

# Trabajo Fin de Grado

## Ingeniería de Organización Industrial

Modelado y resolución de un problema de gestión de inventarios de productos perecederos en salud.

Autor: María Romera Soto

Tutor: Pedro Luis González Rodríguez

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Grado  
Ingeniería de Organización Industrial

# **Modelado y resolución de un problema de gestión de inventarios de productos perecederos en salud**

Autor:

María Romera Soto

Tutor:

Pedro Luis González Rodríguez

Catedrático de Universidad

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas I

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Trabajo Fin de Grado: Modelado y resolución de un problema de gestión de inventarios de productos perecederos en salud

Autor: María Romera Soto

Tutor: Pedro Luis González

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal



*A mi abuelo, que siempre quiso que fuese ingeniera, y no le ha dado tiempo a verme terminar.*





# Agradecimientos

---

Quería agradecer a mi familia y a mis amigas por haberme soportado durante toda la carrera. Mis cambios de humor y mi estrés en exámenes. Gracias por haber estado ahí durante todos estos años, finalmente ha merecido la pena.

También quería agradecer a mi tutor, por la propuesta elegida y haberme acompañado por este camino.

Y finalmente a todos mis compañeros que he ido teniendo a lo largo de la carrera, juntos lo hemos conseguido.

María Romera Soto

Sevilla, 2020



## Resumen

---

Hemos observado que, en la industria de la sanitaria, existen ciertos problemas a la hora de organizar los pedidos y el inventario, debido a la caducidad de los productos, a las compras centralizadas de algunas organizaciones en vez de disponer de varios proveedores, del impacto económico que se genera.... En este proyecto, nos hemos centrado en resolver un problema concreto en el ámbito de la salud. Hemos realizado un modelado matemático de programación lineal entera y resuelto mediante el solver de código abierto GLPK, permitiendo obtener de la forma más económica posible la cantidad de producto necesaria para cada hospital, en qué periodo y el proveedor a quién deberíamos comprársela, así como cuántos productos deberíamos almacenar. Tendremos dos tipos de proveedores, habitual y externo, vamos a planear todo el proceso en el horizonte temporal de un año. El objetivo principal a resolver será este, encontrar la forma más económica para poder solucionar el problema, desperdiciando la menor cantidad de producto posible.



## Abstract

---

We have noticed that in the health industry there are certain problems in organising orders and inventory, due to product shelf life, centralised purchasing by some organisations instead of having several suppliers, the economic impact that is generated... In this project, we have focused on solving a specific problem in the field of health. We have carried out a mathematical model of entire linear programming and solved it by means of the GLPK open source solver, allowing us to obtain in the most economic way possible the amount of product needed for each hospital, in what period and from whom we should buy it, as well as how many products we should store. We will have two types of suppliers, regular and external, we will plan the whole process in the time horizon of one year. The main objective to be solved will be this, to find the most economical way to solve the problem, wasting the least amount of product possible.



# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>10</b>
<b>Resumen</b>	<b>12</b>
<b>Abstract</b>	<b>14</b>
<b>Índice</b>	<b>16</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>19</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>21</b>
<b>1 Justificación y objetivos</b>	<b>23</b>
1.1 <i>Objetivos específicos</i>	24
1.1.1 Documentación	24
1.1.2 Descripción del problema y modelarlo matemáticamente	24
1.1.3 Implementación	24
1.1.4 Resolución y análisis de los resultados	24
1.2 <i>Producto perecedero</i>	25
1.3 <i>Estructura del documento</i>	25
<b>2 Documentación</b>	<b>11</b>
<b>3 Descripción del problema y modelado matemático</b>	<b>13</b>
3.1 <i>Relación con el ensayo inicial</i>	13
3.2 <i>Grafo genérico</i>	15
3.3 <i>Modelado</i>	17
3.3.1 Subíndices y variables	17
3.3.2 Restricciones	18



3.3.3	Función Objetivo	22
<b>4</b>	<b>Implementación</b>	<b>25</b>
4.1.1	Subíndices y variables	25
4.1.2	Restricciones	29
4.1.3	Función Objetivo	32
<b>5</b>	<b>Resolución y análisis de los resultados</b>	<b>37</b>
5.1	<i>Modelo 1. Instancia básica de prueba</i>	38
5.1.1	Descripción Modelo 1	38
5.1.2	Resultados Modelo 1	39
5.2	<i>Modelo 2. Cambio de la capacidad de los proveedores y del precio de los distintos productos</i>	42
5.2.1	Descripción Modelo 2	42
5.2.2	Resultados Modelo 2	43
5.3	<i>Modelo 3. Cambio de la demanda de los hospitales</i>	45
5.3.1	Descripción Modelo 3	45
5.3.2	Resultados Modelo 3	47
5.4	<i>Modelo 4. Cambio del coste de mantenimiento y del porcentaje de la merma</i>	52
5.4.1	Descripción Modelo 4	52
5.4.2	Resultados Modelo 4	53
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>56</b>
	<b>Referencias</b>	<b>58</b>
	<b>Glosario</b>	<b>60</b>
	<b>Anexo A</b>	<b>61</b>
	<b>Anexo B</b>	<b>68</b>
	<b>Anexo C</b>	<b>72</b>
	<b>Anexo D</b>	<b>76</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-1. Grafo genérico.	32
Figura 4-1. Descripción subíndices.	42
Figura 4-2. Parámetros modelo I.	43
Figura 4-3. Parámetros modelo II.	44
Figura 4-4. Variables modelo.	45
Figura 4-5. Restricción de limitación de capacidad.	45
Figura 4-6. Restricción de distribución a hospitales.	46
Figura 4-7. Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando $t=1$ .	46
Figura 4-8. Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando $1 < t < d$ .	46
Figura 4-9. Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando $t=d$ .	47
Figura 4-10. Restricción del balance de flujo del proveedor $j$ cuando $t=1$ y $k=1$ .	47
Figura 4-11. Restricción del balance de flujo del proveedor $j$ cuando $t=1$ y $k>1$ .	47
Figura 4-12. Restricción del balance de flujo del proveedor $j$ cuando $t=2\dots d-1$ y $k=1$ .	48
Figura 4-13. Restricción del balance de flujo del proveedor $j$ cuando $t=2\dots d-1$ y $k>1$ .	48
Figura 4-14. Restricción del balance de flujo del proveedor $j$ cuando $t=d$ .	48
Figura 4-15. Restricción del coste variable del outsourcing para la FO.	49
Figura 4-16. Definición de la variable del coste variable del outsourcing.	49
Figura 4-17. Restricción del coste variable del proveedor $j$ para la FO.	49
Figura 4-18. Definición de la variable del coste variable del proveedor $j$ .	49
Figura 4-19. Restricción del coste fijo del outsourcing para la FO.	49
Figura 4-20. Definición de la variable del coste fijo del outsourcing.	50
Figura 4-21. Restricciones de las cotas superior e inferior para el proveedor externo.	50
Figura 4-22. Definición del parámetro $BIG$ y la variable $go$ .	50
Figura 4-23. Restricción del coste fijo del proveedor habitual para la FO.	50

Figura 4-24. Definición de la variable del coste fijo del proveedor habitual.	51
Figura 4-25. Restricciones de las cotas superior e inferior para el proveedor habitual.	51
Figura 4-26. Definición de la variable $g$ .	51
Figura 4-27. Restricción del coste de mantenimiento para la FO.	51
Figura 4-28. Definición de la variable de mantenimiento.	51
Figura 4-29. Restricción del coste de distribución para la FO.	52
Figura 4-30. Definición de la variable de distribución.	52
Figura 4-31. Función Objetivo.	52
Figura 5-1. Grafo modelo 1.	54
Figura 5-2. Grafo modelo 2.	58
Figura 5-3. Grafo 1 modelo 3.	61
Figura 5-4. Grafo 2 modelo 3.	62
Figura 5-5. Grafo modelo 4.	68

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 5-1. Descripción modelos. 53



# 1 JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

---

Este proyecto se ha realizado debido a la falta de conocimiento que hay sobre los productos perecederos y no perecederos en la sanidad. La mayoría piensa que, por ejemplo, abastecerse de manera centralizada, a base de un solo proveedor, es más económico, pero no tiene por qué.

Las actividades de compra de grandes compañías públicas o privadas con diferentes centros se pueden realizar de manera centralizada o descentralizada. Las ventajas de las compras descentralizadas son el mayor conocimiento de los proveedores locales, tener una relación directa con los proveedores generando así intercambios de información, agilidad en las compras y posibilidad de realizar compras urgentes, entre otras. Mientras que las centralizadas son una disminución de los precios de adquisición de los productos y servicios y de los costes de procesos, reducción de las inversiones de capital y una ampliación del número de proveedores potenciales. [1]

Hay infinitas posibilidades, dependiendo de muchos factores, como el coste fijo de compra a un proveedor, el coste variable de cada producto, teniendo en cuenta que este precio también puede variar dependiendo de la caducidad de un mismo producto, el coste de distribución, el coste de almacenar los productos, y muchos más factores que afectan a la gestión del inventario.

En este proyecto nos centramos en las compras centralizadas y, de manera especial, en un contexto de productos de tipo especial, como son los medicamentos perecederos. Este tipo de decisiones centralizadas las encontramos, por ejemplo, en el SAS, por lo que se justifica la utilidad del estudio realizado.

Por lo tanto, el objetivo principal de este proyecto es el estudio de la compra y distribución de productos perecederos en salud, y así conseguir gestionar el inventario, comprando a los proveedores habituales o subcontratados y poder satisfacer la demanda requerida al coste mínimo.

Esta es la importancia real del proyecto, y conseguir que se pueda implantar tanto en hospitales, como en cualquier otra industria (farmacias, supermercados...) para maximizar sus beneficios.

Para ello, nos vamos a basar en el modelado matemático del problema, lo que es habitual en problemas estáticos de inventario. Este modelado es de gran complejidad debido a la cantidad de

variables (la caducidad, los distintos proveedores...) pero, una vez está modelado, es de gran utilidad y fácilmente modificable para distintos casos. Este objetivo principal se puede dividir en varios objetivos específicos:

## **1.1 Objetivos específicos**

### **1.1.1 Documentación**

Necesitamos recopilar toda la información necesaria sobre el porqué del uso de los productos perecederos, cuáles son los beneficios, etc. y así llegar a entender la importancia de este proyecto.

### **1.1.2 Descripción del problema y modelarlo matemáticamente**

En este capítulo nos centraremos en la descripción del problema en sí, el cual consiste en contar de que trata, explicándolo a través del grafo genérico. Pero también cómo lo hemos modelado, en el horizonte temporal de un año.

### **1.1.3 Implementación**

En este capítulo, describiremos cómo hemos modelado el problema lineal en un solver eficiente (gurobi, GLPK) partiendo del modelo matemático descrito anteriormente.

### **1.1.4 Resolución y análisis de los resultados**

Para finalizar, haremos diferentes escenarios en los que implementar el modelo, cambiando diferentes datos para que salgan distintos resultados y así poder estudiar cuál sería la opción más eficiente del modelo implementado.

Para realizar este estudio, nos hemos basado en un ensayo sobre la gestión de los inventarios de productos perecederos en la atención de la salud. El ensayo utilizado ha sido [2], el cual “aborda un problema que se plantea en una cadena de suministro de servicios de salud a gran escala en todo el país que comprende varios cientos de organizaciones médicas (hospitales, clínicas, farmacias, etc.) y proporciona atención médica muy avanzada a varios millones de personas. Los productos médicos del sistema son perecederos, lo que significa que se vuelven inutilizables después de una determinada fecha de caducidad.” Trata de un problema en el que se plantea una cadena de suministro de servicios de salud a gran escala, comprende varias organizaciones médicas, pero los productos médicos son perecederos, se vuelven inutilizables después de una fecha de caducidad.



A lo largo de todo el proyecto, iremos asociándolo con este ensayo, especificando las diferencias, indicando los fallos del mismo e incluyendo las posibles mejoras.

## 1.2 Producto perecedero

Deberíamos comenzar con la definición de producto perecedero: **Perecedero es un adjetivo que señala aquello poco durable y que, por lo tanto, ha de perecer.** [3]

**Perecer: Acabar, fenecer o dejar de ser.** [4]

Trabajar con productos perecederos es muy complicado de gestionar, sobre todo en el sector de la salud, ya que son muy sensibles a las condiciones de almacenamiento y a la calidad del servicio. A parte, suponen un gasto económico, a simple vista, mayor, por esta razón es tan importante hacer un buen modelado. El problema, finalmente, consiste en determinar, para cada periodo, la cantidad de artículos que se han de adquirir de cada proveedor de manera que se satisfaga toda la demanda y se reduzca al mínimo el coste total de la compra, el envío y el mantenimiento de dichas existencias.

## 1.3 Estructura del documento

Este Trabajo Fin de Grado consta de seis capítulos principales.

Comenzaremos con el capítulo dos, la explicación del objetivo principal y una justificación de porqué hemos escogido este proyecto, cómo nos hemos documentado sobre el tema tratado y la importancia de utilizar productos perecederos o no. Asimismo, describiremos los objetivos específicos, detallándolos en mayor profundidad en el resto de capítulos.

En el siguiente capítulo, hablaremos de la documentación que hemos necesitado para entender la diferencia entre comprar productos perecederos o que se mantengan en el tiempo.

El capítulo cuatro trata sobre la descripción completa del problema, y cómo lo hemos modelado matemáticamente. Veremos el modelo completo, sin resolver, y el grafo genérico con los datos iniciales para comprender el problema.

A continuación, vamos a describir cómo hemos modelado el problema lineal en un solver eficiente (gusek). El significado de cada restricción, definiendo cada variable, partiendo del modelo matemático del capítulo anterior.

En el capítulo seis terminaremos con la resolución y análisis de los resultados, trabajando con diferentes escenarios, analizando la solución de cada uno de ellos y comparándolas.

Para finalizar, revisaremos que el modelo es correcto y elegiremos la opción más rentable.

El objetivo principal de este proyecto es el estudio de la compra y distribución de productos perecederos en salud y así conseguir gestionar el inventario en distintos hospitales de la manera más económica posible.

## 2 DOCUMENTACIÓN

---

**B**uscar toda la información necesaria (documentos, el ensayo que utilizamos para realizar el proyecto, información sobre productos perecederos, etc) y exponerla en este apartado para que se entienda el por qué hacemos este proyecto y en qué nos hemos basado para realizarlo.

Como podemos ver en el ensayo: “Los problemas de la subcontratación son complejos y tienen repercusiones considerables en las estrategias de las empresas fueron las primeras en considerar las compensaciones asociadas a las decisiones de subcontratación, producción e inventario.” [2]. Este es uno de los dos problemas que nos encontramos sobre este modelo. El primero es la subcontratación, ¿debemos subcontratar algunos productos? ¿O, por el contrario, comprarlos al proveedor habitual?

