Proyecto Fin de Grado

Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Modelado de una Válvula Reguladora de Caudal Compensada a Presión

Autor: Francisco Javier Ramírez Bueno
Tutor: Alfredo de Jesús Navarro Robles

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

MODELADO DE UNA VÁLVULA REGULADORA DE CAUDAL COMPENSADA A PRESIÓN

Autor:

Francisco Javier Ramírez Bueno

Tutor:

Dr. Alfredo de Jesús Navarro Robles

Catedrático

Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Modelado de una Válvula Reguladora de Caudal Compensada a Presión

Autor: Francisco Javier Ramírez Bueno
Tutor: Alfredo de Jesús Navarro Robles

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

RESUMEN

La estática y la dinámica de una válvula reguladora de caudal compensada a presión ha sido investigada durante este trabajo. Se ha desarrollado un modelo matemático del comportamiento de la válvula con el fin de describir las respuestas estática y dinámica de dicha válvula. Posteriormente, se ha redactado un programa de simulación basado en el modelo matemático desarrollado.

La simulación dinámica converge en los valores predichos por el modelo estático. Además, estos programas de simulación han sido utilizados para analizar el comportamiento de la válvula debido a cambios de la presión de entrada y a cambios de la presión de salida, obteniendo una idea de la influencia de los parámetros de la válvula en su desempeño. Los parámetros de la válvula de los que se han obtenido conclusiones son las áreas del orificio de regulación y del orificio de compensación, la rigidez del muelle y la longitud de precompresión del muelle, el volumen de la zona intermedia, el volumen de la cámara inferior, el orificio de control y la masa del carrete. Aumentar el área del orificio de regulación, la rigidez del muelle o la longitud de precompresión del muelle aumenta el caudal que atraviesa la válvula. Aumentar la altura del orificio de compensación aumenta el caudal de la válvula a costa de reducir su independencia de la caída de presión en la válvula, y aumentando la base de este orificio se maximiza esta independencia. Aumentar el diámetro del orificio de control se traduce en una reducción del tiempo de establecimiento. El orificio de control se identifica como uno de los elementos principales responsables del control y de la estabilidad de la válvula. También se ha estudiado la velocidad del cambio de presión. Se ha mostrado la importancia de la velocidad de los cambios de presión en la estabilidad de la válvula, especialmente la velocidad del cambio de la presión de salida. El modelo matemático establece que el caudal a través de la válvula permanece prácticamente contante para diferencias de presión en la válvula mayores a 3 bar.

Las válvulas reguladoras de caudal compensadas a presión son uno de los principales elementos de control utilizados en tecnología hidráulica. Por consiguiente, este proyecto busca simular y analizar el comportamiento de un ejemplo de este tipo de válvulas.

ABSTRACT

The statics and dynamics of a pressure-compensated flow control valve was investigated during this study. A mathematical model of the valve's behaviour has been developed in order to describe the steady and dynamic response of said valve. Afterwards, a simulation program was built based on the developed mathematical model.

The dynamic simulation converged into the values predicted by the static model. Moreover, these simulation programs were used to analyse the behaviour of the valve under inlet pressure changes and under outlet pressure changes, obtaining some insight into the influence of the valve parameters on its performance. The valve parameters on which findings were obtained are the areas of both the regulating orifice and the compensating orifice, the spring stiffness and the precompressed spring length, the volume of the middle zone, the volume of the lower chamber, the control orifice and the spool mass. Increasing either the regulating orifice diameter, the spring stiffness or the spring precompressed length increases the steady state valve flow rate. Increasing the height of the compensating orifice increases the valve flow rate at the expense of reducing its independence on the valve pressure drop, and augmenting this orifice's base maximises this independence. Increasing the control orifice area results in decreasing the transient response time. The control orifice is shown to be one of the main elements on the valve's control and stability. Furthermore, the effect of the velocity of the pressure change was also studied. It is displayed the importance of the velocity of the pressure change on the valve's stability, especially the velocity of the outlet pressure change. The mathematical model states that the flow rate across the valve remains practically constant for valve pressure drop greater than 3 bar.

Pressure-compensated flow control valves are essential control elements used on hydraulic technology. Therefore, this study intends to simulate and analyse the behaviour of an example of this type of valves.

ÍNDICE

RESUMEN .... ***i***

ABSTRACT .... ***ii***

NOMENCLATURA .... ***v***

1 INTRODUCCIÓN ***1***

1.1 Objetivo **1**

1.2 Válvula objeto de estudio **1**

1.2.1 Orificio de regulación (1) 2
1.2.2 Carrete (2) 2
1.2.3 Muelle (3) 2
1.2.4 Orificio de compensación (4) 3
1.2.5 Orificio de control (5) 3

1.3 FUNCIONAMIENTO DE LA VÁLVULA **3**

1.3.1 Entrada e interior del carrete 4
1.3.2 Orificio de compensación 4
1.3.3 Zona intermedia 4
1.3.4 Salida 4
1.3.5 Cámara inferior 4
1.3.6 Cámara superior 5
1.3.7 Cámaras y carrete 5

2 MODELO MATEMÁTICO ***6***

2.1 Ley de conservación de masa y ecuación de continuidad **6**

2.2 Ecuación de movimiento **8**

2.2.1 Modelo estático 10
2.2.2 Modelo dinámico 11
2.2.2.1 Amortiguamiento 11

2.3 Área del orificio de compensación **13**

2.4 Relación entre caudales y caída de presión **13**

3 PARÁMETROS Y DIMENSIONES DE LA VÁLVULA ***16***

4 SIMULACIÓN DEL MODELO ***17***

4.1 Análisis estático **17**

4.1.1 Simulación de la posición del carrete, del caudal que atraviesa la válvula y de la presión en la zona intermedia 19
4.1.2 Simulación del caudal que atraviesa la válvula variando el área orificio de regulación 23
4.1.3 Simulación del caudal que atraviesa la válvula variando el orificio de compensación 24
4.1.4 Simulación del caudal que atraviesa la válvula variando la fuerza elástica 26

4.2 Análisis dinámico **28**

4.2.1 Simulación de la posición del carrete y de las presiones y los caudales en los distintos pasajes de la válvula variando la presión de entrada 30
4.2.2 Simulación de presiones y caudales en los distintos pasajes de la válvula variando la presión de salida 35
Simulación del caudal de salida variando la presión de entrada y la presión de salida 40
4.2.3 Simulación del caudal de salida utilizando las funciones ode15s y ode45 42
4.2.4 Simulación del caudal de salida utilizando variando la rapidez y de la excitación............ 44
4.2.5 Simulación del caudal de salida variando el volumen de la cámara inferior cuando el carrete está apoyado el volumen de la zona intermedia 46

4.2.6 Simulación del caudal de salida variando el diámetro del orificio de control 48
4.2.7 Simulación del caudal de salida variando la masa del carrete 49

5 CONCLUSIÓN 50

6 CÓDIGOS.. 51

6.1 Código de las variables estáticas, utilizado para la obtención de la Ilustración 5, la Ilustración 6, la Ilustración 7, y la Ilustración 8. 51

6.2 Código del caudal que atraviesa la válvula cambiando el valor de algunos parámetros, utilizado para la obtención de la Ilustración 9, la Ilustración 10, la Ilustración 11, la Ilustración 12, la Ilustración 13, la Ilustración 14 y la Ilustración 15. 52

6.3 Código de las variables dinámicas variando la presión de entrada, utilizado para la obtención de la Ilustración 16, la Ilustración 17, la Ilustración 18 y la Ilustración 19. 53

6.4 Código de las variables dinámicas variando la presión de salida, utilizado para la obtención de la Ilustración 21, la Ilustración 22, la Ilustración 23 y la Ilustración 24. 54

6.5 Código del caudal que sale de la válvula variando la presión de entrada y cambiando el valor de algunos parámetros, utilizado para la obtención de la Ilustración 20, la Ilustración 26, la Ilustración 30, la Ilustración 32, la Ilustración 33, la Ilustración 34y la Ilustración 35.. 56

6.6 Código del caudal que sale de la válvula variando la presión de salida y cambiando el valor de algunos parámetros, utilizado para la obtención de la Ilustración 25, la Ilustración 27 y la Ilustración 31. 58

6.7 Código del caudal que sale de la válvula variando la presión de entrada utilizando la función ode15s y la función ode45 para integrar las ecuaciones diferenciales, utilizado para la obtención de la Ilustración 28 y la Ilustración 29... 59

7 ÍNDICE DE ILUSTRACIONES 61

8 ÍNDICE DE TABLAS.. 64

9 REFERENCIAS 65

NOMENCLATURA

A	Área
A_c	Área del carrete
A_i	Área antes de un orificio en un sistema local
A_j	Área de la zona de la vena contracta en un sistema local
A_{01}	Área del orificio de regulación
A_{1inf}	Área del orificio de control
A_{12}	Área del orificio de regulación
c	Amortiguamiento
C_d	Coeficiente de descarga
C_v	Coeficiente de velocidad
D	Diámetro
D_c	Diámetro del carrete
D_{1inf}	Diámetro del orificio de control
D_{12}	Diámetro del orificio de regulación
F	Fuerza
F_d	Fuerza de inercia
F_f	Fuerza de flujo
F_f	Fuerza elástica
F_p	Fuerza de presión
F_v	Fuerza viscosa
h	Altura del orificio de compensación
K_h	Factor geométrico del codo
k	Rigidez del muelle
k_{eq}	Rigidez equivalente del carrete
L	Longitud
m	Masa
m_c	Masa del carrete
p	Presión
p_i	Presión antes de atravesar un orificio en un sistema local
p_j	Presión después de atravesar un orificio en un sistema local
p_{inf}	Presión en la cámara inferior
p_{sup}	Presión en la cámara superior
p_0	Presión de entrada
p_1	Presión en la zona intermedia
p_2	Presión de salida
Q	Caudal
Q_i	Caudal de entrada en el sistema local
Q_{ij}	Caudal que sale de una zona i y entra en un zona j
Q_j	Caudal de salida en el sistema local
Q_{01}	Caudal de entrada o que atraviesa del orificio de compensación
Q_{1inf}	Caudal que entra en la cámara inferior o que atraviesa el orificio de control
Q_{12}	Caudal que atraviesa el orificio de regulación
Q_{2sup}	Caudal que entra en la cámara superior
Q_2	Caudal de salida
t	Tiempo

t_r	Tiempo de duración de la excitación
V	Volumen
V_{inf}	Volumen de la cámara inferior
V_{sup}	Volumen de la cámara superior
V_1	Volumen de la zona intermedia
v	Velocidad
v_i	Velocidad del fluido antes de atravesar un orificio en un sistema local
v_j	Velocidad del fluido en la zona de vena contracta en un sistema local
w	Base del orificio de compensación
x	Posición del carrete
x_0	Longitud de precompresión del muelle
β_e	Módulo volumétrico efectivo
Δp	Diferencia de presión entre la entrada y la salida de la válvula
Δp_h	Pérdidas de presión en el codo
θ	Ángulo de la vena contracta que atraviesa el orificio de compensación
μ	Viscosidad del aceite
ξ	Coeficiente de amortiguamiento adimensional
ρ	Densidad del aceite
ω_n	Frecuencia natural de la válvula

1 INTRODUCCIÓN

Una válvula puede ser definida como un mecanismo con el cual se puede activar, regular o parar el flujo de un fluido en un circuito hidráulico variando el área de paso de un orificio o conducto. Gracias a sus diseños y materiales, las válvulas son muy versátiles a la hora de trabajar con un gran número de fluidos, incluidos líquidos, gases e incluso fluidos muy corrosivos. Las válvulas tienen un rango de tamaños muy variado y pueden trabajar con un rango de presiones y temperaturas muy amplio, [1].

Un tipo de válvulas muy utilizado, sobre todo en circuitos hidráulicos, son las válvulas reguladoras de caudal. Estas válvulas, son uno de los principales elementos de control utilizados en la tecnología hidráulica. Además, son muy importantes a fin de evitar daños en sistemas hidráulicos. Las válvulas reguladoras de caudal pueden clasificarse en dos grupos: las no compensadas y las compensadas. Las válvulas no compensadas suelen utilizarse en circuitos donde la presión se mantiene relativamente constante. La válvula opera según el siguiente principio: el caudal a través de un orificio viene definido por la caída de presión a través de él, por lo que si la caída de presión se mantiene constante, el caudal también se mantendrá constante. El problema aparece cuando la caída de presión varía, pues el caudal deja de ser constante. Las válvulas reguladoras de caudal compensadas a presión aparecen como solución al problema planteado. Esto se consigue variando el tamaño del orificio en función de la caída de presión a través de la válvula, [2].

Estas válvulas son uno de los principales elementos de control utilizados en la tecnología hidráulica, pues permiten transmitir un caudal prácticamente constante e independiente del salto de presiones que se establezca a través de la válvula, situación que se presenta con mucha frecuencia en la práctica.

1.1 Objetivo

El objetivo de este proyecto es desarrollar un modelo general de una válvula reguladora de caudal compensada a presión. Posteriormente, se utilizará este modelo para el diseño de un programa informático en MATLAB que obtenga la simulación del comportamiento de la válvula y que represente gráficamente este comportamiento.

1.2 Válvula objeto de estudio

La siguiente ilustración muestra un boceto de una válvula reguladora de caudal compensada a presión, la cual ha sido escogida para ser modelada en este trabajo.

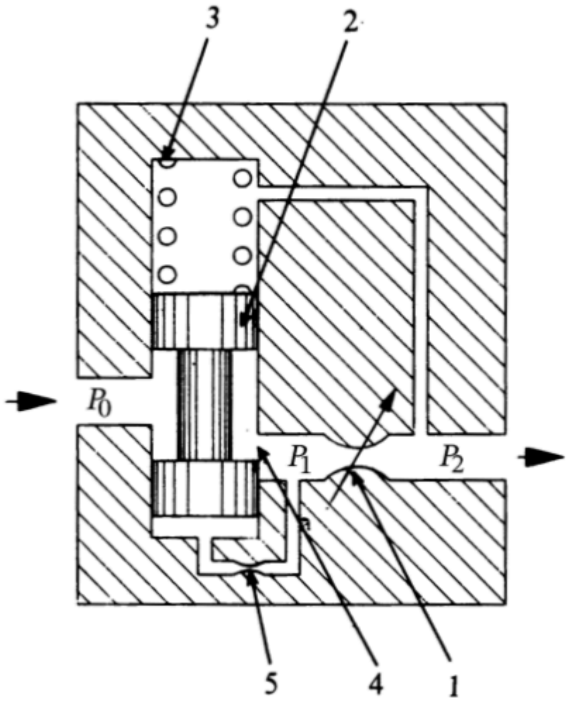

Ilustración 1: Válvula objeto de estudio

Para una mejor comprensión de la válvula, a continuación se definen y se explican brevemente los elementos de la válvula enumerados en la Ilustración 1.

1.2.1 Orificio de regulación (1)

El orificio de regulación es el orificio que conecta la zona intermedia de la válvula con la salida de ésta.

El área del orificio, junto con la caída de presión a través de este, determinan el caudal que atraviesa el orificio, y por tanto, determina el caudal que atraviesa la válvula. El estrangulamiento o lo que es lo mismo, el área del orificio de regulación puede ser modificado manualmente. Gracias a esto, se puede regular de manera manual el caudal que atraviesa la válvula.

1.2.2 Carrete (2)

Toda la dinámica de la válvula se desarrolla sobre el carrete. En función de la diferencia de presión a través de la válvula, el carrete se sitúa en cierta posición, y es esta posición la que determina el área del orificio de compensación.

1.2.3 Muelle (3)

El muelle, que ejerce una fuerza elástica sobre el carrete, está precomprimido de manera que la longitud de precompresión es mucho mayor que el desplazamiento del carrete. El objetivo de esto es conseguir que la fuerza elástica sea prácticamente constante, para que la posición de equilibrio sea lo más independiente posible de la posición del carrete.

La fuerza elástica del muelle determina la caída de presión en el orificio de regulación.

1.2.4 Orificio de compensación (4)

El orificio de compensación es el orificio que conecta la entrada de la válvula con la zona intermedia de la válvula.

El área de este orificio es variable y cambia su valor automáticamente en función de la diferencia de presión a través de la válvula. El área del orificio depende del desplazamiento del carrete.

Si bien es el orificio de regulación el que determina el caudal que atraviesa la válvula, es este orificio el que compensa las variaciones de presión para conseguir este caudal.

1.2.5 Orificio de control (5)

El orificio de control es el orificio que conecta la zona intermedia de la válvula con la cámara inferior del carrete.

Este orificio es responsable del caudal que entra en la cámara inferior y tiene mucha influencia en el tiempo de establecimiento, es decir, en el tiempo que tarda la válvula en alcanzar el equilibrio. Este orificio es el factor clave para el control y la estabilidad de la válvula, [3].

1.3 FUNCIONAMIENTO DE LA VÁLVULA

El objetivo de la válvula es transmitir un caudal prácticamente constante e independiente del salto de presiones que se establezca a través de la válvula. Para ello, la válvula está diseñada para automáticamente crear caídas de presión dentro de los pasajes de la válvula. Esto, junto con el carrete, permite cambiar rápidamente el nuevo caudal causado por una variación de las presiones de entrada, o de salida, al caudal determinado por la geometría de la válvula.

A continuación se explica como circula el aceite por los distintos pasajes de la válvula para alcanzar el nuevo equilibrio.

Antes de explicarlo, es necesario aclarar un concepto. Más adelante, se utilizarán las palabras entrada y salida en las cámaras superior e inferior del carrete de la válvula. Esto tiene relevancia a la hora del modelado de las ecuaciones de la válvula, no obstante, el caudal a través de estas entradas y salidas puede tener tanto valor positivo, como valor negativo.

1.3.1 Entrada e interior del carrete

La válvula, dentro de un circuito hidráulico, recibe un aceite con una presión p_0 en la entrada de la válvula. Este aceite pasa por el interior del carrete hasta llegar al orificio de compensación. La presión del aceite dentro del carrete es la misma que su presión en la entrada p_0 y es la misma en todo su volumen. Por consiguiente, a efectos prácticos, se puede considerar la entrada y el interior del carrete como una misma entidad.

1.3.2 Orificio de compensación

El orificio de compensación, de área variable A_{01}, es el orificio que funciona como frontera entre la entrada y la zona intermedia de la válvula.

Cuando el aceite atraviesa este orificio, aparece un cambio en la dirección del flujo del caudal. El flujo del aceite no sale automáticamente con la misma dirección que fuerza la zona intermedia, sino que necesita cierta distancia para adaptarse a esta dirección. El aceite atraviesa el orificio con un ángulo θ, el cual es el ángulo que forma la dirección de la vena contracta con respecto a la dirección del movimiento del carrete x, [4]. El aceite pasa a través de este orificio con un caudal Q_{01}.

1.3.3 Zona intermedia

Tras pasar el orificio de compensación, el aceite alcanza la zona intermedia de la válvula. Esta zona tiene una entrada, el orificio de compensación, y dos salidas. Una salida conecta con la cámara inferior del carrete a través del orificio de control, y la otra salida conecta con la salida de la válvula a través del orificio de regulación.

En esta zona, de volumen V_1, se considera que el aceite tiene una presión intermedia p_1 en todo su volumen.

1.3.4 Salida

El aceite, tras pasar el orificio de regulación con un caudal Q_{12}, alcanza la salida de la válvula. Sin embargo la salida no está únicamente conectada con zona intermedia, sino que además está conectada con la cámara superior del carrete. El aceite sale de la válvula a una presión p_2 con un caudal Q_2.

1.3.5 Cámara inferior

El aceite entra en la cámara inferior del carrete a través del orificio de control desde la zona intermedia con un caudal Q_{1inf}. Se considera que el aceite dentro de la cámara inferior tiene la misma presión p_{inf} en todo su volumen. Ignorando parte del conducto inferior, que también forma parte de la cámara inferior, la cámara inferior tiene como límite superior la base del carrete y como límite inferior la base de la cámara. Cuando el carrete está apoyado en la base de la cámara inferior, la cámara tiene un volumen V_{inf}.

1.3.6 Cámara superior

El aceite entra en la cámara superior del carrete desde la salida con un caudal Q_{2sup}. Se considera que el aceite dentro de la cámara inferior tiene la misma presión p_{sup} en todo su volumen. Cuando el carrete está apoyado en la base de la cámara inferior, la cámara superior tiene un volumen V_{sup}.

1.3.7 Cámaras y carrete

El carrete se ve sometido a una serie de fuerzas, principalmente a la fuerza del muelle y a la fuerza debida a la diferencia de presión entre las cámaras superior e inferior. Esta diferencia de presiones, multiplicada por el área del carrete A_c, provoca una fuerza que hace que el carrete se mueva, hasta que se alcance el equilibrio con la fuerza elástica del muelle, la cual es prácticamente constante.

Cuando se alcanza la posición de equilibrio del carrete, deja de entrar o salir aceite en las cámaras superior e inferior. El caudal en este régimen, que es igual en la entrada y en la salida de la válvula, está determinado por la nueva área del orificio de compensación y el área de regulación. Este caudal tendrá el valor predeterminado por la válvula, el cual es prácticamente constante y prácticamente independiente de la presión de entrada y de salida de la válvula.

2 MODELO MATEMÁTICO

El desarrollo de un modelo matemático de la válvula objeto de estudio es la manera más eficaz y segura de predecir la respuesta de la válvula ante distintas situaciones. El modelo matemático que se va a desarrollar a continuación está basado en la ecuación de conservación de masa, en la ecuación de cantidad de movimiento, en el principio de Bernoulli y en la segunda ley de Newton.

El modelo matemático se basará de las siguientes hipótesis, [3]:
- Se desprecian las deformaciones de la válvula por la variación de las presiones.
- Se desprecian los efectos de la temperatura en las propiedades del aceite.
- Se desprecian los efectos de la contaminación en la respuesta de la válvula.
- Se asume que la presión es uniforme en todo el volumen de cada cámara o zona.
- Las cámaras y zonas están delimitadas por orificios o conductos, teniendo prioridad los orificios.

2.1 Ley de conservación de masa y ecuación de continuidad

La presión en las distintas partes de la válvula pueden obtenerse a través de la ley de conservación de masa. La ecuación de conservación de masa para un volumen de control con una entrada y una salida es

$$\dot{m} = \dot{m}_i - \dot{m}_j = \frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} \tag{1}$$

Si además sabemos que en este volumen de control, el fluido es prácticamente incompresible, es decir, que no hay cambio de densidad, se obtiene la siguiente igualdad:

$$\dot{m} = \rho \frac{d(V)}{dt} = \rho\left(Q_i - Q_j\right) \tag{2}$$

Por lo tanto, para este volumen de control, igualando la ecuación (1) y la ecuación (2) se obtiene la expresión

$$\dot{m} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = \rho\left(Q_i - Q_j\right) \tag{3}$$

Habiéndose obtenido la ecuación (3), que será necesaria más adelante, se procede a describir una característica de los fluidos importante para obtener la presión en algunos pasajes de esta válvula. Esta es la resistencia a la compresión de un fluido, que viene caracterizado por el valor del módulo volumétrico. Este módulo es un parámetro comparable al módulo de Young en mecánica de sólidos. La presión y la temperatura afectan al módulo de compresibilidad de un fluido, sin embargo, para modelos prácticos, se puede asumir que son independientes, [5].

Por lo general, el fluido que se esté utilizando en un sistema no es el único elemento que determina la resistencia de un sistema a comprimirse, además, hay que tener en cuenta la resistencia del contenedor y la del aire disuelto en el fluido. Por ello, se utiliza el módulo volumétrico efectivo β_e, que tiene en cuenta la influencia de estos otros elementos

$$\beta_e = -V\frac{dp}{dV} \tag{4}$$

Aplicando la igualdad $\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$ en la ecuación del módulo volumétrico, ecuación (4) se consigue relacionar la presión con la densidad, [5]:

$$d\rho = \frac{\rho}{\beta_e}dp \tag{5}$$

Y aplicando la igualdad anterior, ecuación (5), en la ecuación (3), se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta_e}{V}\left(Q_i - Q_j - \frac{dV}{dt}\right) \tag{6}$$

La ecuación de continuidad, ecuación (6), es una ecuación esencial en tecnología hidráulica para modelar la presión de una cámara en función del caudal de entrada, el caudal de salida y la deformación que sufra esta cámara. Esta ecuación se utiliza en este modelo matemático para modelar el comportamiento del fluido en la zona intermedia, en la cámara inferior y en la cámara superior.

En la zona intermedia: $\frac{dV}{dt} = 0$

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{\beta_e}{V_1}\left(Q_{01} - Q_{12} - Q_{1inf}\right) \tag{7}$$

En la cámara inferior: $\frac{dV}{dt} = A_c\dot{x}$

$$\frac{dp_{inf}}{dt} = \frac{\beta_e}{V_{inf} + A_c x}\left(Q_{1inf} - A_c\dot{x}\right) \tag{8}$$

En la cámara superior: $\frac{dV}{dt} = -A_c\frac{dx}{dt} = -A_c\dot{x}, \qquad p_{sup} = p_2$

$$Q_{2sup} = -A_c\dot{x} \tag{9}$$

2.2 Ecuación de movimiento

Para modelar el sistema dinámico del carrete, se utiliza la segunda ley de Newton, equilibrando todas las fuerzas que actúan sobre el carrete

$$F_d = F_p + F_f - F_k - F_v \tag{10}$$

En esta ecuación de equilibrio de fuerzas aparecen las siguientes fuerzas sobre el carrete:

-Fuerza por presión F_p: provocada por la diferencia de presiones entre la cámara superior y la cámara inferior del carrete. Dentro de la zona central del carrete, las fuerzas de presión en la cara de arriba y la de abajo se compensan.

-Fuerza de flujo F_f: provocada por el rápido cambio de dirección o velocidad en los pasajes de la válvula, en este caso, en el orificio de compensación.

-Fuerza elástica F_k: provocada por la compresión del muelle.

