A_k - RSSI_k}{10\eta_k}} \tag{5.8}$$

Si nos encontramos ante un escenario en el que existen obstáculos 'filo de cuchillo', la fórmula de estimación de la distancia experimenta una sutil diferencia respecto a (5.8):

$$\hat{d}_k = 10^{\frac{A_k - RSSI_k}{10\hat{n}_k}}$$
(5.9)

El parámetro  $\eta_k$  se ha cambiado por  $\hat{\eta}_k$ . Siendo  $\hat{\eta}_k$  una estimación de  $\eta_k'$  (desconocido por el receptor, pues no sabe si los obstáculos que pueda haber entre él mismo y un nodo ancla afectan a la señal). En nuestro algoritmo se ha optado por tomar  $\hat{\eta}_k$  como una variable aleatoria uniforme en el intervalo [2,4].

Como se puede ver, en las fórmulas (5.8) y (5.9) no aparece el término del ruido ni el de la atenuación por paredes y muros, ya que en el nodo receptor se desconocen estas características del canal. El único parámetro programable en nuestro nodo receptor es  $\eta_{,,}$  para que emplee  $\eta_k$  o  $\hat{\eta}_k$  en su cálculo de distancia.

4. Error medio de distancia debido al ruido del canal y su varianza [2].

Para calcular la distancia existe otra alternativa, que utiliza la distancia real entre nodo ancla y nodo solitario.

Si el ruido v tiene un valor reducido, se puede hacer una simplificación.

Despejando d de la ecuación general (5.1):

$$d = 10^{\frac{A+v-RSSI}{10\eta}} = 10^{\frac{A-RSSI}{10\eta}} 10^{\frac{v}{10\eta}} = \hat{d} \ 10^{\frac{v}{10\eta}}$$

Aplicando la propiedad  $10^x = e^{\ln(10)x}$ :

$$d = \hat{d} \ e^{\ln(10)\frac{v}{10\eta}} \xrightarrow{Taylor} d = \hat{d} \ \left[1 + \frac{\ln(10)}{10\eta}v\right]$$

Siendo  $v = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} v_i$ , queda la siguiente ecuación, referida a un ancla genérica k del escenario:

$$d_k = \hat{d}_k \left[1 + \frac{\ln 10}{10\eta_k} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M v_{ki}\right]$$
(5.10)

La ecuación (5.10) puede desglosarse en dos términos, uno primero que sería la distancia estimada del canal k,  $\hat{d}_k$ , y un segundo término que representa el error medio de esa distancia,  $n_e$ .

$$n_e = \hat{d}_k \frac{\ln 10}{10\eta_k} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M v_{ki}$$
(5.11)

La varianza del error medio de distancia es:

$$\sigma_e^2 = d_k^2 \sigma_k^2 \left(\frac{\ln 10}{10\eta_k}\right)^2 \frac{1}{M}$$
(5.12)

Esto es así porque la varianza de la media muestral,  $\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} v_{ki}$ , es la varianza de la población dividida por el número de muestras,  $\sigma_k^2/M$ .

Una vez calculados los parámetros anteriores, se puede pasar a realizar gráficas para analizar algunos comportamientos (ver subsección 5.2):

1. Nivel de RSSI teórico en el receptor respecto de la distancia del canal.

Hipótesis:

Ecuación (5.1):  $RSSI(dBm) = A(dBm) - 10\eta \log_{10}(d) + v$ 

2. Desviación típica teórica de la distancia frente a la distancia del canal.

Ecuación (5.2):  $\sigma(d) = -0.11d^2 + 2.18d - 0.38$ Con *d* expresado en metros.

3. Varianza teórica de error de distancia frente al número de muestras, M.

Hipótesis:

• 
$$\eta_k = 2.27$$

 $d_k = 8 \text{ metros}$ 

• 
$$\sigma_k = -0.11 d_k^2 + 2.18 d_k - 0.38$$

Ecuación (5.12): 
$$\sigma_e^2 = d_k^2 \sigma_k^2 \left(\frac{\ln 10}{10\eta_k}\right)^2 \frac{1}{M}$$

Por último, se procede a estimar la posición exacta del nodo solitario mediante tres métodos incluidos en el apartado de multilateración: TDM, WTM y WAM.

Previamente, se ha de aclarar que estos métodos analizados a continuación, irían implementados en un módulo dentro del nodo solitario.

#### 5.1.1 TDM

Para simular el comportamiento del "Método de las tres Menores Distancias" (subapartado 3.2.2.1), se empieza por seleccionar las tres distancias más pequeñas, de entre las respectivas distancias estimadas de cada canal 'Nodo Ancla  $_k$  – Nodo solitario'. En otras palabras, el método se queda con los tres Nodos ancla más cercanos al Nodo solitario.

A continuación, se tratará de encontrar la posición  $(\hat{x}, \hat{y})$ , cuyo argumento, mostrado a continuación, sea mínimo [2]:

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg\min\sum_{k=1}^{N} \alpha_k \left[ (\hat{x} - x_k)^2 + (\hat{y} - y_k)^2 - \hat{d_k}^2 \right]^2$$
(5.13)

Donde  $\alpha_k$  toma valores de '1' o '0',  $(x_k, y_k)$  son las coordenadas del nodo ancla k, y  $(\hat{x}, \hat{y})$  son coordenadas a las que se le van dando valores hasta encontrar el mínimo argumento.