Es un gran caso de estudio ya que depende de muchos factores como el coste, la rapidez de la distribución, la caducidad de los productos, la capacidad máxima de productos que pueden aprovisionar...

Lo primero es saber saber qué es la subcontratación.

**Subcontratación: es el proceso empresarial mediante el cual una sociedad transfiere la responsabilidad de sus tareas a otra firma especializada en esa actividad. [5]**

La idea de recurrir a un tercero es una difícil decisión ya que hay tanto ventajas como desventajas, por lo que hay que estudiar cada situación. Lo que hemos podido observar es que, al contratar, estás convirtiendo a una persona en parte de tu equipo; pero, en cambio, debes subcontratar cuando necesitas hacer algo que no sea recurrente, ya que te ahorra tiempo, pero debes hacer un desembolso económico extra. [6]

Lo más importante es que tus clientes no pueden verse afectados por alguna subcontratación que realices o no. Debes de poder satisfacer toda la demanda, y si no eres capaz, subcontratar, no puedes admitir retrasos. [6]

Lo único que no debes subcontratar nunca es el “core” de tu empresa, debes saber manejarlo a la perfección, ya que, si no, fracasarás en tu negocio. [7]

**Core business: Es la razón de ser de la compañía, aquello por lo cual se crea y en lo que se va a generar el máximo valor añadido. [8]**

Si finalmente, elegimos subcontratar, primero debemos hacer un estudio sobre lo que queremos obtener; ya que, si vamos a subcontratar, debemos obtener una ventaja competitiva o evitar una pérdida si no subcontratamos. [7]

El segundo problema es la caducidad de los productos. Tanto la producción, distribución y venta son operaciones difíciles para las empresas que participan en una cadena de suministro de productos frescos, ya que suelen sufrir grandes pérdidas, debido a que los artículos perecederos, una vez que se deterioran, no pueden venderse ni devolverse. Estos artículos no tienen valor monetario y por lo tanto podrían reducir significativamente la rentabilidad de la cadena de suministro.[9] Por esta razón, es tan importante realizar bien el modelo, para que no haya pérdidas de productos debido a que pase su fecha de caducidad.

Lo que más se valora es que el producto sea fresco, ya que se asocia con calidad, y esta a su vez con seguridad. [10] En nuestro caso lo importante es que el producto esté dentro de la fecha en la que pueda ser consumido.

Durante los últimos años, ha habido bastantes cambios en la legislación de los productos sanitarios. Esto se debe a que es la primera vez que se regulan (en el ámbito de la Unión Europea). Es un proceso complicado, debido a que hay mucha diversidad de productos, y a cada uno le corresponde una legislación diferente. [11]

## 3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y MODELADO

### MATEMÁTICO

**E**n este capítulo, nos vamos a centrar en la explicación del problema, cómo lo hemos modelado matemáticamente; todo esto, explicado a través de un grafo genérico.

El problema, como hemos mencionado anteriormente, trata de modelar la compra y distribución de productos perecederos en salud aprovisionando a cada hospital con la demanda establecida y comprando a cada proveedor habitual o proveedor externo teniendo en cuenta la capacidad máxima; todo esto, de la forma más económica posible en el horizonte temporal de un año.

Para empezar, vamos a relacionar nuestro problema con el ensayo que hemos tomado como base para realizar el modelo, paso a paso e indicando todas las diferencias.

En segundo lugar, realizaremos el grafo genérico. Aquí podremos ver con facilidad cómo se distribuye la función, dependiendo del periodo en el que nos encontremos.

Y, por último, podremos modelar el problema a través del grafo genérico, iremos ecuación a ecuación explicando la función de cada una.

#### 3.1 Relación con el ensayo inicial

Como ya hemos mencionado anteriormente, “El presente estudio aborda un problema que se plantea en una cadena de suministro de servicios de salud a gran escala en todo el país, que comprende varios cientos de organizaciones médicas (hospitales, clínicas, farmacias, etc.) y que proporciona atención médica muy avanzada a varios millones de personas. Los productos médicos del sistema son perecederos, lo que significa que se vuelven inutilizables después de una determinada fecha de caducidad. Es necesario hacer un seguimiento de las edades de las unidades en existencia y planificar y controlar el inventario en consecuencia.”[2] Nuestro problema está modelado para distribuir a hospitales, y los proveedores pueden ser habituales o externos.

La diferencia (en este problema) entre proveedores habituales o externos es que el proveedor habitual tiene productos perecederos; en cambio, los productos del proveedor externo no caducan en nuestro horizonte temporal. Otra de las diferencias es que, teóricamente, el proveedor habitual es al que pedimos asiduamente y el proveedor externo al que pedimos si no hemos podido satisfacer la demanda únicamente con el proveedor habitual. En nuestro modelado esto no tiene por qué ocurrir,

ya que utilizaremos la forma más económica y que más nos convenga, aunque esta sea abastecernos a base del proveedor externo en vez de con el habitual.

Nuestro objetivo es, al igual que en el ensayo, “determinar el número óptimo de productos que se han de adquirir a los proveedores habituales y a los proveedores externos a fin de cumplir el requisito de la demanda con el mínimo costo de funcionamiento” [2]. Por esta razón, es tan importante realizar un buen modelado: para obtener la solución óptima y ver de forma clara todos los resultados del problema.

Lo que hemos tenido en cuenta, al igual que en el ensayo, es que, además de tener una fecha de caducidad determinada, los productos también se deterioran y van perdiendo calidad a lo largo de los periodos antes de volverse inutilizables por completo. A esto lo hemos denominado merma.

**Merma: Hacer que algo disminuya o quitar a alguien parte de cierta cantidad que le corresponde [12].**

Otro de los problemas es el coste de mantenimiento, por lo que debemos tener en cuenta si sale más económico pedir los productos para el mismo periodo y no almacenar, o pedir en un solo periodo para el resto e ir almacenándolos (teniendo en cuenta el coste adicional y la merma). También debemos tener en cuenta que, dependiendo de la fecha de caducidad con la que compremos el producto, su precio variará.

Consideramos que una cadena de suministro consta de los siguientes componentes: [2]

- Varios hospitales con diferentes gastos de envío.
- Un centro de distribución (DC) con una instalación en la que almacenamos los productos para los siguientes periodos.
- Como mínimo un proveedor habitual y un proveedor externo.

Los supuestos del problema son: [2]

1. Los productos son perecederos y se están deteriorando.
2. Las demandas en los hospitales son determinantes, pero varían en el tiempo sobre un horizonte finito.

3. La demanda insatisfecha no puede ser retrasada, por lo que se satisfecería a través de la subcontratación.
4. El costo de la compra de productos a cualquier proveedor consiste en un costo fijo y un costo unitario.
5. El proveedor externo cobra un precio más alto por unidad que el proveedor habitual.
6. Los productos del proveedor externo tienen una fecha de caducidad suficientemente larga, es decir, no caducarán durante el horizonte de planificación.
7. Los productos del proveedor habitual pueden tener una fecha de caducidad larga o corta, y su costo unitario depende de la fecha de caducidad del producto.
8. Los gastos de envío desde el DC a los hospitales varían dependiendo del hospital, y son proporcionales al número de productos entregados.

Todo lo mencionado son las bases para poder modelar las restricciones y la función objetivo del problema.

Los índices y las restricciones del problema los hemos cambiado prácticamente por completo, ya que solo tenían un proveedor habitual y uno externo, y no necesitan un índice para diferenciarlos. Otra causa es debido a la caducidad, nosotros hemos utilizado un nuevo índice, en cambio ellos utilizaban otra variable en una restricción distinta.

### **3.2 Grafo genérico**

Para empezar a modelar, tuvimos que realizar un grafo genérico para poder visualizar cómo se distribuirían los productos perecederos a los hospitales en cada periodo. Hemos indicado de color rosa al proveedor habitual y de color amarillo al outsourcing.

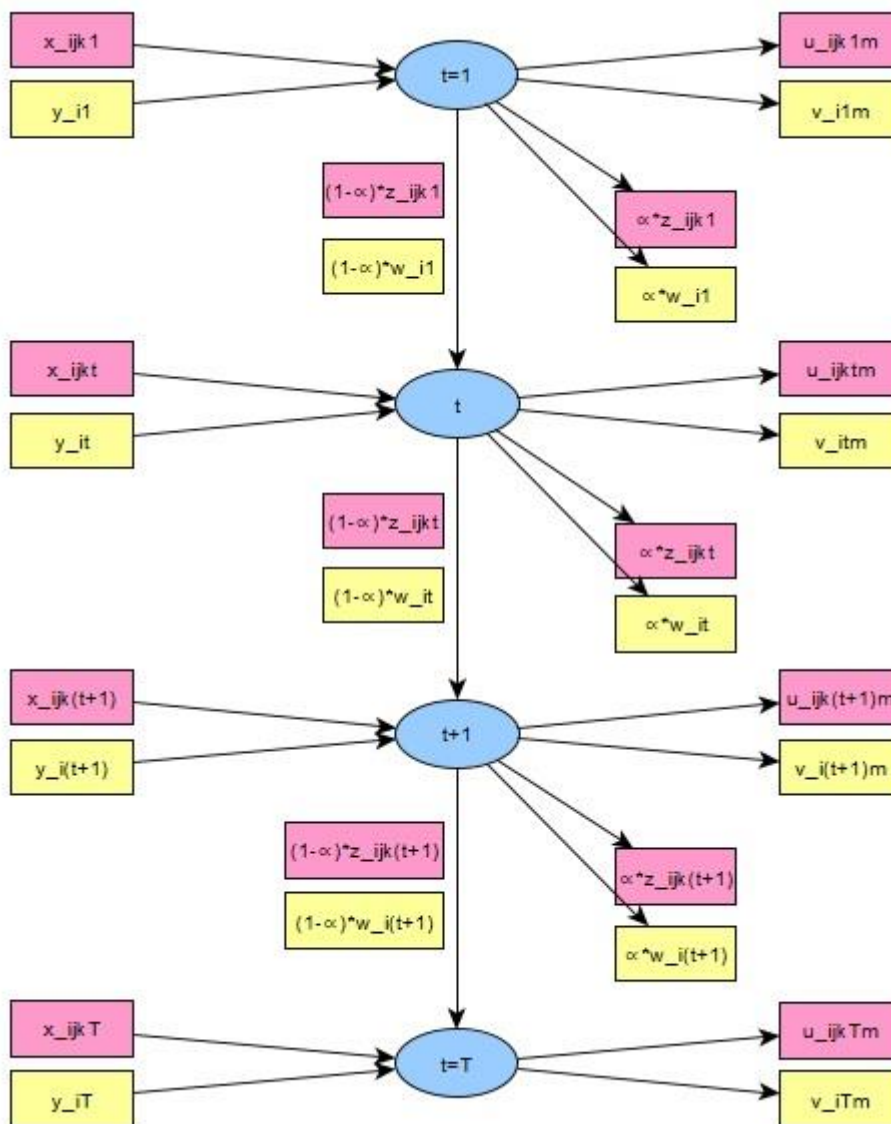


Figura 3-1. Grafo genérico.

En el grafo podemos visualizar los distintos periodos y las entradas y salidas de cada uno de ellos.

Como podemos observar hay tres periodos distintos. Tenemos el primero, cuando  $t$  es igual a uno; el último, cuando  $t$  es igual a  $T$ ; y, por último, el resto de los periodos.

En el primer periodo vemos que la única entrada es lo que aprovisionan los proveedores en este periodo, ya que aun no disponemos de productos almacenados. Las salidas en este periodo son los productos que enviamos a cada hospital, los productos que almacenamos para los periodos posteriores y la merma correspondiente.



En el último periodo es diferente. Las entradas serían los que pedimos en este periodo, pero también lo que hemos ido almacenando en los periodos anteriores. Las salidas serían únicamente lo que vayamos a distribuir a los hospitales en este periodo, ya que, al ser el último periodo, no debemos almacenar ningún producto.

Para el resto de los periodos, las entradas son lo que pedimos en este periodo y lo que tenemos almacenado en el DC del resto de periodos. Las salidas serían lo que enviamos a los hospitales en dicho periodo, lo que almacenamos para los siguientes periodos y la merma de ese periodo.

### 3.3 Modelado

#### 3.3.1 Subíndices y variables

Para comenzar, hemos definido los subíndices y variables del problema:

En todo el modelo utilizaremos cinco subíndices, los iremos utilizando, dependiendo de la variable. El primero es el subíndice  $i$ , el cual implica el producto que estamos comprando, distribuyendo o almacenando. El segundo subíndice indica el proveedor al que le hemos comprado el producto, lo indicamos como  $j$ . En nuestro caso, solo tendremos diferenciación de proveedor con este subíndice para los productos de un proveedor habitual, ya que solo disponemos de un proveedor externo. Para indicar el tiempo del que disponemos de este producto lo indicaremos con el subíndice  $k$ , el cual indica los periodos que podemos utilizar el producto antes de que caduque. El siguiente es el subíndice  $t$ , el cual indica el periodo de planificación en el que nos encontramos, o del que proviene nuestro producto. Por último, tenemos el subíndice  $m$ , el cual indica el hospital al que estamos distribuyendo dichos productos.

Lo siguiente que debemos tener en cuenta es el coste de mantenimiento, al que hemos denominado  $h$ . Éste lo utilizaremos en el caso de que compremos al proveedor más cantidad de la necesaria para abastecer un periodo y debamos almacenarlo para el siguiente. Partiendo del mantenimiento, no debemos olvidar la merma,  $\alpha$ , debemos recordar que este porcentaje es lo que desechamos del producto que vayamos a almacenar para el siguiente periodo.

Por otro lado, vamos a definir los costes fijos. El primero, es el coste fijo del outsourcing,  $ft^0$ , y el segundo el coste fijo del proveedor habitual,  $ft_j$ . Estos se activarán en cada periodo cuando hagamos un pedido a dicho proveedor.

Los costes unitarios son el precio por producto  $i$  del proveedor  $j$  según la caducidad  $k$ ,  $p_{ijk}$ , el precio por producto  $i$  del outsourcing,  $p_i^0$ , y el coste de distribución al hospital  $m$ ,  $cd_m$ .

Otros datos que no debemos olvidar son la capacidad máxima,  $X_{ij}$ , el número máximo de unidades de producto que podemos pedir a un proveedor de un producto en cada periodo. Esta variable solo corresponde a los productos hechos al proveedor habitual, ya que de los productos comprados al outsourcing no tenemos limitación. Y, por último, la demanda del hospital  $m$  del producto  $i$  en el periodo  $t$ ,  $d_{imt}$ , la cantidad de unidades de cada producto que necesita cada hospital dependiendo del periodo en el que se encuentre.

