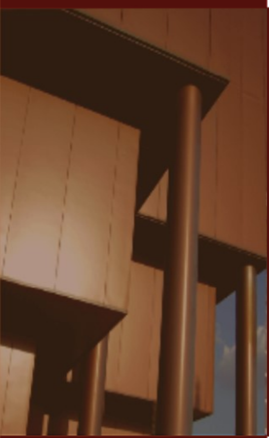
Proyecto Fin de Grado
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Identificación de modelos dinámicos de sistemas de refrigeración con eyectores de geometría variable

Autor: Sofía Carmona Cuadrado
Tutor: José Manuel Salmerón Lissén
Co-tutor: Daniel Limón Marruedo



Dpto. Ingeniería Energética
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Proyecto Fin de Grado
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Identificación de modelos dinámicos de sistemas de refrigeración con eyectores de geometría variable

Autor:

Sofía Carmona Cuadrado

Tutor:

José Manuel Salmerón Lissén

Profesor titular

Co-tutor:

Daniel Limón Marruedo

Catedrático

Dpto. Ingeniería Energética

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Proyecto Fin de Carrera: Identificación de modelos dinámicos de sistemas de refrigeración con eyectores de geometría variable

Autor: Sofía Carmona Cuadrado

Tutor: José Manuel Salmerón Lissén

Co-tutor: Daniel Limón Marruedo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis amigos

A mis profesores

Agradecimientos

A mi familia, por estar siempre a mi lado y apoyarme constantemente. Por todas las oportunidades que me han brindado a lo largo de mi vida para llegar donde estoy y hacerme ser la persona que soy hoy.

A mis tutores Daniel Limón y José Manuel Salmerón, que se han volcado conmigo desde el primer día a pesar de los obstáculos que se han presentado durante este proceso.

También a mis amigos y compañeros de universidad, por su cariño, ánimos y consejos. Por acompañarnos mutuamente en este camino y por todos los momentos de estudio y desconexión vividos junto a ellos.

Finalmente, agradecer a todos los profesores que han formado parte de mi etapa de aprendizaje dentro de la universidad, por aportarme las bases necesarias para afrontar cualquier reto.

Muchísimas gracias a todos.

Sofía Carmona Cuadrado

Sevilla, 2021

Resumen

La investigación sobre la refrigeración con eyectores ha tenido un fuerte auge a partir de la preocupación por el medio ambiente, el consumo de la energía y el desarrollo sostenible. La función del eyector es la de aumentar la presión de un fluido secundario a través de uno primario. Así mismo, en los últimos 50 años, el diseño y la optimización basados en modelos dinámicos ha sido el objetivo principal en la ingeniería de sistemas para determinar un modelo de planta óptimo.

En este trabajo se combinarán ambas disciplinas con el propósito de identificar en bucle cerrado el modelo dinámico perteneciente a un ciclo de refrigeración con eyector de geometría variable a partir de una curva de datos experimentales obtenida de forma manual. Se contextualizarán ambos campos y se realizará una breve revisión bibliográfica.

El set de datos utilizado para inferir la función de transferencia del modelo dinámico ha sido extraído de un artículo que utiliza un sistema de refrigeración con eyector de geometría variable. Se tomarán como entradas y salidas la evolución de la geometría del eyector frente a cambios de la presión del enfriador de gas. Para la obtención del modelo de planta se van a proponer diversos métodos de identificación. En primer lugar, se elaborará un algoritmo desde cero y se particularizará para modelos de caja negra y modelos de caja gris. Dentro de estos modelos, se irá variando el orden de la estructura con la intención de ir mejorando los resultados. A continuación, se repetirán los mismos experimentos; esta vez a través de la herramienta de Identificación de Sistemas que proporciona MatLab, con la finalidad de optimizar tanto los resultados anteriores como reducir el tiempo de computación de cada ensayo.

Por último, se determinará la viabilidad de la implementación de un modelo dinámico adecuado obtenido previamente a un ciclo de refrigeración multieyector. Cada uno de los tres eyectores poseerá una curva de rendimiento y el funcionamiento de uno u otro estará definido por la temperatura exterior. Se comprobará si el tiempo de establecimiento al cambiar de un eyector a otro es despreciable o no frente al tiempo de operación de cada eyector.

Abstract

Research on ejector refrigeration has risen strongly since the environmental concern, energy consumption and sustainable development. The ejector's main function is to increase the pressure of a secondary fluid through a primary one. Likewise, in the last 50 years, design and optimization based on dynamic models has been the main objective in engineering systems to determine an optimal plant model.

In this project, both disciplines will be merged in order to identifying in closed loop the variable ejector geometry refrigeration system dynamic model starting from a manually obtained experimental data curve. Both fields will be refereced and a brief literature review will be performed.

The data set used to infer the dynamic model transfer function has been extracted from a paper which uses a refrigeration system with a variable geometry ejector. Inputs and outputs will be taken from the evolution of the ejector geometry versus the changes in the gas cooler pressure. So as to obtaining the plant model, several identification methods will be proposed. First, an algorithm will be developed from scratch and particularized for black-box and gray-box models. Within these models, the order of the structure will be modified with the purpose of improving the results. Then, the same experiments will be repeated; this time through the System Identification Toolbox provided by MatLab, so that the previous results are enhanced and the computational time of each assay is reduced.

Finally, the feasibility of implementing a previously obtained suitable dynamic model to a multi-ejector cooling cycle will be determined. Each of the three ejectors will have a performance plot and the functioning of either one will be defined by the outside temperature. It will be determined whether or not the settling time when switching from one ejector to another is negligible compared to the operating time of that ejector.

Índice

Índice de Tablas

Índice de Figuras

Notación

Ar	Area ratio (relación del área)
C	controlador
cc	Condensation critical point (punto crítico de condensación)
e	Perturbaciones/ruido
G	Función de transferencia del modelo dinámico
H	Función que modela el ruido
k	Propiedades del ruido
k_p	Ganancia proporcional
M	Número de Mach
na	Polos
nb	Ceros
nk	Retraso
o	Inicial
r	Referencia externa
R_c	Relación de compresión
S	Función de sensibilidad de salida
S^i	Función de sensibilidad de entrada
t	Tiempo
T_d	Tiempo derivativo
T_i	Tiempo integral
u	Entrada
x	Vector de variables de estado
y	Salida
Z	Set de datos
μ	Relación de arrastre
ω	Velocidad del compresor

SIGLAS Y ABREVIATURAS

ARMAX	Autoregressive moving-average exogenous model (modelo autorregresivo exógeno de media móvil)
ARX	Autoregressive exogenous model (modelo autorregresivo exógeno)
BA	Bucle abierto
BC	Bucle cerrado
BJ	Box-Jenkins model (modelo de Box-Jenkins)
CAM	Contant area mixing chamber (cámara de mezcla de área constante)
CC	Cooling capacity (capacidad de enfriamiento)

CFC	Clorofluorocarburos
COP	Coefficient of performance (coeficiente de rendimiento)
CPM	Constant pressure mixing chamber (cámara de mezcla a presión constante)
CRMC	Constant rate of momentum change method (método de la tasa constante de cambio del momento)
EES	Engineering equation solver (solucionador de ecuaciones de ingeniería)
ERS	Ejector refrigeration system (sistema de refrigeración por eyección)
GEI	Gases de efecto invernadero
GWP	Global warming potential (potencial de calentamiento global)
HCFC	Hidrocloroflurorocarburos
HFC	Hidrofluorocarburos
IFAC	International federation of automatic control (federación internacional de control automático)
MERS	Multiple ejector refrigeration system (sistema de refrigeración multieyector)
MIMO	Multiple input – multiple output (entrada multiple – salida multiple)
ODP	Ozone depletion potential (potencial de agotamiento del ozono)
OE	Output error (error de salida)
PEM	Prediction error minimization (minimización de la predicción del error)
RA	Relación de arrastre
SISO	Single input – single output (una única entrada – una única salida)
SITB	System identification toolbox (herramienta de identificación de sistemas)
SYSID	Symposium of system identification (simposio de identificación de sistemas)
TCRE	Transcritical CO2 refrigeration system with an ejector (sistema de refrigeración de CO2 transcrítico con eyector)
TERS	Transcritical ejector refrigeration system (sistema de refrigeración transcrítico con eyector)

1 INTRODUCCIÓN

La producción de frío ha sido una necesidad para el ser humano desde la antigüedad. En 1805 Oliver Evans diseñó la primera máquina de refrigeración por compresión utilizando vapor en lugar de líquido e identificando sus principales componentes. En cuanto al primer aparato de aire acondicionado moderno, Willis Carrier desarrolló el concepto de climatización al estudiar cómo evitar el aumento de la humedad relativa del aire enfriado en 1902. Actualmente, los sistemas de refrigeración desempeñan un papel importante utilizándose para la conservación de alimentos, para la climatización de edificios residenciales, comerciales o vehículos y en sectores como el industrial o el sanitario. El desarrollo técnico y el crecimiento económico de la mayoría de países han favorecido a la incorporación de estos sistemas y se estima que a lo largo del SXXI, la demanda global de refrigeración y climatización aumente en un 72% [1].