-Fuerzas de fricción viscosas o de amortiguamiento F_v: provocada por el rozamiento.

Las fuerzas por presión, la fuerza elástica, y las fuerzas de amortiguamiento son fuerzas bien conocidas e inmediatas de obtener. Sin embargo, la fuerza de flujo en el carrete es menos intuitiva. Por ello, a continuación se explica como se deduce el valor de esta fuerza. La fuerza de flujo se obtiene con la ecuación de cantidad de movimiento, la ecuación de Bernoulli y la ecuación de conservación de masa aplicadas en el volumen de control de la imagen.

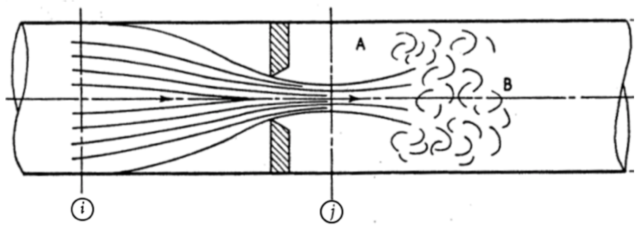

Ilustración 2: Fluido atravesando un orificio, [6].

La zona i es una zona lo suficientemente alejada del agujero en la que la presión no se ve afectada por el cambio de presiones provocados por éste. La zona j es la zona de vena contracta, que es donde el chorro tiene menor área y mayor velocidad.

Primero se va a desarrollar la ecuación que relaciona el caudal con la caída de presión a través de un agujero. Para ello se aplica la ecuación de Bernoulli y la ecuación de conservación de masa.

Ecuación de Bernoulli despreciando la energía potencial:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(p + \frac{1}{2}\rho v^2\right) = 0 \tag{11}$$

$$p_i + \frac{1}{2}\rho v_i^2 = p_j + \frac{1}{2}\rho v_j^2 \qquad (11)$$

Ecuación de conservación de masa con densidad constante:

$$Q = A_i v_i = A_j v_j \qquad (12)$$

Aplicando la ecuación (12), a la ecuación de Bernoulli, ecuación (11), se obtiene la velocidad del fluido en la zona de vena contracta en función de los otros parámetros

$$v_j = \sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho\left(1 - \left(\frac{A_j}{A_i}\right)^2\right)}} \qquad (13)$$

Si además se utiliza la ecuación (13) en la ecuación (12), se deduce la ecuación de agujeros, [6].

$$Q_{ij} = \frac{A_j}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{A_j}{A_i}\right)^2\right)}}\sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho}} \qquad (14)$$

Debido a la dificultad de determinar el área de la zona de vena contracta, se utiliza el área del orificio, cuyo valor sí es conocido y un coeficiente que incluye la pérdida de presión a través del orificio. Así se obtiene la ecuación de orificio que relaciona el caudal con la caída de presión a través del orificio

$$Q_{ij} = C_d A_{ij}\sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho}} \qquad (15)$$

siendo el elemento C_d el coeficiente de descarga del orificio y siendo A_{ij} el área del orificio.

La ecuación de cantidad de movimiento describe la fuerza que ejerce un fluido sobre aquello que altere su flujo másico:

$$F = \frac{d(mv)}{dt} = \dot{m}v_i - \dot{m}v_j \qquad (16)$$

Ahora se aplica la ecuación de orificio, ecuación (15), a la ecuación de cantidad de movimiento, ecuación (16)

$$F = \rho Q_{ij}(v_i - v_j) = \rho Q_{ij}\left(\frac{A_i}{A_j} - 1\right)\sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho\left(1 - \left(\frac{A_j}{A_i}\right)^2\right)}} \tag{17}$$

Aplicando la ecuación de orificio, ecuación (15), para eliminar el caudal Q_{ij} en la ecuación se deduce la ecuación de la fuerza de flujo:

$$F = 2\frac{\left(\frac{A_i}{A_j} - 1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_j}{A_i}\right)^2}} C_d A_{ij}(p_i - p_j) \tag{18}$$

No obstante, por las mismas razones utilizadas para obtener la ecuación (15), se sustituye parte de la ecuación por un coeficiente, llamado coeficiente de velocidad C_v:

$$F = 2C_v C_d A_{ij}(p_i - p_j) \tag{19}$$

Esta es la fuerza de flujo a través de un orificio sin cambio de dirección del flujo, por tanto, además habría que tener en cuenta el ángulo de la dirección de la vena contracta θ con el que sale del orificio, y proyectar esta fuerza sobre el eje del carrete

$$F_f = 2C_v C_d A_{ij}(p_i - p_j)\cos\theta \tag{20}$$

2.2.1 Modelo estático

Se procede a hacer el modelo estático del carrete. En este modelo, el carrete está en equilibrio, es decir, está en régimen permanente y no hay movimiento: $\ddot{x}(t) = \dot{x}(t) = 0$

$$F_d = 0$$

$$F_p = A_c(p_{inf} - p_{sup}) = A_c(p_1 - p_2) \tag{21}$$

$$F_f = 2C_v C_d A_{01}(p_0 - p_1)\cos\theta = 2C_v C_d w(h - x)(p_0 - p_1)\cos\theta \tag{20}$$

En la ecuación (20) se sustituye el área del orificio de compensación A_{01} por su valor en función de la base w y la altura h del orificio y el desplazamiento del carrete x. En la Ilustración 4, que aparece más adelante, se muestra la forma y el área de este orificio.

$$F_k = k(x + x_0) \tag{22}$$

$$F_v = 0$$

Sustituyendo las fuerzas anteriores en la ecuación obtenida aplicando la segunda ley de Newton, ecuación (10), se obtiene la ecuación de equilibrio de fuerzas estático.

$$A_c(p_1 - p_2) + 2C_v C_d A_{01}(p_0 - p_1)\cos\theta - k(x + x_0) = 0 \tag{23}$$

2.2.2 Modelo dinámico

A continuación se procede a modelar el equilibrio de fuerzas dinámico del carrete. Para ello hace falta tener en cuenta que ahora sí hay movimiento; que $\ddot{x}$, $\dot{x}$ y x son variables en el tiempo, y que esto implica que aparezcan fuerzas de inercia.

$$F_d = m_c\ddot{x} \tag{24}$$

$$F_p = A(p_{inf} - p_{sup}) \tag{21}$$

$$F_f = 2C_vC_dA_{01}(p_0 - p_1)\cos\theta = 2C_vC_dw(h-x)(p_0 - p_1)\cos\theta \tag{20}$$

$$F_k = k(x + x_0) \tag{22}$$

$$F_v = c\dot{x} \tag{25}$$

Sustituyendo las fuerzas anteriores en la ecuación obtenida aplicando la segunda ley de Newton, ecuación (10), se obtiene la ecuación de equilibrio de fuerzas dinámico.

$$\begin{aligned} m_c\ddot{x} = A(p_{inf} - p_{sup}) + 2C_vC_dw(h-x)(p_0 - p_1)\cos\theta_f \\ - k(x + x_0) - c\dot{x} \end{aligned} \tag{26}$$

2.2.2.1 Amortiguamiento

El amortiguamiento está presente en sistemas hidráulicos por varias razones, como el rozamiento de Coulomb, fricción viscosa y fuerzas de flujo entre otras. Según Akers, Gassman y Smith, aunque una simplificación, componentes como carretes de válvulas pueden ser modelados de manera eficaz únicamente teniendo en cuenta el amortiguamiento viscoso, [7].

Este sistema dinámico es un sistema no lineal, en las que aparecen varias variables funciones del tiempo. Simplificando el sistema, considerando que las presiones son independientes del tiempo; poniendo en un lado de la ecuación las expresiones que acompañen a $\ddot{x}, \dot{x}$ o x y en el otro lado a aquellas que no, quedaría una ecuación del siguiente tipo:

$$m_c\ddot{x} + c\dot{x} + k_{eq}x = F \tag{27}$$

En la ecuación anterior aparece el amortiguamiento c, el cual es desconocido, sin embargo, el sistema puede ser modelado como uno con amortiguamiento proporcional. Aquí aparece el coeficiente de amortiguamiento adimensional ξ:

$$\xi = \frac{1}{2}c\sqrt{\frac{1}{k_{eq}m_c}} \tag{28}$$

Este coeficiente adimensional ayuda a identificar un sistema dinámico como un sistema subamortiguado si $0 < \xi < 1$, o bien como un sistema sobreamortiguado si $\xi \geq 1$.

Cuando el sistema tiene un coeficiente de amortiguamiento con valor unidad $\xi = 1$, se dice que el sistema está críticamente amortiguado.

Típicamente, para un sistema como el del carrete de una válvula, es deseable diseñarlo para que quede ligeramente subamortiguado, con unos valores de amortiguamiento en el rango de $0.5 \leq \xi \leq 0.7$. En este rango de valores, la sobreoscilación es pequeña, se amortigua muy rápidamente y se consigue un valor razonablemente pequeño de tiempo de establecimiento.

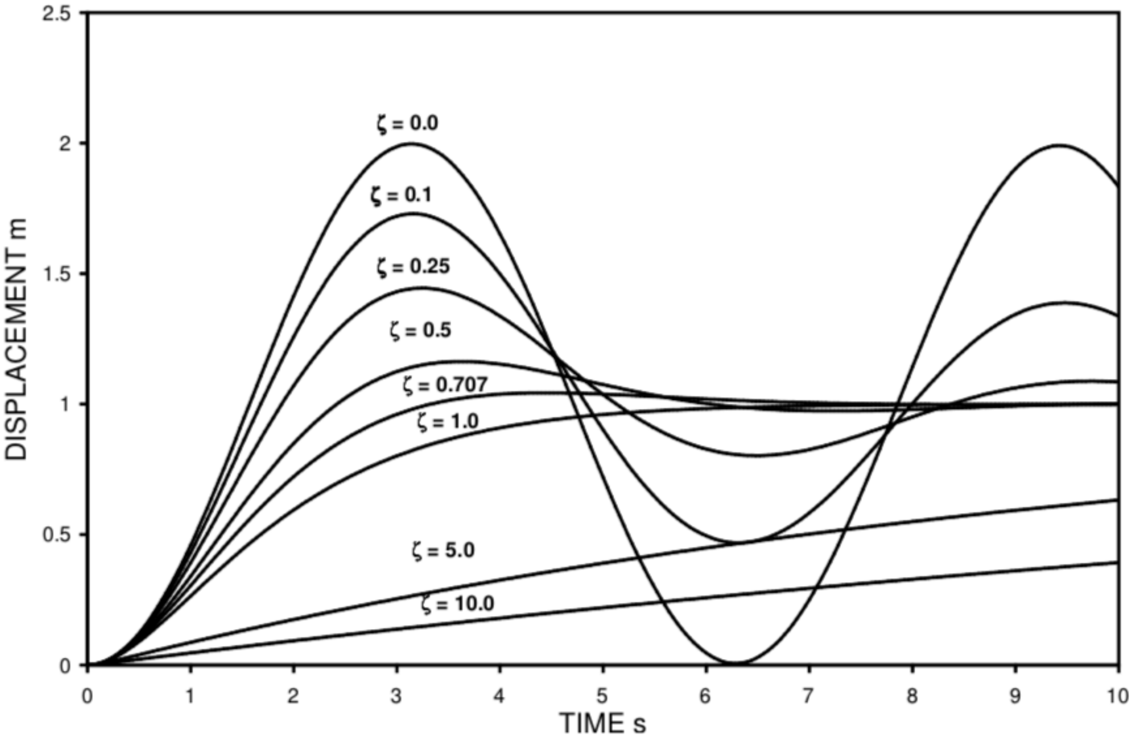

Ilustración 3: Vibraciones de un sistema según el coeficiente de amortiguamiento adimensional, [7]

La Ilustración 3 muestra la respuesta transitoria de un sistema lineal para diferentes valores del coeficiente de amortiguamiento adimensional. Unos valores más pequeños de amortiguamiento hacen que el sistema se vuelva inestable y tarde más tiempo en alcanzar el régimen permanente. Con coeficientes de amortiguamiento mayores, el sistema no tendría sobreoscilaciones, pero tardaría más tiempo en alcanzar el equilibrio, lo que se traduce en la válvula estando más tiempo sin transmitir el caudal adecuado.

Para modelar esta válvula, se tomará el coeficiente de amortiguamiento $\xi = 0.5$, lo que dará la siguiente expresión del amortiguamiento del sistema:

$$c = \sqrt{k_{eq} m_c} \tag{29}$$

Además, como se verá más adelante, para este sistema $k_{eq} = k$.

2.3 Área del orificio de compensación

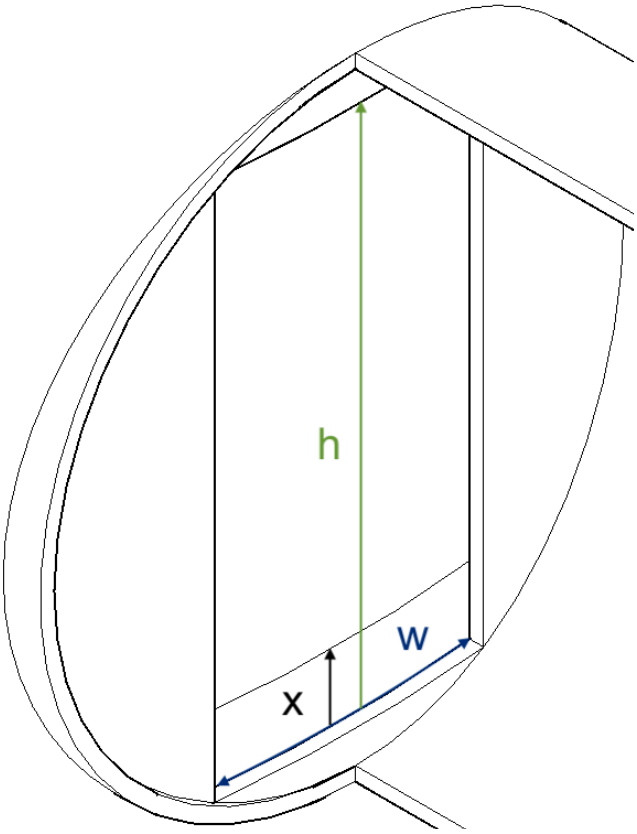

Ilustración 4: Orificio de compensación

$$A_{01} = \begin{cases} wh & si\ x < 0 \\ w(h-x) & si\ 0 \le x < h \\ 0 & si\ x \ge h \end{cases} \tag{30}$$

En la Ilustración 4, se muestra un esquema del orificio de compensación. En la imagen se muestra la forma que tiene el orificio, con base w y altura h. Además se distingue como el carrete cierra parcialmente el orificio. La ecuación (30) describe el área del orificio en función de la base w y de la altura h del orificio y del valor del desplazamiento del carrete x.

2.4 Relación entre caudales y caída de presión

Para modelar el sistema, es importante conocer la relación de los caudales con las caídas de presión en cada pasaje de la válvula. Estas ecuaciones se pueden conseguir con la ecuación de orificio, ecuación (15), y con la ecuación de continuidad, ecuación (6).

Empleando la ecuación de orificio:

- En el orificio de compensación:

$$Q_{01} = C_d A_{01} \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho}} = C_d w(h-x) \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho}} \tag{31}$$

- En el orificio de regulación:

$$Q_{12} = C_d A_{12} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \tag{32}$$

- En el orificio de control:

$$Q_{1inf} = C_d A_{1inf} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{inf})}{\rho}} \tag{33}$$

Empleando la ecuación de continuidad:

- En la zona intermedia:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{\beta_e}{V_1}\left(Q_{01} - Q_{12} - Q_{1inf}\right) \tag{7}$$

- En la cámara inferior:

$$\frac{dp_{inf}}{dt} = \frac{\beta_e}{V_{inf} + A_c x}\left(Q_{1inf} - A_c \dot{x}\right) \tag{8}$$

- En la cámara superior:

$$Q_{2sup} = -A_c \dot{x} \tag{9}$$

- En la salida:

$$Q_2 = Q_{12} + Q_{2sup} \tag{34}$$

Esta última ecuación, la ecuación (34), es muy intuitiva. Se puede demostrar con la ecuación de continuidad, considerando un volumen de salida nulo.

Aunque es menos intuitivo que el anterior, algo parecido ocurre en la ecuación (9), en la cámara superior del carrete, y se aplica $V_{sup} = 0$. Dado que se desprecia la influencia del conducto superior, se puede considerar que la salida está directamente sobre el carrete, y por lo tanto, no hay volumen en la cámara superior.

En la ecuación de continuidad de la cámara inferior, ecuación (8), el volumen de la cámara inferior cuando el carrete está apoyado es positivo $V_{inf} > 0$. Esto es así siempre que el orificio de control esté a cierta distancia del apoyo del carrete, ya que la frontera superior de la cámara es el carrete, y la inferior es el orificio de control.

Para calcular las pérdidas de presión en el conducto que une la zona intermedia con la cámara inferior del carrete, se considera suficiente tomar en cuenta únicamente las pérdidas de presión en el orificio de control, las cuales aparecen en el coeficiente de descarga.

Las pérdidas de presión en el conducto que conecta la salida con la cámara superior debidas al codo corto de 90º se calcularían con la siguiente fórmula con un valor geométrico $K_h = 0.9$.

$$\Delta p_h = K_h \frac{\rho v^2}{2} = K_h \frac{\rho Q^2}{2A^2} \tag{35}$$

Sin embargo, este conducto se considera lo suficientemente ancho para despreciar las pérdidas de presión, lo que hace que la presión en la cámara superior del carrete sea igual a la presión de salida en todo momento.

3 PARÁMETROS Y DIMENSIONES DE LA VÁLVULA

Parámetro	Valor	Unidad
C_d	0.611	
D_c	0.03	m
D_{1inf}	0.0009	m
D_{12}	0.0025	m
h	0.005	m
k	10 000	N/m
m_c	0.05	kg
V_{inf}	$3.5*10^{-7}$	m^3
V_1	$8*10^{-7}$	m^3
w	0.004	m
x_0	0.02	m
βe	10^9	Pa
ρ	875	kg/m^3

Tabla 1: Lista de parámetros con sus valores y unidades

4 SIMULACIÓN DEL MODELO

4.1 Análisis estático

En el diseño estático, el modelo se simplifica mucho. Para el diseño de este modelo, sólo se tienen en cuenta tres ecuaciones: la del caudal en el orificio de compensación, la del caudal en el orificio de regulación y la del equilibrio estático. Las 3 incógnitas del sistema serían: x, P_1 y Q. Se hace esta simplificación porque el carrete está totalmente quieto, no hay caudal inferior Q_{1inf} ni caudal superior Q_{2sup}, y se utiliza el caudal que atraviesa la válvula Q.

$$Q_{01} = C_d A_{01} \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho}} = C_d w(h-x) \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho}} = Q \tag{31}$$

$$Q_{12} = C_d A_{12} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} = Q \tag{32}$$

$$A_c(p_1 - p_2) + 2C_v C_d A_{01}(p_0 - p_1)\cos\theta - k(x + x_0) = 0 \tag{23}$$

Hay un caso límite que se da cuando la diferencia de presiones $\Delta p = p_0 - p_2$, toma un valor concreto. Más concretamente, esto se da cuando, durante el equilibrio de fuerzas, el carrete tendría que tomar una posición no permitida por el sistema, es decir, cuando el carrete entra en contacto con la base de la cámara inferior, siendo en este caso $x = 0$. Cuando en la ecuación de equilibrio haga falta tomar un valor de x inferior al límite, éste siempre tomará $x = 0$.

Para la resolución del sistema, se pondrán, por tanto, las ecuaciones en función de x. Éste será a su vez, función de otros parámetros, o directamente nulo.

$$p_1 = \frac{\left(\left(w(h-x)\right)^2 p_0 + A_{12}^2 p_2\right)}{\left(w(h-x)\right)^2 + A_{12}^2} \tag{36}$$

Se sustituye P_1 en cualquier ecuación de caudal

$$Q = \frac{C_d \sqrt{\frac{2(p_0 - p_2)}{\rho}}}{\sqrt{\left(w(h-x)\right)^{-2} + A_{12}^{-2}}} \tag{37}$$

Se sustituye P_1 en la ecuación de equilibrio estático

$$2C_vC_dA_{12}^2(p_0-p_2)\big(w(h-x)\big)+A_c(p_0-p_2)\big(w(h-x)\big)^2 \\ -k(x+x_0)\left(\big(w(h-x)\big)^2+A_{12}^2\right)=0 \tag{38}$$

Esta ecuación de tercer grado, se puede resolver numéricamente de manera sencilla en cualquier programa de cálculo. En este caso, se ha resuelto en MATLAB con la función *vpasolve*. Tras varias simulaciones con valores de θ razonablemente altos para el sistema, queda claro que la aportación al estático de la fuerza de flujo F_f es despreciable, y que es razonable calcular x con la siguiente expresión

$$A_c(p_0-p_2)\big(w(h-x)\big)^2-k(x+x_0)\left(\big(w(h-x)\big)^2+A_{12}^2\right)=0 \tag{39}$$

La diferencia de presión del caso límite se obtiene de la ecuación (39) cuando $x=0$

$$A_c(p_0-p_2)(wh)^2-kx_0((wh)^2+A_{12}^2)=0 \tag{40}$$

$$p_0-p_2=\Delta p=\frac{((wh)^2+A_{12}^2)kx_0}{A_c(wh)^2}=\left(1+\left(\frac{A_{12}}{wh}\right)^2\right)\frac{kx_0}{A_c} \tag{41}$$

Interesa que esta diferencia de presión sea baja para que la válvula tenga mayor rango de funcionamiento, ya que cuando el carrete está apoyado, la válvula no cumple su función, la cual es mantener el caudal constante.

Para una válvula con los parámetros escogidos, se obtiene un valor de caída de presión límite:

$$p_0-p_2=\Delta p=3.00*10^5\ Pa=3\ bar$$

La válvula está diseñada para mantener un caudal prácticamente constante siempre que la diferencia de presión entre la entrada y la salida de la válvula sea como mínimo 3 bares.

4.1.1 Simulación de la posición del carrete, del caudal que atraviesa la válvula y de la presión en la zona intermedia

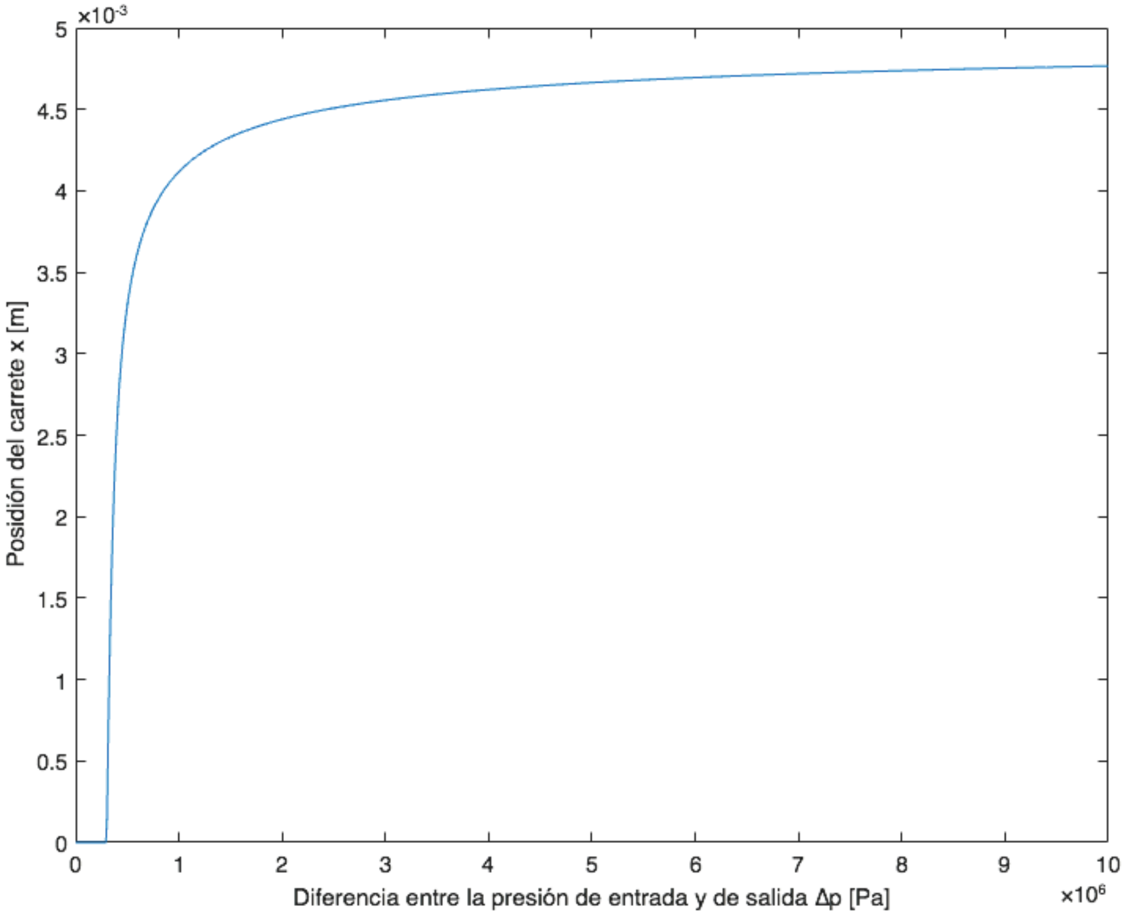

Ilustración 5: Posición del carrete

En el gráfico se pueden diferenciar dos partes claramente diferenciadas. Es precisamente en este gráfico donde mejor se puede distinguir la frontera entre estas dos zonas, debido al cambio brusco de la pendiente que ahí aparece. Es evidente que la parte izquierda de la curva debería ser negativa, pero se mantiene en cero por la reacción que se ejerce en la base del carrete para evitar que baje más.