Tenemos seis variables distintas en este problema. Las tres primeras variables son las del proveedor habitual. La primera es  $x_{ijkt}$ , la cual representa el número de unidades de producto  $i$  compradas al proveedor  $j$  con caducidad  $k$  en el periodo  $t$ . La siguiente variable representa el número de unidades de producto  $i$  compradas al proveedor  $j$  que se distribuyen desde el DC con caducidad  $k$  en el periodo  $t$  y que se almacenan para el siguiente periodo,  $z_{ijkt}$ . Y, por último, tenemos  $u_{ijktm}$ , la cual representa el número de unidades de producto  $i$  compradas al proveedor  $j$  con caducidad  $k$  distribuidas en el periodo  $t$  desde el DC a un hospital  $m$ .

Las siguientes tres variables pertenecen al proveedor externo. La primera representa el número de unidades de producto  $i$  compradas al outsourcing en el periodo  $t$ ,  $y_{it}$ . Seguimos con  $w_{it}$ , representa el número de unidades de producto  $i$  compradas al outsourcing que se distribuyen desde el DC en el periodo  $t$  y que se almacenan para el siguiente periodo. La última variable es  $v_{itm}$ , consta del número de unidades de producto  $i$  compradas al outsourcing distribuidas en el periodo  $t$  desde el DC hasta un hospital  $m$ .

### 3.3.2 Restricciones

Para el modelado de las restricciones hemos tenido en cuenta todos los supuestos del problema mencionados anteriormente. Con todo esto, hemos descrito cuatro restricciones.

La primera restricción es la de limitación de capacidad. Con esta restricción, conseguimos limitar la capacidad de los productos pedidos al proveedor habitual, creando así una norma para no excedernos nunca en la cantidad de unidades de producto que pedimos. Consta del sumatorio de todas las unidades de un mismo producto pedidas a un mismo proveedor en un mismo periodo, y dicha suma debe ser menor o igual que la capacidad asignada para dicho producto pedido a un mismo proveedor.

$$\sum_{k=1}^K x_{ijkt} \leq X_{ij} \quad (1)$$

La siguiente restricción es la distribución a hospitales. Esta restricción consta del sumatorio de todas las unidades almacenadas en el DC compradas en dicho periodo o periodos anteriores al proveedor habitual o al outsourcing, debe ser igual a la demanda en dicho periodo de cada hospital y para cada producto.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{ijktm} + v_{itm} = d_{itm} \quad (2)$$

La restricción número tres es el balance de flujo del outsourcing. Esta restricción, a diferencia de las anteriores, cambia dependiendo del periodo, las restricciones diferentes son la primera y la última. Estas restricciones son más fáciles de entender mirando el grafo, la restricción consta de, en el lado izquierdo, incluir todo lo que entra en el nodo temporal del periodo en el que nos encontremos; y, en el lado derecho, incluir todo lo que sale de dicho nodo temporal.

- La restricción para  $t = 1$ , lo único que entra en el DC es lo que pedimos en este periodo, ya que no hay nada almacenado. Y lo que sale es lo que enviamos a ambos hospitales y lo que almacenamos para el siguiente periodo,  $(1-\alpha) \times w_{it}$ , pero también debemos incluir lo que perdemos debido a la merma,  $\alpha \times w_{it}$ , por eso directamente incluimos  $w_{it}$ .

$$y_{it} = \sum_{m=1}^M v_{itm} + w_{it} \quad \text{si } t = 1 \quad (3)$$

- Para la restricción  $t = 2 \dots T - 1$ , solo debemos cambiar lo que entra en el DC, ya que no solo es lo que pedimos en este periodo, sino lo almacenado en el anterior.

$$y_{it} + (1-\alpha) \times w_{i(t-1)} = \sum_{m=1}^M v_{itm} + w_{it} \quad \text{si } t = 2 \dots T - 1 \quad (4)$$

- En la última restricción en cambio, para  $t = T$ , solo cambia, respecto a la restricción anterior, es lo que sale del DC. En esta restricción no se almacena nada para el siguiente periodo, porque ya ha finalizado el modelado del problema.

$$y_{it} + (1-\alpha) \times w_{i(t-1)} = \sum_{m=1}^M v_{itm} \quad \text{si } t = T \quad (5)$$

Por último, tenemos la restricción del balance de flujo del proveedor habitual. Esta restricción también cambia según el periodo. Sin embargo, esta restricción tiene una particularidad más, y es que dependiendo de la caducidad la restricción también varía. Al igual que la restricción de balance de flujo del outsourcing, debemos incluir en un lado de la ecuación lo que entra en el nodo temporal y en el lado contrario lo que sale de este.

- La primera restricción es cuando tenemos  $t = 1$  y  $k = 1$ . Lo que entra solo es lo que hayamos pedido en este periodo y lo que sale lo que enviamos a los hospitales. No llega nada de lo almacenado anteriormente porque es el primer periodo y no tenemos nada almacenado, pero tampoco podemos almacenar nada para el siguiente periodo ya que solo tiene caducidad para un periodo, el cual es en el que estamos actualmente

$$x_{ijkt} = \sum_{m=1}^M u_{ijktm} \quad \text{si } t = 1 \text{ y } k = 1 \quad (6)$$

- La siguiente restricción es igual que la anterior, la única diferencia es que al ser  $k$  mayor que uno, también sale todo lo que se almacena para el siguiente periodo y la merma correspondiente.

$$x_{ijkt} = \sum_{m=1}^M u_{ijktm} + z_{ij(k-1)t} \quad \text{si } t = 1 \text{ y } k = 2 \dots K \quad (7)$$

- Esta restricción es igual que la primera que hemos visto, ya que la caducidad es igual a uno, pero como  $t$  cambia, también entra lo almacenado en los periodos anteriores, sin olvidar que no entra todo, debemos desprestigiar la merma que hemos perdido al almacenar productos perecederos, ya que se deterioran conforme van pasando los periodos.

$$x_{ijkt} + (1-\alpha) \times z_{ijk(t-1)} = \sum_{m=1}^M u_{ijktm} \quad \text{si } t = 2 \dots T - 1 \text{ y } k = 1 \quad (8)$$

- Pasamos a la restricción más genérica. Esta ecuación es para cuando  $t$  es mayor que uno, pero menor que  $T$ , y cuando  $k$  es mayor que uno. En un lado de la ecuación, tenemos lo que pedimos en este periodo al proveedor habitual y lo que hemos almacenado en periodos anteriores, y en el otro lado de la ecuación tenemos lo que enviamos a los hospitales, lo que almacenamos para el siguiente periodo y la merma que se desecha.

$$x_{ijkt} + (1-\alpha) \times z_{ijk(t-1)} = \sum_{m=1}^M u_{ijktm} + z_{ij(k-1)t} \quad \text{si } t = 2 \dots T - 1 \text{ y} \quad (9)$$

$$k = 2 \dots K$$

- Por último, tenemos la restricción para cuando  $t$  es igual a  $T$ . En esta ecuación no hay distinción para la caducidad, ya que no se almacena nada porque estamos en el último periodo.

$$x_{ijkt} + (1-\alpha) \times z_{ijk(t-1)} = \sum_{m=1}^M u_{ijktm} \quad \text{si } t = T \quad (10)$$

### 3.3.3 Función Objetivo

En la función objetivo vamos a minimizar el coste total de todo el proceso. La podemos dividir en seis partes:

Vamos a comenzar con los costes variables. El primero es el coste variable del outsourcing, en el que tenemos un sumatorio de productos y temporal en el que multiplicamos el precio por producto  $i$  del outsourcing por el número de unidades de producto  $i$  compradas al outsourcing en el periodo  $t$ .

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (p_i^0 \times y_{it}) \quad (11)$$

El siguiente coste variable es el de compra al proveedor  $j$ . Consta del sumatorio en  $i$ ,  $j$ ,  $k$  y  $t$  del precio por producto  $i$  del proveedor  $j$  según la caducidad  $k$  por el número de unidades de producto  $i$  compradas al proveedor  $j$  con caducidad  $k$  en el periodo  $t$ .

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (p_{ijk} \times x_{ijkt}) \quad (12)$$

Comenzamos con los costes fijos. En este caso el coste fijo del proveedor externo. Para esta ecuación debemos definir una nueva variable binaria, cuya función será activarse si compramos al outsourcing en el periodo  $t$ . El coste es el sumario en  $t$  de la binaria del outsourcing en  $t$  por el coste fijo del outsourcing.

$$\delta_t^0 = 1 \text{ si } y_{it} > 0 \quad (13)$$

$$\delta_t^0 = 0 \text{ si } y_{it} = 0 \quad (14)$$

$$\sum_{t=1}^T (\delta_t^0 \times ft^0) \quad (15)$$

El coste fijo del proveedor habitual se realiza de la misma forma, debemos definir una variable binaria y su función será activarse si compramos al proveedor  $j$  en el periodo  $t$ . Este coste fijo es igual al sumatorio en  $j$  y  $t$  de la binaria del proveedor habitual en  $j$  y  $t$  por el coste fijo del proveedor  $j$ .

$$\delta_{jt} = 1 \text{ si } x_{ijkt} > 0 \quad (16)$$

$$\delta_{jt} = 0 \text{ si } x_{ijkt} = 0 \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (\delta_{jt} \times ft_j) \quad (18)$$

No debemos olvidar el coste de mantenimiento. Este coste solo contará si almacenamos algún producto en el DC. Se calcula con el coste de mantenimiento multiplicando a un sumatorio en  $i, j, k$  y  $t$  de uno menos la merma por la suma del número de unidades de producto  $i$  compradas al proveedor  $j$  que se distribuyen desde el DC con caducidad  $k$  en el periodo  $t$  y que se almacenan para el siguiente periodo, más el número de unidades de producto  $i$  compradas al outsourcing que se distribuyen desde el DC en el periodo  $t$  que se almacenan para el siguiente periodo.

$$h \times \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T [(1-\alpha) \times (z_{ijkt} + w_{it})] \quad (19)$$

Y, por último, el coste de distribución. Este coste se calcula con el sumatorio en  $m$  del coste de distribución al hospital  $m$  por el sumatorio en  $i, j, k$  y  $t$  del número de unidades de producto  $i$  compradas al proveedor  $j$  con caducidad  $k$  distribuidas en el periodo  $t$  desde el DC a un hospital  $m$  más el número de unidades de producto  $i$  compradas al outsourcing distribuidas en el periodo  $t$  desde el DC a un hospital  $m$ .

$$\sum_{m=1}^M [cd_m \times \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (u_{ijklm} + v_{itm})] \quad (20)$$

Finalmente, la función objetivo quedaría así:

$$\min CV_{outsourcing} + CV_{provj} + CF_{outsourcing} + CF_{provj} + \text{mantenimiento} + \text{distribución} \quad (21)$$



## 4 IMPLEMENTACIÓN

En el capítulo anterior, explicamos el modelado matemático completo del problema. En este capítulo, vamos a describir como hemos modelado este problema lineal, pero en un solver eficiente (gusek, GLPK).

### 4.1.1 Subíndices y variables

Vamos a comenzar con los parámetros y variables del problema y cómo están definidos.

**“Parámetro: Variable que, en una familia de elementos, sirve para identificar cada uno de ellos mediante su valor numérico.” [13]**

En el solver, debemos definir un parámetro para indicar el número de productos, proveedores, etc. que tenemos en total en cada variable y un “set” para recoger todos los datos, los números desde el uno hasta el parámetro que hayamos definido.

Como indicamos anteriormente, el subíndice  $i$  define el producto. En el solver lo indicamos con el parámetro  $a$  igual a dos, porque hemos considerado únicamente dos productos. El set  $I$  es igual a todos los números entre uno y  $a$ .

Para indicar el número de proveedores habituales, definidos por el subíndice  $j$  en el modelo matemático, hemos definido el parámetro  $b$ , igualado a dos, igual que el número de productos. Hemos modelado el set  $J$  igual a todos los números comprendidos entre uno y  $b$ .

Los periodos de caducidad, los cuales los indicábamos con el subíndice  $k$ , los hemos modelado con el parámetro  $c$  igualado a cuatro y el set  $K$  comprende a todos los números entre uno y  $c$ .

Los periodos de planificación, subíndice  $t$  en el modelo matemático, hemos decidido que consten de doce meses, para trabajar en el horizonte temporal de un año. Hemos utilizado el parámetro  $d$  igualado a doce, para simular el año completo, y el set  $T$  igual a todos los números entre uno y  $d$ .

El último subíndice del modelo matemático es  $m$ , el cual indica el número de hospitales a los cuales se distribuyen los productos. En el solver lo hemos definido con el parámetro  $n$  igualado a dos, ya que tendremos dos hospitales, y el set  $M$  igual a los números comprendidos entre uno y  $n$ .

```
param a := 2;  
/* Número de productos */  
  
set I := 1..a;  
  
param b := 2;  
/* Número de proveedores */  
  
set J := 1..b;  
  
param c := 4;  
/* Periodos de caducidad */  
  
set K := 1..c;  
  
param d := 4;  
/* Periodos de planificación */  
  
set T := 1..d;  
  
param n := 2;  
/* Número de hospitales */  
  
set M := 1..n;
```

Figura 4-1. Descripción subíndices.

Vamos a definir un nuevo parámetro para modelar la merma al que llamaremos *alpha*. Los parámetros podemos definirlos de dos formas: como hicimos anteriormente igualándolos a un valor o como hemos hecho ahora sin indicar el valor numérico. Si decidimos no indicar el valor numérico, debemos incluirlo posteriormente en una sección a la que denominaremos data.

La razón por la que lo hemos hecho de diferente forma es debido a que los parámetros anteriores son nuestros subíndices, y los vamos a necesitar para las variables que vayamos a necesitar, y es preferible tenerlos en primer plano para modificarlos cuando sea necesario.

Para el coste de mantenimiento, hemos definido el parámetro *h*, que también indicaremos su valor numérico a posteriori.

Disponemos de dos costes fijos. El primero, es el coste fijo del outsourcing, y hemos definido el parámetro *fto* para indicarlo. Para el coste fijo del proveedor *j* hemos modelado el parámetro *ft*. Este último es diferente, ya que necesita de un subíndice para diferenciar a los proveedores debido a que disponemos de más de uno. El subíndice se indica entre llaves, y debemos incluir la letra

correspondiente, que en nuestro caso es  $j$ , e indicar que está dentro de su set, como podemos comprobar en la imagen.