Para ello, se ha propuesto un bucle que encuentre la posición que más se aproxime a la posición real. Este bucle comienza con una primera ronda en la que recorre todas posibles coordenadas de valor entero del escenario, y va evaluando el argumento de la ecuación (5.13), para ir quedándose con la posición  $(\hat{x}, \hat{y})$  cuyo argumento sea mínimo. Continua con una segunda ronda en la que se acota la región de búsqueda de coordenadas y se afina la posición con un decimal. Termina con la tercera ronda, que añade un segundo decimal a cada coordenada  $(\hat{x}, \hat{y})$  de la supuesta posición del nodo desconocido. Es un método simple, apropiado para nodos con poca capacidad de cálculo.

Finalmente, se calcula el error cuadrático medio (en adelante RMSE), según [2]:

$$RMSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \sqrt{(\hat{x}(t) - x(t))^2 + (\hat{y}(t) - y(t))^2}$$
(5.14)

Donde (x(t), y(t)) es la posición real, y  $(\hat{x}(t), \hat{y}(t))$  es la posición estimada del nodo solitario.

La fórmula (5.14) es una ecuación de carácter general, es decir, sirve para dos situaciones diferentes: Una primera en la que el nodo desconocido permanece inmóvil ocupando una misma posición (situación de Nodo solitario estático). Y una segunda, en la que el nodo desconocido describe una trayectoria por del escenario durante el tiempo de observación (situación de Nodo solitario móvil).

T es, por tanto, el número de posiciones desconocidas que ocupa el nodo solitario a lo largo de su trayectoria (suponiendo un movimiento discreto en cuanto al número de posiciones ocupadas).

- T=1, si estamos ante la situación de "Nodo solitario estático".
- T > 1, si estamos ante la situación de "Nodo solitario móvil".

El RMSE se mide en unidades métricas.

## 5.1.2 WTM

En la simulación del "*Método de las tres Menores Distancias con Pesos*" (subapartado 3.2.2.2), se procede de forma similar a TDM. La única diferencia es que  $\alpha_k$  toma el valor  $\frac{1}{\hat{d}_k^2 \hat{\sigma}_k^2}$  o '0'.

El siguiente paso es obtener las coordenadas del nodo solitario  $(\hat{x}, \hat{y})$  con la ecuación (5.13). Y, por último, estimar el error con (5.14).

#### 5.1.3 WAM

El "*Método de Todas las Distancias con Pesos*" (subapartado 3.2.2.3), como su propio nombre indica, no descarta ninguna distancia estimada. Por lo tanto, el factor  $\alpha_k$ , incluido en la fórmula general (3.10), queda:

$$\alpha_k = \frac{1}{\hat{d}_k^2 \hat{\sigma}_k^2}$$
, para todo k.

Posteriormente, se aplica la fórmula general (5.13) y se obtiene  $(\hat{x}, \hat{y})$ .

Como último paso, se procede a estimar el RMSE con (5.14). Este parámetro nos va a servir para comparar entre sí los métodos de cálculo de la ubicación.

En la parte final la siguiente subsección se realiza un experimento con la mencionada situación de "Nodo solitario móvil" (apartado 5.2.2); en la que el nodo solitario no ocupa una posición desconocida fija, sino que recorre una trayectoria discreta ocupando distintas posiciones.

# 5.2 Valores obtenidos

Tras ejecutar el código que simula todo lo anteriormente descrito, se obtienen los siguientes resultados:

Se fijará el número de anclas primeramente en 8. Más adelante se analizará la variación de este parámetro.



Ilustración 12. Escenario general con 8 nodos ancla.

En la figura se pueden distinguir los 8 nodos ancla, representados por asteriscos y equiespaciados en la red. Sus respectivas coordenadas son:

- Ancla 1: (0 m, 0 m)
- Ancla 2: (0 m, 5 m)
- Ancla 3: (0 m, 10 m)
- Ancla 4: (5 m, 10 m)
- Ancla 5: (10 m, 10 m)
- Ancla 6: (10 m, 5 m)
- Ancla 7: (10 m, 0 m)
- Ancla 8: (5 m, 0 m)

Y el nodo solitario está identificado por el cuadrado azul, cuya posición se desconoce.

Representamos gráficamente el nivel de RSSI recibido en el nodo solitario respecto a una variación de la distancia, según la ecuación (5.1):

$$RSSI(dBm) = A(dBm) - 10\eta \log_{10}(d) + v$$

Con  $A = -9.40 \ dBm$ ,  $\eta = 2.27 \ y \ v = 0$  (suponemos un canal genérico ideal).

Se observa que el nivel de RSSI, RSSI(dBm), decrece cuando la distancia d aumenta; como parece lógico:



Ilustración 13. Nivel de RSSI teórico en el receptor respecto de la distancia del canal.

Atendiendo a la ecuación (5.2):

$$\sigma(d) = -0.11d^2 + 2.18d - 0.38$$

Para la desviación típica del ruido de distancia frente a la distancia, se tiene la siguiente gráfica:



Ilustración 14. Desviación típica teórica de la distancia frente a la distancia del canal.

Y en tercer lugar, la curva que representa la varianza de error de distancia frente al número de muestras de señal tomadas por ancla, M, según la fórmula (5.12), se muestra de la siguiente manera:

$$\sigma_e^2 = d_k^2 \sigma_k^2 \left(\frac{\ln 10}{10\eta_k}\right)^2 \frac{1}{M}$$

Con, por ejemplo:  $d_k = 8 \text{ metros}, \sigma_k = -0.11 d_k^2 + 2.18 d_k - 0.38 \text{ y} \eta_k = 2.27.$ 



Ilustración 15. Varianza teórica de error de distancia frente al número de muestras.