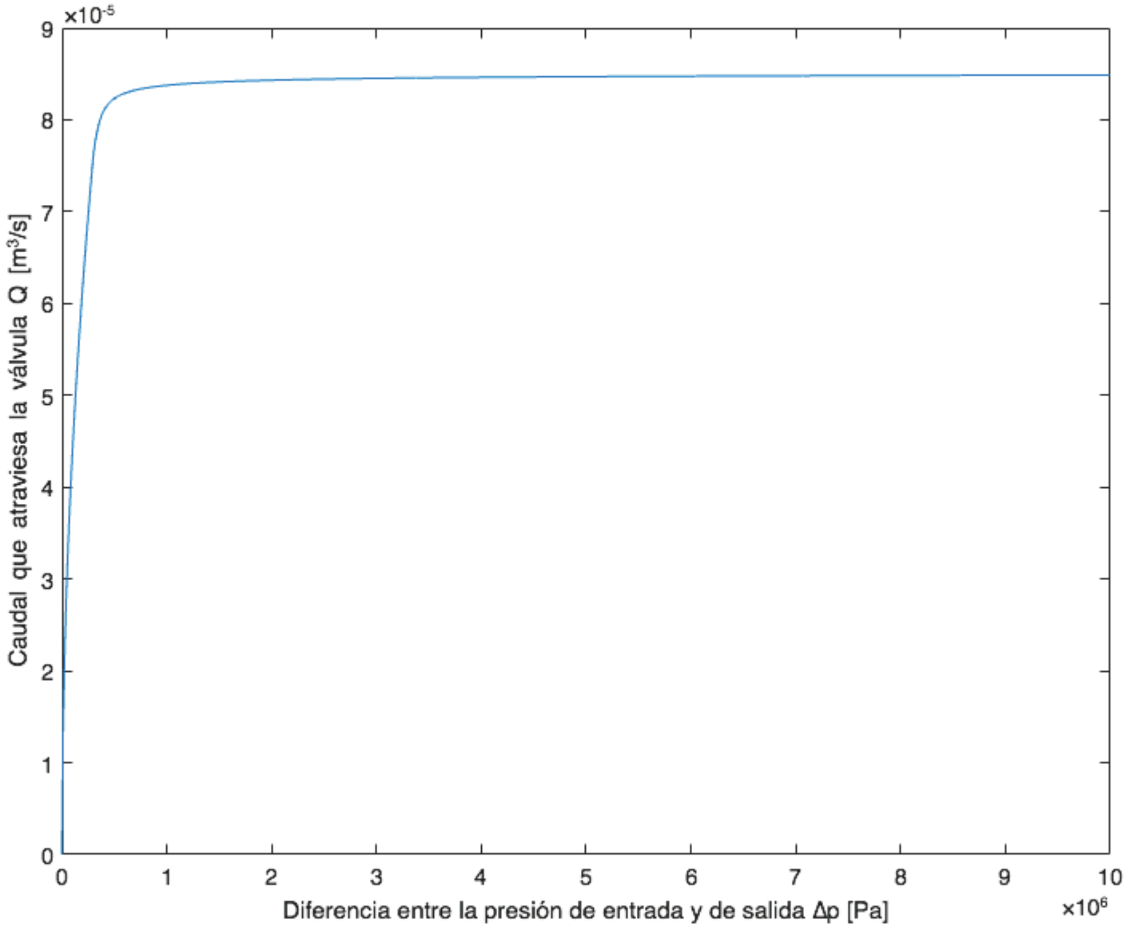

Ilustración 6: Caudal que pasa a través de la válvula

En este gráfico también se pueden distinguir las dos partes de la curva, la parte ascendente que busca alcanzar el caudal constante, y que sí depende de la diferencia de presión de la válvula Δp, y la parte de la curva que es prácticamente horizontal y donde ya se ha conseguido la práctica independencia del caudal que atraviesa la válvula con la diferencia de presión de la válvula. La frontera en este gráfico no es tan clara como en el anterior, ya que se consigue que este cambio sea suave.

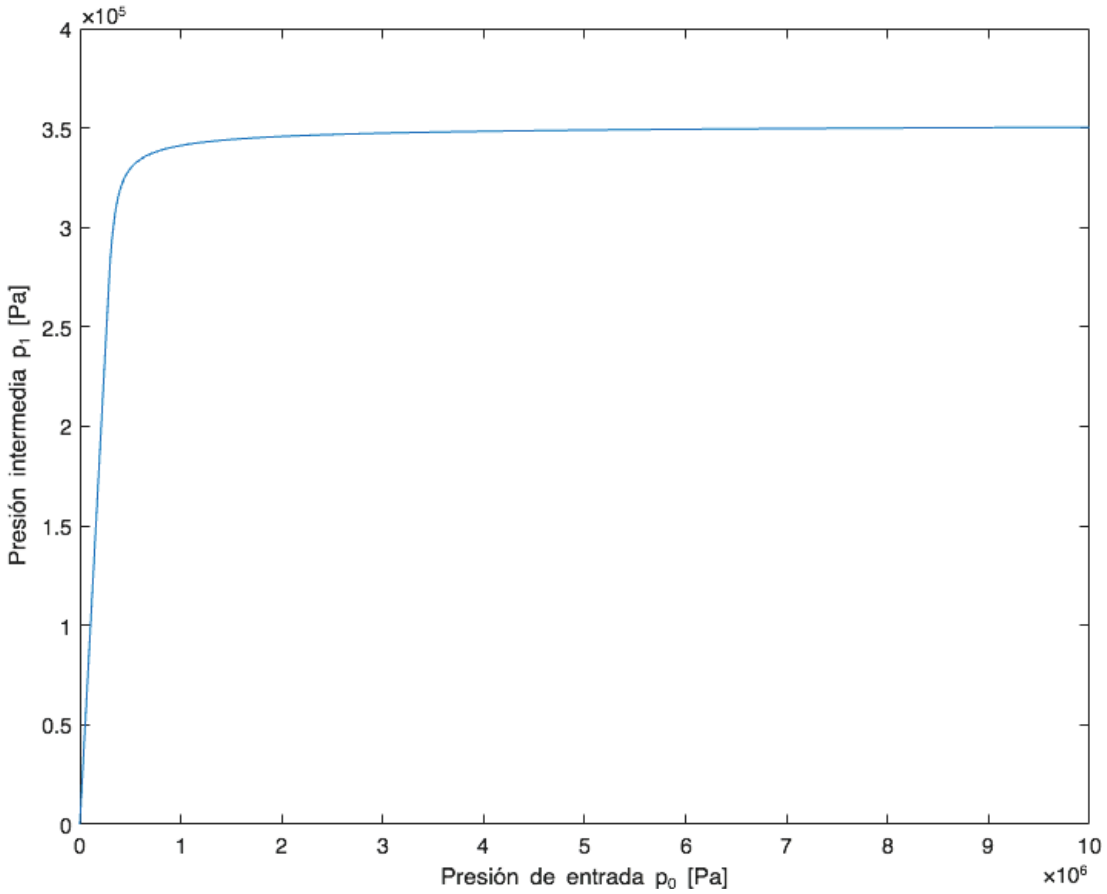

Ilustración 7: Presión intermedia con una presión de salida de $p_2 = 0\ bar$.

Este gráfico es muy parecido al del caudal, y no es casualidad. Se puede ver aquí la gran importancia de la presión de la zona intermedia para la determinación del caudal que atraviesa la válvula. Además, al igual que con el caudal, cuando se supera el valor límite de la diferencia de presión, la presión de la zona intermedia consigue ser independiente de la presión de entrada.

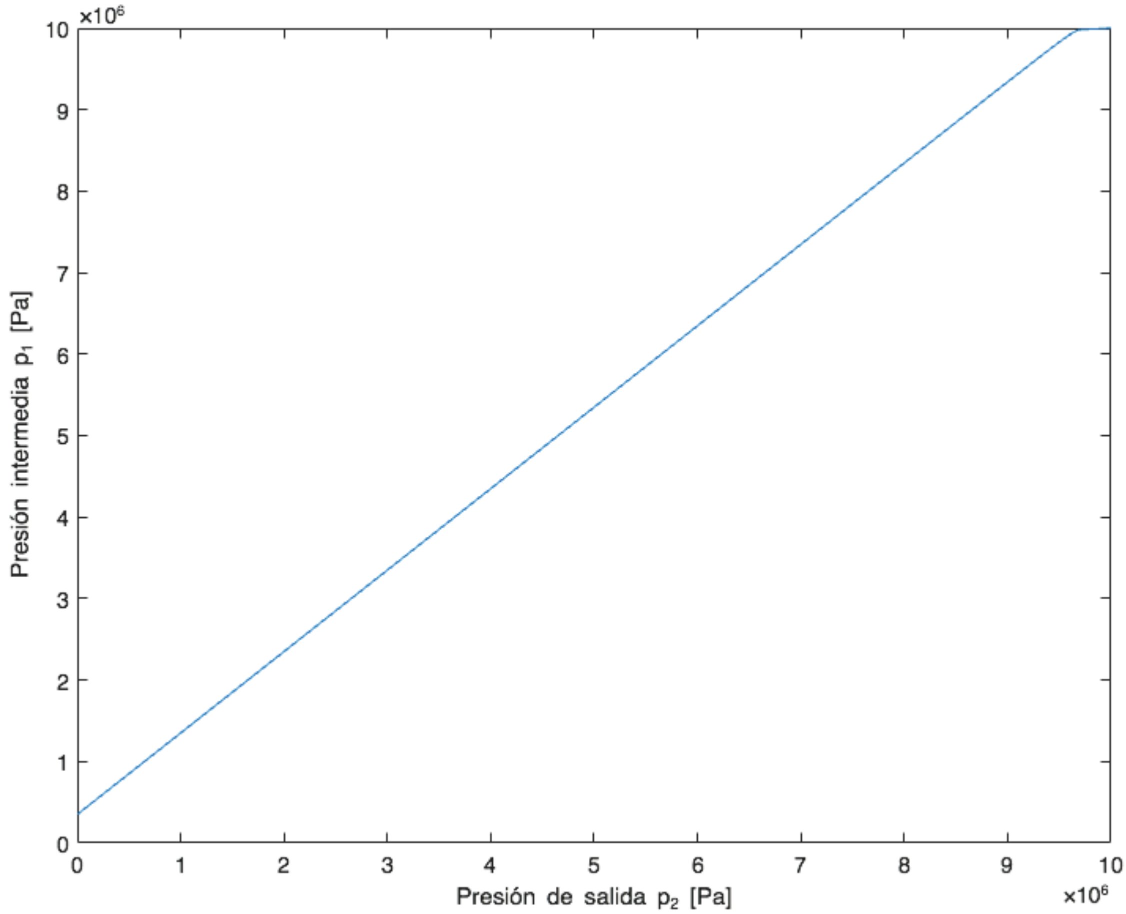

Ilustración 8: Presión intermedia con una presión de entrada de $p_0 = 100\ bar$.

Este gráfico muestra la relación entre la presión de la zona intermedia y la presión de salida. Se puede ver que es prácticamente una relación lineal. Cuando la presión de salida alcanza el valor límite, que es fácil de reconocer en la gráfica por el cambio brusco de la pendiente, aparecen otros factores que hacen que esta relación se deje de cumplir.

4.1.2 Simulación del caudal que atraviesa la válvula variando el área orificio de regulación

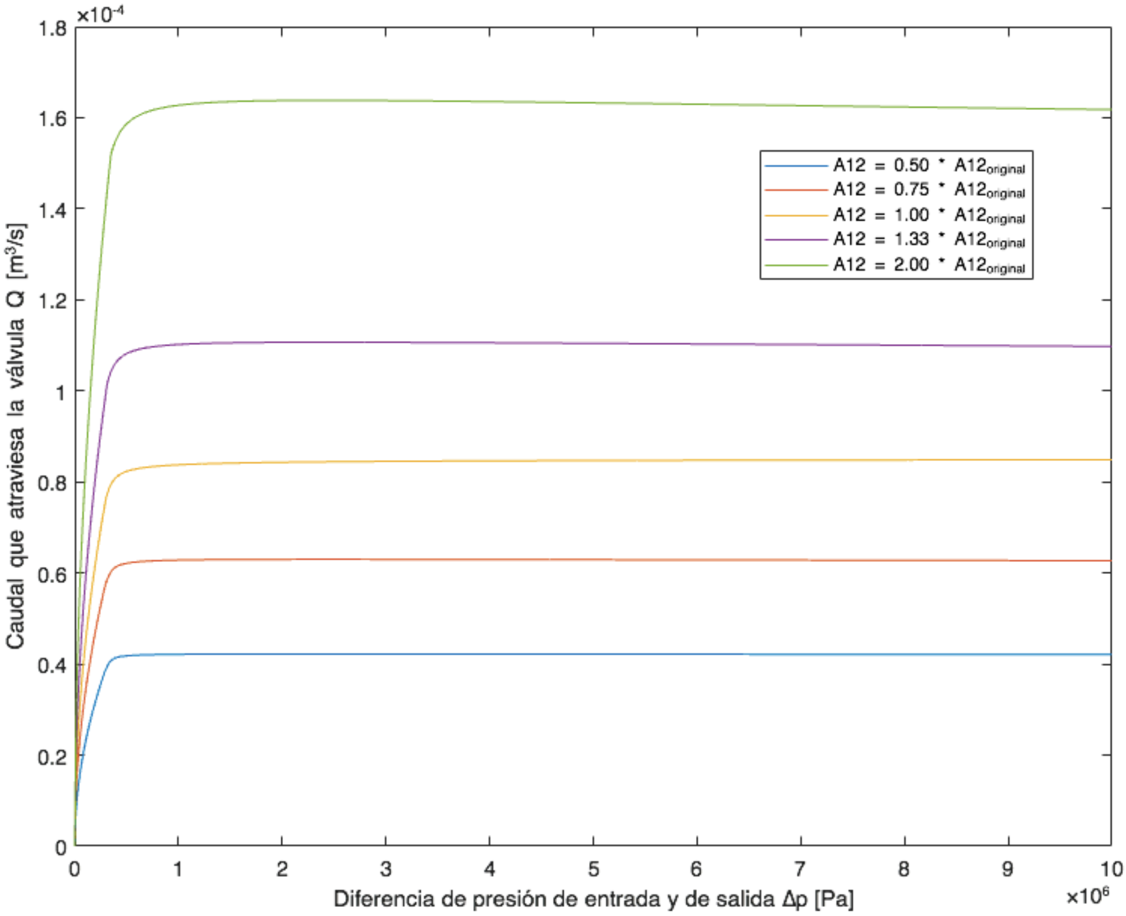

Ilustración 9: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores del área del orificio de regulación.

Apenas se aprecia, por el amplio espectro de presiones, pero al aumentar el área del orificio de regulación, la diferencia de presión límite para que la válvula funcione correctamente aumenta también. Por ejemplo, al duplicar el área del orificio de regulación, la diferencia de presión límite aumenta del $\Delta p_{A_{12}} = 3\, bar$ a $\Delta p_{2*A_{12}} = 3.51\, bar$.

Se hace evidente en el gráfico, que al aumentar el área orificio de regulación, el caudal que atraviesa la válvula también aumenta notablemente.

4.1.3 Simulación del caudal que atraviesa la válvula variando el orificio de compensación

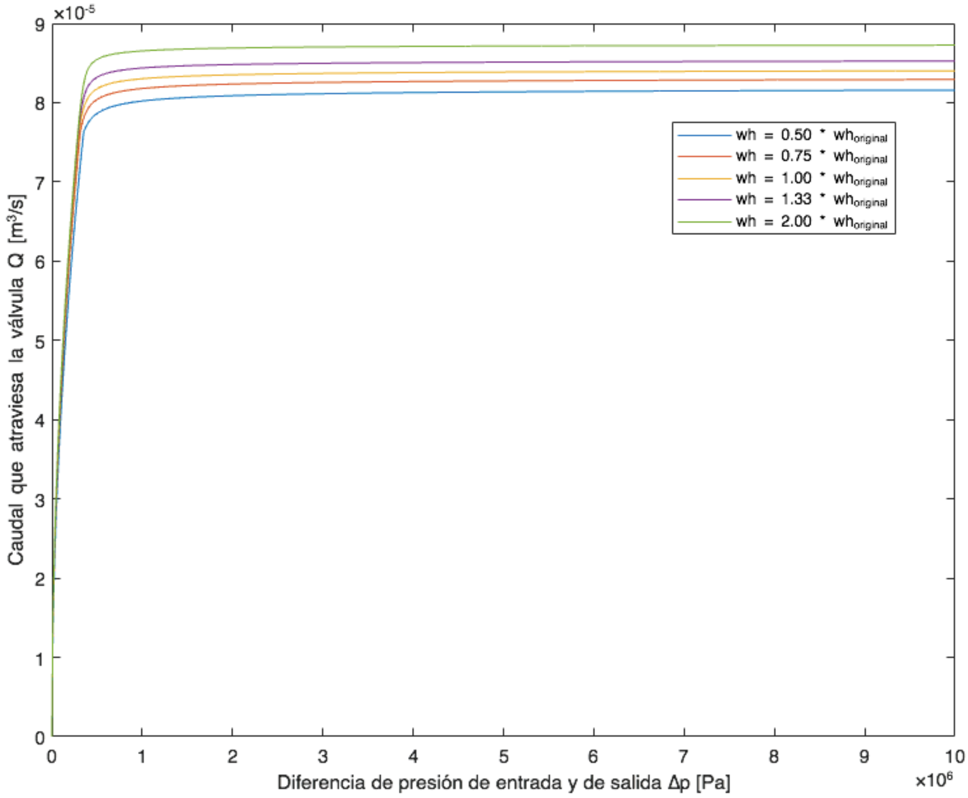

Ilustración 10: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores del área del orificio de compensación manteniendo la proporción $\frac{h}{w}$.

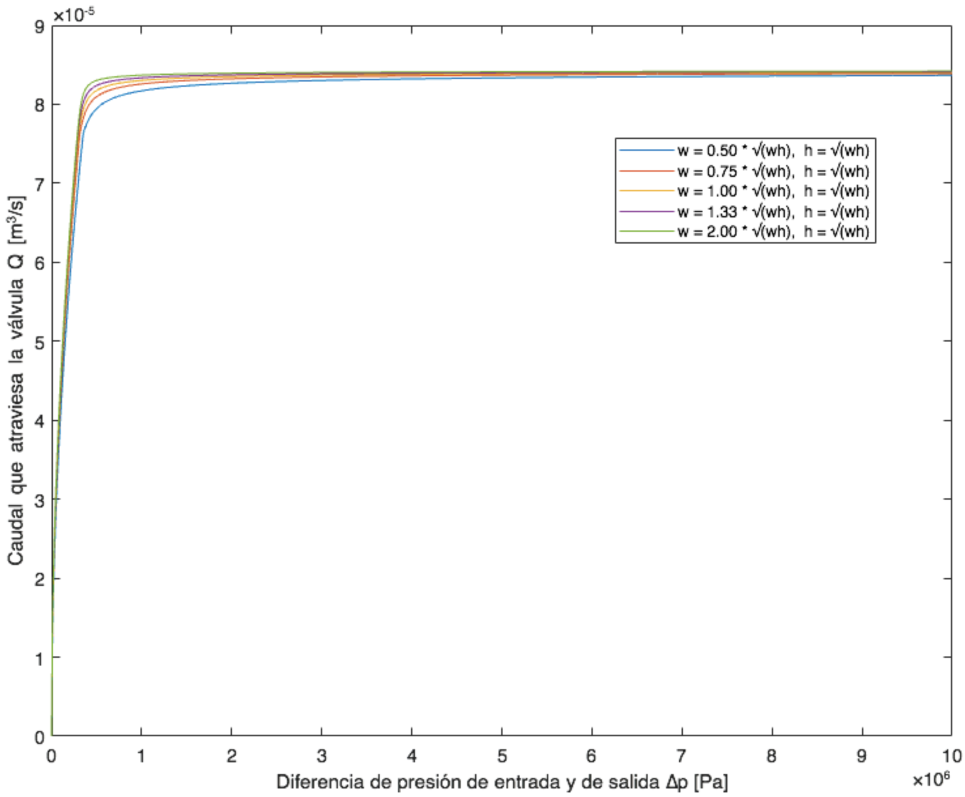

Ilustración 11: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores del área del orificio de compensación variando únicamente la base.

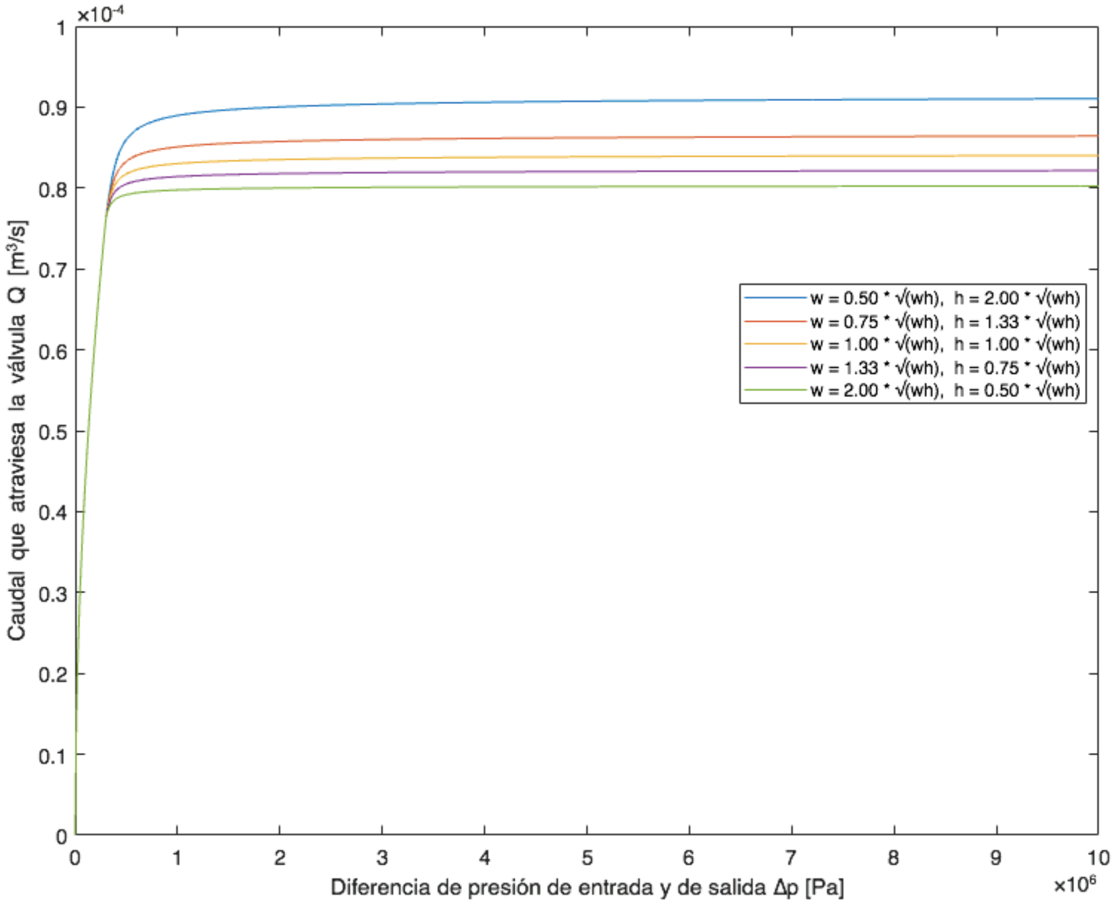

Ilustración 12: Caudal que atraviesa la válvula para el mismo valor del área del orificio de compensación completamente abierto, pero con diferentes distribuciones de base y altura.

Se observa que cuando la diferencia de presiones es inferior a la límite, el caudal es independiente de la distribución del área del orificio de compensación. En otras palabras, sólo depende del área total, y no de su distribución. Aun así esto tiene muy poca influencia en el caudal total. En lo que sí tiene algo más de influencia es en la determinación de la diferencia de presión mínima para levantar el carrete.

De estos 3 gráficos se concluye la influencia de la base w y de la altura h del orificio de compensación sobre el caudal que atraviesa la válvula:

La altura h tiene influencia directa sobre el valor del caudal, es decir, cuanto mayor sea h, mayor será el caudal. Sin embargo, cuanto mayor sea h, más relevancia tendrá la influencia del desplazamiento del carrete x en la fuerza elástica $F_k = k(x + x_0)$, pues menor será la diferencia entre la longitud de precompresión del muelle x_0 y el desplazamiento del carrete x. Esto se traduce en la posición de equilibrio del carrete siendo más dependiente del desplazamiento del carrete, haciendo al caudal de salida menos independiente de la presión a través de la válvula Δp.

La base w no tiene tanta influencia en el valor del caudal, pero sí en la variabilidad de éste en el dominio de la diferencia de presión. En otras palabras, cuanto mayor sea el valor de w, menos dependerá el caudal de la diferencia de presión en la válvula.