Para el coste de distribución al hospital  $m$  hemos definido el parámetro  $cd$ , que también tiene un subíndice. En este caso es el subíndice  $m$ , comprendido en el set  $M$ , el cual indica el número total de hospitales.

```
param alpha;
/* Merma */

param h;
/* Coste de mantenimiento */

param fto;
/* Coste fijo outsourcing */

param ft{j in J};
/* Coste fijo proveedor j */

param cd{m in M};
/* Coste de distribución al hospital m */
```

Figura 4-2. Parámetros modelo I.

El siguiente parámetro es el limitador de capacidad,  $Q$ . Este parámetro depende únicamente del producto y del proveedor, y solo afecta a la variable  $x[i, j, k, t]$ , debido a que los productos comprados al outsourcing tienen capacidad ilimitada.

También hemos necesitado definir la demanda de cada hospital. La hemos definido como parámetro  $R$ , el cual es mayor que cero. La demanda de cada hospital depende de los subíndices  $i$ ,  $t$  y  $m$ , debido a que varía según el producto, el periodo y el hospital al que se distribuya.

Para los precios por producto hemos definido dos parámetros los cuales también son mayores que cero. El primero es  $po$ , el cual indica el precio por producto cuando lo provee el proveedor externo. Este parámetro tan solo depende del producto, porque solo disponemos de un proveedor externo. El siguiente es el parámetro  $p$ , define el precio por producto del proveedor habitual según la caducidad. Este parámetro en cambio depende del producto que se vaya a suministrar, del proveedor que nos venda el producto y de la perecibilidad con la que compres dicho producto.

```

param Q{i in I, j in J}, integer, >0;
/* Capacidad máxima */

param R{i in I, t in T, m in M}, integer, >0;
/* Demanda hospital */

param po{i in I}, integer, >0;
/* Precio por producto i del outsourcing */

param p{i in I, j in J, k in K}, integer, >0;
/* Precio por producto i del proveedor j según la caducidad k */

```

Figura 4-3. Parámetros modelo II.

Por último, debemos definir las variables de nuestro problema. Todas son mayores o iguales a cero. La primera es  $x$ , como indicamos en el capítulo anterior, representa el número de unidades de producto compradas a un proveedor habitual con una caducidad y en un periodo concreto.

La siguiente variable es  $y$ , que como podemos observar, tan solo depende de los subíndices  $i$  y  $t$ . Esta variable representa la cantidad de producto que compramos al outsourcing en un periodo.

Las variables  $z$  y  $w$  indican el número de productos que se almacenan en el DC para el siguiente periodo, contando con el porcentaje de producto que se desecha. La variable  $z$  representa el número de unidades de producto según el proveedor habitual con una caducidad y en un periodo concreto que se almacenan. Y la variable  $w$  representa la cantidad de producto en un periodo concreto que se almacena para los siguientes periodos.

Para finalizar, debemos definir las variables  $u$  y  $v$ , las cuales indican los productos que se distribuyen desde el DC hasta cada hospital. La variable  $u$ , indica la cantidad de producto provisionada por un proveedor habitual con una caducidad en un periodo concreto a uno de los hospitales. En cambio, la variable  $v$  representa el número de unidades de producto del proveedor externo en un periodo concreto distribuidas a un hospital.

```

var x{i in I, j in J, k in K, t in T}, >=0;

var y{i in I, t in T}, >=0;

var z{i in I, j in J, k in K, t in T}, >=0;

var w{i in I, t in T}, >=0;

var u{i in I, j in J, k in K, t in T, m in M}, >=0;

var v{i in I, t in T, m in M}, >=0;

```

Figura 4-4. Variables del modelo.

#### 4.1.2 Restricciones

Como vimos en el modelo matemático, tenemos cuatro restricciones en nuestro problema debido a los supuestos del problema.

La primera restricción es la restricción de capacidad. Esta restricción solo incumbe a la variable  $x$ , ya que el proveedor externo puede aprovisionar inventario de forma ilimitada. Las restricciones en el solver que estamos utilizando siempre se escriben de la misma manera: `s.t.nombre_restricción`. Justo después de indicar que estamos definiendo una restricción e indicar cuál es, debemos incluir, entre paréntesis, en qué rango se moverá dicha restricción, es decir, según qué parámetros la restricción debe cambiar. En el caso que estamos estudiando, la restricción de capacidad variará según el producto que vayamos a comprarle al proveedor, según al proveedor que nos vaya a vender los productos y dependiendo del periodo de planificación en el que nos encontremos. La restricción, finalmente, sería el sumatorio en  $k$  de  $x[i, j, k, t]$  y esto debe ser menor o igual que la capacidad máxima para este producto y este proveedor,  $Q[i, j]$ .

```

s.t.capacity {i in I, j in J, t in T}: sum{k in K} x[i, j, k, t] <= Q[i, j];
/* Restricción de limitación de capacidad para x*/

```

Figura 4-5. Restricción de limitación de capacidad.

La siguiente restricción es la de distribución. Esta restricción se compone del sumatorio en  $j$  y en  $k$  de las unidades de producto enviadas al hospital, aprovisionadas tanto por el proveedor habitual

como por el externo,  $u[i, j, k, t, m]$  y  $v[i, t, m]$ . Este sumatorio debe ser igual a la demanda de ese producto de cada hospital en dicho periodo,  $R[i, t, m]$ .

```
s.t.distribution {i in I, t in T, m in M}: sum{j in J, k in K}u[i, j, k, t, m] + v[i, t, m]
    [i, t, m] = R[i, t, m];
/* Restricción de distribución a hospitales */
```

Figura 4-6. Restricción de distribución a hospitales.

Tenemos ahora las restricciones de balance de flujo, vamos a comenzar con el balance del proveedor externo. Esta restricción debemos analizarla en tres partes, ya que varía según el periodo en el que nos encontremos.

- La primera opción ocurre cuando  $t = 1$ . Como explicamos con anterioridad en el modelo matemático, en la parte izquierda de la restricción hemos definido los inputs, y en la derecha, los outputs. En este caso, los inputs solo son formados por lo que pedimos al proveedor en este periodo,  $y[i, t]$ . Los outputs se componen del sumatorio en  $m$  de lo que enviamos a los hospitales,  $v[i, t, m]$ , más  $w[i, t]$ , lo que almacenamos para periodos posteriores y la merma que despreciamos.

```
s.t.balance_outsourcing_1 {i in I, t in T: t==1}: y[i, t] = sum{m in M}v[i, t, m] + w[i, t];
/* Restricción del balance de flujo de outsourcing cuando t=1 */
```

Figura 4-7. Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando  $t=1$ .

- El siguiente caso, ocurre cuando  $t$  es mayor que uno, pero menor que  $d$ , número máximo de periodos. En este caso, las entradas constan de lo que aprovisionamos al outsourcing en el periodo actual más lo que se almacenó en periodos anteriores,  $(1 - \alpha) \times w[i, t - 1]$ . Las salidas de esta restricción se corresponden con el sumatorio en  $m$  de  $v[i, t, m]$  más  $w[i, t]$ , idéntica a la restricción anterior.

```
s.t.balance_outsourcing_2 {i in I, t in T: t>1 and t<d}: y[i, t] + (1-alpha)*w[i, t-1] = sum{m in M}v[i, t, m] + w[i, t];
/* Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando 1<t<d */
```

Figura 4-8. Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando  $1 < t < d$ .

- En el último caso, cuando  $t$  es igual a  $d$ , las entradas no variarían respecto al caso anterior, se compone de la suma de los productos comprados al proveedor externo en dicho periodo más lo almacenado en periodos anteriores en el DC del proveedor externo. Las salidas, en cambio, varían. Las salidas únicamente serían el sumatorio en  $m$  de  $v[i, t, m]$ .

```
s.t.balance_outsourcing_3{i in I, t in T: t==d}: y[i, t] + (1-alpha)*w[i, t-1] = z
↳ sum{m in M}v[i, t, m];
/* Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando t=d */
```

Figura 4-9. Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando  $t=d$ .

En la última restricción, definimos el balance de flujo del proveedor habitual. Esta restricción es un poco más compleja que la anterior, debido a que ya no solo varía según el periodo en el que nos encontremos, sino también según la caducidad del producto.

- En el primer caso, tenemos la restricción para cuando  $t$  y  $k$  son iguales a uno. La entrada sería únicamente lo que nos aprovisiona el proveedor habitual en este periodo,  $x[i, j, k, t]$ . La salida sería igual al sumatorio en  $m$  de lo que enviamos a los hospitales en este periodo,  $u[i, j, k, t, m]$ , sin posibilidad de almacenar nada.

```
s.t.balance_proveedor_j_1{i in I, j in J, k in K, t in T: t==1 and k==1}: x[i, j, k,
↳ t] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m];
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando t=1 y k=1 */
```

Figura 4-10. Restricción del balance de flujo del proveedor  $j$  cuando  $t=1$  y  $k=1$ .

- El segundo caso, ocurre cuando  $k$  es mayor de uno, pero  $t$  igual a uno. La diferencia con la restricción anterior es que en la salida se suma lo almacenable para periodos posteriores, gracias al aumento de la fecha de caducidad, ya que permite no tener que consumir los productos en el mismo periodo en el que se aprovisionan.

```
s.t.balance_proveedor_j_2{i in I, j in J, k in K, t in T: k>1 and t==1}: x[i, j, k,
↳ t] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m] + z[i, j, k-1, t];
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k>1 y t=1 */
```

Figura 4-11. Restricción del balance de flujo del proveedor  $j$  cuando  $k>1$  y  $t=1$ .

- En el caso en el cual  $k$  vuelve a ser igual a uno y  $t$  es mayor que uno, pero menor que  $d$  (valor máximo de  $t$ ), la entrada se correspondería con la suma de los productos que

compramos en este periodo al proveedor habitual más lo que se almaceno de los periodos anteriores. La salida sería simplemente el sumatorio en  $m$  de los productos quedistribuímos a los hospitales en el mismo periodo.

```
s.t.balance_proveedor_j_3{i in I, j in J, k in K, t in T: k==1 and t>1 and t<d}: x[
⊞ [i, j, k, t] + (1-alpha)*z[i, j, k, t-1] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m];
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k=1 y t=2...d-1 */
```

Figura 4-12. Restricción del balance de flujo del proveedor  $j$  cuando  $k=1$  y  $t=2\dots d-1$ .

- El cuarto caso de esta restricción se compone de los productos que nos aprovisiona el proveedor habitual,  $x[i, j, k, t]$ , más los productos almacenados en el DC. Todo esto debe ser igual al sumatorio en  $m$  de los productos que enviaremos a los hospitales más los productos que se almacenarán para el siguiente periodo y la merma que se desperdiciará. Este caso ocurre cuando  $k$  es mayor que uno y  $t$  es mayor que uno, pero menor que  $d$ .

```
s.t.balance_proveedor_j_4{i in I, j in J, k in K, t in T: k>1 and t>1 and t<d}: x[
⊞ i, j, k, t] + (1-alpha)*z[i, j, k, t-1] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m] + z[i, j
⊞ , k-1, t];
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k>1 y t=2...d-1 */
```

Figura 4-13. Restricción del balance de flujo del proveedor  $j$  cuando  $k>1$  y  $t=2\dots d-1$ .

- Por último, tenemos el caso cuando  $t$  es igual a  $d$ . En este último caso las entradas son  $x[i, j, k, t]$ , los productos que compramos al proveedor habitual, más el porcentaje de producto que hemos almacenado en el DC. La salida se corresponde con el sumatorio en  $m$  de  $u[i, j, k, t, m]$ , los productos que enviamos a cada hospitañ.

```
s.t.balance_proveedor_j_5{i in I, j in J, k in K, t in T: t==d}: x[i, j, k, t] + (
⊞ 1-alpha)*z[i, j, k, t-1] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m];
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando t=d */
```

Figura 4-14. Restricción del balance de flujo del proveedor  $j$  cuando  $t=d$ .

### 4.1.3 Función Objetivo

La función objetivo la explicaremos, como indicamos anteriormente, dividida en seis partes.



Lo primero que vamos a mencionar son los costes variables, los costes que cambian según el periodo, la cantidad de producto y qué producto compras, y quién te lo provee. Hay dos tipos de costes variables, según si pides al proveedor habitual o al externo. Comenzaremos con el proveedor externo.

El coste variable del outsourcing se compone de un sumatorio en  $i$  y en  $t$ , en el cual se multiplica el precio según el producto del outsourcing ( $po$ ) y el número de productos que pedimos al outsourcing en cada periodo. Necesitamos definir una nueva variable que no habíamos definido anteriormente. Sería  $CV\_outsourcing$ , la cual necesitamos para poder calcular la función objetivo de manera independiente, para, finalmente, unirlo todo y así obtener la función objetivo final.

```
s.t.CV_outsourcing_REST: CV_outsourcing = sum{i in I, t in T}(po[i]*y[i, t]);
```

Figura 4-15. Restricción del coste variable del outsourcing para la FO.

```
var CV_outsourcing, >=0;
/* Coste variable compra outsourcing total para la función objetivo */
```

Figura 4-16. Definición de la variable del coste variable del outsourcing.

El siguiente coste variable es el del proveedor habitual. Esta restricción es similar a la anterior, consta de un sumatorio en  $i$ ,  $j$ ,  $k$  y  $t$  del precio por producto  $i$  del proveedor  $j$  según su perecibilidad ( $p$ ), multiplicado por el número de productos que pedimos al proveedor habitual en cada periodo. Como en el coste variable del outsourcing, necesitamos de una variable para calcular la función objetivo, la cual hemos definido como  $CV\_proveedor\_j$ .

```
s.t.CV_proveedor_j_REST: CV_proveedor_j = sum{i in I, j in J, k in K, t in T}(p[i, j, k]*x[i, j, k, t]);
```

Figura 4-17. Restricción del coste variable del proveedor  $j$  para la FO.

```
var CV_proveedor_j, >=0;
/* Coste variable compra proveedor j total para la función objetivo */
```

Figura 4-18. Definición de la variable del coste variable del proveedor  $j$ .

Disponemos también de dos tipos de costes fijos: los del proveedor externo y habitual. Volvemos a comenzar por el proveedor externo.

El coste fijo del proveedor externo se compone de un sumatorio en  $t$  en el cual se multiplican  $go$  y  $fto$ , el coste fijo para el outsourcing.

```
s.t.CF_outsourcing_REST: CF_outsourcing = sum{t in T}(go[t]*fto);
```

Figura 4-19. Restricción del coste fijo del outsourcing para la FO.

```
var CF_outsourcing, >=0;
/* Coste fijo compra outsourcing total para la función objetivo */
```

Figura 4-20. Definición de la variable del coste fijo del outsourcing.