Los ciclos tradicionales se accionan con electricidad o calor, por lo que el consumo de energía eléctrica y combustibles fósiles seguirán aumentando considerablemente. Las estimaciones del Instituto Internacional de Frío de París (IIF/IIR) calcula que el 15% de toda la electricidad producida en el mundo se emplea en procesos de refrigeración y aires acondicionados, pudiendo llegar a crecer hasta el 17% en un periodo de cincuenta años. Como consecuencia, la liberación de sustancias nocivas para el medio ambiente también se ha visto disparada, produciendo grandes problemas medioambientales: El agotamiento de la capa de ozono y el calentamiento global son los mayores efectos secundarios que se han manifestado. Las emisiones de gases de efecto invernadero pueden dividirse en emisiones directas e indirectas. Las emisiones directas se deben a las fugas de refrigerante y las indirectas a la emisión de CO_2 al consumir energía obtenida través de la combustión de combustibles fósiles.

Algunos refrigerantes empleados en los ciclos de refrigeración como los clorofluorocarburos (CFC), los hidroclorofluorocarburos (HCFC) y los hidrofluorocarburos (HFC) son causantes del agotamiento de la capa de ozono y del calentamiento global. En 1974, Rowland y Molina presentaron su descubrimiento de que el cloro y el bromo liberados por los productos químicos sintéticos migran a la estratosfera y destruyen la capa de ozono estratosférico que actúa como escudo contra la dañina radiación solar ultravioleta [2]. Tras varios años de negociaciones, en 1987 se firmó el Protocolo de Montreal para regular la producción y el comercio de sustancias que dañan y agotan la capa de ozono, incluyendo los refrigerantes mencionados anteriormente. El protocolo establece una eliminación gradual del uso de los HCFCs (Tabla 1) y una reducción de los HFCs. Si todos los países firmantes del acuerdo cumplen los objetivos propuestos, la capa de ozono deberá haberse recuperado para 2050.

1996	**2004**	**2010**	**2015**	**2020**	**2030**
Congelación del consumo	Reducción del 35%	Reducción del 65%	Reducción del 90%	Reducción del 99.5%	Eliminación total del consumo

Tabla 1. Calendario de eliminación gradual del consumo de sustancias HCFC

El calentamiento global es el segundo efecto nocivo producido por refrigerantes. En el caso de que no se disminuyera la emisión de gases de efecto invernadero, en la primera mitad del próximo siglo podría producirse un aumento de la temperatura media global mayor que cualquier otro en la historia [3]. Por ello, en 1997 se firmó el Protocolo de Kioto que pone en funcionamiento la convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático, comprometiendo a los 187 países industrializados firmantes a limitar y reducir las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) conforme a las metas acordadas individualmente. La Convención pide a los países la adopción de políticas y medidas de mitigación e informes periódicos acerca de su cumplimiento. La necesidad de encontrar una solución a largo plazo ha derivado en varias ideas principales: recurrir a fuentes de energías renovables, utilizar refrigerantes naturales como el CO_2 para reducir las emisiones contaminantes y, en materia de mejora del COP del sistema, se propone reutilizar el calor desprendido durante la cogeneración a través de ciclos de absorción o eyectores.

El eyector, que es el corazón del sistema de refrigeración por inyección, fue inventado por Sir Charles Parsons en 1901 para extraer aire del condensador de una máquina de vapor. En 1910, Maurice Leblanc utilizó un eyector en el primer sistema de refrigeración por chorro de vapor [4]. Este sistema experimentó una oleada de popularidad a principios de los años 30 para la climatización de grandes edificios [5]. A partir de los años 50, la investigación sobre la refrigeración con eyectores ha estado casi paralizada, aunque recientemente ha tenido un fuerte resurgimiento debido a la preocupación por el medio ambiente, la utilización de la energía y el desarrollo sostenible [6]. Los eyectores son una prometedora alternativa debido a su simplicidad estructural, su bajo coste de capital, su fiabilidad, su escaso mantenimiento, su bajo coste inicial y de funcionamiento y su larga vida útil [7].

Como los ciclos de refrigeración que utilizan el CO_2 como refrigerante tienen mayores pérdidas por estrangulmiento que otros ciclos que utilizan refrigerantes artificales, se ha sugerido introducir un eyector en el ciclo para mejorar su rendimiento (ERS) [8]. Otros autores [9]–[11] han abordado esta mejora teórica del COP introduciendo un eyector en un ciclo de refrigeración de CO_2 transcrítico (TCRE). Sin embargo, las investigaciones han revelado que el rendimiento del TCRE varía mucho con condiciones de funcionamiento variables, especialmente a diferentes presiones del enfriador de gas [12], [13]. Por lo tanto, el efecto de un eyector fijo mejora el rendimiento únicamente en un pequeño rango de condiciones de funcionamiento. Eyectores con diferentes dimensiones poseen eficiencias y puntos críticos distintos. Un eyector con estructura variable ampliaría sus condiciones efectivas de funcionamiento y ha sido estudiado por numerosos investigadores [14]–[16] con resultados prometedores, pudiendo alcanzar de manera consistente un rendimiento óptimo y estable ajustando el área de la garganta de tobera bajo condiciones cambiantes.

Dado que la presión del enfriador de gas es un parámetro clave, Yang He et al. han desarrollado un controlador en cuasi cascada que ajusta el área de la boquilla del eyector del ciclo TCRE representado en la Figura 1 a una posición óptima para variaciones de esta presión [17]. Se ha comprobado teóricamente que el controlador propuesto es capaz de llevar al sistema a su punto óptimo de manera automática eficazmente y en su artículo, se verifica de manera experimental. Este trabajo se basará en su investigación y está enfocado en dos ámbitos diferenciados: la mejora del rendimiento de un sistema de refrigeración con eyectores y la identificación en bucle cerrado del modelo dinámico de un sistema a partir de datos experimentales.

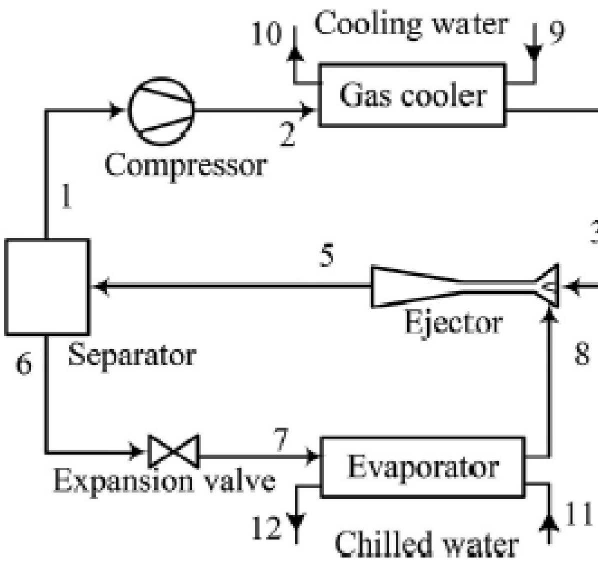


Figura 1. Diagrama esquemático del TCRE [17].