4.1.4 Simulación del caudal que atraviesa la válvula variando la fuerza elástica

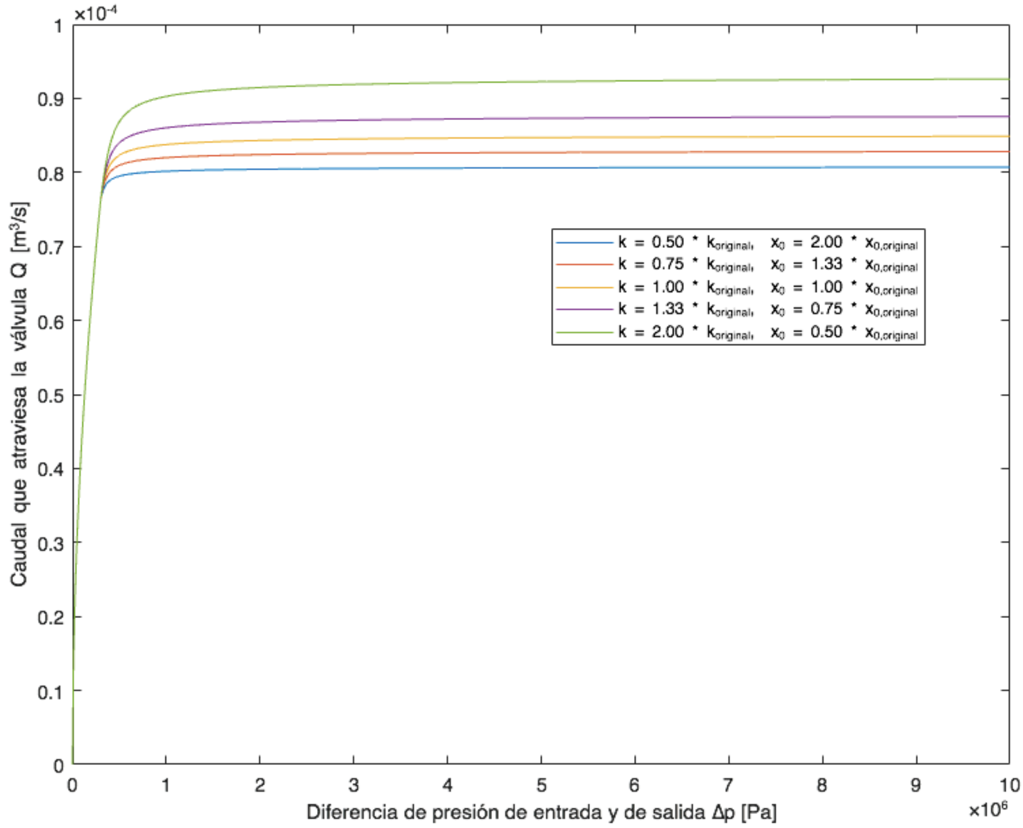

Ilustración 13: Caudal que atraviesa la válvula para el mismo valor de fuerza elástica debida a la precompresión del muelle, con diferentes distribuciones de rigidez del muelle y de longitud de precompresión.

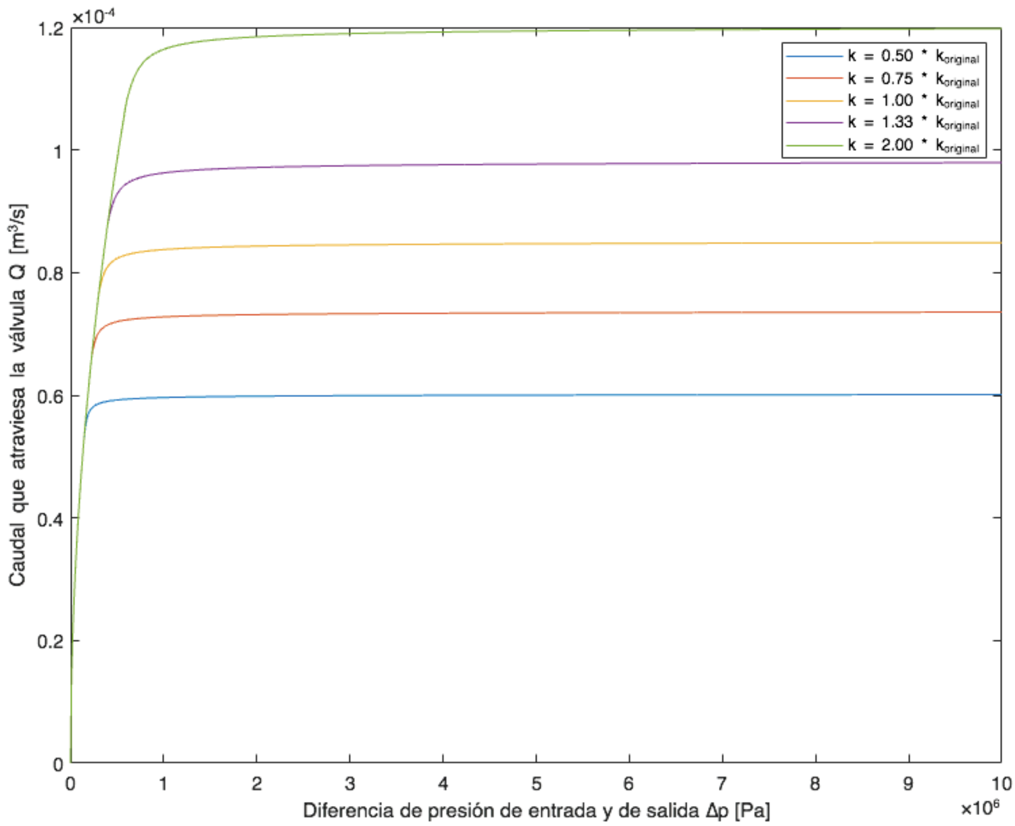

Ilustración 14: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores rigidez del muelle.

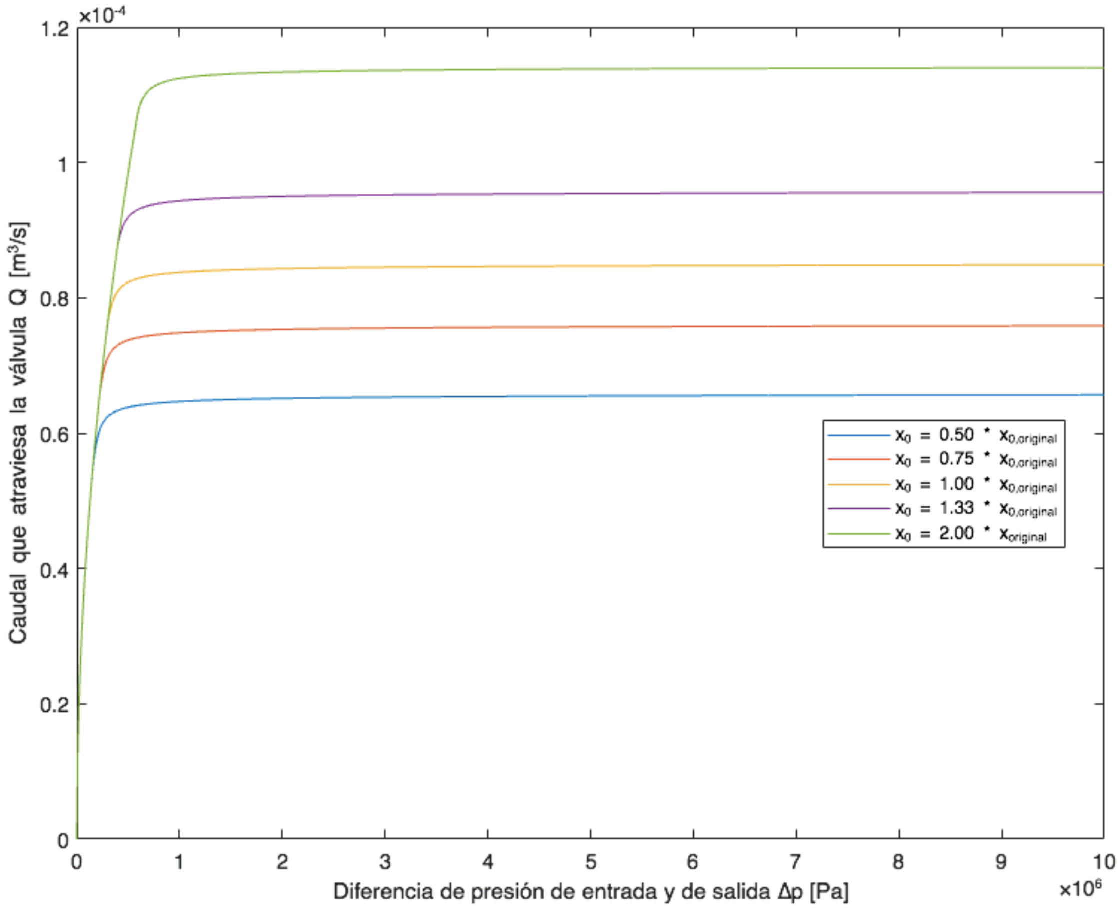

Ilustración 15: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores de longitud de precompresión.

Se observa que cuando la diferencia de presiones es inferior a la límite, el caudal es independiente de la fuerza elástica. En lo que sí tiene influencia es en la determinación del rango de la diferencia de presión para el cual el caudal es dependiente de la caída de presión a través de la válvula. Si se aumenta la fuerza elástica, también se aumenta este rango.

De estos 3 gráficos se concluyen la influencia de la rigidez k y de la precompresión x_0 del muelle sobre el caudal que atraviesa la válvula:

Tanto k como x_0 tienen influencia directa sobre el valor del caudal. La rigidez k tiene más influencia que la precompresión x_0. La precompresión x_0 tiene, además, influencia en la variabilidad del caudal en el dominio de la diferencia de presión. En otras palabras, cuanto mayor sea el valor de x_0, menos dependerá el caudal de la diferencia de presión en la válvula, pues la fuerza elástica $F_k = k(x_0 + x)$, tendrá menos dependencia relativa de x. Esto hace que el caudal de la válvula sea más independiente de la caída de presión a través la válvula.

4.2 Análisis dinámico

El diseño dinámico es bastante más complicado que el estático. Para el diseño de este modelo, se tienen en cuenta ocho ecuaciones: 3 ecuaciones de orificios, 4 ecuaciones de continuidad, y la ecuación de equilibrio de fuerzas. Las 8 incógnitas del sistema serían: x, p_1, p_{inf}, Q_{01}, Q_{12}, Q_{1inf}, Q_{2sup} y Q_2. Sin embargo, para simplificar el sistema, se puede hacer un sistema de seis por seis, y una vez resuelto, hallar los caudales Q_{2sup} y Q_2.

Ecuaciones de orificio:

$$Q_{01} = C_d A_{01} \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho}} = C_d w(h - x) \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho}} \tag{31}$$

$$Q_{12} = C_d A_{12} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \tag{32}$$

$$Q_{1inf} = C_d A_{1inf} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{inf})}{\rho}} \tag{33}$$

Ecuaciones de continuidad:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{\beta_e}{V_1}(Q_{01} - Q_{12} - Q_{1inf}) \tag{7}$$

$$\frac{dp_{inf}}{dt} = \frac{\beta_e}{V_{inf} + A_c x}(Q_{1inf} - A_c \dot{x}) \tag{8}$$

Ecuación de equilibrio de fuerzas:

$$m_c \ddot{x} + c\dot{x} + k(x + x_0) - 2C_v C_d A_{01}(p_0 - p_1)\cos\theta - A_c(p_{inf} - p_{sup}) = 0 \tag{26}$$

Al igual que con el modelo estático, tras varias simulaciones con valores de θ razonablemente altos para el sistema, queda claro que la aportación de la fuerza de flujo F_f al modelo dinámico es despreciable.

$$m_c \ddot{x} + c\dot{x} + k(x + x_0) - A_c(P_{inf} - P_{sup}) = 0 \tag{42}$$

Aquí se puede ver claramente que el único coeficiente de la variable x es k. Esto se traduce en lo que se adelantó al final del apartado del amortiguamiento: $k_{eq} = k$

El sistema de seis por seis tiene a su vez, 3 ecuaciones diferenciales, siendo la del equilibrio de fuerzas, ecuación (42), de segundo orden. Por ello, para resolver el sistema, se pueden sustituir los caudales en las ecuaciones diferenciales, y dejar las ecuaciones diferenciales en función de las presiones y el desplazamiento del carrete, quedando un sistema de tres ecuaciones diferenciales con tres incógnitas: x, p_1 y p_{inf}.

El modelo matemático, puede ser resuelto con cualquier programa de simulación capaz de integrar ecuaciones diferenciales. En este caso, se ha resuelto con MATLAB con la función *ode15s*, que debido a las características del modelo, especialmente su rigidez, muestra mejores resultados que la función *ode45*, especializada en modelos poco rígidos. En MATLAB, para resolver el modelo dinámico, puesto que una de las ecuaciones es de segundo orden, habría que añadir una ecuación y una variable extra. La variable es $\dot{x}$ y la ecuación $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$.

Una vez resuelto el sistema seis por seis, quedan las dos ecuaciones siguientes:

$$Q_{2sup} = -A_c \dot{x} \tag{9}$$

$$Q_2 = Q_{12} - Q_{2sup} \tag{34}$$

Estas ecuaciones proporcionan el caudal que entra en la cámara superior Q_{2sup} y el caudal de salida Q_2.

Hay otro aspecto de gran importancia en el modelo que debe tenerse en cuenta. Es el comportamiento de carácter vibratorio del sistema ante excitaciones. A causa de la no linealidad del modelo, la frecuencia natural del sistema ω_n va a obtenerse a través de la simulación. Una vez obtenida la frecuencia natural de la válvula, se debe evitar que la válvula trabaje con cambios de presiones periódicos que tengan una frecuencia cercana a esta frecuencia natural.

Además, los tipos de excitación que van a utilizarse en la simulación son excitaciones de tipo rampa, es decir, las presiones de entrada o de salida cambiarán de manera constante durante un intervalo hasta que alcancen la presión final. Más adelante se verá que cuanto más rápida sea la excitación, mayor será la amplitud de las sobreoscilaciones del caudal de salida de la válvula. Por ello, durante la simulación, se escogerán los valores de tiempo mínimos, para obtener un caudal de salida estable en el régimen transitorio.

Para el cambio de presión en la entrada de la válvula, se escogerá un tiempo de $t_r = 10^{-6}\ s$. Este tiempo es muy pequeño, y se ha escogido por su similitud a una función escalón.

Para el cambio de presión a la salida de la válvula, se escogerá un tiempo de $t_r = 10^{-3}\ s$. A diferencia que con el cambio de presiones en la entrada, la válvula se vuelve muy inestable ante excitaciones de la presión de salida más rápidas que aquellas con $t_r = 10^{-3}\ s$. Por ello se ha escogido este tiempo de excitación que es lo suficientemente estable.

Se han escogido estos tiempos de excitación como situación límite, es decir, en los casos en los que las excitaciones duren más, la válvula se comportará de una manera más estable, con menor amplitud de oscilaciones, y con una diferencia máxima de caudal menor. Esto es útil porque da un punto de vista más conservador y permite simular la válvula en un caso en el que la válvula presenta relativa inestabilidad, que rara vez se verá en la práctica. En general, en circuitos hidráulicos, los cambios de presión son más lentos que con los que se ha excitado la válvula en la simulación, especialmente los cambios de presión causados por cargas en el circuito, las cuales suelen estar a la salida de la válvula. Más adelante se verá como reacciona la válvula ante diferentes tiempos de excitación.

4.2.1 Simulación de la posición del carrete y de las presiones y los caudales en los distintos pasajes de la válvula variando la presión de entrada

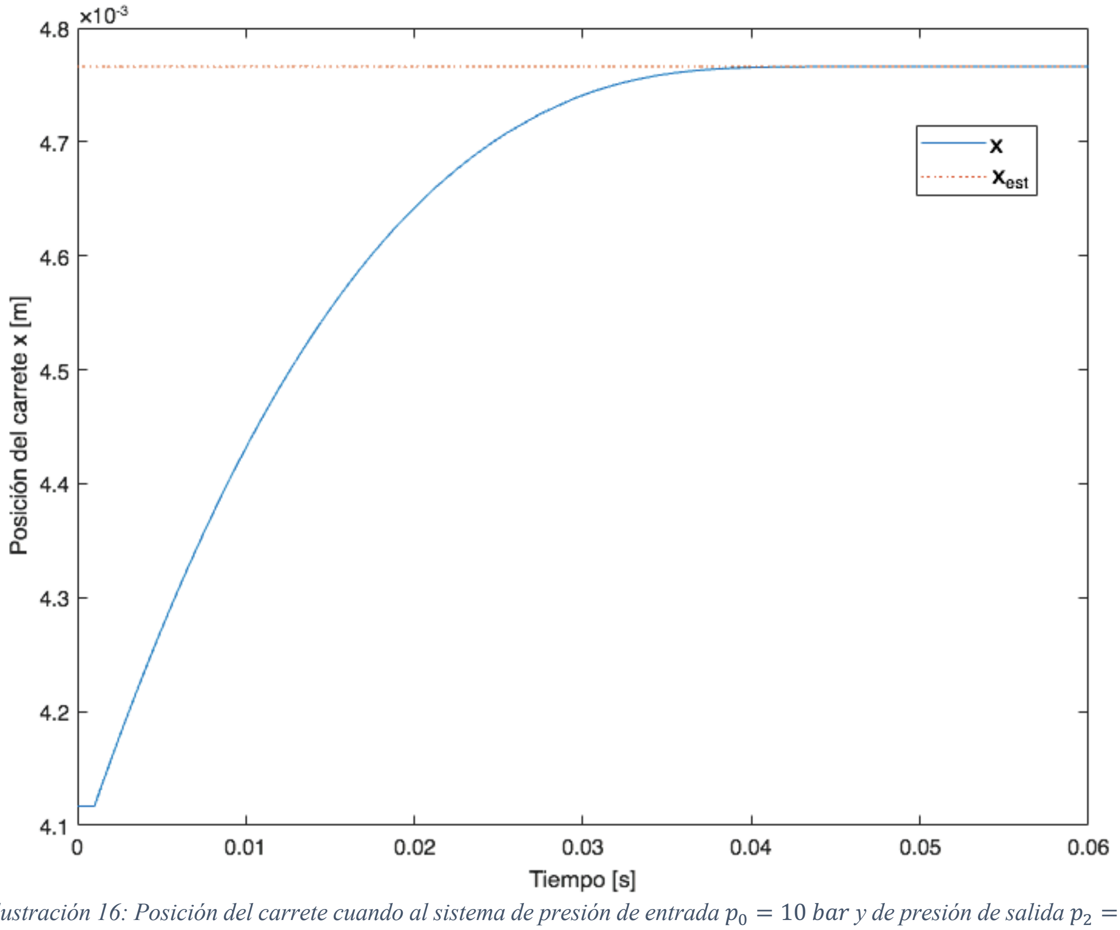

Ilustración 16: Posición del carrete cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10$ bar y de presión de salida $p_2 = 0$ bar, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p_0 = 100$ bar, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6}s$.

El gráfico muestra como, efectivamente, el carrete, tras la excitación del cambio de presión, se desplaza hasta alcanzar el nuevo equilibrio, que coincide con el calculado en el régimen estático. Aquí también aprecia perfectamente la influencia del amortiguamiento, que optimiza el proceso de llegar al nuevo equilibrio, alcanzándolo rápidamente, evitando grandes sobreoscilaciones.

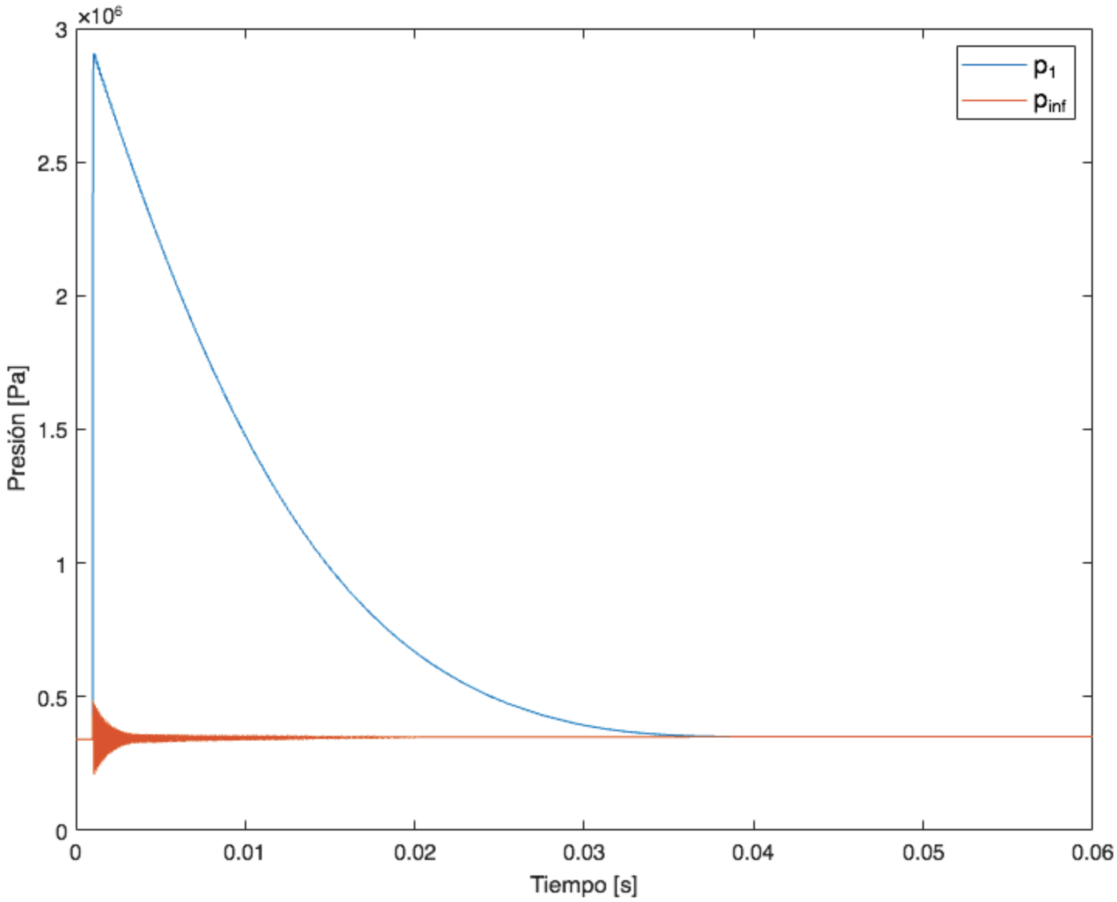

Ilustración 17: Presión de la zona intermedia y de la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6} s$.

El gráfico muestra como la presión de la zona intermedia crece muchísimo, pero vuelve prácticamente a la misma posición. Como se indicó en la parte estática, con estos valores de la diferencia de presión de la válvula, la presión de la zona intermedia se vuelve prácticamente independiente de la presión de entrada. Esto se traduce en la presión intermedia volviendo a un valor muy parecido de su valor de partida.

También se muestra la evolución de la presión de la cámara inferior, que se mantiene prácticamente constante para mantener el equilibrio, pero con notable oscilaciones debido a las vibraciones del carrete.

Esta diferencia de presiones mostradas en el gráfico también nos da una idea del caudal que pasa a través del orificio de control. Se ve como éste va entrando en la cámara inferior, con algunas vibraciones al principio que se van disipando, y se va reduciendo hasta que deja de haber, al haberse alcanzado el equilibrio.

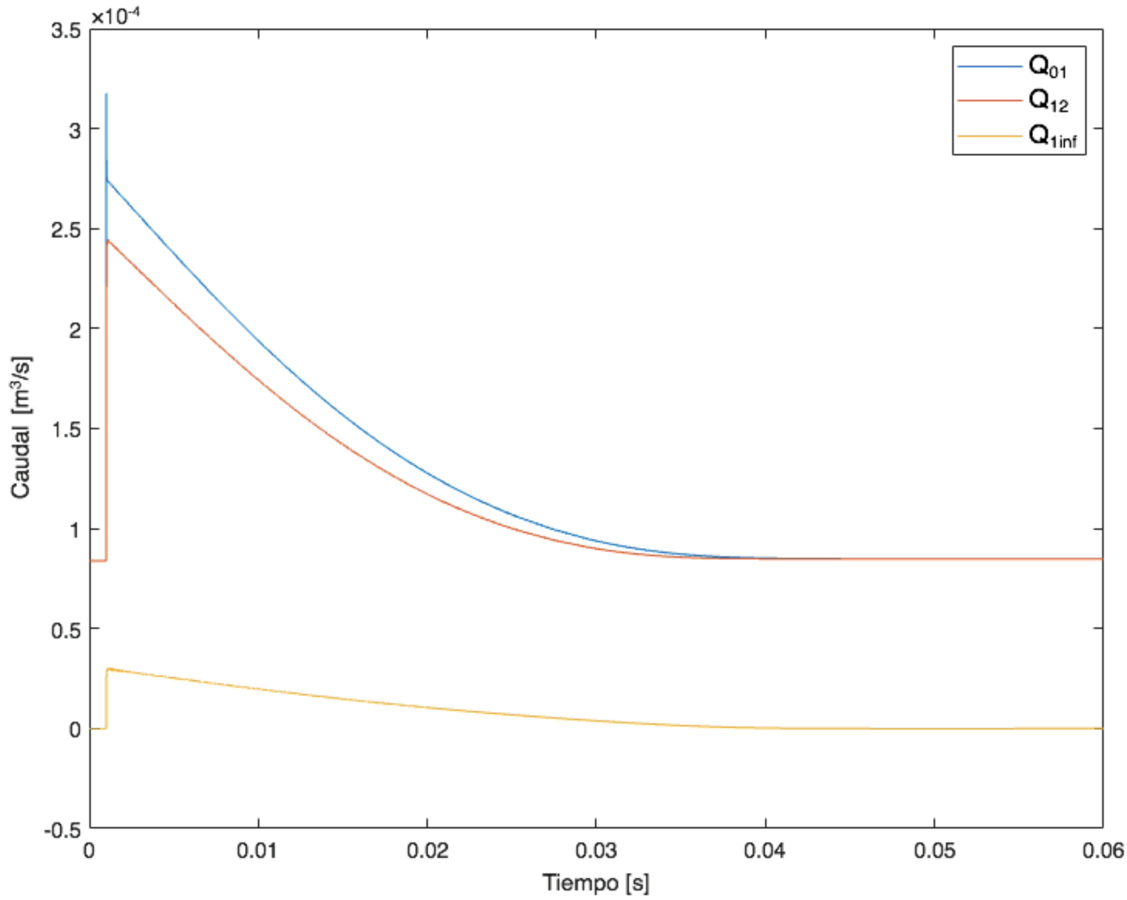

Ilustración 18: Caudal de entrada, caudal del orificio de regulación y caudal que entra en la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6} s$.

En este gráfico, prestando atención al caudal de entrada, que es la presión de entrada la que sufre un rápido aumento, y esto se traduce en la evidente sobreoscilación que aparece en la curva.