Para la definición de los costes fijos, necesitamos de la variable binaria  $go$ , la cual, si es igual a uno, significa que en dicho periodo pedimos al outsourcing, si en cambio es igual a cero, significa que en este periodo no pedimos al proveedor habitual. Para poder modelar esto, hemos definido las siguientes restricciones, con una cota superior y una inferior. La cota superior se define para todo  $t$ , y lo que indicamos es que  $go$  debe ser menor o igual al sumatorio en  $i$  del número de productos comprados al proveedor externo en dicho periodo. Con lo cual, si no hemos comprado ningún producto,  $go$  obligatoriamente debe ser cero. Para la cota inferior, indicamos que el sumatorio en  $i$  de  $y[i, t]$  debe ser menor o igual que  $BIG$  por  $go$ ; lo que significa que, si pedimos un solo producto,  $go$  debe ser uno para que se cumpla la restricción.

```
s.t.cota_superior_go{t in T}: go[t] <= sum{i in I}y[i, t];
s.t.cota_inferior_go{t in T}: sum{i in I}y[i, t] <= BIG*go[t];
```

Figura 4-21. Restricciones de las cotas superior e inferior para el proveedor externo.

```
param BIG;
var go{t in T}, binary;
/* Si go=0 es porque no pedimos al outsourcing */
```

Figura 4-22. Definición del parámetro  $BIG$  y la variable  $go$ .

La restricción del coste fijo del proveedor habitual se define de la misma forma que la del proveedor externo, un sumatorio en  $j$  y en  $t$  que se compone de la multiplicación de  $g[j, t]$  por  $ft[j]$ .

```
s.t.CF_proveedor_j_REST: CF_proveedor_j = sum{j in J, t in T}(g[j, t]*ft[j]);
```

Figura 4-23. Restricción del coste fijo del proveedor habitual para la FO.

```
var CF_proveedor_j, >=0;
/* Coste fijo compra proveedor j total para la función objetivo */
```

Figura 4-24. Definición de la variable del coste fijo del proveedor habitual.

Para poder definir estos costes fijos necesitamos de una variable binaria a la que hemos denominado  $g[j, t]$ , la cual funciona de la misma manera que la variable  $go$  definida anteriormente. Cuando nuestra variable binaria sea igual a uno, significará que en dicho periodo tenemos productos suministrados por el proveedor habitual. En cambio, si la variable binaria es igual a cero, significará que en dicho periodo no nos suministra el proveedor habitual.

Todo esto lo modelaremos con dos nuevas restricciones. En la cota superior, se define que  $g[j, t]$  debe ser menor o igual que el sumatorio en  $i$  y en  $k$  de todos los productos que nos suministra el proveedor habitual. En la cota inferior, tenemos que el sumatorio en  $j$  y en  $t$  de  $x[i, j, k, t]$  debe ser menor o igual que  $BIG$  por nuestra variable binaria.

```
s.t.cota_superior_g{j in J, t in T}: g[j, t] <= sum{i in I, k in K}x[i, j, k, t];
s.t.cota_inferior_g{j in J, t in T}:sum{i in I, k in K}x[i, j, k, t] <= BIG*g[j, t];
```

Figura 4-25. Restricciones de las cotas superior e inferior para el proveedor habitual.

```
var g{j in J, t in T}, binary;
/* Si g=0 es porque no pedimos al proveedor j */
```

Figura 4-26. Definición de la variable  $g$ .

Para el coste de mantenimiento, hemos definido la misma restricción que en el modelo matemático. La restricción consta del coste de mantenimiento multiplicado por un sumatorio en  $i, j, k$  y  $t$  de uno menos  $alpha$ , lo cual corresponde al porcentaje de producto que se puede almacenar, multiplicado por la suma de los productos, tanto del proveedor habitual como externo, que se almacenan para el próximo periodo.

```
s.t.mantenimiento_REST: mantenimiento = h*sum{i in I, j in J, k in K, t in T}((1-
alpha)*(z[i, j, k, t]+w[i, t]));
```

Figura 4-27. Restricción del coste de mantenimiento para la FO.

```
var mantenimiento, >=0;
/* Coste de mantenimiento total para la función objetivo */
```

Figura 4-28. Definición de la variable de mantenimiento.

Para finalizar, tenemos la función de distribución, la cual define el coste de distribución de los productos a los hospitales. Esta restricción consta de un sumatorio en  $m$  del coste de distribución por

un sumatorio en  $i, j, k$  y  $t$  de los productos tanto del proveedor habitual como del outsourcing que se envían a los hospitales.

```
s.t.distribucion_REST: distribucion = sum{m in M} (cd[m]*(sum{i in I, j in J, k in J
↳ K, t in T}(u[i, j, k, t, m] + v[i, t, m])));
```

Figura 4-29. Restricción del coste de distribución para la FO.

```
var distribucion, >=0;
/* Coste de distribución tota para la función objetivo*/
```

Figura 4-30. Definición de la variable de distribución.

Finalmente, la función objetivo quedaría así, como el sumatorio de todo lo calculado.

```
minimize FO: CV_outsourcing + CV_proveedor_j + CF_outsourcing + CF_proveedor_j +
↳ mantenimiento + distribucion;
```

Figura 4-31. Función Objetivo.

# 5 RESOLUCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

**E**n este capítulo, para finalizar, vamos a resolver el modelo en diferentes escenarios con el objeto de validar el mismo ante diferentes datos de entrada. Pero también vamos a realizar diferentes escenarios para ver distintos casos de cómo se resolvería el modelo. El modelo en sí será el mismo para todos (incluido en el anexo A), cambiaremos los datos del modelo para variar los resultados.

En todos los casos vamos a disponer de dos proveedores habituales y uno externo, dos hospitales, cuatro periodos de caducidad (para los proveedores habituales) y doce periodos en total, doce meses.

Lo que queremos es ir probando distintos datos, cambiando solo algunos en cada modelo, aleatoriamente, para ver como varía el modelo y como, con un mismo modelo, se pueden obtener infinitas soluciones según los datos que añadamos.

A continuación, vamos incluir una tabla resumen indicando que cambios hemos realizado según el modelo.

MODELO	CARACTERÍSTICAS
Modelo 1	Instancia básica de prueba.
Modelo 2	Cambio de la capacidad de los proveedores y del precio de los distintos productos (a la hora de comprarlos, pero también su precio de distribución).
Modelo 3	Cambio de la demanda de los hospitales.
Modelo 4	Cambio del coste de mantenimiento y del porcentaje de la merma.

Tabla 5-1. Descripción modelos.

## **5.1 Modelo 1. Instancia básica de prueba**

### **5.1.1 Descripción Modelo 1**

El primer modelo que vamos a analizar es el inicial, con el que hemos estado trabajando durante todo el proceso, con los datos iniciales (estos datos estarán incluidos en el anexo B). Este caso es el modelo base, los primeros datos que escogimos, con los que hemos ido trabajando durante todo el proceso de modelado.

En este primer caso, la función objetivo obtiene un valor de 14.400, vamos a descomponerla en las seis partes correspondientes. Los costes fijos y variables del proveedor externo son iguales a cero, por lo que en este modelo no es necesario pedir ningún producto al outsourcing. El coste fijo de los proveedores habituales es igual a 1.440 y el coste variable es igual a 7.920. El coste de mantenimiento es igual a cero, lo que significa que no se almacena nada en ningún periodo, se pide lo justo en cada periodo para satisfacer la demanda de los hospitales. Por último, el coste de distribución es igual a 5.040. Observando los resultados, también podemos observar como, en este caso, lo más económico es pedir todos los productos al proveedor dos.

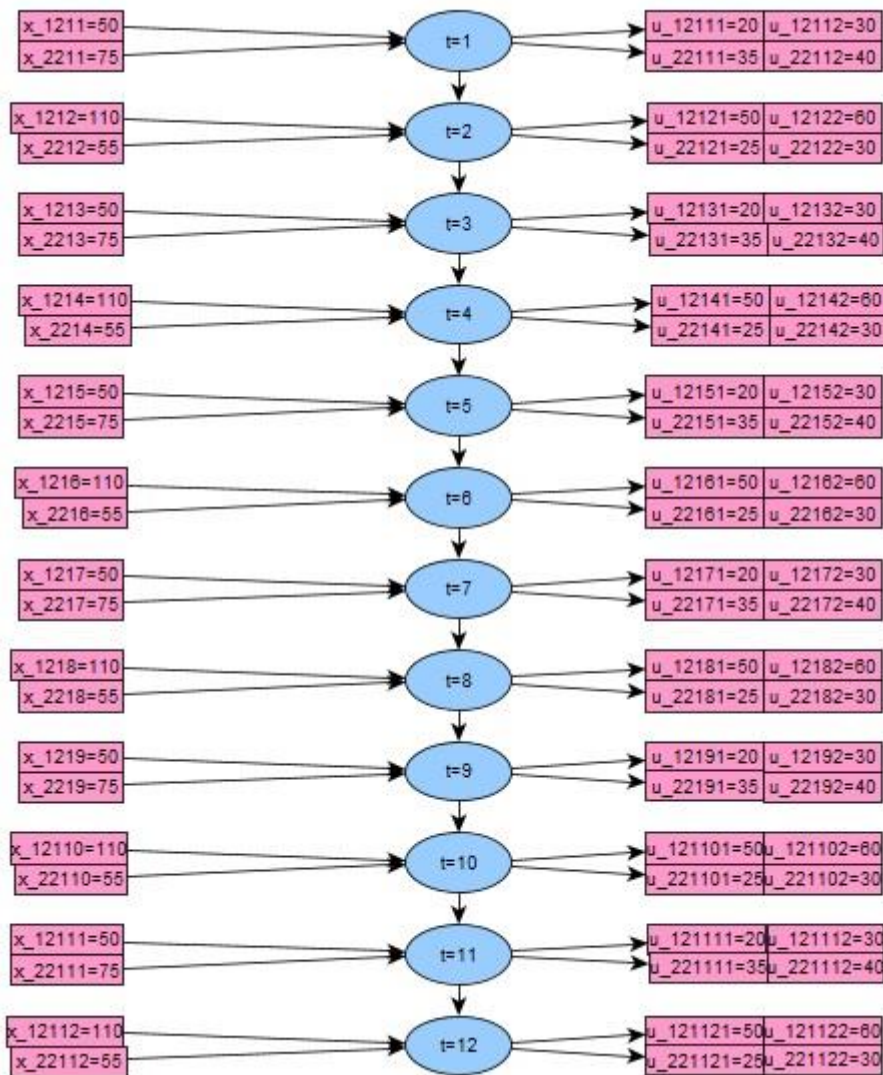


Figura 5-1. Grafo modelo 1.

### 5.1.2 Resultados Modelo 1

- $x[1, 2, 1, 1] : 50$
- $x[1, 2, 1, 2] : 110$
- $x[1, 2, 1, 3] : 50$
- $x[1, 2, 1, 4] : 110$
- $x[1, 2, 1, 5] : 50$
- $x[1, 2, 1, 6] : 110$
- $x[1, 2, 1, 7] : 50$
- $x[1, 2, 1, 8] : 110$
- $x[1, 2, 1, 9] : 50$

$x[1,2,1,10]: 110$   
 $x[1,2,1,11]: 50$   
 $x[1,2,1,12]: 110$   
 $x[2,2,1,1]: 75$   
 $x[2,2,1,2]: 55$   
 $x[2,2,1,3]: 75$   
 $x[2,2,1,4]: 55$   
 $x[2,2,1,5]: 75$   
 $x[2,2,1,6]: 55$   
 $x[2,2,1,7]: 75$   
 $x[2,2,1,8]: 55$   
 $x[2,2,1,9]: 75$   
 $x[2,2,1,10]: 55$   
 $x[2,2,1,11]: 75$   
 $x[2,2,1,12]: 55$   
 $u[1,2,1,1,1]: 20$   
 $u[1,2,1,1,2]: 30$   
 $u[1,2,1,2,1]: 50$   
 $u[1,2,1,2,2]: 60$   
 $u[1,2,1,3,1]: 20$   
 $u[1,2,1,3,2]: 30$   
 $u[1,2,1,4,1]: 50$   
 $u[1,2,1,4,2]: 60$   
 $u[1,2,1,5,1]: 20$   
 $u[1,2,1,5,2]: 30$   
 $u[1,2,1,6,1]: 50$   
 $u[1,2,1,6,2]: 60$   
 $u[1,2,1,7,1]: 20$   
 $u[1,2,1,7,2]: 30$   
 $u[1,2,1,8,1]: 50$   
 $u[1,2,1,8,2]: 60$   
 $u[1,2,1,9,1]: 20$   
 $u[1,2,1,9,2]: 30$



$u[1, 2, 1, 10, 1]: 50$   
 $u[1, 2, 1, 10, 2]: 60$   
 $u[1, 2, 1, 11, 1]: 20$   
 $u[1, 2, 1, 11, 2]: 30$   
 $u[1, 2, 1, 12, 1]: 50$   
 $u[1, 2, 1, 12, 2]: 60$   
 $u[2, 2, 1, 1, 1]: 35$   
 $u[2, 2, 1, 1, 2]: 40$   
 $u[2, 2, 1, 2, 1]: 25$   
 $u[2, 2, 1, 2, 2]: 30$   
 $u[2, 2, 1, 3, 1]: 35$   
 $u[2, 2, 1, 3, 2]: 40$   
 $u[2, 2, 1, 4, 1]: 25$   
 $u[2, 2, 1, 4, 2]: 30$   
 $u[2, 2, 1, 5, 1]: 35$   
 $u[2, 2, 1, 5, 2]: 40$   
 $u[2, 2, 1, 6, 1]: 25$   
 $u[2, 2, 1, 6, 2]: 30$   
 $u[2, 2, 1, 7, 1]: 35$   
 $u[2, 2, 1, 7, 2]: 40$   
 $u[2, 2, 1, 8, 1]: 25$   
 $u[2, 2, 1, 8, 2]: 30$   
 $u[2, 2, 1, 9, 1]: 35$   
 $u[2, 2, 1, 9, 2]: 40$   
 $u[2, 2, 1, 10, 1]: 25$   
 $u[2, 2, 1, 10, 2]: 30$   
 $u[2, 2, 1, 11, 1]: 35$   
 $u[2, 2, 1, 11, 2]: 40$   
 $u[2, 2, 1, 12, 1]: 25$   
 $u[2, 2, 1, 12, 2]: 30$

## 5.2 Modelo 2. Cambio de la capacidad de los proveedores y del precio de los distintos productos

### 5.2.1 Descripción Modelo 2

En este caso, no he cambiado la demanda de los hospitales, tan solo la capacidad del proveedor habitual y los precios de los productos, tanto para comprarlos como para distribuirlos (los datos estarán incluidos en el anexo C). Lo que queremos intentar con este modelo es si varía la planificación sin variar la demanda de los hospitales, simplemente variando los precios.