A partir del ciclo, el rendimiento del mismo se estima de la siguiente forma:

$$COP = \frac{Q_e}{\omega} = \frac{m_7(h_8 - h_7)}{m_1(h_2 - h_1)} = \mu\frac{h_8 - h_7}{h_2 - h_1} \tag{1}$$

El COP es el coeficiente de rendimiento. Es un medidor de eficiencia del ciclo e indica cuánto consume el ciclo en comparación de lo que produce. En la ecuación anterior, μ es la relación de arrastre (RA) que se define como la relación entre el caudal másico de vapor a baja presión (caudal secundario) y el caudal másico de vapor a alta presión (caudal primario). Sin embargo, la medición del caudal másico del refrigerante es muy costosa, por lo que la ecuación anterior no es práctica para la aplicación real de un sistema de CO_2 con eyector. El rendimiento también puede describirse mediante la capacidad de calentamiento en lugar de la capacidad de refrigeración. Para el sistema del documento, los rendimientos dinámico y estacionario se calcularán como:

$$COPh = \frac{m_{gc}(h_2 - h_3)}{m_c(h_2 - h_1)} \tag{2}$$

$$COPh' = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \tag{3}$$

Tanto el COPh como el COPh' son función de la presión del enfriador de gas.

La base para el diseño del sistema de control es la característica dinámica del sistema. El objetivo es tratar de mantener un COP óptimo variando el área de la garganta de tobera frente a cambios en la presión del enfriador de gas. Para ello, cada vez que surge una variación en la presión, se estima una nueva área de la garganta de tobera utilizando un algoritmo PID para reducir el error entre la presión real del enfriador de gas y el valor deseado del predictor. En este trabajo se tratará de reproducir el controlador y, al no poseer la dinámica del sistema, se tratará de identificarla.

La identificación de sistemas se puede definir como la teoría y la práctica de estimar modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de observaciones y mediciones realizadas en el proceso basándose en entradas, salidas y perturbaciones. Es un campo relativamente nuevo donde los primeros trabajos fueron desarrollados por la estadística, las series temporales y la teoría de los procesos estocásticos [18]–[20]. Más adelante, en 1965 aparecieron los dos documentos que sentaron las bases de lo que hoy en día es la identificación de sistemas en la ingeniería [21], [22]. A partir de ahí, se han realizado enormes avances en muy poco tiempo, donde dos enfoques fueron los protagonistas: el método de predicción del error impulsado por L. Ljung y el rápido desarrollo en software, y el enfoque no paramétrico del (sub)espacio de estados aplicando las matrices de Hankel. Son muchos los autores que han indagado en esta disciplina y se ha ido desarrollando una extensa literatura, con numerosos libros de texto [23]–[26].

En casi 50 años se han conseguido enormes progresos como el perfeccionamiento de ambos planteamientos, el desarrollo de un enfoque basado en el dominio de la frecuencia, el gran entendimiento de la teoría, la ampliación del campo de aplicación, el auge del control predictivo y los avances en la identificación de sistemas no lineales; siendo la principal tarea en proyectos de control avanzado. Aunque todavía quedan obstáculos que superar como la difícil búsqueda de la estructura óptima, el elevado coste de la construcción de los modelos, los problemas de mínimos locales que surgen al utilizar el criterio de error de predicción, la dificultad al identificar sistemas MIMO y el limitado desarrollo de la identificación no lineal.

A lo largo de este proyecto, se tratará de reproducir el controlador del artículo [17], pero resulta imposible al no aparecer la dinámica del sistema de refrigeración. La única información proporcionada es el PID (4) y una gráfica que muestra la respuesta del sistema ante entradas escalón unitario que reflejan variaciones de presión (Figura 2). En la gráfica, la curva elegida será la perteneciente al PID fijo, es decir, la correspondiente a la línea punteada. Por lo tanto, este controlador se acercará paso a paso a la presión óptima del refrigerador de gas. La precisión de la correlación de la presión óptima del enfriador de gas es esencial para que el controlador logre el máximo COP. Los resultados revelan que el PID tradicional con parámetros fijos muestra un rendimiento muy diferente en distintas condiciones de funcionamiento. Cuando la presión del enfriador de gas es mayor, la oscilación se incrementa gradualmente y el tiempo de asentamiento aumenta. Se considera que es causado por la fuerte relación no lineal entre la presión del enfriador de gas y el área de la garganta de tobera.

$$k_p = -0.13\ \frac{mm^2}{MPa}$$

$$T_i = 15\ s$$

$$T_d = 0.3\ s$$

$$PID = k_p + \frac{k_p}{T_i s} + k_p T_d s = \frac{0.039s^2 + 0.13s + 0.00867}{s} \tag{4}$$

El sistema a identificar se encuentra en bucle cerrado. Esto dificultará aun más el proceso de identificación del modelo dinámico ya que las entradas están en función de las salidas anteriores.

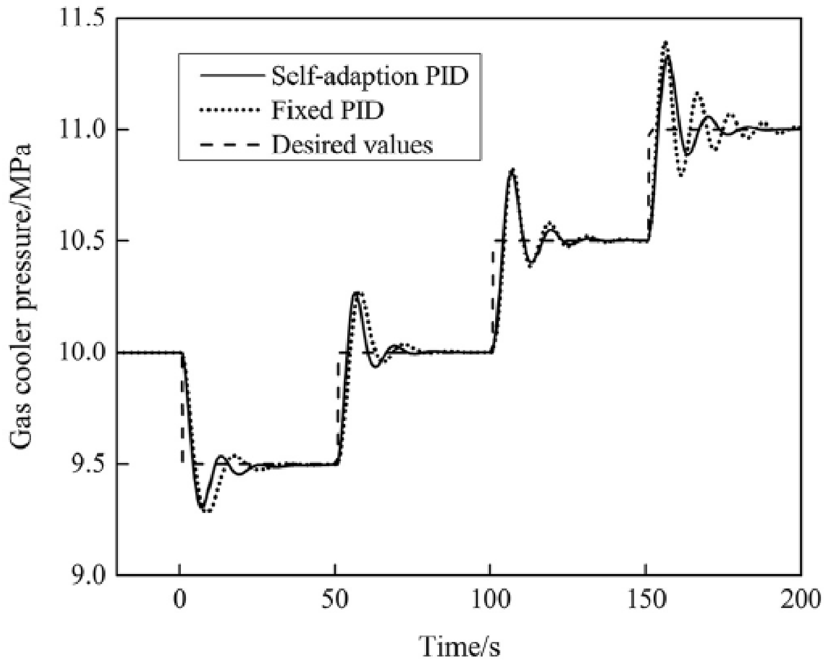


Figura 2. Comparación de la respuesta dinámica para un PID fijo y uno autoadaptativo.

El objetivo de este trabajo será inferir en BC a través de diversos métodos, la función de transferencia o el modelo dinámico del sistema perteneciente a la Figura 2. Para ello, se obtendrán de manera manual los puntos de la gráfica.

En primer lugar, se hará una breve revisión teórica y bibliográfica de los sistemas de refrigeración y del proceso de identificación. Para la parte experimental, se tratará de inferir la función de transferencia y se diseñará un algotimo de caja negra y otro de caja gris para diversas estructuras del sistema. Seguidamente, se realizará una interpolación de los datos para tenerlos homogéneamente muestreados y así realizar los mismos experimentos, pero utilizando el System Identification Toolbox de MatLab. Finalmente, se aplicará lo obtenido a un sistema de refrigeración con eyectores múltiples para estimar el tiempo de establecimiento aproximado al cambiar de un eyector a otro dependiendo de la temperatura exterior.

2 FUNDAMENTOS Y ESTADO DEL ARTE

Grandes descubrimientos y mejoras implican invariablemente la cooperación de muchas mentes.

- Alexander Graham Bell -

Este capítulo está dividido en dos bloques donde se pretende conceptualizar y clasificar tanto el ciclo de refrigeración con eyectores como el proceso de identificación para logar de manera general la comprensión del procedimiento y poder aplicarlo correctamente en las simulaciones y experimentos realizados en los siguientes capítulos.