Como ya se ha comentado, el objetivo principal de este trabajo es "localizar un objeto". Por tanto, se procederá a radiolocalizar el nodo solitario mediante distintos métodos de cálculo de ubicación.

Las gráficas de RMSE que se mostrarán a continuación se han obtenido con una única simulación por cada tipo de escenario.

#### 5.2.1 Nodo solitario estático

Nos situamos en el caso de "Nodo solitario estático". Los parámetros siguientes toman los valores que se muestran a continuación:

- Número de muestras de señal tomadas por cada ancla, M = 500.
- Número de anclas totales en el escenario, numAnclas = 8.
- Número de posiciones que ocupa el nodo solitario, T=1.

Mientras no se indique lo contrario, estos parámetros tomarán estos valores fijos.

# 5.2.1.1 Espacio libre ideal. Sin ruido

El escenario de la red es el que se muestra a continuación:



Ilustración 16. Escenario general en condiciones de Espacio libre ideal.

Se ha llegado a este escenario (*Ilustración 16*) evaluando, para cada ancla del escenario, el nivel de señal RSSI recibido en el nodo desconocido (representado por el cuadrado azul) con (5.4) y traduciendo ese nivel de señal a una distancia con  $\hat{d}_k = 10^{\frac{A_k - RSSI_k}{10\eta_k}}$  (ecuación (5.8)), para finalmente trazar una circunferencia con centro en

a una distancia con  $d_k = 10^{-10\eta_k}$  (ecuación (5.8)), para finalmente trazar una circunferencia con centro en el ancla en cuestión y radio esa distancia. Dichas circunferencias, en color rojo, representan todas las posibles posiciones del nodo solitario vistas desde cada ancla.

Como bien se puede observar en el zoom de la figura anterior (esquina inferior izquierda), todas las circunferencias cortan en un único punto (no existe error, ya que estamos en espacio ideal): la posición real del nodo solitario.

Los resultados de RMSE que se obtienen son los siguientes:

#### 5.2.1.1.1. TDM

Para ver el comportamiento del RMSE respeto a una variación del número de anclas, se ha programado un bucle en el cual en cada iteración se incrementa en una unidad el número de anclas, desde 3 a 8. Dentro de este bucle, se calcula primero (para cada ancla del escenario): el nivel de señal RSSI recibido en el nodo desconocido con (5.4), y la distancia al nodo desconocido a partir del dato anterior con (5.8). Luego, se obtiene la posición estimada del nodo desconocido  $(\hat{x}, \hat{y})$  con TDM (ecuación (5.13)), y por último se determina el RMSE con (5.14).



Ilustración 17. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.

Del mismo modo que la gráfica de la *Ilustración 17*, se ha generado la siguiente gráfica (*Ilustración 18*) para ver el comportamiento del RMSE respecto a una variación del número de muestras de señal, M, tomadas en el nodo desconocido desde cada ancla del escenario (*numAnclas* = 8). Se sigue el procedimiento anterior con las ecuaciones (5.4), (5.8), (5.13), (5.14). En el bucle, esta vez se va incrementando el número de muestras, M, tomando los valores discretos: [20 50 100 200 300 500 1000].



Ilustración 18. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.

#### 5.2.1.1.2. WTM

Siguiendo la misma dinámica de la parte 5.2.1.1.1, se generan las siguientes gráficas (*Ilustración 19* e *Ilustración 20*), pero esta vez obteniendo las coordenadas del nodo desconocido  $(\hat{x}, \hat{y})$  con el método WTM, explicado en el subapartado 3.2.2.2.



Ilustración 19. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 20. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.

# 5.2.1.1.3. WAM

Se aplica el mismo procedimiento de las partes anteriores (5.2.1.1.1 y 5.2.1.1.2), pero usando el método WAM para obtener las coordenadas  $(\hat{x}, \hat{y})$  buscadas. De forma teórica, ya se vio este método en el subapartado 3.2.2.3.



Ilustración 21. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 22. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.

Una vez obtenidas las gráficas de RMSE para cada método en este escenario, se superponen todas en una misma, formando una familia de curvas:



Ilustración 23. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 24. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.

# 5.2.1.2 Espacio libre con ruido

Para un medio en el que no hay obstáculos pero sí ruido, se procede de forma similar al subapartado 5.2.1.1, con la salvedad de calcular el nivel de señal RSSI en el nodo desconocido mediante la fórmula (5.5):

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k} \log_{10}(d) + v_{ki})$$

Para sumar el ruido a la señal se emplea una función predefinida de *Matlab* denominada "*awgn(señal, snr)*". Y se ha supuesto un valor de Relación Señal-Ruido (SNR) de 10 dB.

En primer lugar, se presenta el escenario de la red:



Ilustración 25. Escenario general en condiciones de Espacio libre con ruido de canal.

Nuevamente, hay que comentar que las circunferencias de color rojo representan todas las posibles posiciones del nodo solitario vistas desde cada ancla.

Como bien se puede observar en el zoom de la *Ilustración 25* (esquina inferior izquierda), todas las circunferencias no cortan en un único punto (existe error, ya que estamos en espacio con ruido). La posición real del nodo solitario queda en medio de la malla que forman los diversos cortes entre circunferencias.

Los resultados de RMSE que se obtienen son los siguientes:





Ilustración 26. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 27. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.





Ilustración 28. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 29. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.





Ilustración 30. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 31. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.



De nuevo, se pueden superponer todas las gráficas de RMSE para cada método en una misma, formando una familia de curvas:

Ilustración 32. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 33. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.

#### 5.2.1.3 Espacio con ruido y obstáculos

Se ha impuesto que existe un obstáculo entre cada ancla y el nodo solitario, con una altura aleatoria entre 0 y 2 metros, y situado en un punto aleatorio de la línea que une el ancla en cuestión y el nodo solitario.