Con este aumento de presión de entrada, y un aumento algo menor de la presión intermedia, se consigue que todos los caudales que entran y salen de la zona intermedia crezcan. Se observa que con el tiempo, el caudal del conducto inferior se detiene, y los de entrada y del orificio de regulación se igualan, alcanzando el equilibrio.

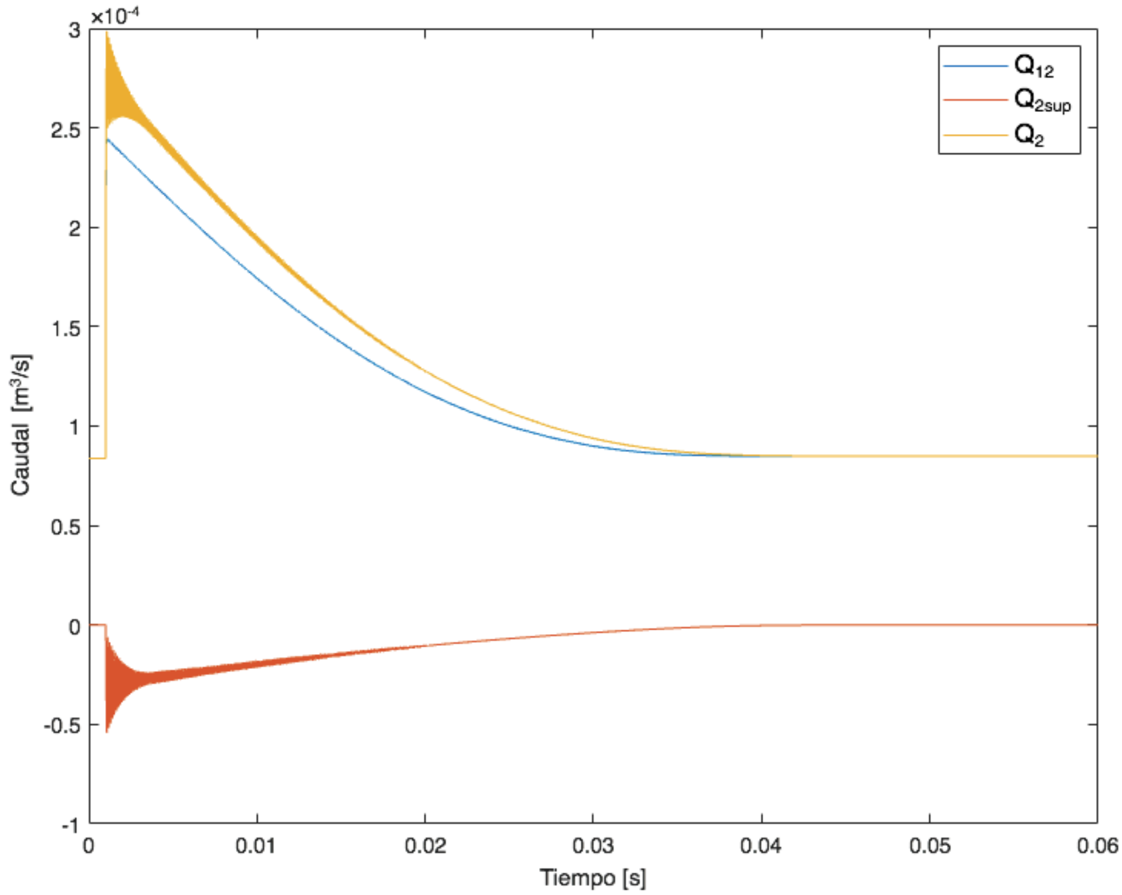

Ilustración 19: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6}s$.

En el caudal del conducto superior se puede ver la falta de amortiguamiento sobre éste. En el modelo se ha preferido despreciar las pérdidas de presión en el conducto superior, sin embargo, de haberse tenido en cuenta, y por tanto, haber tenido también en cuenta el amortiguamiento que ofrece la cámara superior con su volumen, la válvula se vería más estable, amortiguándose las sobreoscilaciones de las curvas en una fracción del tiempo de lo que tarda en esta simulación.

El gráfico muestra la relación aritmética del caudal de salida con el caudal del conducto superior y el del orificio de regulación, y como cuando se alcanza el equilibrio, el caudal que entra en la cámara superior se detiene y el caudal de salida es el mismo que el caudal que atraviesa el orificio de regulación.

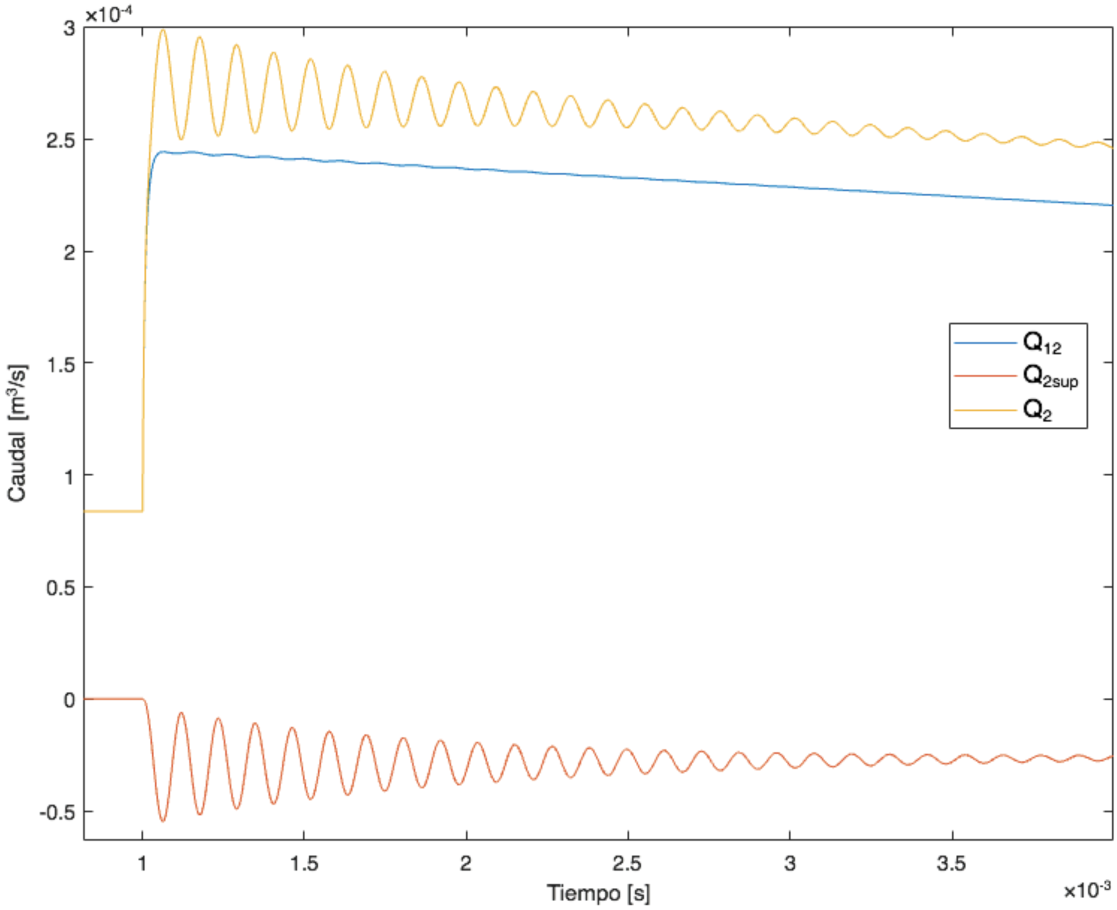

Ilustración 20: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6} s$, ampliado en el momento de la excitación para mostrar las vibraciones..

En la gráfica ampliada se puede apreciar mejor como vibra el caudal de salida. Las oscilaciones que aparecen en la gráfica vibran con la frecuencia natural de la válvula. El periodo de estas oscilaciones es aproximadamente de $1.146 * 10^{-4} s$. Con esto se concluye que la frecuencia natural de la válvula cuando se varía la presión de entrada es aproximadamente $\omega_n = 5.48 * 10^4\ rad/s$.

4.2.2 Simulación de presiones y caudales en los distintos pasajes de la válvula variando la presión de salida

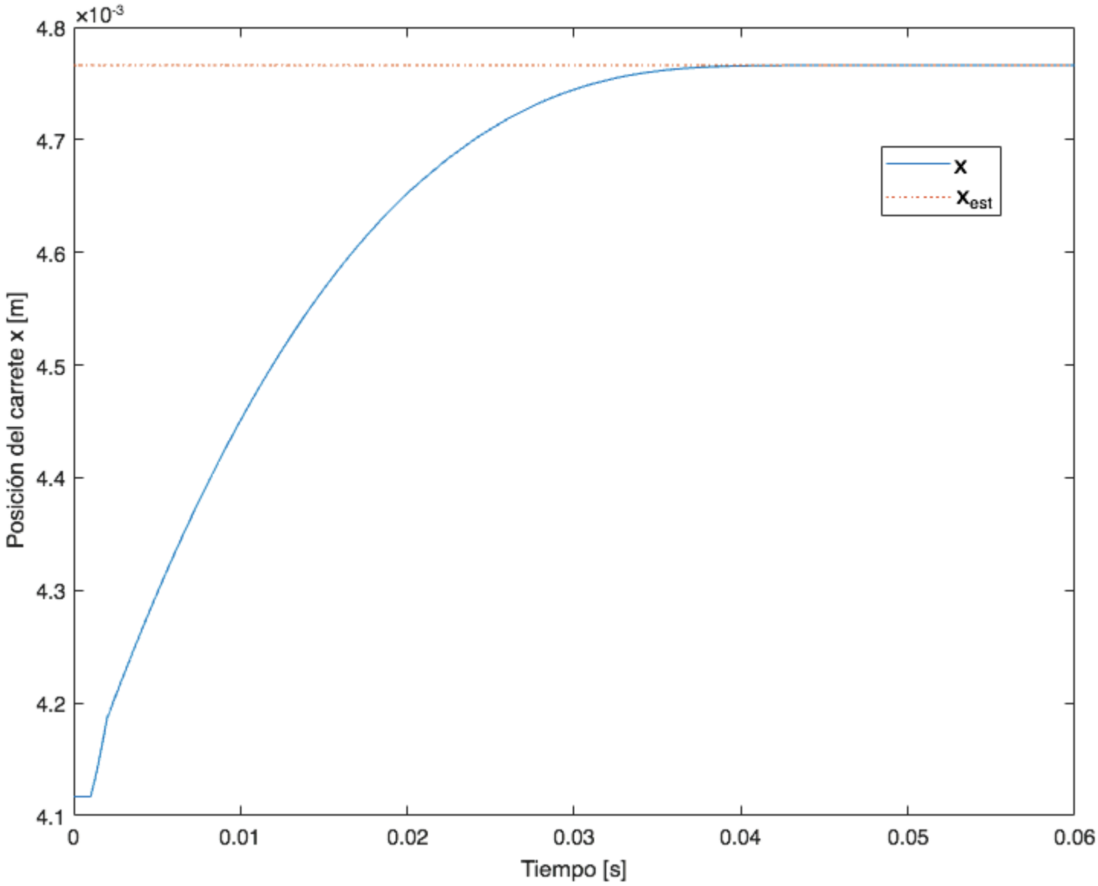

Ilustración 21: Posición del carrete cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p_2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3}s$.

Al igual que en el gráfico homólogo que variaba la presión de entrada, el gráfico muestra que el carrete alcanza el equilibrio y la importancia del amortiguamiento.

Sin embargo, también se aprecia, que a diferencia de en la gráfica homóloga, aquí, la excitación tiene un efecto más directo sobre el carrete. Como se dijo anteriormente, ha tenido que utilizarse una excitación en rampa con un tiempo de excitación de $t_r = 10^{-3}s$, en vez de una función escalón para evitar grandes oscilaciones del carrete. De hecho, en el gráfico se aprecia como el carrete se mueve al principio con una velocidad prácticamente constante, más rápida que en el resto de la curva aún habiendo reducido la velocidad de la excitación en comparación con el gráfico homólogo.

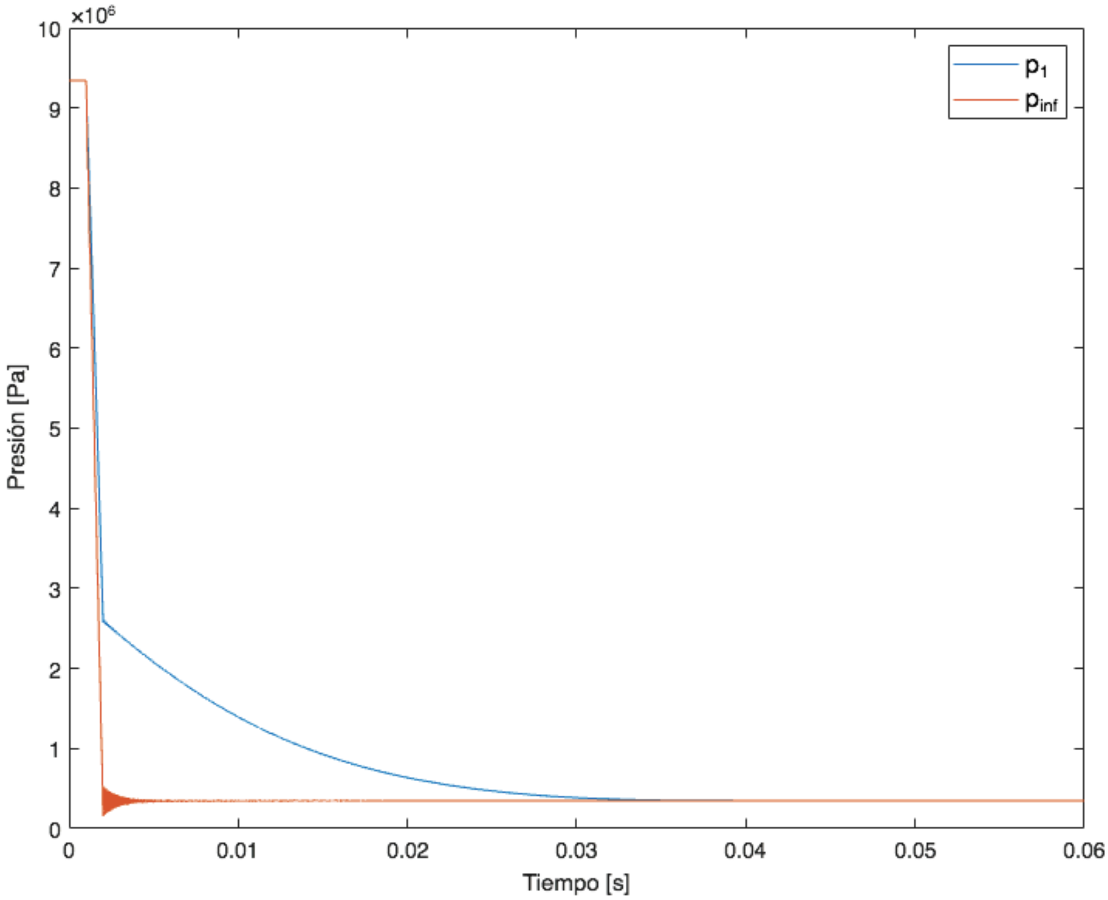

Ilustración 22: Presión de la zona intermedia y de la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p_2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3} s$.

Se observa de nuevo la gran influencia de la presión de salida sobre la presión intermedia y la presión de la cámara inferior.

La presión de la cámara inferior alcanza su valor de equilibrio rápidamente para mantener el equilibrio de fuerzas sobre el carrete, sin embargo sufre oscilaciones como consecuencia de las vibraciones del carrete.

La presión de la zona intermedia alcanza un valor superior al del equilibrio cuando termina la excitación, y tarda algo más de tiempo en alcanzar el valor de equilibrio. Este es el tiempo que tarda en llenarse la cámara inferior, por el caudal que pasa a través del orificio de control, el cual es regido por la diferencia entre la presión de la cámara inferior y la presión de la zona intermedia.

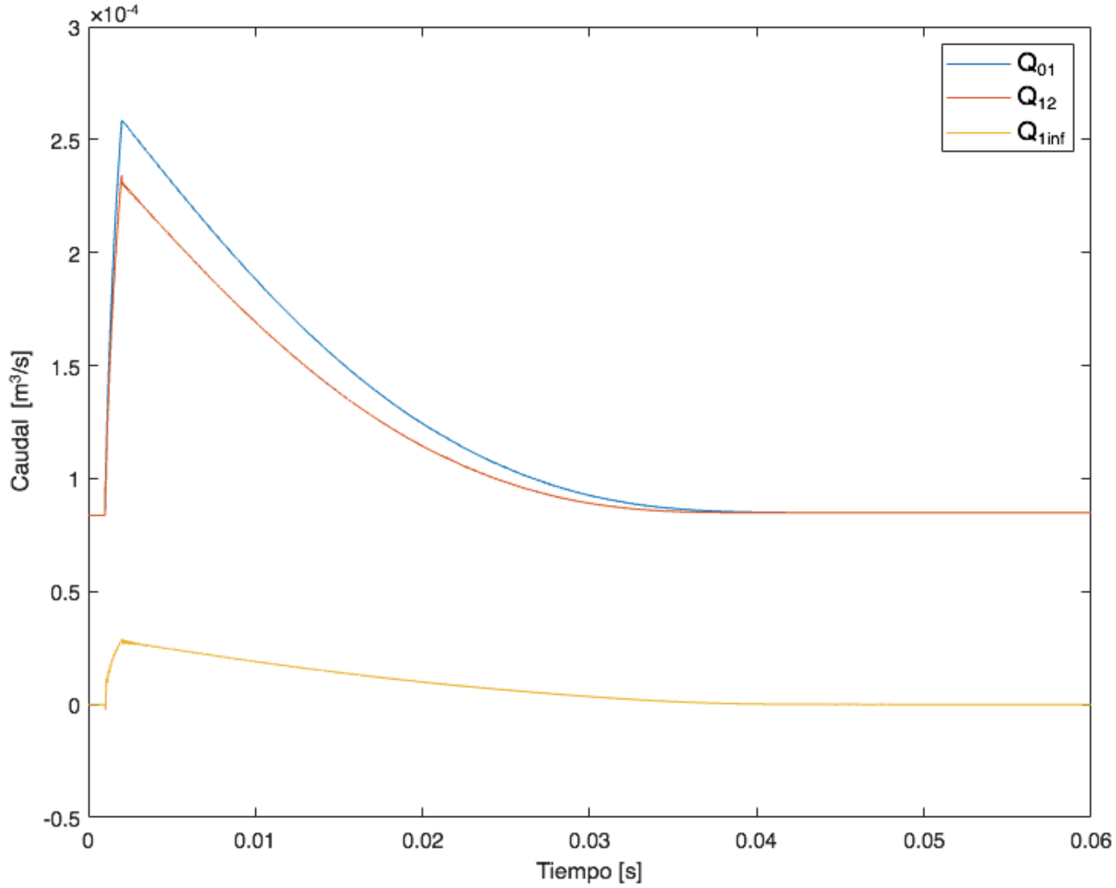

Ilustración 23: Caudal de entrada, caudal del orificio de regulación y caudal que entra en la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p_2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3}s$.

En este gráfico, prestando atención al caudal del orificio de regulación, que es la presión de salida la que sufre la excitación, y esto se traduce en la sobreoscilación que aparece en la curva a pesar de la lentitud de la excitación.

Con este descenso de presión de salida, y un descenso algo menor de la presión intermedia, se consigue que todos los caudales que entran y salen de la zona intermedia crezcan. Se observa que con el tiempo, el caudal del conducto inferior se detiene, y los de entrada y del orificio de regulación se igualan, alcanzando el equilibrio.

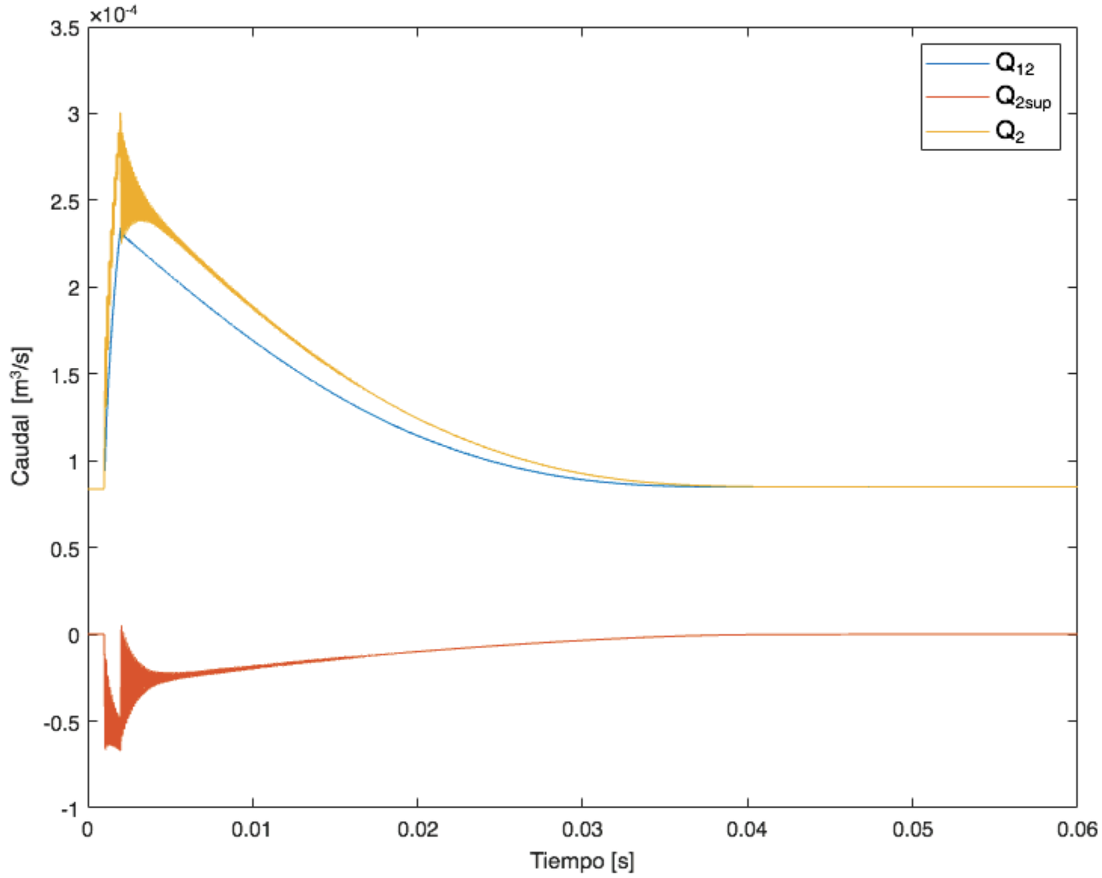

Ilustración 24: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p_2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3}s$.

Al igual que con la gráfica homóloga, aunque más pronunciado todavía a pesar de la de la diferencia de velocidad de la excitación, se puede ver la falta de amortiguamiento directo en el caudal del conducto superior.

El gráfico muestra la relación aritmética del caudal de salida con el caudal del conducto superior y el del orificio de regulación, y como cuando se alcanza el equilibrio, el caudal que entra en la cámara superior se detiene y el caudal de salida es el mismo que el caudal que atraviesa el orificio de regulación.

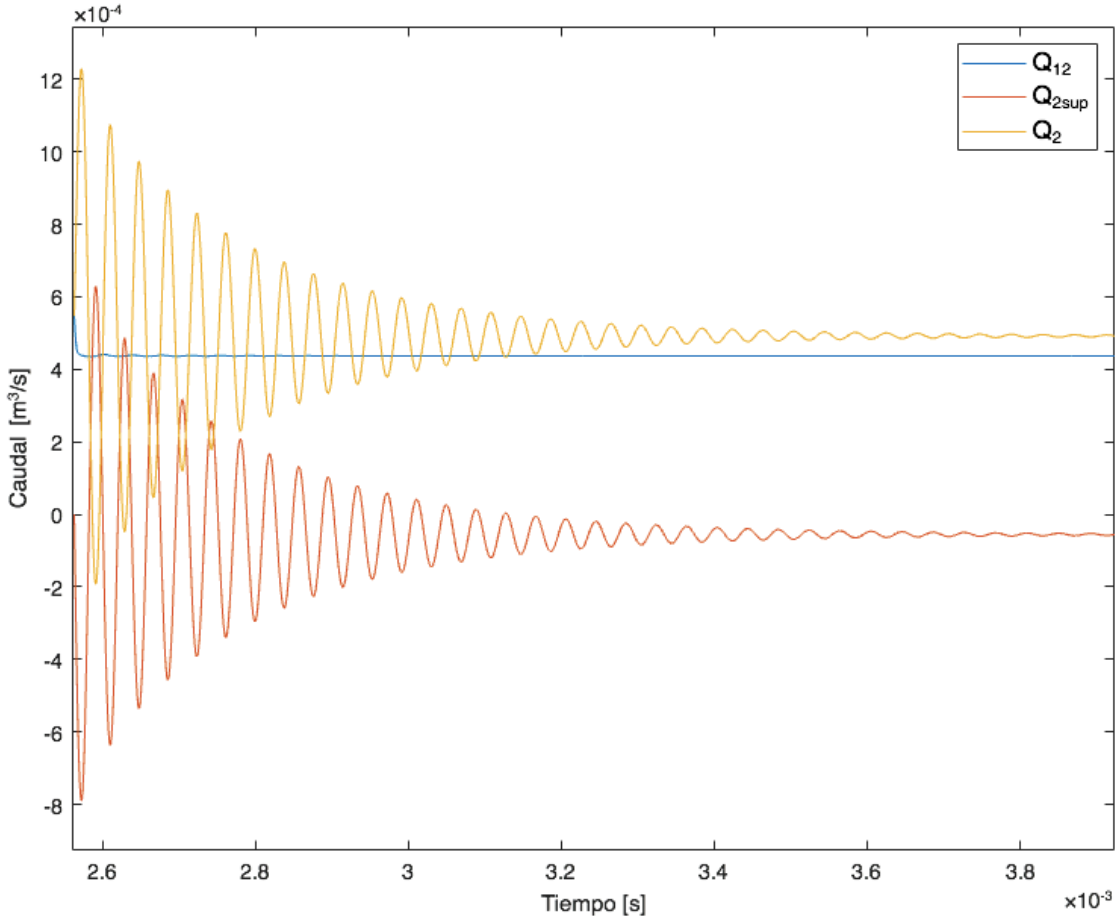

Ilustración 25: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p_2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3} s$, ampliado en el momento que acaba la excitación para mostrar las vibraciones.