Se tratarán los ciclos de refrigeración y el concepto de eyector, una tecnología novedosa utilizada para aumentar la eficiencia del ciclo, definiendo sus partes, clasificándolo y analizando su rendimiento al variar el valor de sus parámetros. También se expondrán los diversos refrigerantes utilizados en los ciclos de refrigeración y, finalmente, se mencionarán las diferentes configuraciones de ciclos de refrigeración con eyectores.

La segunda parte del capítulo irá destinada a la identificación de sistemas. Se hará una breve descripción de los sistemas dinánicos y sus tipos, y se describirá en detalle el proceso de identificación, así como las posibles estructuras y métodos para hallar el modelo dinámico a través de datos experimentales.

2.1 Sistemas de refrigeración con eyectores

Un sistema de refrigeración pretende reducir y mantener la temperatura de un espacio cerrado por debajo de la temperatura del entorno a partir del enfriamiento de partículas presentes en él y la transferencia de esta energía térmica extraída a otro cuerpo o sistema. Actualmente, el ciclo de refrigeración más utilizado es el ciclo frigorifico de compresión mecánica de vapor, que se basa en la expansión de un fluido mediante su evaporación [27], [28].

2.1.1 Ciclo de compresión mecánica

Estos sistemas consumen trabajo a través de una máquina en permanente funcionamiento, produciéndose un intercambio de calor y energía en el fluido que lo recorre; este fluido está denominado como refrigerante y tiene como propiedad principal una temperatura de ebullición muy reducida.

El ciclo de compresión mecánica básico está compuesto por compresor, condensador, válvula de expansión y evaporador. El proceso comienza con la introducción del fluido a baja presión en el compresor, que necesita energía mecánica para su funciomaniento y donde se eleva la presión y temperatura del refrigerante mediante un proceso isentrópico hasta alcanzar la presión de condensación. El refrigerante sobrecalentado viaja a través del condensador, disminuyendo su temperatura y condensándose al intercambiar calor con el exterior. A continuación, se dirige hacia la válvula de expansión, donde se reduce su presión y temperatura a entalpía constante y se evapora parte de él. Finalmente, el fluido frío y parcialmente vaporizado pasa a través de otro intercambiador de calor, el evaporador, absorbiendo el calor (energía) del recinto a enfriar a presión constante y aumentando su temperatura, evaporándose así el resto para comenzar de nuevo el ciclo en el compresor. En la Figura 3.a se pueden apreciar gráficamente los componentes del ciclo de compresión mecánica.

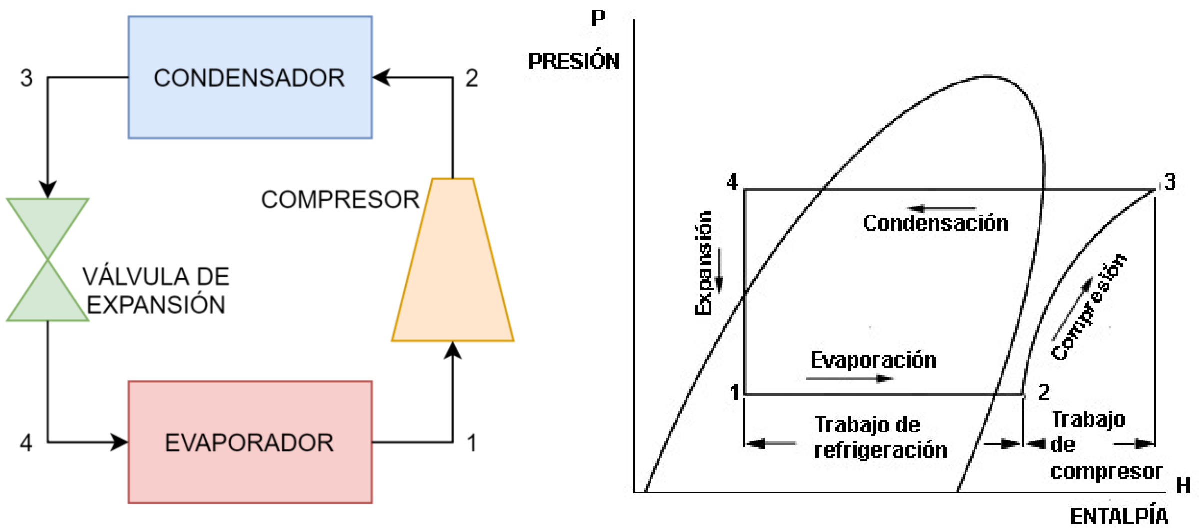


Figura 3. Ciclo de compresión mecánica. (a) componentes del ciclo y (b) diagrama p-h.

Se observa en el ciclo de la Figura 3.b la existencia de dos zonas: una de bajas presiones y otra de altas. El tránsito entre ambas se realiza a través del compresor, que realiza un consumo de energía relativamente alto debido a la baja presión del fluido en la salida del evaporador. Un nuevo elemento es incorporado en el ciclo para que se produzca un ahorro energético y aumentar el rendimiento del ciclo, el eyector.

2.1.2 Eyector

La función de este equipo es aumentar la presión de un fluido secundario a través de uno primario, por lo que se considera clave en el ciclo de refrigeración. Ambos fluidos, que también pueden llamarse motriz y succionado, respectivamente, pueden estar en estado líquido o gaseoso. El eyector utilizará la corriente a alta presión proveniente del condensador (fluido motriz) para aumentar la presión de la corriente de salida del evaporador (fluido succionado), el fluido mixto será descargado a una presión intermedia a la entrada del compresor.

2.1.2.1 Partes y funcionamiento

El eyector está formado por cuatro partes representadas en la Figura 4:

- *Boquilla primaria o motriz:* Se trata de una tobera, donde el fluido se expande en ella para conseguir velocidades más elevadas.
- *Boquilla secundaria o cámara de succión:* El fluido secundario entra en ella gracias a la depresión que genera el fluido primario.
- *Cámara de mezcla:* Es el lugar de mezclado de los fluidos primario y secundario.
- *Difusor:* En él, el fluido mezclado aumenta su presión y reduce su velocidad a medida que lo atraviesa.

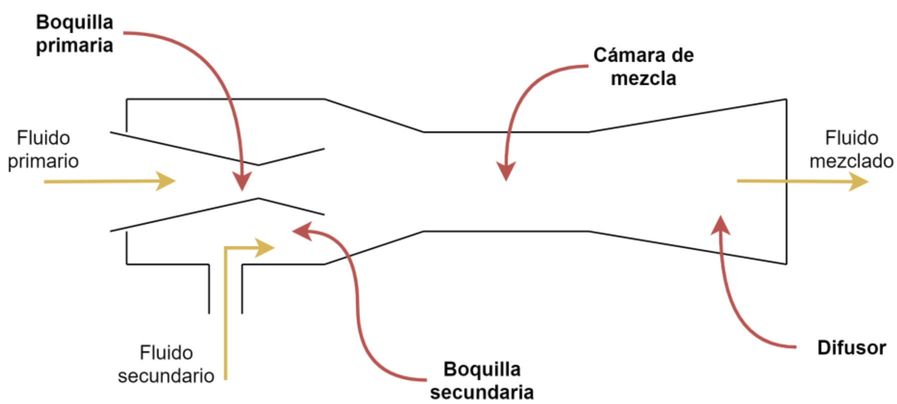


Figura 4. Principales partes del eyector

La mecánica de fluidos explica el funcionamiento del eyector. El flujo primario entra en la boquilla primaria a elevada presión y se acelera en la tobera. A la salida de la tobera, el fluido a una velocidad muy alta crea una succión sobre el fluido secundario al tener una presión menor que la de evaporación. Ambos fluidos entran en contacto en la cámara de mezcla, donde se mezclan y se pasa a identificar un único fluido. Antes de llegar al difusor y una vez igualadas las presiones y velocidades, se produce una onda de choque que provoca un aumento de presión y rebaja la velocidad. Finalmente, en el difusor, la velocidad de la mezcla se verá reducida para incrementar su presión.

2.1.2.2 Clasificación de los eyectores

Existen varios parámetros en cuanto a la clasificación de eyectores, aunque los criterios de clasificación mas extendidos son: el tipo de boquilla principal, el tipo de cámara de mezcla y la fase en la que se encuentre el fluido [8]. Finalmente, se diferenciará entre eyectores fijos o variables.