La forma de operar es análoga a los subapartados anteriores 5.2.1.1 y 5.2.1.2, pero usando la ecuación (5.6), en lugar de (5.4) o (5.5):

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k}' \log_{10}(d_{k}) + v_{ki})$$

Donde se emplea la función predefinida en *Matlab* "*awgn*(*señal*, *snr*)" para sumar el ruido, con el valor de SNR igual a 10 dB. Y tomando  $\eta'_k = [2, 4]$ .

Comenzando por el escenario, en la siguiente figura queda reflejado:



Ilustración 34. Escenario general en condiciones de Espacio libre con obstáculos 'filo de cuchillo'.

Para la *Ilustración 34*, el proceso seguido es el mismo que en los dos espacios anteriores hasta llegar a la ecuación (5.8), donde en su lugar se usa la ecuación (5.9):  $\hat{d}_k = 10^{\frac{A_k - RSSI_k}{10\hat{\eta}_k}}$ . La asignación de un valor al parámetro  $\eta_k$  se hace aleatoriamente:  $\hat{\eta}_k = v.a.uniforme en el intervalo [2, 4]$ .

Esto es así porque, para un espacio con obstáculos cuya altura no se conoce a priori, no sabemos verdaderamente si estos obstáculos afectarán o no a nuestra señal. En definitiva, según la altura que tengan los obstáculos, así será el valor que toma  $\eta_k$ . Debido a que esta altura no se conoce (porque pueden ser obstáculos móviles, personas, etc.), se necesita hacer una estimación de  $\eta_k$ .

Las circunferencias de color rojo representan todas las posibles posiciones del nodo solitario vistas desde cada ancla.

Como bien se puede observar en el zoom de la *Ilustración 34* (esquina inferior izquierda), todas las circunferencias no cortan en un único punto (existe error, ya que estamos en espacio con ruido y obstáculos). La posición real del nodo solitario queda en medio de la malla que forman los diversos cortes entre circunferencias.

Los resultados de RMSE que se obtienen son los siguientes:

5.2.1.3.1. TDM



Ilustración 35. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 36. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.

5.2.1.3.2. WTM



Ilustración 37. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 38. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.

5.2.1.3.3. WAM



Ilustración 39. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 40. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.

Y, por último, se vuelve a hacer una comparativa del RMSE para los tres métodos sobre la misma figura:



Ilustración 41. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 42. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.

## 5.2.1.4 Espacio con ruido y muros

Se ha impuesto que existe o no (aleatorio) un muro grueso entre cada ancla y el nodo solitario. Ídem para un muro fino. Al suponer dos dimensiones, no hay suelos/techos que obstaculicen la señal.

La metodología sigue los mismos pasos que 5.2.1.1. y 5.2.1.2., usando la fórmula (5.7):

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k} \log_{10}(d) + v_{ki}) - Att_{muros/suelo}$$

Haciendo uso de la función predefinida en *Matlab* "*awgn*(*señal*, *snr*)" para sumar el ruido, donde el valor de SNR es igual a 10 dB. Y aplicando (4.17) con los valores de atenuación proporcionados en el subapartado 4.3.3.2:

- Muros finos: 3.4 dB
- Muros gruesos: 6.9 dB
- Techos/suelos: 18.3 dB

El escenario para este espacio es el siguiente:



Ilustración 43. Escenario general en condiciones de Espacio interior con muros y suelos.

Cada circunferencia de color rojo hace alusión a las posibles posiciones en las que puede estar el nodo solitario para un ancla en cuestión. La intersección de todas las circunferencias del escenario (recordemos, una por cada ancla) no es un punto, sino una región de incertidumbre donde se sospecha que está el nodo solitario, ya que nos encontramos ante un escenario con ruido y muros.

En el zoom de la parte inferior izquierda de la *Ilustración 43*, se puede apreciar dicha región. Y casualmente, la ubicación real del nodo solitario coincide con el punto de corte de dos circunferencias, lo cual indica que las dos anclas a las que pertenecen sendas circunferencias tienen una buena estimación de la posición del nodo solitario.

Los resultados de RMSE que se obtienen son los siguientes:

5.2.1.4.1. TDM



Ilustración 44. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 45. RMSE para TDM con 8 anclas en función del número de muestras.

5.2.1.4.2. WTM



Ilustración 46. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 47. RMSE para WTM con 8 anclas en función del número de muestras.

5.2.1.4.3. WAM



Ilustración 48. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 49. RMSE para WAM con 8 anclas en función del número de muestras.

Finalmente, se comparan los tres métodos entre sí mediante el RMSE:



Ilustración 50. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de anclas.



Ilustración 51. Comparativa del RMSE entre métodos con 8 anclas en función del número de muestras.

Como último paso, una vez analizados los tres métodos de localización sobre cada uno de los posibles escenarios en los que una red se puede encontrar, se propone estudiar el comportamiento del RMSE para un método concreto (TDM, por ejemplo) variando el escenario y, el número de anclas y número de muestras tomadas de señal RSSI, respectivamente.


Ilustración 52. Análisis del RMSE para los 4 escenarios con 500 muestras respecto del número de anclas.



Ilustración 53. Análisis del RMSE para los 4 escenarios con 8 anclas respecto del número de muestras.

#### 5.2.2 Nodo solitario móvil

Pasamos a estudiar la situación de "Nodo solitario móvil". A partir de ahora, los parámetros siguientes toman los valores que se muestran a continuación:

- Número de muestras de señal tomadas por cada ancla, M = 500.
- Número de anclas totales en el escenario, numAnclas = 8.
- . Número de posiciones que ocupa el nodo solitario a lo largo de un determinado recorrido discreto, T=9.