El valor de la función objetivo ha cambiado a 14.820. Si la descomponemos, volvemos a ver que los costes variables y fijos del proveedor externo vuelven a ser cero, por lo que que en este modelo tampoco necesitamos de él. El coste variable del proveedor habitual es 6.180 y el coste fijo es igual a 1.320. El coste de mantenimiento vuelve a ser igual a cero, lo que significa que, en cada periodo, pedimos para abastecer la demanda completamente, no necesitamos almacenar inventario para periodos posteriores. Para terminar, el coste de distribución es igual a 7.320. Si observamos los resultados, podemos ver como en este caso es distinto, y lo más económico es abastecernos en todos los periodos y para los dos productos del proveedor uno.

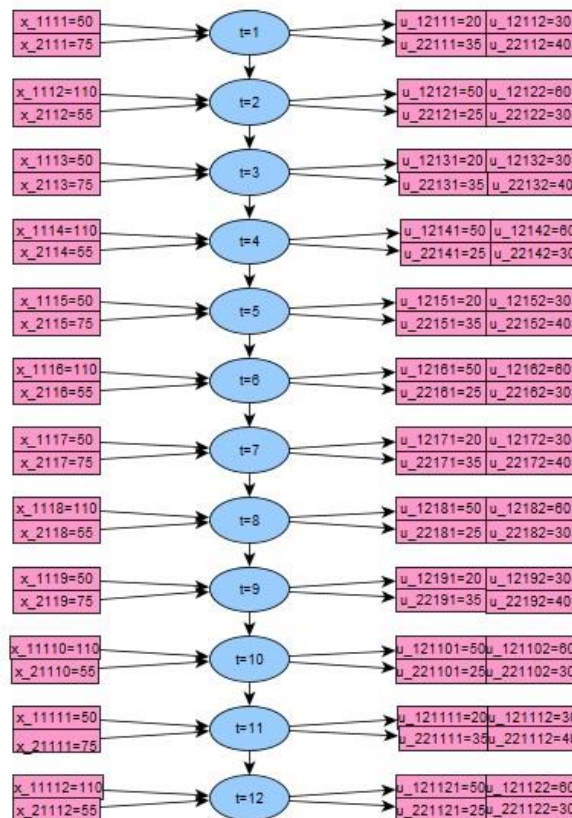


Figura 5-2. Grafo modelo 2.

### 5.2.2 Resultados Modelo 2

$x[1,1,1,1]: 50$   
 $x[1,1,1,2]: 110$   
 $x[1,1,1,3]: 50$   
 $x[1,1,1,4]: 110$   
 $x[1,1,1,5]: 50$   
 $x[1,1,1,6]: 110$   
 $x[1,1,1,7]: 50$   
 $x[1,1,1,8]: 110$   
 $x[1,1,1,9]: 50$   
 $x[1,1,1,10]: 110$   
 $x[1,1,1,11]: 50$   
 $x[1,1,1,12]: 110$   
 $x[2,1,1,1]: 75$   
 $x[2,1,1,2]: 55$   
 $x[2,1,1,3]: 75$   
 $x[2,1,1,4]: 55$   
 $x[2,1,1,5]: 75$   
 $x[2,1,1,6]: 55$   
 $x[2,1,1,7]: 75$   
 $x[2,1,1,8]: 55$   
 $x[2,1,1,9]: 75$   
 $x[2,1,1,10]: 55$   
 $x[2,1,1,11]: 75$   
 $x[2,1,1,12]: 55$   
 $u[1,1,1,1,1]: 20$   
 $u[1,1,1,1,2]: 30$   
 $u[1,1,1,2,1]: 50$   
 $u[1,1,1,2,2]: 60$   
 $u[1,1,1,3,1]: 20$   
 $u[1,1,1,3,2]: 30$

$u[1,1,1,4,1]: 50$   
 $u[1,1,1,4,2]: 60$   
 $u[1,1,1,5,1]: 20$   
 $u[1,1,1,5,2]: 30$   
 $u[1,1,1,6,1]: 50$   
 $u[1,1,1,6,2]: 60$   
 $u[1,1,1,7,1]: 20$   
 $u[1,1,1,7,2]: 30$   
 $u[1,1,1,8,1]: 50$   
 $u[1,1,1,8,2]: 60$   
 $u[1,1,1,9,1]: 20$   
 $u[1,1,1,9,2]: 30$   
 $u[1,1,1,10,1]: 50$   
 $u[1,1,1,10,2]: 60$   
 $u[1,1,1,11,1]: 20$   
 $u[1,1,1,11,2]: 30$   
 $u[1,1,1,12,1]: 50$   
 $u[1,1,1,12,2]: 60$   
 $u[2,1,1,1,1]: 35$   
 $u[2,1,1,1,2]: 40$   
 $u[2,1,1,2,1]: 25$   
 $u[2,1,1,2,2]: 30$   
 $u[2,1,1,3,1]: 35$   
 $u[2,1,1,3,2]: 40$   
 $u[2,1,1,4,1]: 25$   
 $u[2,1,1,4,2]: 30$   
 $u[2,1,1,5,1]: 35$   
 $u[2,1,1,5,2]: 40$   
 $u[2,1,1,6,1]: 25$   
 $u[2,1,1,6,2]: 30$   
 $u[2,1,1,7,1]: 35$   
 $u[2,1,1,7,2]: 40$   
 $u[2,1,1,8,1]: 25$

$u[2, 1, 1, 8, 2] : 30$   
 $u[2, 1, 1, 9, 1] : 35$   
 $u[2, 1, 1, 9, 2] : 40$   
 $u[2, 1, 1, 10, 1] : 25$   
 $u[2, 1, 1, 10, 2] : 30$   
 $u[2, 1, 1, 11, 1] : 35$   
 $u[2, 1, 1, 11, 2] : 40$   
 $u[2, 1, 1, 12, 1] : 25$   
 $u[2, 1, 1, 12, 2] : 30$

### 5.3 Modelo 3. Cambio de la demanda de los hospitales

#### 5.3.1 Descripción Modelo 3

En este modelo, lo que he cambiado es la demanda de los hospitales, podemos ver los datos en el anexo D. Queremos comprobar si, aumentando la demanda de los hospitales, es más económico abastecernos a base de un proveedor diferente que en los casos anteriores, como varía el modelo.

La función objetivo varía mucho, en este caso es igual a 372.840. Al variar la demanda, sí necesitamos del proveedor externo para que ayude a suministrar todo el inventario necesario, ya que, únicamente con el proveedor habitual, no llegamos a satisfacer la demanda. El coste variable del outsourcing es igual a 84.000 y el coste fijo 1.800. Los costes del proveedor habitual son, el coste variable, igual a 22.320, y el fijo, 2.640. Como en los casos anteriores, el coste de mantenimiento sigue siendo cero. El coste de distribución es igual a 262.080.

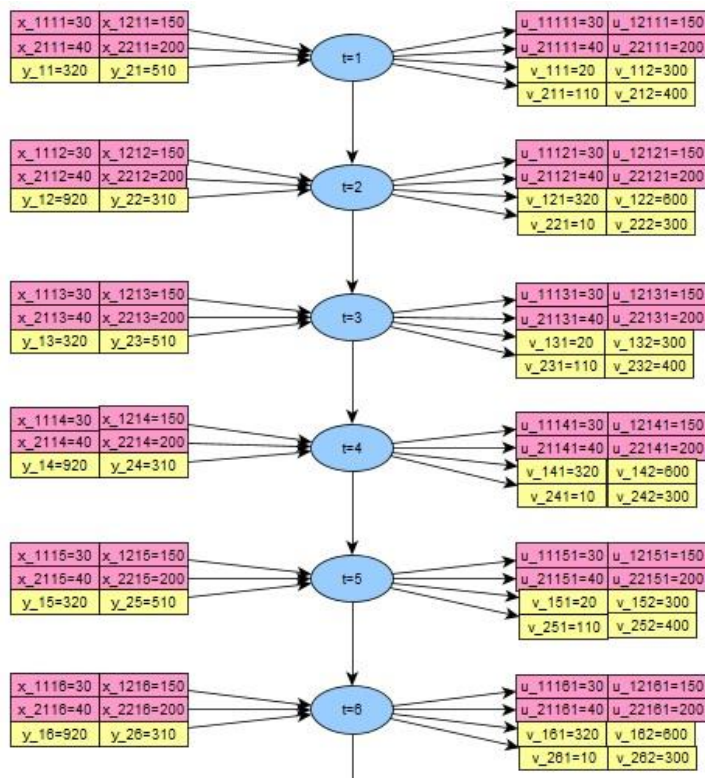


Figura 5-3. Grafo 1 modelo 3.

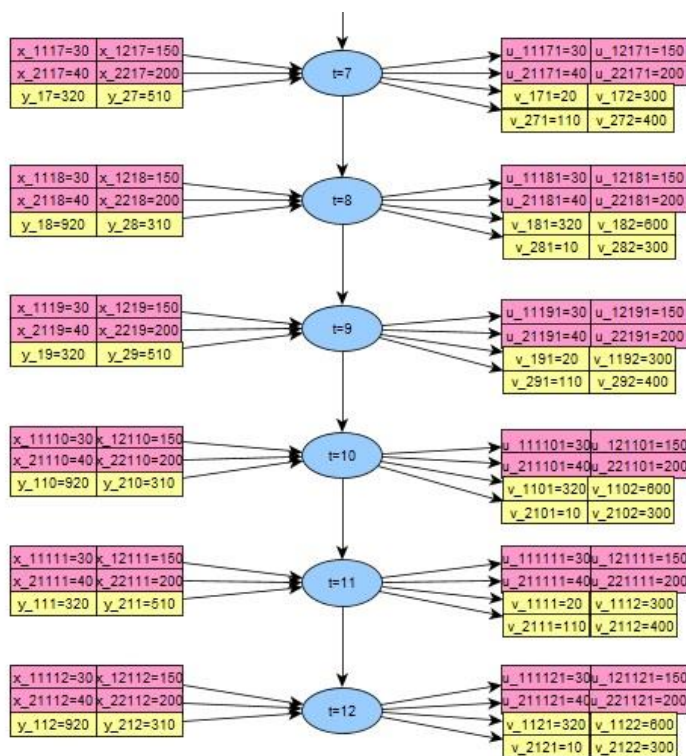


Figura 5-4. Grafo 2 modelo 3.

**5.3.2 Resultados Modelo 3** $x[1,1,1,1]: 30$  $x[1,1,1,2]: 30$  $x[1,1,1,3]: 30$  $x[1,1,1,4]: 30$  $x[1,1,1,5]: 30$  $x[1,1,1,6]: 30$  $x[1,1,1,7]: 30$  $x[1,1,1,8]: 30$  $x[1,1,1,9]: 30$  $x[1,1,1,10]: 30$  $x[1,1,1,11]: 30$  $x[1,1,1,12]: 30$  $x[1,2,1,1]: 150$  $x[1,2,1,2]: 150$  $x[1,2,1,3]: 150$  $x[1,2,1,4]: 150$  $x[1,2,1,5]: 150$  $x[1,2,1,6]: 150$  $x[1,2,1,7]: 150$  $x[1,2,1,8]: 150$  $x[1,2,1,9]: 150$  $x[1,2,1,10]: 150$  $x[1,2,1,11]: 150$  $x[1,2,1,12]: 150$  $x[2,1,1,1]: 40$  $x[2,1,1,2]: 40$  $x[2,1,1,3]: 40$  $x[2,1,1,4]: 40$  $x[2,1,1,5]: 40$  $x[2,1,1,6]: 40$  $x[2,1,1,7]: 40$  $x[2,1,1,8]: 40$

$x[2,1,1,9]: 40$   
 $x[2,1,1,10]: 40$   
 $x[2,1,1,11]: 40$   
 $x[2,1,1,12]: 40$   
 $x[2,2,1,1]: 200$   
 $x[2,2,1,2]: 200$   
 $x[2,2,1,3]: 200$   
 $x[2,2,1,4]: 200$   
 $x[2,2,1,5]: 200$   
 $x[2,2,1,6]: 200$   
 $x[2,2,1,7]: 200$   
 $x[2,2,1,8]: 200$   
 $x[2,2,1,9]: 200$   
 $x[2,2,1,10]: 200$   
 $x[2,2,1,11]: 200$   
 $x[2,2,1,12]: 200$   
 $u[1,1,1,1,1]: 30$   
 $u[1,1,1,2,1]: 30$   
 $u[1,1,1,3,1]: 30$   
 $u[1,1,1,4,1]: 30$   
 $u[1,1,1,5,1]: 30$   
 $u[1,1,1,6,1]: 30$   
 $u[1,1,1,7,1]: 30$   
 $u[1,1,1,8,1]: 30$   
 $u[1,1,1,9,1]: 30$   
 $u[1,1,1,10,1]: 30$   
 $u[1,1,1,11,1]: 30$   
 $u[1,1,1,12,1]: 30$   
 $u[1,2,1,1,1]: 150$   
 $u[1,2,1,2,1]: 150$   
 $u[1,2,1,3,1]: 150$   
 $u[1,2,1,4,1]: 150$   
 $u[1,2,1,5,1]: 150$



$u[1,2,1,6,1]: 150$   
 $u[1,2,1,7,1]: 150$   
 $u[1,2,1,8,1]: 150$   
 $u[1,2,1,9,1]: 150$   
 $u[1,2,1,10,1]: 150$   
 $u[1,2,1,11,1]: 150$   
 $u[1,2,1,12,1]: 150$   
 $u[2,1,1,1,1]: 40$   
 $u[2,1,1,2,1]: 40$   
 $u[2,1,1,3,1]: 40$   
 $u[2,1,1,4,1]: 40$   
 $u[2,1,1,5,1]: 40$   
 $u[2,1,1,6,1]: 40$   
 $u[2,1,1,7,1]: 40$   
 $u[2,1,1,8,1]: 40$   
 $u[2,1,1,9,1]: 40$   
 $u[2,1,1,10,1]: 40$   
 $u[2,1,1,11,1]: 40$   
 $u[2,1,1,12,1]: 40$   
 $u[2,2,1,1,1]: 200$   
 $u[2,2,1,2,1]: 200$   
 $u[2,2,1,3,1]: 200$   
 $u[2,2,1,4,1]: 200$   
 $u[2,2,1,5,1]: 200$   
 $u[2,2,1,6,1]: 200$   
 $u[2,2,1,7,1]: 200$   
 $u[2,2,1,8,1]: 200$   
 $u[2,2,1,9,1]: 200$   
 $u[2,2,1,10,1]: 200$   
 $u[2,2,1,11,1]: 200$   
 $u[2,2,1,12,1]: 200$   
 $y[1,1]: 320$   
 $y[1,2]: 920$