2.1.2.2.1 Boquilla principal

Dependiendo del tipo de aplicación que se le quiera dar al eyector, su boquilla o tobera primaria puede ser de dos tipos: convergente o onvergente-divergente [8]. Además, varios artículos toman esta clasificación para estudiar los diferentes eyectores [29], [30]. La geometría de la boquilla (Figura 5) afecta directamente al funcionamiento del eyector, más concretamente en la velocidad que adquiere el flujo primario a su salida de esta.

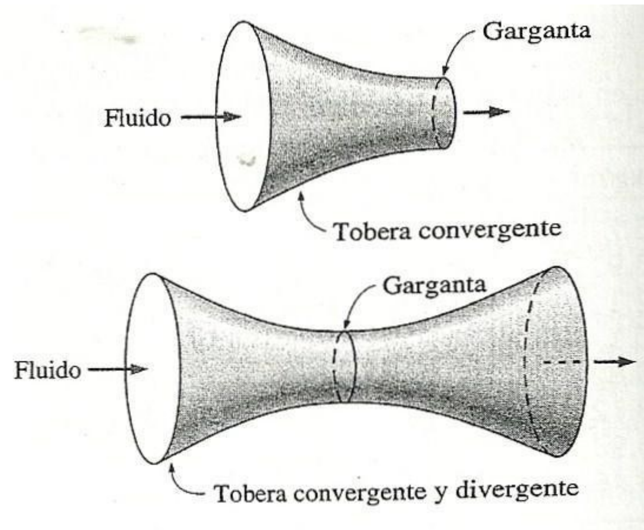


Figura 5. Tipos de boquilla.

En el caso de tratarse de una boquilla convergente, el eyector trabaja en un régimen de velocidades subsónicas (número de Mach, M<1), pudiendo alcanzar a la salida de la cámara de succión condiciones sónicas. Este tipo de boquillas no pretenden comprimir demasiado el fluido, aunque sí lo suficiente como que no se produzcan grandes pérdidas de presión. El rendimiento de un eyector subsónico se puede dividir en tres modos de trabajo (Figura 6):

- *Modo crítico:* El flujo primario está bloqueado y el secundario se mantiene constante.
- *Modo subcrítico:* El flujo primario no está bloqueado y el secundario deja de ser constante para depender de la contrapresión.
- *Modo de mal funcionamiento o de flujo de retorno:* El flujo secundario se invierte, llevando al eyector al fallo.

Entre las aplicaciones de este tipo de boquillas, destaca su utilización en los TERS.

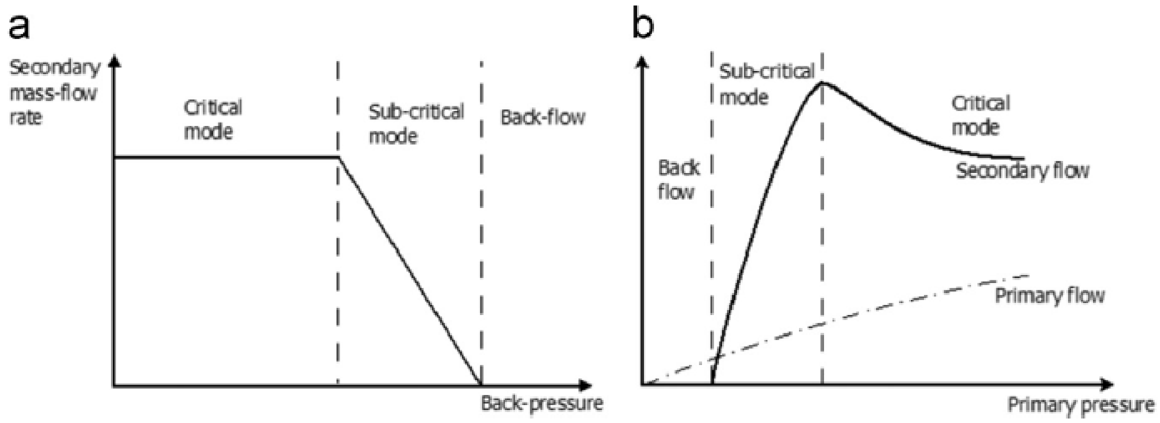


Figura 6. Modo de funcionamiento de un eyector subsónico (a) presión primaria fija y (b) contrapresión fija

La tobera convergente-divergente hace que el flujo que trasncurre a través del eyector lo haga a velocidades supersónicas, por encima de la velocidad del sonido (número de Mach, M>1), generando una gran diferencia de presión. De nuevo, puede trabajar en tres modos diferentes (Figura 7):

- *Modo crítico o de doble bloqueo:* La RA se mantiene constante debido al bloqueo que subren los flujos primario y secundario.
- *Modo subcrítico o de bloqueo único:* La RA es lineal con la contrapresión y únicamente se encuentra bloqueado el fujo primario.
- *Modo de mal funcionamiento o flujo de retorno:* El flujo secundario se invierte provocando la disfuncionalidad del eyector.

Es el eyector utilizado en los ERS.

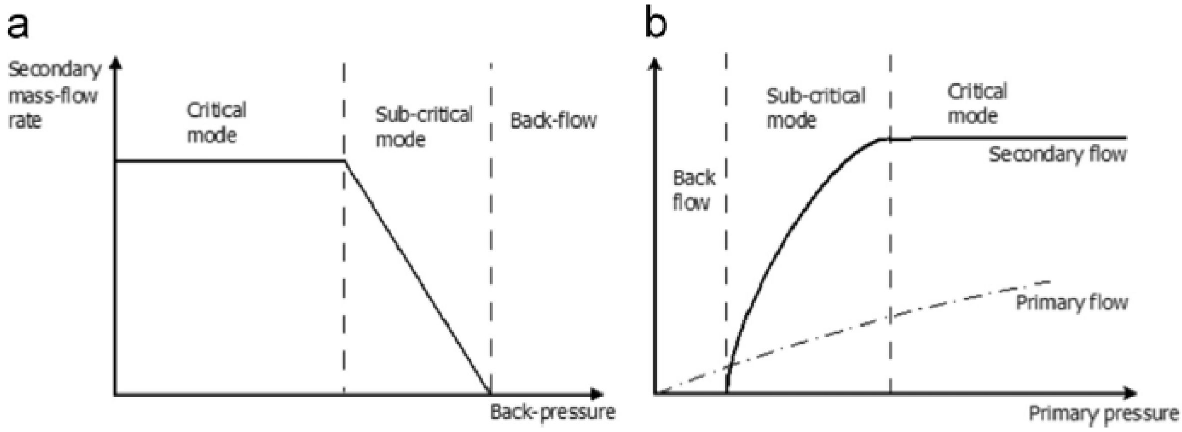


Figura 7. Modo de funcionamiento de un eyector supersónico (a) presión primaria fija y (b) contrapresión fija

2.1.2.2.2 Cámara de mezcla

Los eyectores también pueden clasificarse según el tipo de cámara de mezcla [8], [30], distinguiendo entre cámaras de mezcla a presión constante (CPM) y cámaras de mezcla de área constante (CAM). También se han realizado estudios [31], [32] tratando de combinar las dos tecnologías mencionadas, obteniendo como resultado un eyector con una cámara de mezcla a velocidad constante y de momento variable (CRMC).

En los eyectores CPM, Figura 8.a, la salida de la boquilla y donde comienza el proceso de mezcla de los fluidos tienen lugar en la cámara de succión para más adelante atravesar una zona de área constante. Estos eyectores obtienen menores contrapresiones y como consecuencia, un mejor rendimiento.

La mezcla de los fluidos en los eyectores CAM Figura 8.b comienza, a diferencia de los CPM, en la cámara de mezcla pasando en todo momento por una sección de área constante. Los eyectores CAM, aunque tengan un menor desempeño, pueden soportar mayores flujos de masa.