Las distintas posiciones que ocupa el nodo solitario a lo largo de su trayectoria son:

- 1. (xReal, yReal) = (1 m, 9.5 m)
- 2. (xReal, yReal) = (3 m, 9 m)
- 3. (xReal, yReal) = (5.5 m, 8 m)
- 4. (xReal, yReal) = (7.5 m, 7 m)
- 5. (xReal, yReal) = (9 m, 5 m)
- 6. (xReal, yReal) = (7.5 m, 3 m)
- 7. (xReal, yReal) = (5.5 m, 2 m)
- 8. (xReal, yReal) = (3 m, 1 m)
- 9. (xReal, yReal) = (1 m, 0.5 m)

A diferencia del apartado 5.2.1, en éste vamos a recrear únicamente un escenario lo más cercano posible a la realidad, en el cual existirá ruido, obstáculos y paredes. Por lo tanto, la ecuación para obtener el nivel de RSSI en este escenario es:

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k}' \log_{10}(d_{k}) + v_{ki}) - Att_{muros/suelo}$$
(5.15)

Con  $\eta'_k = [2, 4]$ , representando el efecto conjunto de  $L_{bf} + J(v)$ . Como veíamos en la ecuación (4.16):

- $\eta'_{k}=4$ , si J(v) > 0•  $\eta'_{k}=2$ , si J(v) = 0

Y Att.muros/suelo expresado en dB, con los valores de atenuación proporcionados en el subapartado 4.3.3.2.

Para los obstáculos, se ha impuesto que existe uno entre cada ancla y el nodo solitario, con una altura aleatoria entre 0 y 2 metros, y situado en un punto aleatorio de la línea que une el ancla en cuestión y el nodo solitario. En cuanto a la altura de los obstáculos, se supone que todos los nodos de la red están sobre el mismo plano de referencia de altura 0 metros, por tanto es indiferente decir que las alturas de los obstáculos son absolutas o relativas al plano de referencia.

Para las paredes o muros, se han generado muros gruesos y finos al azar entre cada ancla y el nodo solitario.

Al suponer dos dimensiones, el número de suelos/techos que obstaculizarían la señal es 0.



Ilustración 54. Esbozo de un posible formato de edificio donde ubicar la WSN.

La trayectoria real que sigue el nodo solitario es la siguiente (cuadrados azules):



Ilustración 55. Trayectoria real del nodo solitario.

Retomando el mecanismo seguido en el apartado 5.2.1 para estimar la posición del nodo desconocido  $(\hat{x}, \hat{y})$ , ahora dicho mecanismo se ejecuta en bucle para cada una de las posiciones que forman la trayectoria discreta del nodo solitario móvil. El resultado es una ristra de posiciones estimadas (trayectoria discreta estimada).

Para la representación de las gráficas (*Ilustración 56*, *Ilustración 57* e *Ilustración 58*), se parte de un escenario inicial en el que sólo figuran los nodos anclas, y posteriormente se superpone en el mismo las sucesivas posiciones que se estima va tomando el nodo solitario.

La estimación de la trayectoria del nodo solitario es (triángulos rojos):

a. Por el método TDM



Ilustración 56. Trayectoria del nodo solitario estimada por TDM.

#### b. Por el método WTM



Ilustración 57. Trayectoria del nodo solitario estimada por WTM.

c. Por el método WAM



Ilustración 58. Trayectoria del nodo solitario estimada por WAM.

Tal y como se hizo para el nodo solitario estático en cada uno de los subapartados de 5.2.1.1, 5.2.1.2, 5.2.1.3 y 5.2.1.4, se hará a continuación para el nodo solitario móvil, pero con un escenario que incluye conjuntamente ruido, obstáculos filo de cuchillo y muros o paredes.

Se llevará a cabo la simulación incluyendo el código *Matlab* de cada uno de los escenarios aislados (subapartados 5.2.1.1, 5.2.1.2, 5.2.1.3 y 5.2.1.4) del nodo solitario estático en un mismo bucle que recorre las T posiciones que ocupa el nodo solitario móvil en su recorrido. Logrando así un escenario que contempla todo tipo de pérdidas, y en el que el nodo solitario recorre una trayectoria.

Estudiaremos sólo la variación del número de anclas, dejando fijo por tanto el número de muestras de señal RSSI tomadas (M = 500).

Los resultados de RMSE que se obtienen se muestran a continuación:

a. TDM



Ilustración 59. RMSE para TDM con 500 muestras en función del número de anclas.

b. WTM



Ilustración 60. RMSE para WTM con 500 muestras en función del número de anclas.

c. WAM



Ilustración 61. RMSE para WAM con 500 muestras en función del número de anclas.

A final, se comparan los tres métodos entre sí superponiendo las tres gráficas anteriores:



Ilustración 62. Comparativa del RMSE entre métodos con 500 muestras en función del número de anclas.

En la *Ilustración 62* se aprecian unos valores de RMSE considerablemente grandes. El menor valor de error se da para el método WTM con 500 muestras y 8 anclas, y es de 2 metros.

La situación de "nodo solitario móvil" concluye con una comprobación, que consiste en comparar los niveles de señal RSSI recibidos en el nodo solitario desde las distintas anclas con la gráfica de la *Ilustración 13*, en la que se mostraba la curva teórica.

Necesitamos fijar la posición del nodo solitario móvil para atender a los niveles de señal recibidos en dicha posición. Se fija en (xReal, yReal) = (3, 9).