En la gráfica ampliada se puede apreciar mejor como vibra el caudal de salida. Las oscilaciones que aparecen en la gráfica vibran con la frecuencia natural de la válvula. El periodo de estas oscilaciones es aproximadamente de $3.85 * 10^{-5} s$. Con esto se concluye que la frecuencia natural de la válvula cuando varía la presión de salida es aproximadamente $\omega_n = 1.63 * 10^5\ rad/s$.

Por lo general, en la práctica, los cambios de presión de salida serán más lentos que los utilizados para la simulación de la válvula. Por ello, en la práctica, no se tendrán excitaciones de la presión de salida cercanos a la frecuencia natural de la válvula, cuyo periodo es menor que el tiempo de excitación.

Como se ha dicho anteriormente, el modelo es un modelo no lineal, por lo que la frecuencia de la válvula puede variar. Se puede ver, por ejemplo, que la frecuencia natural de la válvula no es la misma al variar la presión de entrada que al cambiar la presión de salida. Sin embargo, se pueden coger las dos frecuencias naturales calculadas a partir de la simulación, como las frecuencias a tener en cuenta con vista a las excitaciones que vaya a aguantar la válvula en el circuito hidráulico en el que se coloque.

Simulación del caudal de salida variando la presión de entrada y la presión de salida

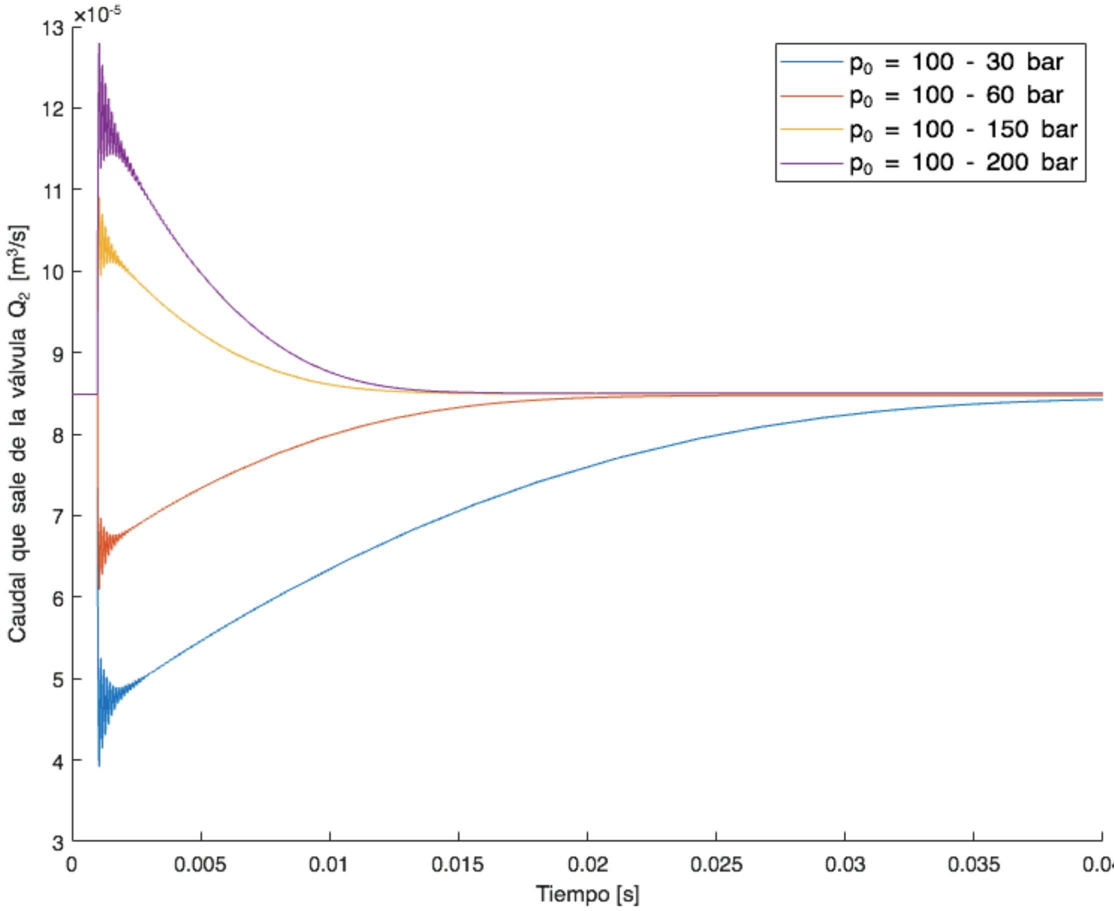

Ilustración 26: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza diferentes valores, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6} s$.

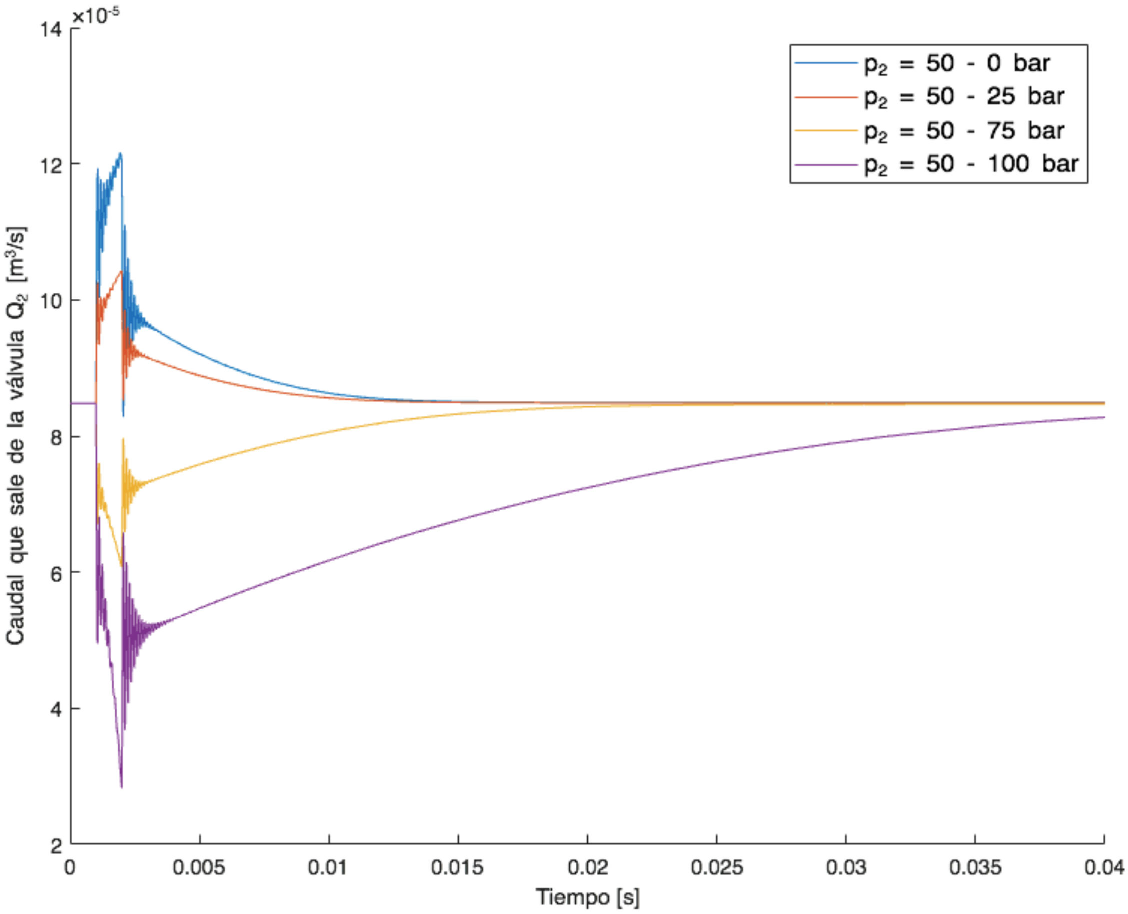

Ilustración 27: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 120\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 50\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza diferentes valores, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3} s$.

Se hace evidente en estas gráficas que cuando la diferencia de presión a través de la válvula crece, el caudal rápidamente crece, y cuando la diferencia de presión en la válvula disminuye, el caudal rápidamente se reduce.

Conforme el tiempo avanza, en todos los casos, el caudal vuelve a su valor de equilibrio, que es prácticamente igual para todos, independientemente de pasar de una diferencia de presión de $\Delta p = 10\ bar$ a una diferencia de presión $\Delta p = 100\ bar$.

Es destacable también que cuando la diferencia de presión aumenta, el tiempo de establecimiento es muy parecido para esos casos, pero cuando la diferencia de presión disminuye, el tiempo de establecimiento aumenta mucho cuanto mayor sea la caída de presión.

4.2.3 Simulación del caudal de salida utilizando las funciones ode15s y ode45

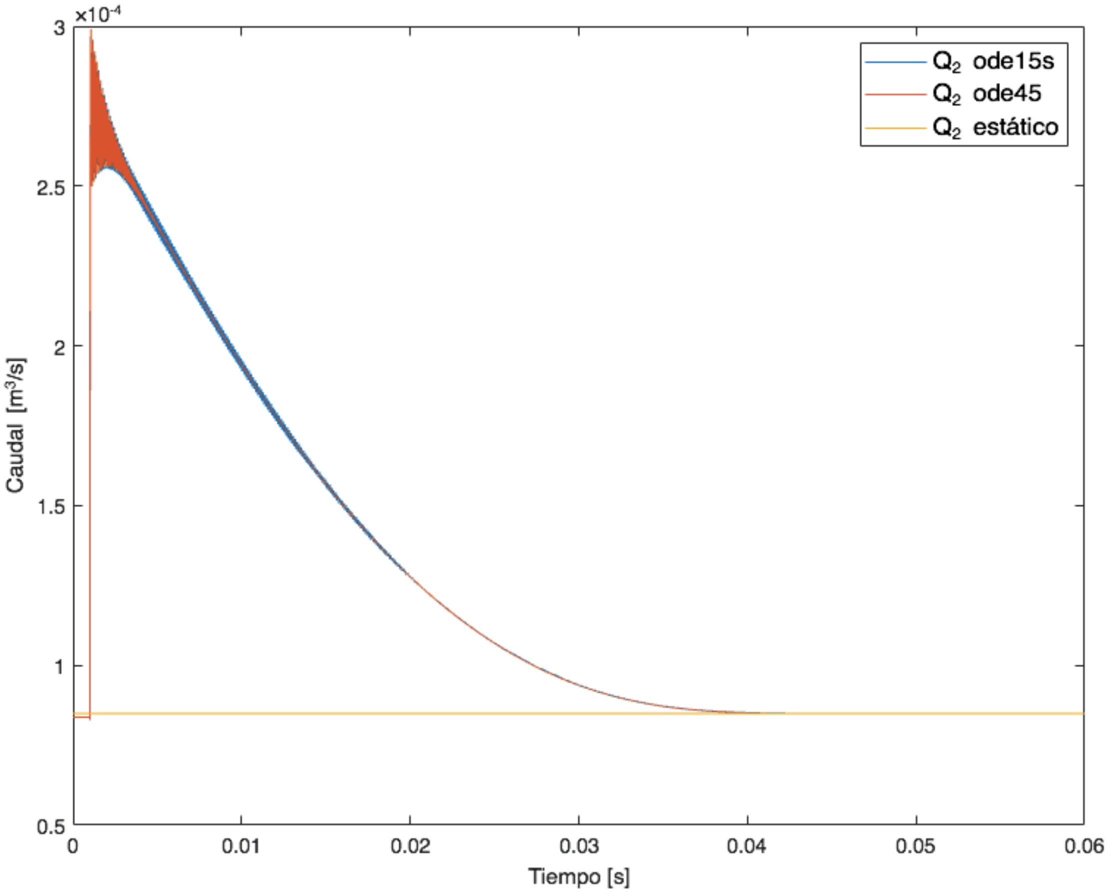

Ilustración 28: Caudal que sale de la válvula calculado con la función ode15s y con la función ode45, comparadas con el caudal que sale en régimen permanente cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6}s$.

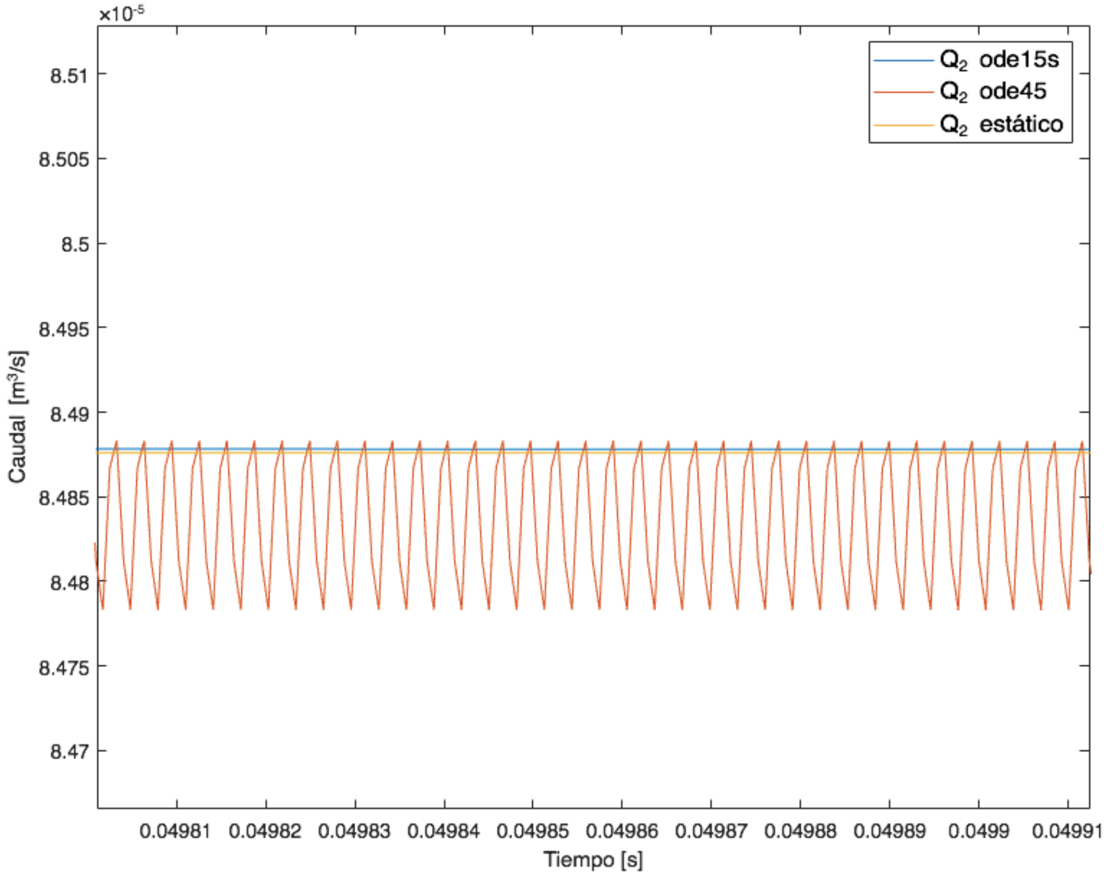

Ilustración 29: Caudal que sale de la válvula calculado con la función ode15s y con la función ode45, comparadas con el caudal que sale en régimen permanente cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ *y de presión de salida* $p_2 = 0\ bar$*, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza* $p_0 = 100\ bar$*, tras el intervalo de tiempo* $t_r = 10^{-6}s$*, aumentada en el régimen permanente para mostrar las diferencias.*

En la Ilustración 28, casi no se nota la diferencia entre la simulación hecha con *ode15s* y la simulación hecha con *ode45*. De hecho, se ve como ambas curvas se acercan al valor del régimen permanente de la misma manera.

Sin embargo, cuando se amplía la gráfica en el régimen permanente, y se obtiene una como la segunda, se observa que mientras el caudal simulado con *ode15s* es casi igual que el calculado de manera estática, pero el caudal simulado con *ode45* presenta pequeñas oscilaciones de alta frecuencia que no se amortiguan. Además de este fallo, *ode45* tiene un coste computacional mucho mayor que el *ode15s*. Los vectores calculados con *ode15s* tienen 1998 términos, y los calculados con *ode45* tienen 37113.

4.2.4 Simulación del caudal de salida utilizando variando la rapidez y de la excitación

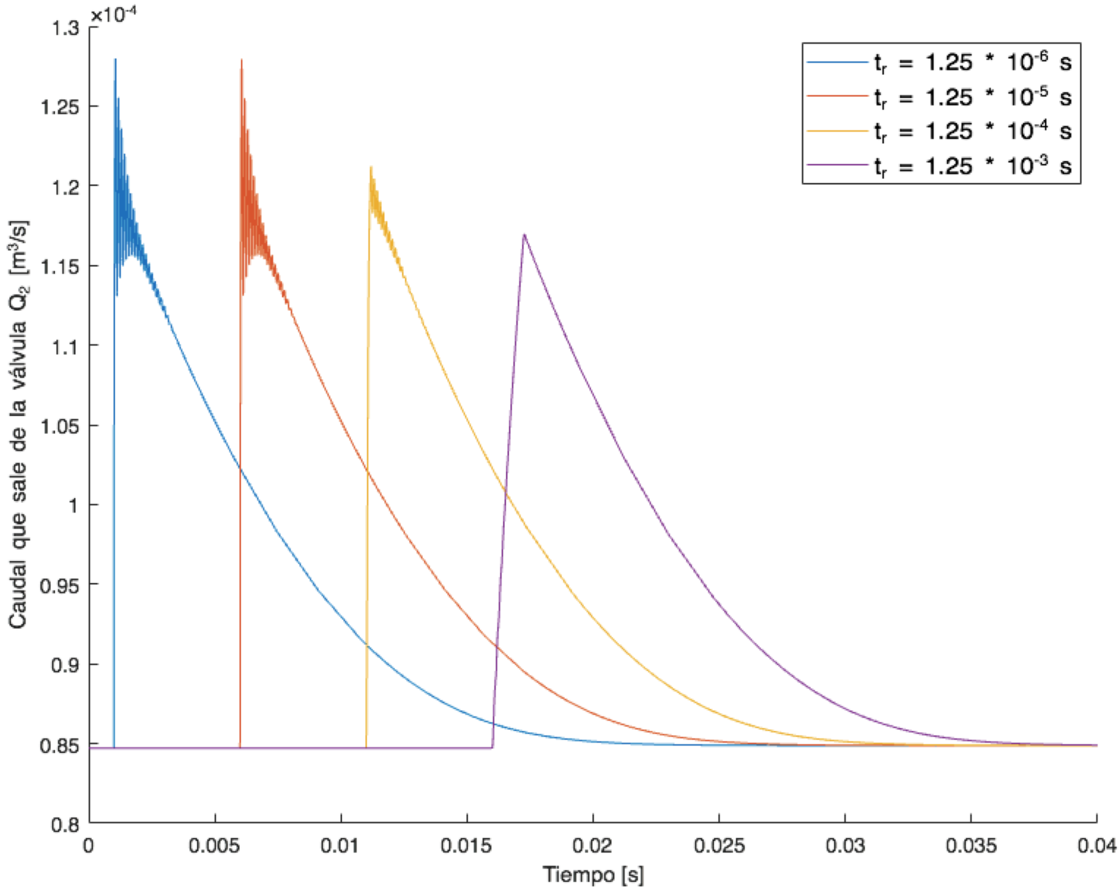

Ilustración 30: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 50$ bar y de presión de salida $p_2 = 0$ bar, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p_0 = 100$ bar, tras diferentes intervalos de tiempo.

Se han utilizado distintos momentos de aplicación de las excitaciones para evitar la superposición de las curvas.

Se puede ver que incluso con excitaciones de la presión de entrada de tipo escalón, con $t_r = 1.25 * 10^{-6}$, el caudal de salida de la válvula muestra vibraciones de cierta amplitud, pero muestra una relativa estabilidad que es aceptable para el funcionamiento de la válvula.

La gráfica muestra, además, como al aumentar el tiempo de excitación, la válvula se vuelve más estable, y las máximas diferencias de caudal se reduce. Se puede ver por ejemplo que para la curva con $t_r = 1.25 * 10^{-3}$, el caudal máximo que sale de la válvula es menor que para el resto de curvas, incluso sin tener en cuenta el caudal extra que sale por las vibraciones.

Por ello es razonable utilizar un tiempo de excitación de $t_r = 10^{-6}$ en la presión de entrada de la válvula en la simulación, ya que muestra relativa estabilidad, y es fácil extrapolar los resultados obtenidos al comportamiento de la válvula ante excitaciones de la presión de entrada más lentas.

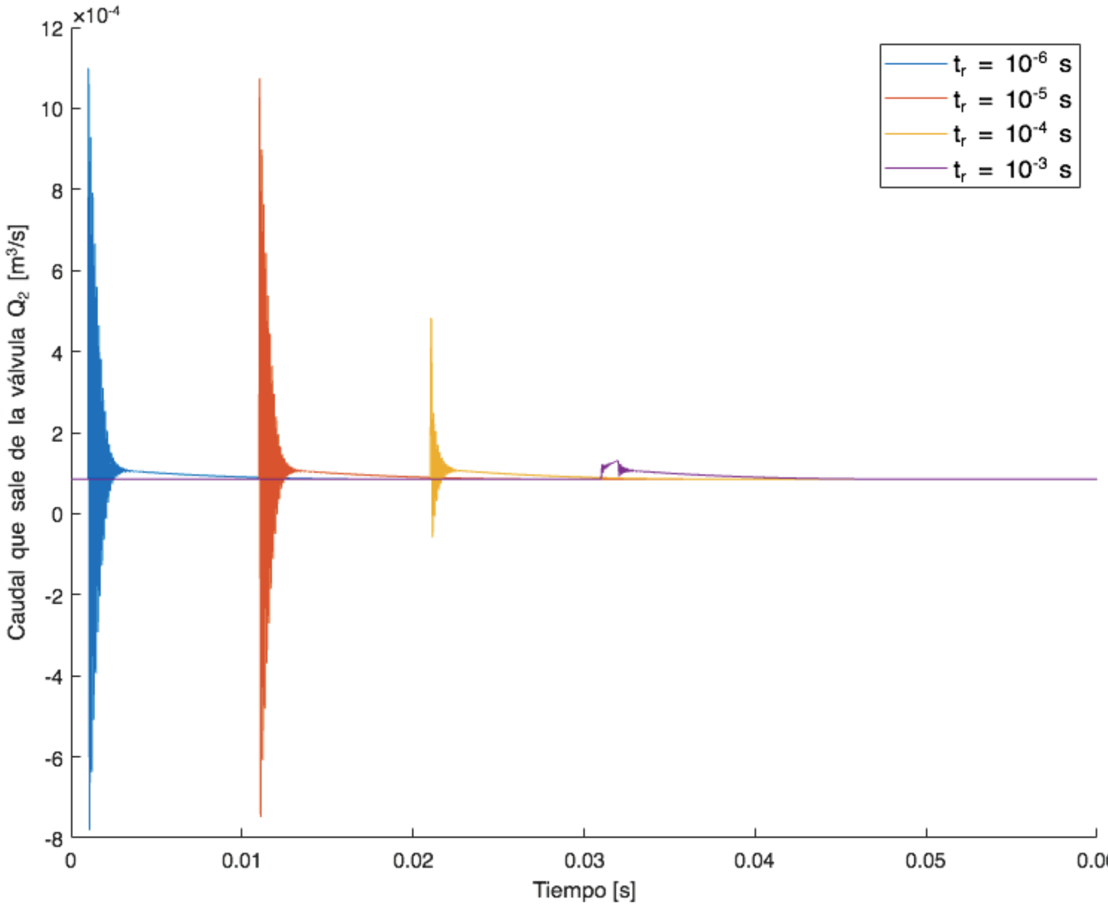

Ilustración 31: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 100$ bar y de presión de salida $p_2 = 50$ bar, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que $p_2 = 0$ bar, tras diferentes intervalos de tiempo.

Se han utilizado distintos momentos de aplicación de las excitaciones para evitar la superposición de las curvas.

Una conclusión que podemos extraer es algo que ya veníamos anticipando, es que las sobreoscilaciones cuando la presión de salida varía son demasiado grandes.

Se puede ver que para valores del tiempo de excitación menores a $t_r = 10^{-3}$, la válvula se vuelve muy inestable, presentando unas sobreoscilaciones del caudal de salida inaceptables. Utilizar excitaciones más rápidas, como las vistas en la gráfica, no sería razonable, porque debido a la inestabilidad que ahí aparece, estos casos no serían representativos para evaluar el comportamiento de la válvula ante excitaciones más lentas. Por ello es razonable utilizar un tiempo de excitación de $t_r = 10^{-3}$ en la presión de salida de la válvula en la simulación, la cual muestra una relativa estabilidad, y es fácil extrapolar los resultados obtenidos a la respuesta de la válvula ante excitaciones de la presión de salida más lentas. Además, en la práctica, los tiempos de la excitación de la presión de salida serán incluso mayores que $t_r = 10^{-3}$.