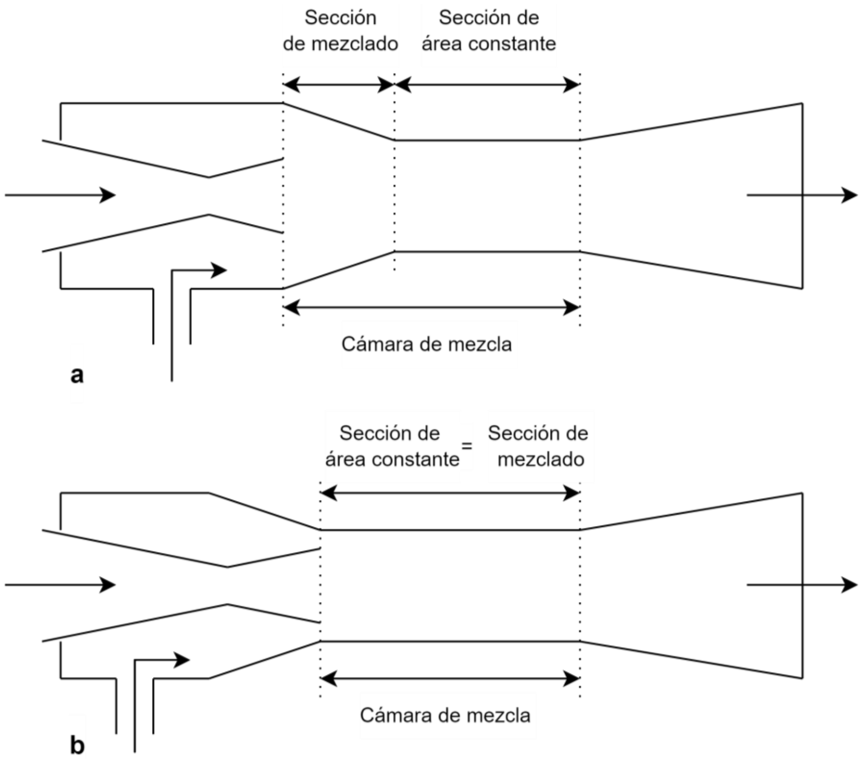


Figura 8. Tipos de cámaras de mezcla (a) CPM y (b) CAM

El eyector CRMC modifica la geometría del difusor de modo que se elimina el choque termodinámico dentro de él en las condiciones de funcionamiento del punto de diseño. Esto se consigue permitiendo que el momento del flujo varíe a una tasa constante a medida que cruza el difusor, derivando en un aumento gradual de la presión estática desde la entrada hasta la salida. Como consecuencia, se evita la pérdida de presión total asociada al proceso de choque que se puede encontrar en difusores convencionales.

2.1.2.2.3 Fase del fluido

El estado de la materia del fluido de trabajo tiene un impacto significativo en la dinámica del mismo [33], especialmente en las ondas de choque que pueden tener lugar en el interior de los eyectores.

Nº FASES	**FLUJO PRIMARIO**	**FLUJO SECUNDARIO**	**FLUJO DE SALIDA**	**NOMBRE DEL EYECTOR**	**CARACTERÍSTICAS**
1	Vapor	Vapor	Vapor	Eyector de chorro de vapor	Posible flujo bifásico Posibles ondas de choque
1	Líquido	Líquido	Líquido	Eyector de chorro líquido	Sin ondas de choque Flujo monofásico
2	Vapor	Líquido	Líquido	Eyector de condensación	Flujo bifásico con condensación del flujo primario Fuertes ondas de choque
2	Líquido	Vapor	Bifásico	Eyector bifásico	Flujo bifásico Posibles ondas de choque

Tabla 2. Características de los eyectores según su fase y flujo

El flujo dentro del eyector puede ser monofásico (vapor-vapor o líquido-líquido) o bifásico dependiendo de las condiciones de los flujos primario y secundario. Los eyectores monofásicos han sido muy estudiados en la literatura y referencias como [34]–[37]. Un eyector bifásico se puede a su vez clasificar en función de la naturaleza del flujo: En el eyector de condensación el flujo primario se condensa en el eyector y en el bifásico puro, el flujo a la salida es bifásico. Hoy en día, se ha avanzado mucho en el estudio de los eyectores bifásicos, por lo que su conocimiento y modelado se ha ampliado [29], [38]–[43]. En la Tabla 2 se pueden observar separadamente las características tanto de los eyectores monofásicos como de los bifásicos.

2.1.2.2.4 Eyector fijo o variable

Un estudio de optimización [44] concluyó que, para un punto de operación concreto, solo existe una única geometría optima del eyector. Así, se sugirió la utilizacion de un eyector con geometría variable que se adaptara a diversos puntos de funcionamiento [6]. Los eyectores con geometría variable consisten en insertar un husillo antes de la boquilla primaria (Figura 9) y que cambie su posición dentro de la garganta, alterando su área de sección transversal y dando lugar al control del caudal másico primario.

Otros autores han comprobado satisfactoriamente el uso de esta tecnología, recomendando su utilización al verse incrementado el rendimiento del eyector [14], [15], [17], [45].

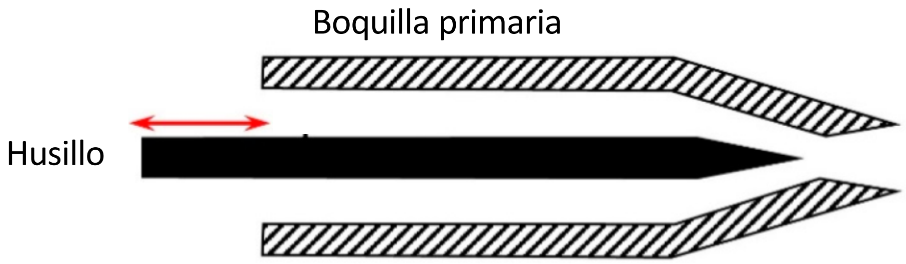


Figura 9. Boquilla variable

2.1.2.3 Parámetros y su influencia en el rendimiento

Algunos de los parámetros más importantes para describir el rendimiento de los eyectores en los ciclos de refrigeración son los siguientes.

- *Relación de arrastre, μ:* Es la relación entre el caudal másico del flujo secundario, $\dot{m}_s$, y el caudal másico del flujo primario, $\dot{m}_p$. Evalúa la eficiencia del ciclo de refrigeración.

$$\mu = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_p} \tag{5}$$

- *Relación de compresión, R_C:* Es la presión estática a la salida del difusor, p_c, dividida por la presión estática del flujo secundario, p_e.

$$R_C = \frac{p_c}{p_e} \tag{6}$$

- *Coeficiente de rendimiento, COP:* Representa la relación entre la energía térmica de evaporación, Q_e (efecto de refrigeración), y el total de energía entrante en el ciclo $(Q_g + L_p)$.

$$COP = \frac{Q_e}{Q_g + L_p} \tag{7}$$

- *Capacidad de refrigeracion, CC:* Es

$$CC = \dot{m}_e(h_{e,out} - h_{e,in}) \tag{8}$$

- *Rendimiento del eyector, $\eta_{eyector}$:* Hay muchas maneras de definir la eficiencia del eyector. Esta expresión [14] lo define como la relación etre la energía de compresión real recuperada y la energía teórica disponible en la corriente motriz.

$$\eta_{eyector} = \frac{(\dot{m}_g + \dot{m}_e)(h_{c,in} - h_{e,out})}{\dot{m}_g(h_{g,out} - h_{e,out})} \tag{9}$$

La eficiencia en los diferentes componentes de un eyector subsónico (boquilla primaria convergente) variando parámetros geométricos y condiciones de operación del eyector ha sido motivo de estudio [38]. Las partes analizadas son la boquilla primaria, la cámara de mezclas y el difusor. Los parámetros elegidos son la relación de presión entre la entrada del flujo primario con la del secundario; la relación del diámetro de salida del flujo primario con el de la cámara de mezcla; y la distancia existente entre la salida de la boquilla primaria y la entrada a la cámara de mezcla (NXP). Llegando a las conclusiones expuestas en la Tabla 3.