En primer lugar, puede verse en la *Ilustración 63* cómo los niveles de RSSI medidos en la posición (3, 9) no coinciden exactamente con la curva teórica definida por  $RSSI(dBm) = A(dBm) - 10\eta \log_{10}(d) + v$  (ecuación 5.1).

Esto se debe a que en nuestro algoritmo de Matlab el valor del exponente de pérdidas  $\eta$  se obtiene aleatoriamente, como bien se comentó en el subapartado 5.2.1.3.

Si comparamos (5.15) con (5.9), se observa que para llevar a cabo una simulación lo más real posible, no podemos despejar  $d_k$  sin más, sino que hemos de hacer una estimación,  $\hat{d}_k$ . Y como ya se vio en la subsección 5.1 parte 3, en su fórmula no aparece el término del ruido (el receptor desconoce su valor) ni el término de la atenuación por muros y paredes (el receptor no puede saber qué atenuación sufrirá la señal en su trayecto). Por ello, en la fórmula de  $\hat{d}_k$  se emplea el parámetro  $\hat{\eta}_k$ , que como bien sabemos es una estimación de  $\eta_k'$ .

En definitiva, el parámetro  $\eta$  siempre va a tener un cierto grado de error. Para tener en cuenta de una manera sencilla la presencia de este error, hemos optado por generar  $\eta$  a partir de una variable aleatoria uniforme,  $\hat{\eta}$ .

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k}' \log_{10}(d_{k}) + v_{ki}) - Att_{muros/suelo} \rightarrow \hat{d}_{k} = 10^{\frac{A_{k} - RSSI_{k}}{10\eta_{k}}}$$

El ruido del canal, al promediar 500 muestras, se hace casi imperceptible. Y la atenuación por muros y paredes, el que sea mayor o menor lo que provoca es un desplazamiento horizontal de los niveles de RSSI recibidos. De este modo, el área sombreada de color verde claro (*Ilustración 63*) responde únicamente al error de estimación del parámetro  $\eta$  (diferencia entre  $\eta' y \hat{\eta}$ ).

	Ancla 1	Ancla 2	Ancla 3	Ancla 4	Ancla 5	Ancla 6	Ancla 7	Ancla 8
Distancia Estimada (m)	11.5502	6.1247	3.8478	2.6981	8.5672	9.6940	13.7323	11.2156
<i>log</i> <sub>10</sub> (Distancia Estimada)	1.0626	0.7871	0.5852	0.4311	0.9328	0.9865	1.1377	1.0498
Nivel de RSSI recibido (dBm)	-33.5208	-27.2668	-22.6844	-19.1850	-30.5755	-31.7936	-35.2267	-33.2310



Ilustración 63. Niveles de RSSI recibidos en las respectivas anclas respecto a la distancia estimada.

Y en segundo lugar, representaremos los niveles de señal RSSI respecto a la distancia real (*Ilustración 64*). Se puede apreciar cómo los respectivos niveles recibidos de RSSI (RSSI estimado) no coinciden con la curva teórica (RSSI teórico), y ello viene justificado por el ruido y sobre todo por la atenuación de muros y paredes. Tiene sentido que aquí el efecto de los obstáculos no aparezca reflejado, pues estamos trabajando directamente con la distancia real; O lo que sería equivalente, despejando  $d_k$  de (5.15), donde no se hace estimación alguna de  $\eta'$ .

$$RSSI_{k} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (A_{k} - 10\eta_{k}' \log_{10}(d_{k}) + v_{ki}) - Att_{muros/suelo} \rightarrow d_{k} = 10^{\frac{A_{k} - RSSI_{k}}{10\eta_{k}'}} \blacksquare$$

Mediante las llaves verdes se señala la cuantía de estas pérdidas que sufre la señal (Loss).

	Ancla 1	Ancla 2	Ancla 3	Ancla 4	Ancla 5	Ancla 6	Ancla 7	Ancla 8
Distancia Real (m)	9.4868	5.0000	3.1623	2.2361	7.0711	8.0623	11.4018	9.2195
log <sub>10</sub> (Distancia Real)	0.9771	0.6990	0.5000	0.3495	0.8495	0.9065	1.0570	0.9647
Nivel de RSSI recibido (dBm)	-33.5208	-27.2668	-22.6844	-19.1850	-30.5755	-31.7936	-35.2267	-33.2310



Ilustración 64. Niveles de RSSI recibidos en las respectivas anclas respecto a la distancia real.

### 5.3 Comparación y discusión de parámetros

En primer lugar, para el escenario de **espacio libre ideal**, al encontrarse en ausencia de factores que afectan a la señal, se obtiene una estimación de la posición exacta, o lo que es lo mismo, todas las circunferencias de distancia cortan en el mismo punto, la posición del nodo solitario (*Ilustración 16*).

Recordemos los pasos del experimento. En primer lugar, se tiene un bucle que recorre los distintos escenarios según su número de anclas (Desde 3 a 8). Y dentro de este primer bucle se ejecuta un segundo bucle que recorre todas las anclas del escenario para calcular el nivel de RSSI recibido en el nodo solitario (desde esa ancla) y la distancia a esa ancla desde el nodo solitario. Luego se estima la posición del propio nodo solitario  $(\hat{x}, \hat{y})$ , y el RMSE, comparando la posición real y la posición estimada del nodo solitario con la ecuación (5.14):

$$RMSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \sqrt{(\hat{x}(t) - x(t))^2 + (\hat{y}(t) - y(t))^2}$$

Se aprecia un RMSE nulo en todas las gráficas. Este resultado era de esperar, pues se trata de un espacio libre ideal, en el que no existe ruido ni obstáculos de ningún tipo. Entonces, la señal llega desde las respectivas anclas hasta el nodo solitario en perfectas condiciones.