$y[1,3]: 320$   
 $y[1,4]: 920$   
 $y[1,5]: 320$   
 $y[1,6]: 920$   
 $y[1,7]: 320$   
 $y[1,8]: 920$   
 $y[1,9]: 320$   
 $y[1,10]: 920$   
 $y[1,11]: 320$   
 $y[1,12]: 920$   
 $y[2,1]: 510$   
 $y[2,2]: 310$   
 $y[2,3]: 510$   
 $y[2,4]: 310$   
 $y[2,5]: 510$   
 $y[2,6]: 310$   
 $y[2,7]: 510$   
 $y[2,8]: 310$   
 $y[2,9]: 510$   
 $y[2,10]: 310$   
 $y[2,11]: 510$   
 $y[2,12]: 310$   
 $v[1,1,1]: 20$   
 $v[1,1,2]: 300$   
 $v[1,2,1]: 320$   
 $v[1,2,2]: 600$   
 $v[1,3,1]: 20$   
 $v[1,3,2]: 300$   
 $v[1,4,1]: 320$   
 $v[1,4,2]: 600$   
 $v[1,5,1]: 20$   
 $v[1,5,2]: 300$   
 $v[1,6,1]: 320$

$v[1, 6, 2]: 600$   
 $v[1, 7, 1]: 20$   
 $v[1, 7, 2]: 300$   
 $v[1, 8, 1]: 320$   
 $v[1, 8, 2]: 600$   
 $v[1, 9, 1]: 20$   
 $v[1, 9, 2]: 300$   
 $v[1, 10, 1]: 320$   
 $v[1, 10, 2]: 600$   
 $v[1, 11, 1]: 20$   
 $v[1, 11, 2]: 300$   
 $v[1, 12, 1]: 320$   
 $v[1, 12, 2]: 600$   
 $v[2, 1, 1]: 110$   
 $v[2, 1, 2]: 400$   
 $v[2, 2, 1]: 10$   
 $v[2, 2, 2]: 300$   
 $v[2, 3, 1]: 110$   
 $v[2, 3, 2]: 400$   
 $v[2, 4, 1]: 10$   
 $v[2, 4, 2]: 300$   
 $v[2, 5, 1]: 110$   
 $v[2, 5, 2]: 400$   
 $v[2, 6, 1]: 10$   
 $v[2, 6, 2]: 300$   
 $v[2, 7, 1]: 110$   
 $v[2, 7, 2]: 400$   
 $v[2, 8, 1]: 10$   
 $v[2, 8, 2]: 300$   
 $v[2, 9, 1]: 110$   
 $v[2, 9, 2]: 400$   
 $v[2, 10, 1]: 10$   
 $v[2, 10, 2]: 300$

$v[2, 11, 1] : 110$

$v[2, 11, 2] : 400$

$v[2, 12, 1] : 10$

$v[2, 12, 2] : 300$

## 5.4 Modelo 4. Cambio del coste de mantenimiento y del porcentaje de la merma

### 5.4.1 Descripción Modelo 4

En este ultimo modelo, he cambiado únicamente el coste de mantenimiento y la merma, ambos igualados a cero. En el anexo E están los datos de este modelo. En este último caso que vamos a analizar vamos a estudiar si el modelo varía si eliminamos el coste de mantenimiento y la merma.

Este modelo da los mismos resultados que el modelo uno, esto se debe a que, en el primer modelo, el coste de mantenimiento es igual a cero, por lo que no influyen ni  $h$  ni  $alpha$ . La función objetivo es igual a 14.400. Los costes del proveedor externo son iguales a cero, tanto el coste variable como el fijo. El coste variable del proveedor habitual es igual a 7.920, y el fijo 1.440. El coste de mantenimiento es igual a cero, y el de distribución a 5.040. Podemos comprobar, observando los resultados, que todos los productos los abastece el proveedor dos.

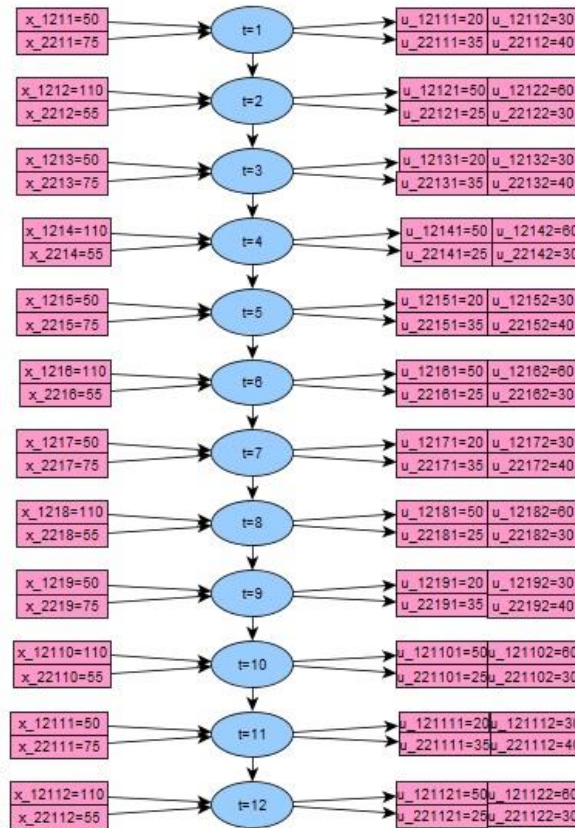


Figura 5-5. Grafo modelo 4.

### 5.4.2 Resultados Modelo 4

- $x[1, 2, 1, 1] : 50$
- $x[1, 2, 1, 2] : 110$
- $x[1, 2, 1, 3] : 50$
- $x[1, 2, 1, 4] : 110$
- $x[1, 2, 1, 5] : 50$
- $x[1, 2, 1, 6] : 110$
- $x[1, 2, 1, 7] : 50$
- $x[1, 2, 1, 8] : 110$
- $x[1, 2, 1, 9] : 50$
- $x[1, 2, 1, 10] : 110$
- $x[1, 2, 1, 11] : 50$
- $x[1, 2, 1, 12] : 110$
- $x[2, 2, 1, 1] : 75$
- $x[2, 2, 1, 2] : 55$

$x[2,2,1,3]: 75$   
 $x[2,2,1,4]: 55$   
 $x[2,2,1,5]: 75$   
 $x[2,2,1,6]: 55$   
 $x[2,2,1,7]: 75$   
 $x[2,2,1,8]: 55$   
 $x[2,2,1,9]: 75$   
 $x[2,2,1,10]: 55$   
 $x[2,2,1,11]: 75$   
 $x[2,2,1,12]: 55$   
 $u[1,2,1,1,1]: 20$   
 $u[1,2,1,1,2]: 30$   
 $u[1,2,1,2,1]: 50$   
 $u[1,2,1,2,2]: 60$   
 $u[1,2,1,3,1]: 20$   
 $u[1,2,1,3,2]: 30$   
 $u[1,2,1,4,1]: 50$   
 $u[1,2,1,4,2]: 60$   
 $u[1,2,1,5,1]: 20$   
 $u[1,2,1,5,2]: 30$   
 $u[1,2,1,6,1]: 50$   
 $u[1,2,1,6,2]: 60$   
 $u[1,2,1,7,1]: 20$   
 $u[1,2,1,7,2]: 30$   
 $u[1,2,1,8,1]: 50$   
 $u[1,2,1,8,2]: 60$   
 $u[1,2,1,9,1]: 20$   
 $u[1,2,1,9,2]: 30$   
 $u[1,2,1,10,1]: 50$   
 $u[1,2,1,10,2]: 60$   
 $u[1,2,1,11,1]: 20$   
 $u[1,2,1,11,2]: 30$   
 $u[1,2,1,12,1]: 50$

$u[1, 2, 1, 12, 2] : 60$   
 $u[2, 2, 1, 1, 1] : 35$   
 $u[2, 2, 1, 1, 2] : 40$   
 $u[2, 2, 1, 2, 1] : 25$   
 $u[2, 2, 1, 2, 2] : 30$   
 $u[2, 2, 1, 3, 1] : 35$   
 $u[2, 2, 1, 3, 2] : 40$   
 $u[2, 2, 1, 4, 1] : 25$   
 $u[2, 2, 1, 4, 2] : 30$   
 $u[2, 2, 1, 5, 1] : 35$   
 $u[2, 2, 1, 5, 2] : 40$   
 $u[2, 2, 1, 6, 1] : 25$   
 $u[2, 2, 1, 6, 2] : 30$   
 $u[2, 2, 1, 7, 1] : 35$   
 $u[2, 2, 1, 7, 2] : 40$   
 $u[2, 2, 1, 8, 1] : 25$   
 $u[2, 2, 1, 8, 2] : 30$   
 $u[2, 2, 1, 9, 1] : 35$   
 $u[2, 2, 1, 9, 2] : 40$   
 $u[2, 2, 1, 10, 1] : 25$   
 $u[2, 2, 1, 10, 2] : 30$   
 $u[2, 2, 1, 11, 1] : 35$   
 $u[2, 2, 1, 11, 2] : 40$   
 $u[2, 2, 1, 12, 1] : 25$   
 $u[2, 2, 1, 12, 2] : 30$

## 6 CONCLUSIONES

---

**E**n este capítulo final, agruparemos de forma ordenada las conclusiones que hemos extraído a lo largo de este proyecto. Hemos ido observando, durante el desarrollo de los capítulos anteriores, distintas conclusiones las cuales explicaremos a continuación.

Una de las grandes conclusiones que podemos sacar de este modelo es que, sean cuales sean los datos, siempre vamos a obtener la solución más económica, aunque esta no sea abastecernos a partir de un único proveedor. Tenemos que interiorizar que esta opción no tiene por qué ser la mejor opción, aunque a priori sea la más fácil de gestionar.

Hemos conseguido modelar el problema matemáticamente, a partir de un grafo genérico, para poder entender como funcionaría el modelo.

Posteriormente, gracias a la implantación de este modelo en el solver eficiente, de manera genérica, hemos realizado un proyecto para la mejora de la gestión del inventario, reduciendo su coste.

Finalmente, incluyendo distintos datos, podemos obtener infinitos resultados sacados de un mismo modelo.

La siguiente conclusión es que, simplemente con un modelo estándar, incluyendo distintos datos según la demanda, el precio y el resto de factores, podemos sacar infinitos modelos distintos, según la necesidad.

También hemos podido observar como realmente hasta hace relativamente poco tiempo no se había estudiado como modelar la gestión de productos perecederos en salud, debido a su complejidad, pero como hemos estudiado en este proyecto, aunque no sea tarea fácil modelarlo, finalmente conseguiremos ahorrar mucho tiempo y dinero. Nuestro objetivo principal, gestionar el inventario, comprando a los proveedores habituales o subcontratados y poder satisfacer la demanda requerida al coste mínimo, hemos conseguido realizarlo gracias a nuestro modelo.





## REFERENCIAS

- [1] “Tipos de compras. Ventajas y desventajas | La innovación en las compras\_ Begoña gonzález elejabarrieta.” <https://begonagonzalezelejabarrieta.wordpress.com/2013/02/21/tipos-de-compras-ventajas-y-desventajas/> (accessed Sep. 13, 2020).
- [2] Y. Perlman and I. Levner, “Perishable Inventory Management in Healthcare,” *J. Serv. Sci. Manag.*, vol. 07, no. 01, pp. 11–17, 2014, doi: 10.4236/jssm.2014.71002.
- [3] “Definición de perecedero - Qué es, Significado y Concepto.” <https://definicion.de/perecedero/> (accessed Jul. 27, 2020).
- [4] “perecer | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE.” <https://dle.rae.es/perecer> (accessed Jul. 27, 2020).
- [5] “Subcontratación - Qué es, definición y concepto | Economipedia.” <https://economipedia.com/definiciones/subcontratacion.html> (accessed Aug. 20, 2020).
- [6] “Las ventajas y desventajas de contratar o subcontratar para tu empresa | Comcast Business.” <https://es.xfinity.com/hub/business/outsourcing-vs-hiring-tips> (accessed Aug. 20, 2020).
- [7] “Subcontratar o no: algunas claves para el emprendedor - EmprendemaniaEmprendemania.” <https://www.emprendemania.com/subcontratar-o-algunas-claves-para-el-emprendedor/> (accessed Aug. 20, 2020).
- [8] “El concepto de ‘Core business’ - Logística, almacenaje y transporte.” <https://www.interempresas.net/Logistica/Articulos/132865-El-concepto-de-'Core-business'.html> (accessed Aug. 20, 2020).
- [9] L. Zhang, L. Guan, Y. H. Kuo, and H. Shen, “Push or Pull? Perishable Products with Freshness-Keeping Effort,” *Asia-Pacific J. Oper. Res.*, vol. 36, no. 1, Feb. 2019, doi: 10.1142/S0217595919500088.

- [10] “La caducidad de los alimentos | Consumer.” <https://www.consumer.es/seguridad-alimentaria/la-caducidad-de-los-alimentos.html> (accessed Aug. 24, 2020).
- [11] “Ministerio de Sanidad, Consumo y Bienestar Social - Profesionales - Legislación.” [https://www.mscbs.gob.es/profesionales/farmacia/legislacion/prodSanitarios/cir\\_21\\_97.htm](https://www.mscbs.gob.es/profesionales/farmacia/legislacion/prodSanitarios/cir_21_97.htm) (accessed Aug. 26, 2020).
- [12] “mermar | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE.” <https://dle.rae.es/mermar> (accessed Aug. 11, 2020).
- [13] “parámetro | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE.” <https://dle.rae.es/parámetro> (accessed Aug. 26, 2020).

## GLOSARIO

---

GLPK: GNU Linear Programming Kit.

DC: Centro de distribución.

FO: Función Objetivo.