EVOLUCIÓN DE LA EFICIENCIA

	BOQUILLA PRIMARIA	**CÁMARA DE MEZCLA**	**DIFUSOR**
AUMENTO DE LA RELACIÓN DE PRESIÓN	Decrece	Crece hasta llegar a un punto en que se mantiene, pudiendo llegar a decrecer si aumenta demasiado	Decrece, aunque a menor nivel que las anteriores
AUMENTO DE LA RELACIÓN DEL DIÁMETRO	Crece	Decrece	Crece, aunque a menor nivel que las anteriores
AUMENTO DEL NXP	Despreciable	Despreciable	Despreciable

Tabla 3. Evolución de la eficiencia de un eyector

Otras investigaciones [43] han llegado a los mismos razonamientos incluyendo en sus análisis la boquilla secundaria y obteniendo que la succión aumenta a medida que se eleva la relación de presión y la eficiencia disminuye cuando se incrementa la relación del diámetro. También se menciona que la succión se puede ver alterada debido a la temperatura exterior del aire.

Finalmente, se expone que el diseño geométrico es uno de los pasos más importantes para el funcionamiento correcto del eyector [46] y se intentan optimizar los parámetros geométricos del eyector mostrados en la Figura 10 Figura 10. Parámetros geométricos de un eyectorcomo la contrapresión y la relación de arrastre para así lograr un mayor rendimiento del eyector en condiciones de funcionamiento determinadas [34]. Un análisis de sensitividad concluye que *X7* y *X1* son los parámetros que más influyen en el rendimiento del eyector, el resto de las variables tienen un efecto casi imperceptible al lado de estas. Consecuentemente, la eficiencia del eyector se puede modificar de forma sustancial variando el valor de *X7* y *X1*.

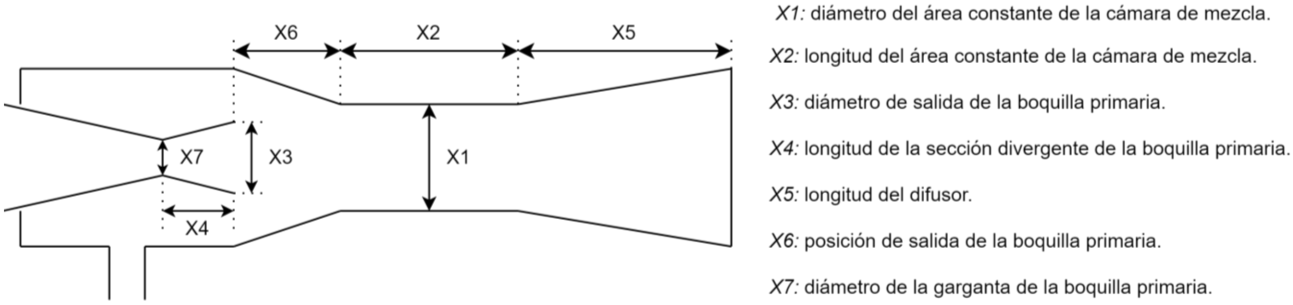


Figura 10. Parámetros geométricos de un eyector

2.1.3 El fluido de trabajo

Los eyectores son muy sensibles al fluido de trabajo en términos de operación y rendimiento [37]. Es por ello, que la selección del refrigerante apropiado es el paso más importante en el proceso de diseño de un sistema de refrigeración con eyectores. En el pasado, el criterio principal de selección era la maximización del rendimiento; con el paso del tiempo, otros factores como la seguridad o el coste también son considerados.

A la hora de seleccionar el fluido de trabajo se deben tener en cuenta los siguientes requisitos:

- *Propiedades termofísicas del fluido favorables:* El fluido debe tener un alto calor latente de vaporización, un rango de temperatura del generador amplio, una alta temperatura crítica y la presión del fluido a la temperatura del generador no debe ser muy elevada. Los fluidos deberán tener una masa molecular alta, ya que se obtienen mayores eficiencias en el eyector; aunque no demasiado ya que, a mayor masa molecular, menor es el tamaño del eyector. También es recomendable que posean una viscosidad reducida y conductividad térmica alta.

- *Preservación del medio ambiente:* El potencial de agotamiento de la capa de ozono (ODP) deberá ser nulo y el potencial de calentamiento global (GWP) muy bajo.
- *Cuestiones de seguridad del fluido:* El fluido será quimicamente estable, no tóxico, no explosivo y no corrosivo. Se deberá consultar la norma ASHRAE (Norma de seguridad para sistemas de refrigeración y designación y clasificación de refrigerantes): ANSI/ASHRAE 15 Y 34-2019 [47].
- Otras características a tener en cuenta serán el coste del fluido y su disponibilidad en el mercado.

La clasificación de los fluidos de trabajo se puede realizar de dos maneras: en función de la pendiente de la línea de vapor saturado en el diagrama T-s o a partir de su composición química molecular.

Refiriéndose a la pendiente de la línea de vapor saturado en el diagrama T-s [48], los refrigerantes de agrupan entre fluidos secos, húmedos o isentrópicos (Figura 11). En el caso de los fluidos húmedos, pueden condensar y formarse gotas en el interior del eyector, lo que puede afectar seriamente al proceso dinámico del gas en el eyector y al rendimiento del mismo [49]. Para solucionar este problema, se sugiere recalentar el flujo primario para garantizar que la expansión en la boquilla tenga lugar en la región recalentada [50]. Para los fluidos secos e isentrópicos, en cambio, no se produce un cambio de fase durante el proceso de expansión en la boquilla y el recalentamiento no es necesario.

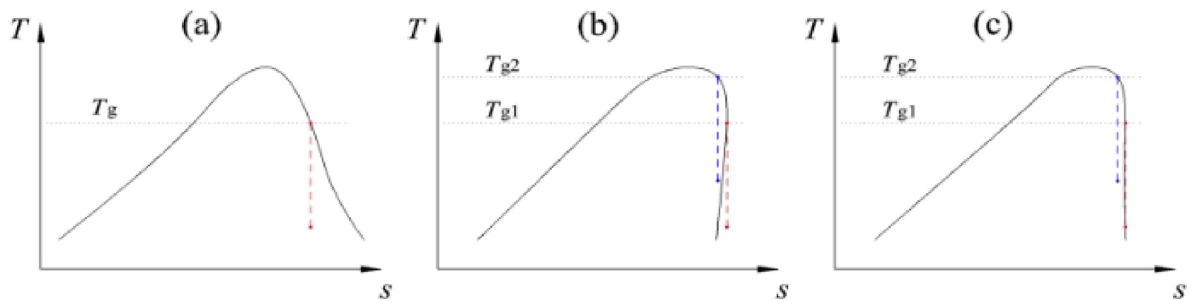


Figura 11. Diagramas T-s de tres tipos de refrigerantes: (a) fluido húmedo, (b) fluido seco, y (c) fluido isentrópico

Basándose en su composición química, los fluidos de trabajo se pueden clasificar en:

- *Halocarbonos:* Que a su vez se clasifican en clorofluorocarbonos (CFC), hidroclorofluorocarbonos (HCFC), hidrofluorocarbonos (HFC) y hidrofluoroolefina (HFO).
- *Hidrocarburos (HC):* Está constituido por compuestos formados por H y C como el metano, etano, propano, ciclopropano, butano, isobutano…
- *Refrigerantes compuestos* que consisten en mezclas de halorcarbonos.
- *Otros refrigerantes* como el agua, el aire, el amoniaco o el CO_2.

En la siguiente tabla se pueden ver las características de los principales refrigerantes (Tabla 4).

La elección final del refrigerante viene dada por un compromiso entre la eficiencia en rangos de funcionamiento seleccionados y el impacto medioambiental. En este trabajo, el refrigerante elegido es el CO_2.