Pasando al segundo escenario, nos encontramos ante un **espacio sin obstáculos**, pero en el que sí existe **ruido**. Esto provoca que no se estime con rigurosa exactitud la ubicación del nodo solitario, como se puede apreciar en la *Ilustración 25*.

En este caso, con el promediado de M muestras de señal se consigue mitigar el efecto del ruido de canal, y el RMSE toma valores muy cercanos a cero.

Respecto al escenario con obstáculos, cabe destacar una imprecisión mayor de los métodos de multilateración

a la hora de estimar la ubicación del nodo solitario (*Ilustración 34*), debida a los factores presentes en este espacio: ruido de canal y obstáculos. Como se comentó en el subapartado 5.2.1.3, en nuestro experimento existirá un obstáculo de hasta 2 metros de altura entre cada nodo ancla y el nodo solitario.

Asimismo, el mayor RMSE se alcanza para el método TDM, con 3 anclas y 500 muestras, con un valor de 1.89 metros (*Ilustración 41*).

La incidencia de los obstáculos sobre la señal radica en el error de estimación del parámetro  $\eta_k'$ , es decir, en la diferencia entre  $\eta_k'$  y  $\hat{\eta}_k$  (ver ecuaciones (5.6) y (5.9)). Pues  $\eta'_k = 4$  o  $\eta'_k = 2$ , y  $\hat{\eta}_k$  se genera aleatoriamente.

En el último de los escenarios, un espacio con **muros/paredes y techos/suelos**, la inexactitud de las circunferencias de distancia es levemente mayor si cabe que para los escenarios anteriormente expuestos (*Ilustración 43*). Como se propuso en el subapartado 5.2.1.4, en nuestro experimento podrá existir o no un muro grueso entre el nodo ancla y el nodo solitario; y lo mismo para un muro fino.

También, se puede apreciar en la *Ilustración* 50 un RMSE superior que en los escenarios anteriores. Y es que, debido a la fuerte atenuación que provocan muros y suelos, la señal que llega al receptor es muy débil, complicándole a éste la estimación de su propia ubicación.

El efecto que provocan los muros y paredes en la señal transmitida desde un ancla se ve reflejado en el término " $Att_{muros/suelo}$ " de la ecuación (5.7).

Si nos paramos a analizar la evolución de las distintas curvas para cada método (*Ilustración 52*, dedicada a TDM) y escenario, y con un número de muestras fijo en M = 500, se manifiesta un descenso conforme el número de anclas aumenta. Este fenómeno justifica que, con la disposición de un mayor número de anclas en un escenario, se triangula mejor la señal.

Para los casos con obstáculos, a pesar de haber impuesto en nuestros experimentos que siempre existe un obstáculo entre cada nodo ancla y el nodo solitario, es pertinente hacer la siguiente afirmación: El que haya más nodos ancla ayuda a mitigar los errores que estos obstáculos provocan en los cálculos, ya que habrá más probabilidad de tener algún /algunos nodos ancla que vean directamente al nodo solitario.

Se puede dar que, para un escenario con un número de anclas inferior, se tenga un menor RMSE que para un escenario con un número de anclas mayor. Esto se debe a que, tener un mayor número de anclas puede llegar a empeorar la estimación de la posición  $(\hat{x}, \hat{y})$  del nodo solitario (ver tramo 3-4 anclas en la *Ilustración 39*).

Además, las gráficas de la *Ilustración 23*, *Ilustración 24*, *Ilustración 32 Ilustración 33*, *Ilustración 41*, *Ilustración 42*, *Ilustración 50 e Ilustración 51* pueden valer para cotejar el RMSE de los distintos métodos, según el número de anclas o según el número de muestras:

1. Fijando el número de muestras y variando el número de anclas

En estas gráficas (*Ilustración 23, Ilustración 32, Ilustración 41* e *Ilustración 50*) se observa que, para un número de anclas igual a 3 el método TDM obtiene RMSE mayor o igual que WTM y WAM. Además, se debe destacar que para este número de anclas, WTM y WAM alcanzan el mismo nivel de error. Era obvio llegar a este resultado, si echamos la vista atrás (apartado 3.2.2), pues para tres anclas ambos métodos son equivalentes.

Conforme el número de anclas va aumentando, se observa un leve descenso para los métodos TDM y WTM, que siguen trayectorias similares casi paralelas, siempre WTM por debajo de TDM. Esto se explica sabiendo que TDM es más robusto, en cuanto a que WTM tiene en cuenta algunas propiedades del canal, que TDM no, para el cálculo de los pesos.

WAM, por su parte, experimenta un decrecimiento abrupto a partir de un número relativamente elevado de anclas (para nuestra simulación, 5 o 6 anclas).

2. Fijando el número de anclas y variando el número de muestras

En la *Ilustración 24, Ilustración 33, Ilustración 42* e *Ilustración 51,* a pesar de que puedan aparecer algunas fluctuaciones, la curva se mantiene aproximadamente constante a partir de M = 300 y hasta M = 1000 muestras, para los tres métodos.

En cuanto a la posición relativa de cada método, para el escenario con obstáculos 'filo de cuchillo', el que resulta tener un nivel mayor de RMSE es TDM (aunque dependiendo de la simulación, puede ser superado por WTM), seguido desde muy cerca por WTM. Y por último y con valores cercanos a cero, se encuentra WAM.