## ANEXO A

---

```
/* DECLARACIÓN DE PARÁMETROS Y VARIABLES */

param a := 2;
/* Número de productos */

set I := 1..a;

param b := 2;
/* Número de proveedores */

set J := 1..b;

param c := 4;
/* Periodos de caducidad */

set K := 1..c;

param d := 12;
/* Periodos de planificación */

set T := 1..d;

param n := 2;
/* Número de hospitales */

set M := 1..n;

param Q{i in I, j in J}, integer, >0;
```

```
/* Capacidad máxima */

param R{i in I, t in T, m in M}, integer, >0;
/* Demanda hospital */

param po{i in I}, integer, >0;
/* Precio por producto i del outsourcing */

param p{i in I, j in J, k in K}, integer, >0;
/* Precio por producto i del proveedor j según la caducidad k */

param BIG;

var go{t in T}, binary;
/* Si go=0 es porque no pedimos al outsourcing */

var g{j in J, t in T}, binary;
/* Si g=0 es porque no pedimos al proveedor j */

param alpha;
/* Merma */

param h;
/* Coste de mantenimiento */

param fto;
/* Coste fijo outsourcing */

param ft{j in J};
/* Coste fijo proveedor j */

param cd{m in M};
/* Coste de distribución al hospital m */
```

```
var CV_outsourcing, >=0;
/* Coste variable compra outsourcing total para la función
objetivo */

var CV_proveedor_j, >=0;
/* Coste variable compra proveedor j total para la función
objetivo */

var CF_outsourcing, >=0;
/* Coste fijo compra outsourcing total para la función objetivo
*/

var CF_proveedor_j, >=0;
/* Coste fijo compra proveedor j total para la función objetivo
*/

var mantenimiento, >=0;
/* Coste de mantenimiento total para la función objetivo */

var distribucion, >=0;
/* Coste de distribución tota para la función objetivo*/

var x{i in I, j in J, k in K, t in T}, >=0;

var y{i in I, t in T}, >=0;

var z{i in I, j in J, k in K, t in T}, >=0;

var w{i in I, t in T}, >=0;

var u{i in I, j in J, k in K, t in T, m in M}, >=0;
```

```

var v{i in I, t in T, m in M}, >=0;

/* RESTRICCIONES */

s.t.capacity {i in I, j in J, t in T}: sum{k in K} x[i, j, k,
t] <= Q[i, j];
/* Restricción de limitación de capacidad */

s.t.distribution {i in I, t in T, m in M}: sum{j in J, k in
K}u[i, j, k, t, m] + v[i, t, m] = R[i, t, m];
/* Restricción de distribución a hospitales */

s.t.balance_outsourcing_1{i in I, t in T:t==1}: y[i, t] = sum{m
in M}v[i, t, m] + w[i, t];
/* Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando
t=1*/

s.t.balance_outsourcing_2{i in I, t in T:t>1 and t<d}: y[i, t]
+ (1-alpha)*w[i, t-1] = sum{m in M}v[i, t, m] + w[i, t];
/* Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando 1<t<10
*/

s.t.balance_outsourcing_3{i in I, t in T:t==d}: y[i, t] + (1-
alpha)*w[i, t-1] = sum{m in M}v[i, t, m];
/* Restricción del balance de flujo del outsourcing cuando t=10
*/

s.t.balance_proveedor_j_1{i in I, j in J, k in K, t in T:
k==1}: x[i, j, k, t] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m];

```



```
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k=1
*/
```

```
s.t.balance_proveedor_j_2{i in I, j in J, k in K, t in T: k>1
and t==1}: x[i, j, k, t] = sum{m in M}u[i, j, k, t, m] + z[i, j,
k-1, t];
```

```
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k>1
y t=1 */
```

```
s.t.balance_proveedor_j_3{i in I, j in J, k in K, t in T: k>1
and t>1 and t<d}: x[i, j, k, t] + (1-alpha)*z[i, j, k-1, t-1] =
sum{m in M}u[i, j, k, t, m] + z[i, j, k-1, t];
```

```
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k>1
y t=2...9 */
```

```
s.t.balance_proveedor_j_4{i in I, j in J, k in K, t in T: k>1
and t==d}: x[i, j, k, t] + (1-alpha)*z[i, j, k-1, t-1] = sum{m
in M}u[i, j, k, t, m];
```

```
/* Restricción del balance de flujo del proveedor j cuando k>1
y t=d */
```

```
/* FUNCIÓN OBJETIVO */
```

```
minimize FO: CV_outsourcing + CV_proveedor_j + CF_outsourcing +
CF_proveedor_j + mantenimiento + distribucion;
```

```
s.t.CV_outsourcing_REST: CV_outsourcing = sum{i in I, t in
T}(po[i]*y[i, t]);
```

```

s.t.CV_proveedor_j_REST: CV_proveedor_j = sum{i in I, j in J, k
in K, t in T}(p[i, j, k]*x[i, j, k, t]);

s.t.CF_outsourcing_REST: CF_outsourcing = sum{t in
T}(go[t]*fto);

s.t.cota_superior_go{t in T}: go[t] <= sum{i in I}y[i, t];

s.t.cota_inferior_go{t in T}: sum{i in I}y[i, t] <= BIG*go[t];

s.t.CF_proveedor_j_REST: CF_proveedor_j = sum{j in J, t in
T}(g[j, t]*ft[j]);

s.t.cota_superior_g{j in J, t in T}: g[j, t] <= sum{i in I, k
in K}x[i, j, k, t];

s.t.cota_inferior_g{j in J, t in T}:sum{i in I, k in K}x[i, j,
k, t] <= BIG*g[j, t];

s.t.mantenimiento_REST: mantenimiento = h*sum{i in I, j in J, k
in K,t in T}((1-alpha)*(z[i, j, k, t]+w[i, t]));

s.t.distribucion_REST: distribucion = sum{m in M}(cd[m]*(sum{i
in I, j in J, k in K, t in T}(u[i, j, k, t, m] + v[i, t, m])));

solve;

/*printf {i in I, j in J, k in K, t in T} "d: %3g\n",
x[i,j,k,t];*/

printf {i in I, j in J, k in K, t in T: x[i,j,k,t]>0}
"x[%d,%d,%d,%d]: %2g\n", i,j,k,t, x[i,j,k,t];

printf {i in I, j in J, k in K, t in T, m in M: u[i,j,k,t,m]>0}
"u[%d,%d,%d,%d,%d]: %2g\n", i,j,k,t,m, u[i,j,k,t,m];

```

```

printf {i in I, j in J, k in K, t in T: z[i,j,k,t]>0}
"z[%d,%d,%d,%d]: %2g\n", i,j,k,t, z[i,j,k,t];
printf {i in I, t in T: y[i,t]>0} "y[%d,%d]: %2g\n", i,t,
y[i,t];
printf {i in I, t in T, m in M: v[i,t,m]>0} "v[%d,%d,%d]:
%2g\n", i,t,m, v[i,t,m];
printf {i in I, t in T: w[i,t]>0} "w[%d,%d]: %2g\n", i,t,
w[i,t];

```

## ANEXO B

---

```
/* DATOS */
```

```
data;
```

```
param Q :=
```

```
1,1      30  
1,2      150  
2,1      40  
2,2      200
```

```
;
```

```
param R :=
```

```
1,1,1    20  
1,2,1    50  
1,3,1    20  
1,4,1    50  
1,5,1    20  
1,6,1    50  
1,7,1    20  
1,8,1    50  
1,9,1    20  
1,10,1   50  
1,11,1   20  
1,12,1   50  
1,1,2    30  
1,2,2    60  
1,3,2    30  
1,4,2    60  
1,5,2    30  
1,6,2    60
```

1, 7, 2	30
1, 8, 2	60
1, 9, 2	30
1, 10, 2	60
1, 11, 2	30
1, 12, 2	60
2, 1, 1	35
2, 2, 1	25
2, 3, 1	35
2, 4, 1	25
2, 5, 1	35
2, 6, 1	25
2, 7, 1	35
2, 8, 1	25
2, 9, 1	35
2, 10, 1	25
2, 11, 1	35
2, 12, 1	25
2, 1, 2	40
2, 2, 2	30
2, 3, 2	40
2, 4, 2	30
2, 5, 2	40
2, 6, 2	30
2, 7, 2	40
2, 8, 2	30
2, 9, 2	40
2, 10, 2	30
2, 11, 2	40
2, 12, 2	30

;

param po :=

1 6

2 8

;

param p :=

1,1,1 5

1,1,2 7

1,1,3 10

1,1,4 15

1,2,1 5

1,2,2 10

1,2,3 15

1,2,4 20

2,1,1 4

2,1,2 8

2,1,3 16

2,1,4 24

2,2,1 4

2,2,2 8

2,2,3 16

2,2,4 24

;

param alpha := 0.01

;

param h := 0.1

;

param fto := 150

;

param ft :=

```
1 100
```

```
2 120
```

```
;
```

```
param cd :=
```

```
1 4
```

```
2 2
```

```
;
```

```
param BIG := 99999999999
```

```
;
```

```
end;
```

---

# ANEXO C

---

```
/* DATOS */
```

```
data;
```

```
param Q :=
```

```
1,1      130
```

```
1,2      15
```

```
2,1      140
```

```
2,2      20
```

```
;
```

```
param R :=
```

```
1,1,1    20
```

```
1,2,1    50
```

```
1,3,1    20
```

```
1,4,1    50
```

```
1,5,1    20
```

```
1,6,1    50
```

```
1,7,1    20
```

```
1,8,1    50
```

```
1,9,1    20
```

```
1,10,1   50
```

```
1,11,1   20
```

```
1,12,1   50
```

```
1,1,2    30
```

```
1,2,2    60
```

```
1,3,2    30
```

```
1,4,2    60
```

```
1,5,2    30
```

```
1,6,2    60
```



1, 7, 2	30
1, 8, 2	60
1, 9, 2	30
1, 10, 2	60
1, 11, 2	30
1, 12, 2	60
2, 1, 1	35
2, 2, 1	25
2, 3, 1	35
2, 4, 1	25
2, 5, 1	35
2, 6, 1	25
2, 7, 1	35
2, 8, 1	25
2, 9, 1	35
2, 10, 1	25
2, 11, 1	35
2, 12, 1	25
2, 1, 2	40
2, 2, 2	30
2, 3, 2	40
2, 4, 2	30
2, 5, 2	40
2, 6, 2	30
2, 7, 2	40
2, 8, 2	30
2, 9, 2	40
2, 10, 2	30
2, 11, 2	40
2, 12, 2	30

;

param po :=

1 7

2 4

;

param p :=

1,1,1 4

1,1,2 6

1,1,3 9

1,1,4 14

1,2,1 4

1,2,2 9

1,2,3 14

1,2,4 19

2,1,1 3

2,1,2 7

2,1,3 18

2,1,4 23

2,2,1 3

2,2,2 5

2,2,3 12

2,2,4 23

;

param alpha := 0.01

;

param h := 0.1

;

param fto := 150

;

param ft :=

```
1 110
```

```
2 130
```

```
;
```

```
param cd :=
```

```
1 2
```

```
2 6
```

```
;
```

```
param BIG := 99999999999
```

```
;
```

```
end;
```

---

# ANEXO D

---

```
/* DATOS */
```

```
data;
```

```
param Q :=
```

```
1,1      30  
1,2      150  
2,1      40  
2,2      200
```

```
;
```

```
param R :=
```

```
1,1,1    200  
1,2,1    500  
1,3,1    200  
1,4,1    500  
1,5,1    200  
1,6,1    500  
1,7,1    200  
1,8,1    500  
1,9,1    200  
1,10,1   500  
1,11,1   200  
1,12,1   500  
1,1,2    300  
1,2,2    600  
1,3,2    300  
1,4,2    600  
1,5,2    300  
1,6,2    600
```

1, 7, 2	300
1, 8, 2	600
1, 9, 2	300
1, 10, 2	600
1, 11, 2	300
1, 12, 2	600
2, 1, 1	350
2, 2, 1	250
2, 3, 1	350
2, 4, 1	250
2, 5, 1	350
2, 6, 1	250
2, 7, 1	350
2, 8, 1	250
2, 9, 1	350
2, 10, 1	250
2, 11, 1	350
2, 12, 1	250
2, 1, 2	400
2, 2, 2	300
2, 3, 2	400
2, 4, 2	300
2, 5, 2	400
2, 6, 2	300
2, 7, 2	400
2, 8, 2	300
2, 9, 2	400
2, 10, 2	300
2, 11, 2	400
2, 12, 2	300

;

param po :=

1 6

2 8

;

param p :=

1,1,1 5

1,1,2 7

1,1,3 10

1,1,4 15

1,2,1 5

1,2,2 10

1,2,3 15

1,2,4 20

2,1,1 4

2,1,2 8

2,1,3 16

2,1,4 24

2,2,1 4

2,2,2 8

2,2,3 16

2,2,4 24

;

param alpha := 0.01

;

param h := 0.1

;

param fto := 150

;

param ft :=

1 100

2 120

;

param cd :=

1 4

2 2

;

param BIG := 99999999999

;

end;

---

# ANEXO E

---

```
/* DATOS */
```

```
data;
```

```
param Q :=
```

```
1,1      30
```

```
1,2      150
```

```
2,1      40
```

```
2,2      200
```

```
;
```

```
param R :=
```

```
1,1,1    20
```

```
1,2,1    50
```

```
1,3,1    20
```

```
1,4,1    50
```

```
1,5,1    20
```

```
1,6,1    50
```

```
1,7,1    20
```

```
1,8,1    50
```

```
1,9,1    20
```

```
1,10,1   50
```

```
1,11,1   20
```

```
1,12,1   50
```

```
1,1,2    30
```

```
1,2,2    60
```

```
1,3,2    30
```

```
1,4,2    60
```

```
1,5,2    30
```

```
1,6,2    60
```



1, 7, 2	30
1, 8, 2	60
1, 9, 2	30
1, 10, 2	60
1, 11, 2	30
1, 12, 2	60
2, 1, 1	35
2, 2, 1	25
2, 3, 1	35
2, 4, 1	25
2, 5, 1	35
2, 6, 1	25
2, 7, 1	35
2, 8, 1	25
2, 9, 1	35
2, 10, 1	25
2, 11, 1	35
2, 12, 1	25
2, 1, 2	40
2, 2, 2	30
2, 3, 2	40
2, 4, 2	30
2, 5, 2	40
2, 6, 2	30
2, 7, 2	40
2, 8, 2	30
2, 9, 2	40
2, 10, 2	30
2, 11, 2	40
2, 12, 2	30

;

param po :=

1 6

2 8

;

param p :=

1,1,1 5

1,1,2 7

1,1,3 10

1,1,4 15

1,2,1 5

1,2,2 10

1,2,3 15

1,2,4 20

2,1,1 4

2,1,2 8

2,1,3 16

2,1,4 24

2,2,1 4

2,2,2 8

2,2,3 16

2,2,4 24

;

param alpha := 0

;

param h := 0

;

param fto := 150

;

param ft :=

```
1 100
```

```
2 120
```

```
;
```

```
param cd :=
```

```
1 4
```

```
2 2
```

```
;
```

```
param BIG := 99999999999
```

```
;
```

```
end;
```