4.2.5 Simulación del caudal de salida variando el volumen de la cámara inferior cuando el carrete está apoyado el volumen de la zona intermedia

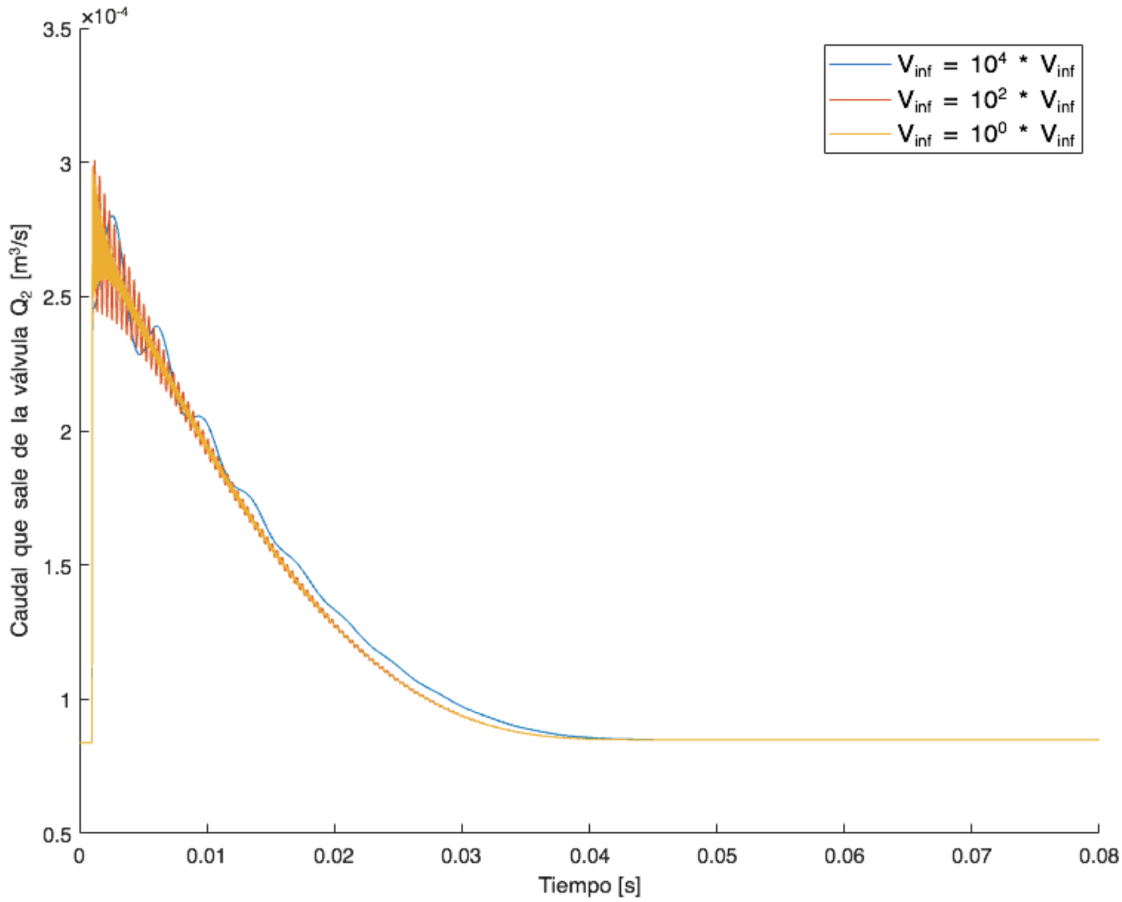

Ilustración 32: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6}\ s$, para diferentes valores del volumen inicial de la cámara inferior.

Se han cogido valores muy diferentes y poco realistas para mostrar las diferencias entre ellos, pues el tamaño del volumen tiene muy poca influencia en el caudal de salida.

Esta gráfica muestra que el volumen de la cámara inferior cuando el carrete está apoyado tiene la capacidad de influir en la frecuencia natural y la amplitud de las oscilaciones del caudal que sale de la válvula.

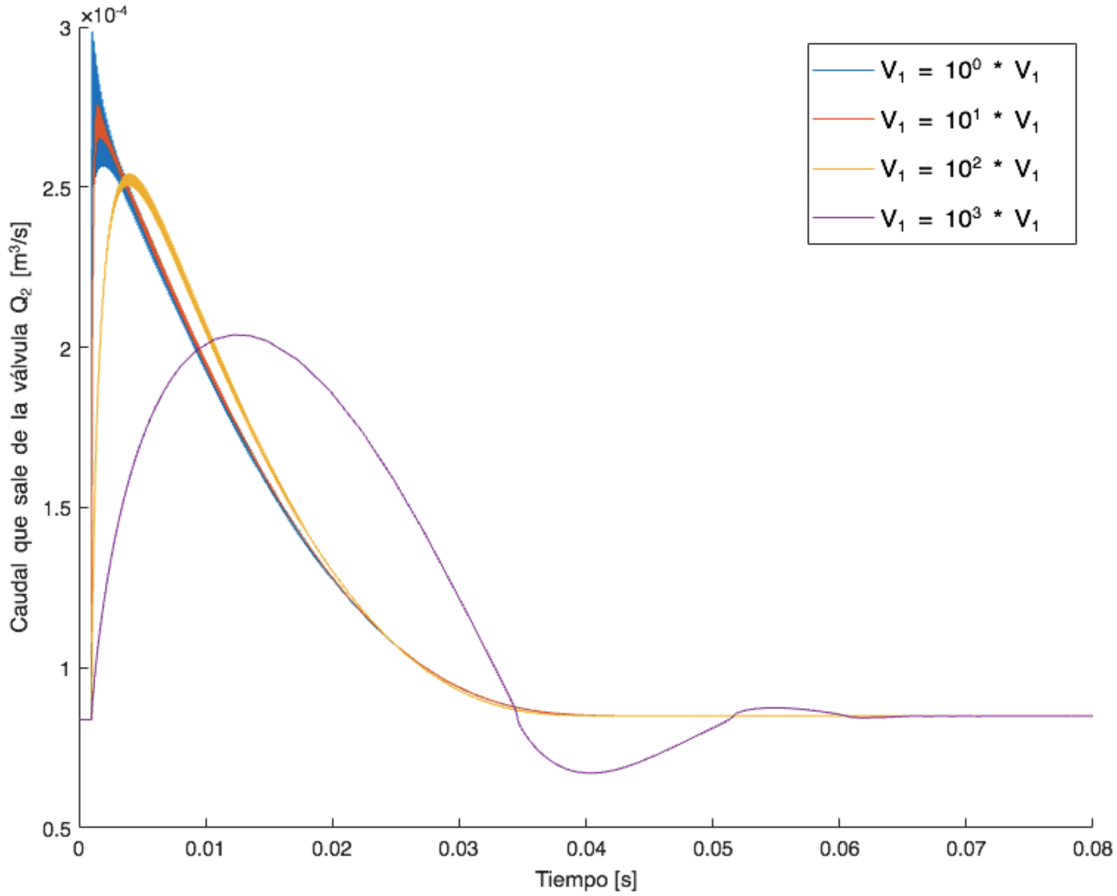

Ilustración 33: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10$ bar y de presión de salida $p_2 = 0$ bar, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p_0 = 100$ bar, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6}$ s, para diferentes valores del volumen de la zona intermedia.

Esta gráfica muestra que el volumen de la zona intermedia tiene la capacidad de influir en el régimen transitorio del caudal que sale de la válvula. Se puede ver que cuanto mayor es el volumen intermedio, el caudal máximo que sale de la válvula es menor. Sería interesante considerar aumentar el volumen de la zona intermedia, por ejemplo, por diez, reduciendo en gran medida las sobreoscilaciones sin afectar la trayectoria de la curva, siempre que esto no afectara a sus especificaciones de diseño

Como observación general, el volumen tiene influencia directa sobre las variables del volumen de control, en especial, la presión de la cámara, pues el volumen es un coeficiente de la derivada de la presión en la ecuación de continuidad.

$$\frac{V}{\beta_e}\frac{dp}{dt} = Q_i - Q_j - \frac{dV}{dt} \qquad (6)$$

Si se hubieran incluido las pérdidas de presión a través del conducto superior, y, por tanto, la ecuación de continuidad en la cámara superior hubiera incluido al volumen de la cámara, las vibraciones del caudal de la válvula en la simulación se habrían reducido más rápido.

4.2.6 Simulación del caudal de salida variando el diámetro del orificio de control

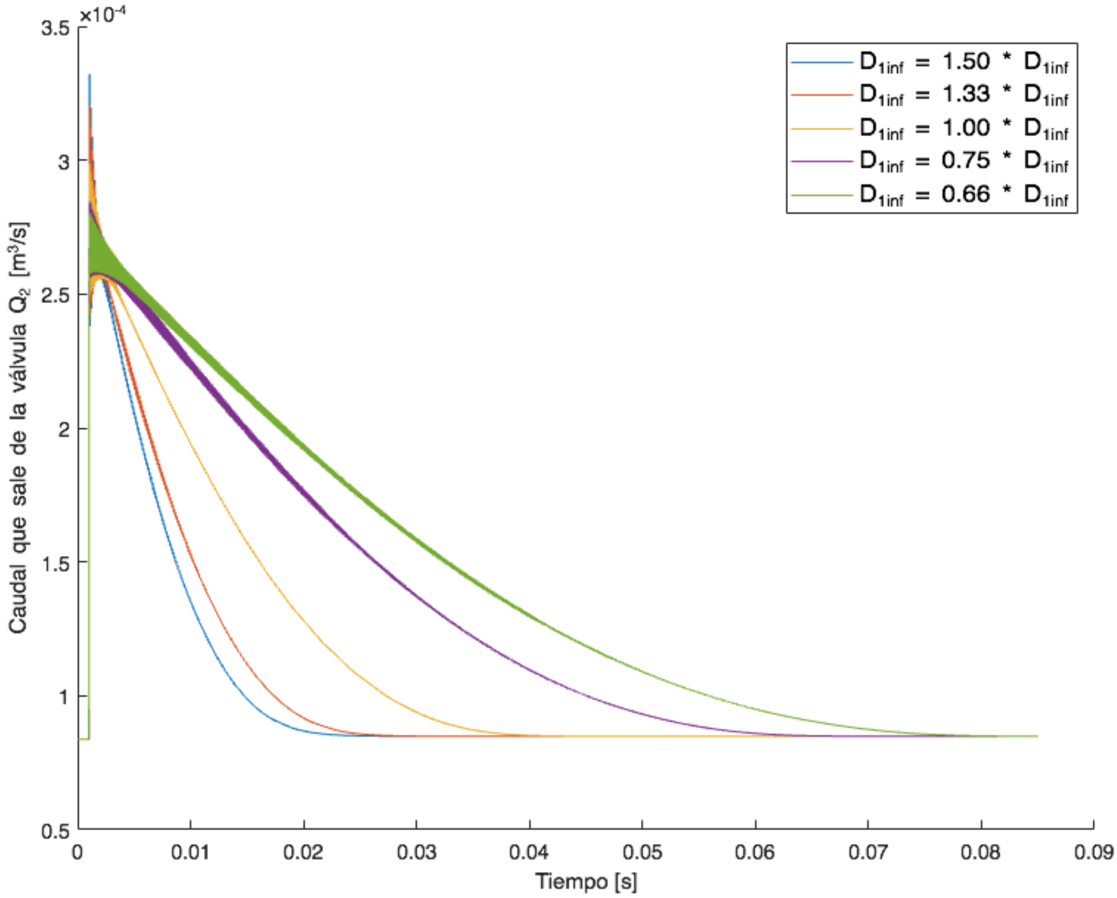

Ilustración 34: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p_2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p_0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-6}\ s$, para diferentes valores del diámetro del orificio de control.

El tamaño del orificio de control tiene mucha influencia en el régimen transitorio del caudal de salida de la válvula. Es la variable que controla directamente el tiempo de establecimiento, en otras palabras, el tiempo que tarda el sistema en alcanzar el equilibrio. Además, también tiene influencia en la estabilidad de la válvula y las vibraciones del caudal. Se aprecia perfectamente en la gráfica como un pequeño cambio del diámetro del orificio de control aumenta las sobreoscilaciones del caudal.

4.2.7 Simulación del caudal de salida variando la masa del carrete

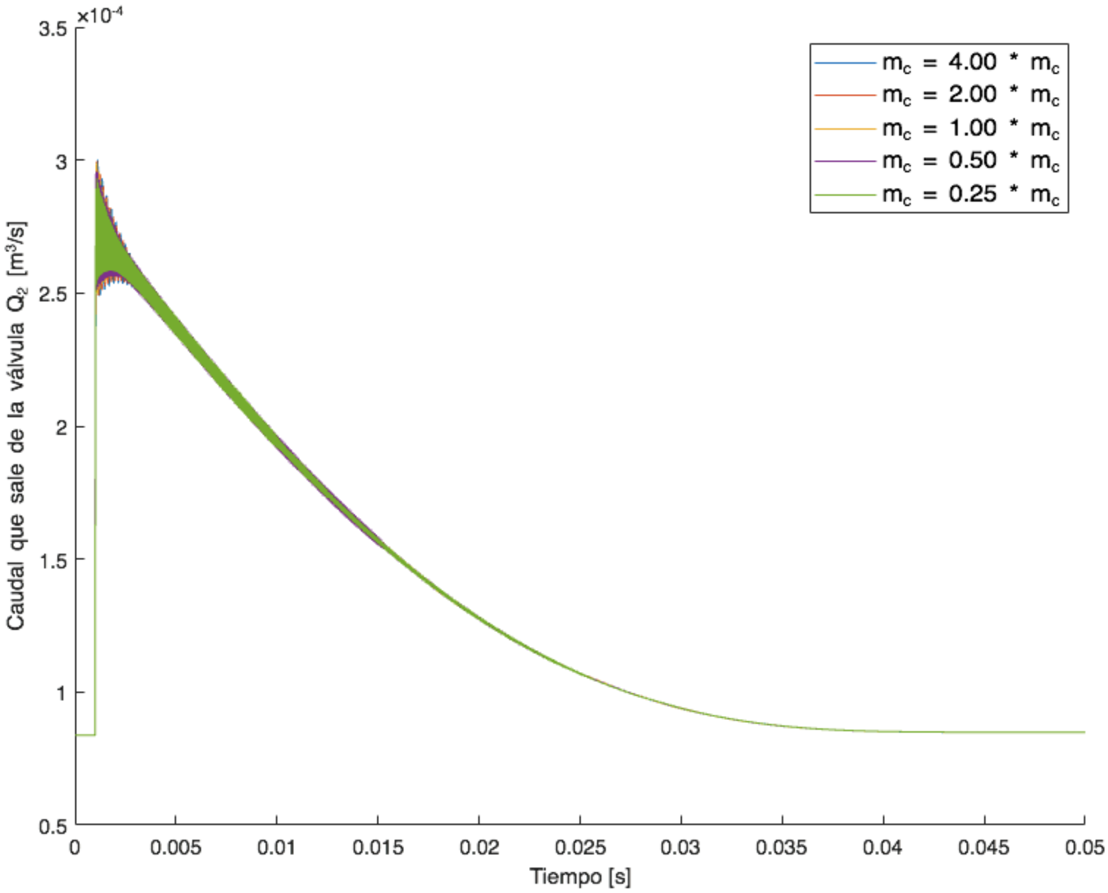

Ilustración 35: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p_0 = 10$ bar y de presión de salida $p_2 = 0$ bar, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p_0 = 100$ bar, tras el intervalo de tiempo $t_r = 10^{-3}$ s, para diferentes valores de la masa del carrete.

Aunque la válvula no sigue un modelo lineal, es fácil de reconocer con la ecuación $\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}$, que cuando aumenta la masa, la frecuencia natural de la válvula disminuye. Esto también se puede distinguir en la gráfica, viendo que, por ejemplo, en la curva del caudal con la masa $4 * m_c$, se pueden distinguir las oscilaciones, mientras que en la curva del caudal con la masa $0.25 * m_c$, no se pueden distinguir las oscilaciones, ya que la frecuencia natural es bastante mayor.

Aparte de esto, que apenas tiene relevancia la masa tiene muy poca influencia en el caudal que sale de la válvula. Esto se puede ver perfectamente en la gráfica, pues las curvas son todas muy parecidas.

5 CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha desarrollado el modelo matemático estático y dinámico de una válvula reguladora de caudal compensada a presión y posteriormente se ha simulado el comportamiento de la válvula con MATLAB. Se han comparado los resultados de la simulación dinámica con los de la simulación estática y los resultados han sido favorables: al variar la diferencia de presión a través de la válvula, la simulación dinámica converge en los valores predichos por el modelo estático.

Además, el programa de simulación ha sido usado para analizar el comportamiento de la válvula. El caudal aumenta con la diferencia de presión a través de la válvula en el rango de 0 a 3 bar, y se mantiene prácticamente constante para valores superiores a 3 bar. Aumentar la rigidez del muelle así como su longitud de precompresión aumenta el caudal que atraviesa la válvula, aunque también aumenta el rango de presiones para el que la válvula no mantiene su caudal prácticamente constante. Aumentar la altura del orificio de compensación aumenta el caudal de la válvula a costa de su independencia de la caída de presión, y aumentar la base de este orificio maximiza esta independencia. Aumentar el área del orificio de compensación también aumenta el caudal de la válvula. Aumentar el área del orificio de control significa reducir el tiempo que tarda la válvula en alcanzar el equilibrio y volver a transmitir el mismo caudal. El orificio de control es el factor más importante para el control y la estabilidad de la válvula. El volumen de la zona intermedia de la válvula tiene algo de influencia en la estabilidad de la válvula. Las influencias del volumen de la cámara inferior y de la masa del carrete en el caudal de la válvula es despreciable.

La válvula va a funcionar correctamente una vez colocada en un circuito hidráulico, tanto en el régimen transitorio ante un cambio de la diferencia de presión a través de la válvula, como en el régimen permanente, una vez que se haya estabilizado el caudal que atraviesa la válvula. La válvula es muy estable ante cambios bruscos de presión de entrada, como por ejemplo, cambios de tipo escalón, y por lo tanto, también lo es para cambios de tipo rampa. La válvula también es estable ante los cambios de presión a los que va a ser sometido en situaciones prácticas en circuitos hidráulicos. Sin embargo, hay que tener en cuenta que deben evitarse cambios de la presión de salida del orden de megapascales en periodos de tiempo menores a la milésima de segundo, para evitar que la válvula se vuelva inestable, aunque esta situación casi no se dé en la práctica. Por estas razones, esta válvula es muy versátil como pieza en un circuito hidráulico: bien puede tener las cargas de trabajo aguas arriba de la válvula, o bien puede tenerlas aguas abajo sin que esto afecte al buen funcionamiento de la válvula.

6 CÓDIGOS

A continuación se muestran los códigos utilizados para la simulación de la válvula y la obtención de las ilustraciones obtenidas con el programa MATLAB.

6.1 Código de las variables estáticas, utilizado para la obtención de la Ilustración 5, la Ilustración 6, la Ilustración 7, y la Ilustración 8.

```
clearvars
close all
clc
% Parámetros
cd = 0.611;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
syms x real;
p2 = 0;
A01 = w*(h-x); %FUNCIÓN ÁREA 01
AC = pi*DC*DC/4;
A12 = pi*D12*D12/4;
p0v = linspace(0,10^7,1024)';
n = length(p0v);
xest = zeros(n,1);
for i=1:n
p0 = p0v(i);
eqx = (AC*A01.^2*(p0-p2)-k*(x+s0)*(A01.^2+A12^2));
xtrip = vpasolve(eqx==0,x);
if xtrip(1)<0
    xest(i,:) = 0;
else
xest(i,:) = xtrip(1);
end
end
Q = cd*sqrt(2*(p0v-p2)/rho)./sqrt((w*(h-xest)).^-2 + A12^-2);
% Simulación de x
figure()
plot(p0v,xest)
xlabel('Diferencia entre la presión de entrada y de salida Δp [Pa]')
ylabel('Posidión del carrete x [m]')
% Simulación de Q
figure()
plot(p0v,Q)
xlabel('Diferencia entre la presión de entrada y de salida Δp [Pa]')
ylabel('Caudal que atraviesa la válvula Q [m^3/s]')
% Simulación de P1
p0 = 10^7;
p1a = ((w*(h-xest)).^2.*p0v+A12^2*p2)./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
p1b = ((w*(h-flip(xest))).^2.*p0+A12^2*p0v)./((w*(h-flip(xest))).^2+A12^2);
figure()
plot(p0v,p1a)
xlabel('Presión de entrada p_0 [Pa]')
ylabel('Presión intermedia p_1 [Pa]')
figure()
plot(p0v,p1b)
xlabel('Presión de salida p_2 [Pa]')
ylabel('Presión intermedia p_1 [Pa]')
```

6.2 Código del caudal que atraviesa la válvula cambiando el valor de algunos parámetros, utilizado para la obtención de la Ilustración 9, la Ilustración 10, la Ilustración 11, la Ilustración 12, la Ilustración 13, la Ilustración 14 y la Ilustración 15.

```
clearvars
clc
% Parámetros
cd = 0.611;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
% Para hacer la simulación variando los parámetros hay que ejecutar este
% programa varias veces variando los parámetros. Esto se hace añadiendo una
% línea de código después del comentario en el que se reescribe el valor
% del parámetro en función de su valor original
%
% Variar A12
% D12 = a * D12; % Valores de a: √0.5, √0.75, 1, √(1/0.75), √2
%
% Variar el área wh
% w = a * w; % Valores de a: √0.5, √0.75, 1, √(1/0.75), √2
% h = a * h;
%
% Variar w manteniendo h constante
% w = a * sqrt(w*h); % Valores de a: 0.5, 0.75, 1, 1/0.75, 2
% h = sqrt(w*h);
%
% Variar w y h manteniendo el área wh
% w = a * sqrt(w*h); % Valores de a: 0.5, 0.75, 1, 1/0.75, 2
% h = sqrt(w*h) / a;
%
% Variar k y x0 manteniendo kx0 constante
% k = a * k; % Valores de a: 0.5, 0.75, 1, 1/0.75, 2
% s0 = s0 / a;
%
% Variar k
% k = a * k; % Valores de a: 0.5, 0.75, 1, 1/0.75, 2
%
% Variar x0
% s0 = a * s0; % Valores de a: 0.5, 0.75, 1, 1/0.75, 2
syms x real;
p2 = 0;
A01 = w*(h-x); %FUNCIÓN ÁREA 01
AC = pi*DC*DC/4;
A12 = pi*D12*D12/4;
p0v = linspace(0,10^7,1024)';
n = length(p0v);
xest = zeros(n,1);
for i=1:n
p0 = p0v(i);
eqx = (AC*A01.^2*(p0-p2)-k*(x+s0)*(A01.^2+A12^2));
xtrip = vpasolve(eqx==0,x);
if xtrip(1)<0
    xest(i,:) = 0;
else
xest(i,:) = xtrip(1);
end
end
Q = cd*sqrt(2*(p0v-p2)/rho)./sqrt((w*(h-xest)).^-2 + A12^-2);
figure(1)
plot(p0v,Q)
xlabel('Diferencia entre la presión de entrada y de salida Δp [Pa]')
ylabel('Caudal que atraviesa la válvula Q [m^3/s]')
hold on
% La leyenda se añade en la última ejecución del programa
% Variar A12
```

```
% legend('A12 = 0.50 * A12_{original}','A12 = 0.75 * A12_{original}','A12 = 1.00 * A12_{original}','A12 = 1.33 * A12_{original}','A12 = 2.00 * A12_{original}')
%
% Variar el área wh
% legend('wh = 0.50 * wh_{original}','wh = 0.75 * wh_{original}','wh = 1.00 * wh_{original}','wh = 1.33 * wh_{original}','wh = 2.00 * wh_{original}')
%
% Variar w manteniendo h constante
% legend('w = 0.50 * √(wh),  h = √(wh)','w = 0.75 * √(wh),  h = √(wh)','w = 1.00 * √(wh),  h = √(wh)','w = 1.33 * √(wh),  h = √(wh)','w = 2.00 * √(wh),  h = √(wh)')
%
% Variar w y h manteniendo el área wh
% legend('w = 0.50 * √(wh),  h = 2.00 * √(wh) ','w = 0.75 * √(wh),  h = 1.33 * √(wh)','w = 1.00 * √(wh),  h = 1.00 * √(wh)','w = 1.33 * √(wh),  h = 0.75 * √(wh)','w = 2.00 * √(wh),  h = 0.50 * √(wh)')
%
% Variar k y x0 manteniendo kx0 constante
% legend('k = 0.50 * k_{original},  x_0 = 2.00 * x_{0,original}','k = 0.75 * k_{original},  x_0 = 1.33 * x_{0,original}','k = 1.00 * k_{original},  x_0 = 1.00 * x_{0,original}','k = 1.33 * k_{original},  x_0 = 0.75 * x_{0,original}','k = 2.00 * k_{original},  x_0 = 0.50 * x_{0,original}')
%
% Variar k
% legend('k = 0.50 * k_{original}','k = 0.75 * k_{original}','k = 1.00 * k_{original}','k = 1.33 * k_{original}','k = 2.00 * k_{original}')
%
% Variar x0
% legend('x_0 = 0.50 * x_{0,original}','x_0 = 0.75 * x_{0,original}','x_0 = 1.00 * x_{0,original}','x_0 = 1.33 * x_{0,original}','x_0 = 2.00 * x_0_{original}')
```