Para el escenario con muros y paredes, WAM es el método que presenta mayor RMSE. Su explicación es sencilla, al tener en cuenta todas las anclas del escenario para estimar la posición del nodo solitario, mayor probabilidad existe de que haya muros y paredes entre nodo ancla y nodo solitario. Por debajo está TDM, que sólo tiene en cuenta tres anclas. Y WTM es el método que menor RMSE presenta, que sólo tiene en cuenta tres anclas, y como se acaba de mencionar unas líneas atrás, algunas propiedades del canal.

Para finalizar esta subsección, se comentarán algunos aspectos de interés que aparecen en la *Ilustración 52 y en la Ilustración 53*.

Si se fija un método cualquiera (en este caso, TDM) y el número de muestras (M = 500), y por otro lado se representa sobre el eje x el número de anclas, con valores entre 3 y 8, pueden compararse entre sí los cuatro escenarios que antes se habían estudiado por separado (*Ilustración 52*).

Como era de esperar, en orden ascendente de RMSE figuran así:

1.	Espacio libre ideal	RMSE (8 anclas): 0.00 m
2.	Espacio ruidoso	RMSE (8 anclas): 0.05 m
3.	Obstáculos filo de cuchillo	RMSE (8 anclas): 1.95 m
4.	Muros y suelos	RMSE (8 anclas): 3.05 m

Pasando a la *Ilustración 53*, se fija ahora un método (de nuevo, TDM) y el número de anclas igual a 8, y por otro lado se plasma sobre el eje x la variación del número de muestras por ancla, desde M = 20 hasta M = 1000.

Esta gráfica, como se puede observar, es de valores discretos. Es decir, no se ha hecho el experimento para M = 20, M = 21, ..., M = 500, M = 501, ..., M = 999, M = 1000; sino para valores discretos de M: [20 50 100 200 300 500 1000]. Puede intuirse que el tiempo de simulación para valores continuos de M, se alargaría enormemente, por ello se ha decidido hacerlo de esta manera.

Si se presta atención a la trayectoria de cada curva, para valores pequeños de M se detecta una leve fluctuación, pero a partir de M = 200 muestras la curva se mantiene prácticamente constante. Lo cual indica que, con un valor de M = 200 muestras es suficiente para obtener una buena estimación de la distancia que separa cada ancla del nodo solitario. Los valores de RMSE que se reflejan a continuación, obviamente coinciden con los anteriores:

2.	Espacio ruidoso	RMSE (300-1000 muestras): 0.05 m
3.	Obstáculos filo de cuchillo	RMSE (300-1000 muestras): 1.95 m
4.	Muros y suelos	RMSE (300-1000 muestras): 3.05 m

### 5.4 Conclusión

Se puede concluir esta sección, en vista de los resultados, proponiendo como mejor método a WAM, si nuestra red cuenta con un número suficiente de nodos anclas instalados. Pero si en cambio, nuestra red es pequeña, WTM da buenos resultados y necesitará menos potencia computacional. Por último, si nos encontramos ante un escenario muy simple, con una red poco exigente y se tiene un recurso económico limitado, se puede hacer uso de TDM, que aportará resultados similares a WTM, con una mayor robustez.

## **6 C**ONCLUSIONES

**D**ara finalizar este trabajo, concierne subrayar algunas ideas sobre la radiolocalización por potencia de señal en WSN.

El punto débil de la radiolocalización radica en la estimación de la distancia, más concretamente en la señal RSSI que llega al receptor. Una posible mejora podría ser utilizar otros modelos de canal, con parámetros dinámicos que se adaptasen a las situaciones del entorno en tiempo real.

A pesar de las limitaciones que se han comentado sobre RSSI, tras las simulaciones se puede afirmar que actualmente tampoco aporta unos resultados demasiado desacertados. Por tanto, si además tenemos en cuenta el bajo coste y la sencilla implementación de esta técnica, no es de extrañar que su uso en este tipo de redes vaya a más.

Finalmente, atendiendo a las presentes y futuras investigaciones en el desarrollo y mejora de RSSI, se puede intuir que se logrará una mayor precisión en la medida de distancias.

# REFERENCIAS

- [1] Diccionario de la Real Academia Española
- [2] Jinze Du. "Indoor localization techniques for wireless sensor networks". Electronics. Universite de Nantes, 2018. English. <tel-01709236>
- [3] <u>ITU-R, P.525-2</u>
- [4] <u>ITU-R, P.526-11</u>
- [5] US Modelos de propagación en interiores
- [6] MATLAB Documentación
- [7] Jungang Zheng, Yue Liu, Xufeng Fan and Feng Li. "The Study of RSSI in Wireless Sensor Networks". Atlantis-Press, 2016.
- [8] Daboín Angela, Verde Gustavo. "Medición de RSSI, LQI y pruebas de cobertura para diferentes escenarios de propagación en una red inalámbrica de sensores".
- [9] Karel Heurtefeux, Fabrice Valois. "Is RSSI a good choice for localization in Wireless Sensor Network?"
- [10] José Carlos Reyes Guerrero. US Localización en interiores.
- [11] David C Jenn. "Transmission equation for multiple cooperative transmitters and collective beamforming", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 7, pp. 606–608, 2008.
- [12] Juan M. Torres, Ángel Pinto-Mangones, Mario R. Macea A., Nelson A. Pérez-García y Leidy Marian Rujano. Modelo para la estimación de las pérdidas de propagación en redes WLAN operando en 2,4 ghz y 5,8 ghz, para ambientes interiores de edificios comerciales. Scielo, 2016.
- [13] Marco teórico 13. Universidad Técnica Federico Santa María.