6.3 Código de las variables dinámicas variando la presión de entrada, utilizado para la obtención de la Ilustración 16, la Ilustración 17, la Ilustración 18 y la Ilustración 19.

```
clearvars
close all
clc
cd = 0.611;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
% Productos
AC = pi*DC*DC/4;
A01 = @(x)(w*(h-x));
A12 = pi*D12*D12/4;
A1inf = pi*D1inf*D1inf/4;
c = sqrt(k*m);
%PRESIÓN DE SALIDA
p2 = 0;
%FUNCIÓN ENTRADA P0
pini = 100 * 10^5;
pfin = 10 * 10^5;
ts = 0.001;
tr = 1*10^-6;
%ESCALÓN
%p0 = @(t)(pini*(t<ts)+pfin*(t>=ts));
%RAMPA
p0 = @(t)(pini*(t<(ts+tr))+(pfin-pini)*(t-ts)/tr.*((ts<=t)&(t<(ts+tr))) + pfin*(t>=(ts+tr)));
% CAUDALES
Q01 = @(p1,x,t)(cd*A01(x).*sqrt(2*abs(p0(t)-p1)/rho).*((p0(t)>p1) - (p0(t)<p1)));
Q12 = @(p1)(cd*A12*sqrt(2*abs(p1-p2)/rho).*((p1>p2) - (p1<p2)));
Q1inf = @(p1,pinf)(cd*A1inf*sqrt(2*abs(p1-pinf)/rho).*((p1>pinf) - (p1<pinf)));
% FUERZAS
fk = @(x)(k*(x+s0));
```

```
fp = @(pinf)(AC*(pinf-p2));
fv = @(xp)(c*xp);
% VECTOR Y = [x;dx;p1;pinf]
odefun = @(t,y)[ y(2)*((y(1)>=0)||(y(2)>=0));
    (fp(y(4)) - fk(y(1)*(y(1)>=0)) - fv(y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0))))/m.*(t>=ts);
    (Be/V1)*(Q01(y(3),y(1)*(y(1)>=0),t) - Q12(y(3)) - Q1inf(y(3),y(4)));
    (Be/(Vinf + AC*y(1)*(y(1)>=0))) * (Q1inf(y(3),y(4)) - AC*y(2)*((y(1)>=0)||(y(2)>=0)))];
syms x real
pest = [pini;p2];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
Qest = cd*sqrt(2*(pest(1)-pest(2))/rho)/sqrt((w*(h-xest))^-2 + A12^-2);
y0 = [xest;0;p1est;p1est];
tspan = [0;0.4];
% ODE
[T,X] = ode15s(odefun,tspan,y0);
X(:,1) = X(:,1).*(X(:,1)>=0);
X(:,2) = X(:,2).*((X(:,1)>=0)|(X(:,2)>0));
Q2sup = -AC*X(:,2);
Q2 = Q12(X(:,3))-Q2sup;
% Estático
pest = [pfin;p2];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
% Gráficos
figure()
plot(T,X(:,1),T,xest+0*T,':');
legend({'x','x_{est}'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Posición del carrete x [m]')
figure()
plot(T,X(:,3:4));
legend({'p_1','p_{inf}'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Presión [Pa]')
figure()
plot(T,Q01(X(:,3),X(:,1),T),T,Q12(X(:,3)),T,Q1inf(X(:,3),X(:,4)))
legend({'Q_{01}','Q_{12}','Q_{1inf}'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Caudal [m^3/s]')
figure()
plot(T,Q12(X(:,3)),T,Q2sup,T,Q2)
legend({'Q_{12}','Q_{2sup}','Q_2'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Caudal [m^3/s]')
```

6.4 Código de las variables dinámicas variando la presión de salida, utilizado para la obtención de la Ilustración 21, la Ilustración 22, la Ilustración 23 y la Ilustración 24.

```
clearvars
close all
clc
cd = 0.611;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
```

```
Vsup = 7 * 10^-6;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
% Productos
AC = pi*DC*DC/4;
A01 = @(x)(w*(h-x));
A12 = pi*D12*D12/4;
A1inf = pi*D1inf*D1inf/4;
c = sqrt(k*m);
%PRESIÓN DE ENTRADA
p0 = 100 * 10^5;
%FUNCIÓN ENTRADA P2
pini = 90 * 10^5;
pfin = 0 * 10^5;
ts = 0.001;
tr = 10^-3;
%RAMPA
p2 = @(t)(pini*(t<(ts+tr))+(pfin-pini)*(t-ts)/tr.*((ts<=t)&(t<(ts+tr))) + pfin*(t>=(ts+tr)));
% CAUDALES
Q01 = @(p1,x)(cd*A01(x).*sqrt(2*abs(p0-p1)/rho).*((p0>p1) - (p0<p1)));
Q12 = @(p1,t)(cd*A12*sqrt(2*abs(p1-p2(t))/rho).*((p1>p2(t)) - (p1<p2(t))));
Q1inf = @(p1,pinf)(cd*A1inf*sqrt(2*abs(p1-pinf)/rho).*((p1>pinf) - (p1<pinf)));
% FUERZAS
fk = @(x)(k*(x+s0));
fp = @(pinf,t)(AC*(pinf-p2(t)));
fv = @(xp)(c*xp);
% VECTOR Y = [x;dx;p1;pinf]
odefun = @(t,y)[ y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0));
    (fp(y(4),t)  -  fk(y(1)*(y(1)>0))  -  fv(y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0))))/m.*(t>=ts);%  Atención
salto y rampa
    (Be/V1)*(Q01(y(3),y(1)*(y(1)>0)) - Q12(y(3),t) - Q1inf(y(3),y(4)));
    (Be/(Vinf + AC*y(1)*(y(1)>0))) * (Q1inf(y(3),y(4)) - AC*y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0)))];
syms x real
pest = [p0;pini];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
Qest = cd*sqrt(2*(pest(1)-pest(2))/rho)/sqrt((w*(h-xest))^-2 + A12^-2);
y0 = [xest;0;p1est;p1est];
tspan = [0;0.06];
% ODE
[T,X] = ode15s(odefun,tspan,y0);
X(:,1) = X(:,1).*(X(:,1)>0);
X(:,2) = X(:,2).*((X(:,1)>0)|(X(:,2)>0));
Q2sup = -AC*X(:,2);
Q2 = Q12(X(:,3),T)-Q2sup;
% Estático
pest = [p0;pfin];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
% Gráficos
figure()
plot(T,X(:,1),T,xest+0*T,':');
legend({'x','x_{est}'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Posición del carrete x [m]')
figure()
plot(T,X(:,3:4));
legend({'p_1','p_{inf}'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Presión [Pa]')
figure()
plot(T,Q01(X(:,3),X(:,1)),T,Q12(X(:,3),T),T,Q1inf(X(:,3),X(:,4)))
legend({'Q_{01}','Q_{12}','Q_{1inf}'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Caudal [m^3/s]')
```

```
figure()
plot(T,Q12(X(:,3),T),T,Q2sup,T,Q2)
legend({'Q_{12}','Q_{2sup}','Q_2'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Caudal [m^3/s]')
```

6.5 Código del caudal que sale de la válvula variando la presión de entrada y cambiando el valor de algunos parámetros, utilizado para la obtención de la Ilustración 20, la Ilustración 26, la Ilustración 30, la Ilustración 32, la Ilustración 33, la Ilustración 34y la Ilustración 35.

```
clearvars
clc
tin = 0; % Variable según el gráfico. Tiempo inicial de integración
tend = 0.08; % Variable según el gráfico. Tiempo final de integración
cd = 0.611;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
%
% Para hacer la simulación variando los parámetros hay que ejecutar este
% programa varias veces variando los parámetros. Esto se hace añadiendo una
% línea de código después del comentario en el que se reescribe el
% valor del parámetro en función de su valor original
%
% Variar Vinf
% Vinf = a * Vinf; % Valores de a: 10000, 100, 1
%
% Variar V1
% V1 = a * V1; % Valores de a: 1, 10, 100, 1000
%
% Variar D1inf
% D1inf = a * D1inf; % Valores de a: 1.5, 1/0.75, 1, 0.75, 1/1.5
%
% Variar mc
% m = a * m; % Valores de a: 4, 2, 1, 0.5, 0.25
%
% Productos
AC = pi*DC*DC/4;
A01 = @(x)(w*(h-x));
A12 = pi*D12*D12/4;
A1inf = pi*D1inf*D1inf/4;
c = sqrt(k*m);
%PRESIÓN DE SALIDA
p2 = 0;
%FUNCIÓN ENTRADA P0
pini = 10 * 10^5;
pfin = 100 * 10^5;
%
% Variar presión de entrada
% pini = 100 * 10^5; % Valores de a: 30*10^5, 60*10^5, 150*10^5, 200*10^5
% pfin = a;
%
ts = 0.001;
tr = 1*10^-6;
%
% Variar tiempo de excitación
% pini = 50 * 10^5;
% ts = 0.001 * (1 + 5 * a); Valores de a: 0, 1, 2, 3
% tr = 1.25 * 10^-6 * 10^a;
%
% RAMPA
p0 = @(t)(pini*(t<(ts+tr))+(pfin-pini)*(t-ts)/tr.*((ts<=t)&(t<(ts+tr))) + pfin*(t>=(ts+tr)));
```

```matlab
% CAUDALES
Q01 = @(p1,x,t)(cd*A01(x).*sqrt(2*abs(p0(t)-p1)/rho).*((p0(t)>p1) - (p0(t)<p1)));
Q12 = @(p1)(cd*A12*sqrt(2*abs(p1-p2)/rho).*((p1>p2) - (p1<p2)));
Q1inf = @(p1,pinf)(cd*A1inf*sqrt(2*abs(p1-pinf)/rho).*((p1>pinf) - (p1<pinf)));
% FUERZAS
fk = @(x)(k*(x+s0));
fp = @(pinf)(AC*(pinf-p2));
fv = @(xp)(c*xp);
% VECTOR Y = [x;dx;p1;pinf]
odefun = @(t,y)[ y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0));
    (fp(y(4)) - fk(y(1)*(y(1)>0)) - fv(y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0))))/m.*(t>=ts);% Atención salto
y rampa
    (Be/V1)*(Q01(y(3),y(1)*(y(1)>0),t) - Q12(y(3)) - Q1inf(y(3),y(4)));
    (Be/(Vinf + AC*y(1)*(y(1)>0))) * (Q1inf(y(3),y(4)) - AC*y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0)))];
syms x real
pest = [pini;p2];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
Qest = cd*sqrt(2*(pest(1)-pest(2))/rho)/sqrt((w*(h-xest))^-2 + A12^-2);
y0 = [xest;0;p1est;p1est];
tspan = [tin;tend];
% ODE
[T,X] = ode15s(odefun,tspan,y0);
X(:,1) = X(:,1).*(X(:,1)>0);
X(:,2) = X(:,2).*((X(:,1)>0)|(X(:,2)>0));
Q2sup = -AC*X(:,2);
Q2 = Q12(X(:,3))-Q2sup;
% Gráficos
plot (T,Q2)
hold on
xlabel ('Tiempo [s]')
ylabel ('Caudal que sale de la válvula Q_2 [m^3/s]')
% La leyenda se añade en la última ejecución del programa
%
% Cambiar presión de entrada
% legend ({'p_0 = 100 - 30 bar','p_0 = 100 - 60 bar','p_0 = 100 - 150 bar','p_0 = 100 - 200
bar'},'FontSize',12)
%
% Cambiar el tiempo de excitación
% legend ({'t_r = 1.25 * 10^{-6} s','t_r = 1.25 * 10^{-5} s','t_r = 1.25 * 10^{-4} s','t_r =
1.25 * 10^{-3} s'},'FontSize',12)
%
% Cambiar Vinf
% legend ({'V_{inf} = 10^4 * V_{inf}','V_{inf} = 10^2 * V_{inf}','V_{inf} = 10^0 *
V_{inf}'},'FontSize',12)
%
% Cambiar V1
% legend ({'V_1 = 10^0 * V_1','V_1 = 10^1 * V_1','V_1 = 10^2 * V_1','V_1 = 10^3 *
V_1'},'FontSize',12)
%
% Cambiar D1inf
% legend ({'D_{1inf} = 1.50 * D_{1inf}','D_{1inf} = 1.33 * D_{1inf}','D_{1inf} = 1.00 *
D_{1inf}','D_{1inf} = 0.75 * D_{1inf}','D_{1inf} = 0.66 * D_{1inf}'},'FontSize',12)
%
% Cambiar mc
% legend ({'m_c = 4.00 * m_c','m_c = 2.00 * m_c','m_c = 1.00 * m_c','m_c = 0.50 * m_c','m_c =
0.25 * m_c',},'FontSize',12)
%
%
% Hacer ampliación para ver vibraciones
% figure()
% plot (T,Q12(X(:,3)),T,Q2sup,T,Q2)
% xlabel ('Tiempo [s]')
% ylabel ('Caudal [m^3/s]')
% legend ({'Q_{12}','Q_{2sup}','Q_2'},'FontSize',12)
%
```

6.6 Código del caudal que sale de la válvula variando la presión de salida y cambiando el valor de algunos parámetros, utilizado para la obtención de la Ilustración 25, la Ilustración 27 y la Ilustración 31.

```
clearvars
clc
tin = 0; % Variable según el gráfico. Tiempo inicial de integración
tend = 0.08; % Variable según el gráfico. Tiempo final de integración
cd = 0.611;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
Vsup = 7 * 10^-6 ;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
% Productos
AC = pi*DC*DC/4;
A01 = @(x)(w*(h-x));
A12 = pi*D12*D12/4;
A1inf = pi*D1inf*D1inf/4;
c = sqrt(k*m);
%PRESIÓN DE ENTRADA
p0 = 100 * 10^5;
%FUNCIÓN ENTRADA P2
pini = 50 * 10^5;
pfin = 0;
%
% Para hacer la simulación variando los parámetros hay que ejecutar este
% programa varias veces variando los parámetros. Esto se hace añadiendo una
% línea de código después del comentario en el que se reescribe el
% valor del parámetro en función de su valor original
%
% Variar p2
% p0 = 120 * 10^5;
% pfin = a; % Valores de a: 0, 25*10^5, 75*10^5, 100*10^5
%
ts = 0.001;
tr = 10^-3;
%
% Variar tiempo de excitación
% ts = 0.001 * (1 + 10 * a); % Valores de a: 0, 1, 2, 3
% tr = 10^-6 * 10^a;
%
%RAMPA
p2 = @(t)(pini*(t<(ts+tr))+(pfin-pini)*(t-ts)/tr.*((ts<=t)&(t<(ts+tr))) + pfin*(t>=(ts+tr)));
% CAUDALES
Q01 = @(p1,x)(cd*A01(x).*sqrt(2*abs(p0-p1)/rho).*((p0>p1) - (p0<p1)));
Q12 = @(p1,t)(cd*A12*sqrt(2*abs(p1-p2(t))/rho).*((p1>p2(t)) - (p1<p2(t))));
Q1inf = @(p1,pinf)(cd*A1inf*sqrt(2*abs(p1-pinf)/rho).*((p1>pinf) - (p1<pinf)));
% FUERZAS
fk = @(x)(k*(x+s0));
fp = @(pinf,t)(AC*(pinf-p2(t)));
fv = @(xp)(c*xp);
% VECTOR Y = [x;dx;p1;pinf,]
odefun = @(t,y)[ y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0));
    (fp(y(4),t)  -  fk(y(1)*(y(1)>0))  -  fv(y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0))))/m.*(t>=ts);%  Atención
salto y rampa
    (Be/V1)*(Q01(y(3),y(1)*(y(1)>0)) - Q12(y(3),t) - Q1inf(y(3),y(4)));
    (Be/(Vinf + AC*y(1)*(y(1)>0))) * (Q1inf(y(3),y(4)) - AC*y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0)))];
syms x real
pest = [p0;pini];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
Qest = cd*sqrt(2*(pest(1)-pest(2))/rho)/sqrt((w*(h-xest))^-2 + A12^-2);
```

```
y0 = [xest;0;p1est;p1est];
tspan = [tin;tend];
% ODE
[T,X] = ode15s(odefun,tspan,y0);
X(:,1) = X(:,1).*(X(:,1)>0);
X(:,2) = X(:,2).*((X(:,1)>0)|(X(:,2)>0));
Q2sup = -AC*X(:,2);
Q2 = Q12(X(:,3),T)-Q2sup;
plot (T,Q2)
xlabel ('Tiempo [s]')
ylabel ('Caudal que sale de la válvula Q_2 [m^3/s]')
hold on
%
% Variar presión de salida
% legend ({'p_2 = 50 - 0 bar','p_2 = 50 - 25 bar','p_2 = 50 - 75 bar','p_2 = 50 - 100
bar'},'FontSize',12
%
% Variar tiempo de excitación
% legend ({'t_r = 10^{-6} s','t_r = 10^{-5} s','t_r = 10^{-4} s','t_r = 10^{-3}
s'},'FontSize',12)
%
% Ampliación para ver vibraciones
% figure ()
% plot (T,Q12(X(:,3),T),T,Q2sup,T,Q2)
% xlabel ('Tiempo [s]')
% ylabel ('Caudal [m^3/s]')
% legend ({'Q_{12}','Q_{2sup}','Q_2'},'FontSize',12)
```

6.7 Código del caudal que sale de la válvula variando la presión de entrada utilizando la función ode15s y la función ode45 para integrar las ecuaciones diferenciales, utilizado para la obtención de la Ilustración 28 y la Ilustración 29.

```
clearvars
close all
clc
cd = 0.611;
cv = 0.98;
DC = 0.03;
D1inf = 0.0009;
D12 = 0.0025;
h = 0.005;
k = 10*10^3;
m = 0.05;
Vinf = 3.5 * 10^-7;
V1 = 8 * 10^-7;
w = 0.004;
s0 = 0.02;
Be = 10^9;
rho = 875;
% Productos
AC = pi*DC*DC/4;
A01 = @(x)(w*(h-x));
A12 = pi*D12*D12/4;
A1inf = pi*D1inf*D1inf/4;
c = sqrt(k*m);
%PRESIÓN DE SALIDA
p2 = 0;
%FUNCIÓN ENTRADA P0
pini = 10 * 10^5;
pfin = 100 * 10^5;
ts = 0.001;
tr = 10^-6;
%RAMPA
p0 = @(t)(pini*(t<(ts+tr))+(pfin-pini)*(t-ts)/tr.*((ts<=t)&(t<(ts+tr))) + pfin*(t>=(ts+tr)));
% CAUDALES
Q01 = @(p1,x,t)(cd*A01(x).*sqrt(2*abs(p0(t)-p1)/rho).*((p0(t)>p1) - (p0(t)<p1)));
Q12 = @(p1)(cd*A12*sqrt(2*abs(p1-p2)/rho).*((p1>p2) - (p1<p2)));
Q1inf = @(p1,pinf)(cd*A1inf*sqrt(2*abs(p1-pinf)/rho).*((p1>pinf) - (p1<pinf)));
% FUERZAS
fk = @(x)(k*(x+s0));
fp = @(pinf)(AC*(pinf-p2));
fv = @(xp)(c*xp);
% VECTOR Y = [x;dx;p1;pinf,]
```

```
odefun = @(t,y)[ y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0));
    (fp(y(4)) - fk(y(1)*(y(1)>0)) - fv(y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0))))/m.*(t>=ts);
    (Be/V1)*(Q01(y(3),y(1)*(y(1)>0),t) - Q12(y(3)) - Q1inf(y(3),y(4)));
    (Be/(Vinf + AC*y(1)*(y(1)>0))) * (Q1inf(y(3),y(4)) - AC*y(2)*((y(1)>0)||(y(2)>0)))];
syms x real
pest = [pini;p2];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
Qest = cd*sqrt(2*(pest(1)-pest(2))/rho)/sqrt((w*(h-xest))^-2 + A12^-2);
y0 = [xest;0;p1est;p1est];
tspan = [0;0.06];
% ODE
[T,X] = ode15s(odefun,tspan,y0);
[T45,Y] = ode45(odefun,tspan,y0);
X(:,1) = X(:,1).*(X(:,1)>0);
X(:,2) = X(:,2).*((X(:,1)>0)|(X(:,2)>0));
Y(:,1) = Y(:,1).*(Y(:,1)>0);
Y(:,2) = Y(:,2).*((Y(:,1)>0)|(Y(:,2)>0));
length(T)
length(T45)
Q2sup = -AC*X(:,2);
Q2 = Q12(X(:,3))-Q2sup;
Q2sup45 = -AC*Y(:,2);
Q245 = Q12(Y(:,3))-Q2sup45;
%Estático
pest = [pfin;p2];
eqx = (AC*(w*(h-x)).^2*(pest(1)-pest(2))-k*(x+s0)*((w*(h-x)).^2+A12^2));
xtrip = double(vpasolve(eqx==0,x));
if xtrip(1) < 0
    xest = 0;
else
    xest = xtrip(1);
end
p1est = ((w*(h-xest)).^2.*pest(1)+A12^2*pest(2))./((w*(h-xest)).^2+A12^2);
Qest = cd*sqrt(2*(pest(1)-pest(2))/rho)./sqrt((w*(h-xest)).^-2 + A12^-2);
% Gráfico
figure()
plot(T,Q2,T45,Q245,T,Qest+0*T)
legend({'Q_2 ode15s','Q_2 ode45','Q_2 estático'},'FontSize',12)
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Caudal [m^3/s]')
```

7 ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Válvula objeto de estudio....2

Ilustración 2: Fluido atravesando un orificio, [6]....8

Ilustración 3: Vibraciones de un sistema según el coeficiente de amortiguamiento adimensional, [7]....12

Ilustración 4: Orificio de compensación....13

Ilustración 5: Posición del carrete....19

Ilustración 6: Caudal que pasa a través de la válvula....20

Ilustración 7: Presión intermedia con una presión de salida de $p2 = 0\ bar$.....21

Ilustración 8: Presión intermedia con una presión de entrada de $p0 = 100\ bar$.....22

Ilustración 9: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores del área del orificio de regulación.....23

Ilustración 10: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores del área del orificio de compensación manteniendo la proporción hw.....24

Ilustración 11: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores del área del orificio de compensación variando únicamente la base.....24

Ilustración 12: Caudal que atraviesa la válvula para el mismo valor del área del orificio de compensación completamente abierto, pero con diferentes distribuciones de base y altura.....25

Ilustración 13: Caudal que atraviesa la válvula para el mismo valor de fuerza elástica debida a la precompresión del muelle, con diferentes distribuciones de rigidez del muelle y de longitud de precompresión.....26

Ilustración 14: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores rigidez del muelle. 26

Ilustración 15: Caudal que atraviesa la válvula para diferentes valores de longitud de precompresión.....27

Ilustración 16: Posición del carrete cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$.30

Ilustración 17: Presión de la zona intermedia y de la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$.....31

Ilustración 18: Caudal de entrada, caudal del orificio de regulación y caudal que entra en la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$.....32

Ilustración 19: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$. 33

Ilustración 20: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$, ampliado en el momento de la excitación para mostrar las vibraciones..34

Ilustración 21: Posición del carrete cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3s$.....35

Ilustración 22: Presión de la zona intermedia y de la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3s$...36

Ilustración 23: Caudal de entrada, caudal del orificio de regulación y caudal que entra en la cámara inferior cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3s$....................................37

Ilustración 24: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3s$.....................38

Ilustración 25: Caudal del orificio de regulación, caudal que entra en la cámara superior y caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 90\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza $p2 = 0\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3s$, ampliado en el momento que acaba la excitación para mostrar las vibraciones....................................39

Ilustración 26: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza diferentes valores, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$. 40

Ilustración 27: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 120\ bar$ y de presión de salida $p2 = 50\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que alcanza diferentes valores, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3s$. 41

Ilustración 28: Caudal que sale de la válvula calculado con la función ode15s y con la función ode45, comparadas con el caudal que sale en régimen permanente cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$..42

Ilustración 29: Caudal que sale de la válvula calculado con la función ode15s y con la función ode45, comparadas con el caudal que sale en régimen permanente cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que alcanza $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6s$, aumentada en el régimen permanente para mostrar las diferencias. 43

Ilustración 30: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 50\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p0 = 100\ bar$, tras diferentes intervalos de tiempo. 44

Ilustración 31: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 100\ bar$ y de presión de salida $p2 = 50\ bar$, se le cambia la presión de salida de manera constante, hasta que $p2 = 0\ bar$, tras diferentes intervalos de tiempo....45

Ilustración 32: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6\ s$, para diferentes valores del volumen inicial de la cámara inferior....46

Ilustración 33: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6\ s$, para diferentes valores del volumen de la zona intermedia. 47

Ilustración 34: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 6\ s$, para diferentes valores del diámetro del orificio de control. 48

Ilustración 35: Caudal que sale de la válvula cuando al sistema de presión de entrada $p0 = 10\ bar$ y de presión de salida $p2 = 0\ bar$, se le cambia la presión de entrada de manera constante, hasta que $p0 = 100\ bar$, tras el intervalo de tiempo $tr = 10 - 3\ s$, para diferentes valores de la masa del carrete. 49

8 ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Lista de parámetros con sus valores y unidades 16

9 REFERENCIAS

[1] Caroli, E., *Valvulas - Monografias.com*. [Consulta 20 Junio 2021]. Disponible en: https://www.monografias.com/trabajos11/valvus/valvus.shtml

[2] Uomustansiriyah.edu.iq. *Flow-Control Valves*. [Consulta 20 Junio 2021]. Disponible at: https://uomustansiriyah.edu.iq/media/lectures/5/5_2020_03_30!02_51_03_PM.pdf

[3] Ayman, A. El-badawy et al. *Investigation of Dynamic Behavior of Electrohydraulic Pressure-Compensated Proportional Flow Control Valve*. En: Engineering Research Journal 148. Diciembre 2015, pp. 44 - 59.

[4] Vyas, J., Gopalsamy, B. y Joshi, H. *Electro-hydraulic actuation systems*. Singapur Springer Nature Singapore Private Limited, 2019. ISBN 978-981-13-2546-5

[5] Mikkola, A. *Modelling of hydraulics*. (Apuntes de clase). Department of Mechanical Engineering, Lappeenranta University of Technology. Lappeenranta.

[6] Navarro Robles, A. (Febrero 2017) *Válvulas Transparencias*. (Apuntes de clase). Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación, Universidad de Sevilla. Sevilla.

[7] Akers, A., Gassman, M. y Smith, R. *Hydraulic power system analysis*. Boca Raton, Fla.: CRC/Taylor & Francis, 2006. ISBN 978-0-8247-9956-4

[8] MATLAB, 2018. 9.7.0.1190202 (R2019b), Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.