TIPO		NOMBRE REFRIGERANTE	VAPOR WET/DRY	MASA MOLECULAR (Kg/Kmol)	PUNTO EBULL A 1atm (ºC)	CALOR LATENTE (KJ/Kg)	GWP	ODP
Halocarbonos	CFC	R11	WET	137.4	23.7	186.2	4750	1
		R12	WET	120.9	-29.8	147.8	10900	1
		R113	DRY	187.4	47.6	155.9	6130	0.85
		R114	DRY	10.9	3.8	133.7	9180	0.58
	HCFC	R22	WET	86.5	-40.8	196.8	1790	0.05
		R123	DRY	152.9	27.9	1775	77	0.01
		R141B	DRY	116.9	32.1	233.1	717	0.12
		R142B	DRY	100.5	-9.2	212	2220	0.06
		R500	WET	99.3	-33.6	-	8100	0.61
		R502	WET	111.6	-45.3	-	4600	0.31
	HFC	R134A	WET	102	-26.1	190.9	1370	0
		R152A	WET	66.1	-24	295.8	133	0
		R245FA	DRY	134.1	15.1	199	1050	0
	HFO	R1234YF	WET	114.1	-30	180.25	4	0
Hidrocarburos HC		R290	WET	44.1	-42.1	360.3	20	0
		R600	DRY	58.1	-0.5	376.1	20	0
		R600A	DRY	58.1	-11.8	344.6	20	0
Compuestos		R407A	WET	90.1	-45.3	235.57	2107	0
		R407B	WET	102.9	-46.8	275	2804	0
		R410A	DRY	72.6	-51.58	276	2088	0
Otros	AMONIACO	R717	WET	17	-33.3	1226.1	0	0
	AGUA	R718	WET	18	100	2477.2	0	0
	CO2	R744	WET	44	-78.5	197.7	1	0

Tabla 4. Características de los principales refrigerantes.

2.1.4 El ciclo de refrigeración con eyector

El eyector, como se ha explicado anteriormente, tiene la función de aumentar la presión de un fluido primario que sale del condensador a través de uno secundario que ha circulado por el evaporador y que produce el efecto frigorífico. En él, ambos fluidos se mezclan y el fluido mixto se devuelve al compresor. Existen diversas configuraciones de ciclos de refrigeración con eyector como se pueden observar en el esquema de la Figura 12.

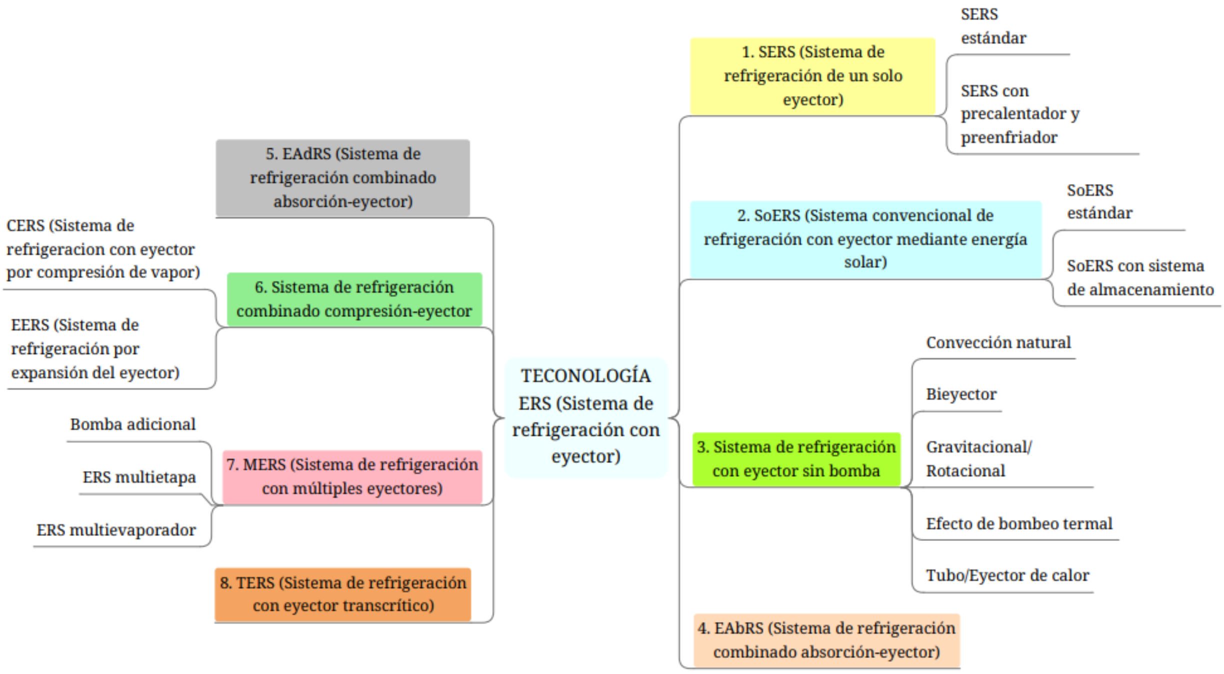


Figura 12. Diferentes configuraciones de ciclos de refrigeración con eyetores

A los ERS se les pueden añadir modificaciones, derivando en los diferentes tipos de ciclo mencionados en la figura anterior. El ciclo de refrigeración con eyector más básico es el SERS, que contiene un único eyector y es el utilizado en la investigación realizada en este trabajo, sustituyendo un eyector fijo por uno de geometría variable (Figura 13).

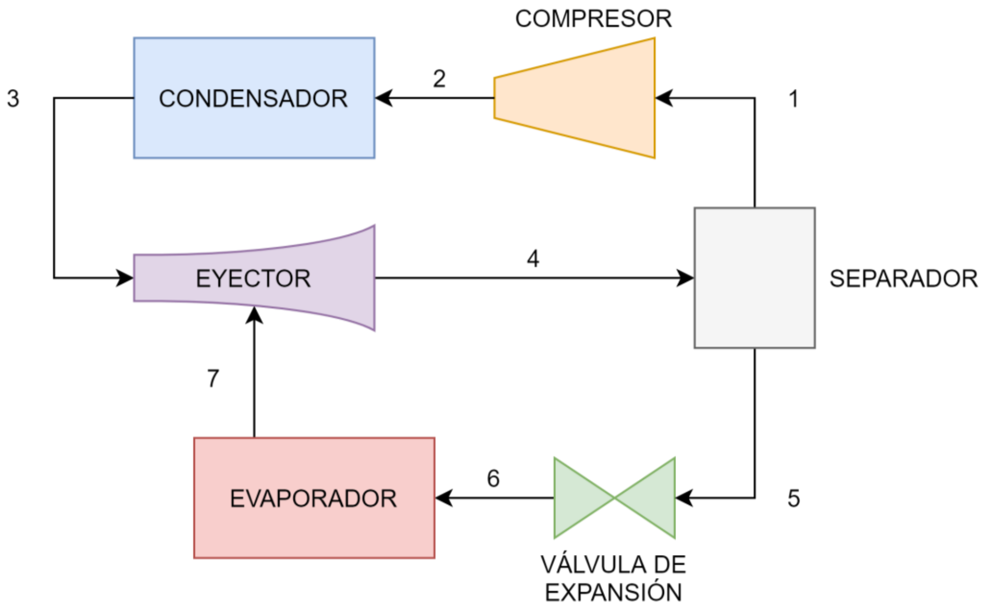


Figura 13. Ciclo de refrigeración con eyector

2.2 Identificación de sistemas

El conocimiento exhaustivo del modelo dinámico de un proceso industrial permite comprender el comportamiento del sistema y sus partes críticas. Es necesario disponer de un modelo matemático preciso para alcanzar un estado de mejora continua e innovación, logrando así aumentar la eficiencia del proceso y la optimización del diagnóstico y detección de fallos. En el momento que no se tiene un modelo dinámico completamente definido, es requerido aplicar la identificación con el fin de construir un modelo matemático del sistema basado en las entradas y salidas del mismo.

El concepto de modelo dinámico se consigue al relacionar matemáticamente las variables de salida y entrada del sistema. Los valores de las señales de salida dependerán tanto de los valores instantáneos de las señales de entrada como del comportamiento anterior del sistema. La descripción del modelo dinámico puede realizarse mediante ecuaciones diferenciales, funciones de transferencia, ecuaciones en el espacio de estados y modelos de polo-cero-ganancia; y en cuanto a la representación temporal, se recurre tanto al tiempo continuo como al discreto.

Básicamente se pueden distinguir cuatro áreas problemáticas en la teoría del sistema [25]: modelado, análisis, estimación y control.

- *Modelado:* Se debe encontrar un modelo matemático que describa adecuadamente la situación física.
- *Análisis:* Se analiza el comportamiento de salida del sistema mediante simulación.
- *Estimación:* Después de haber obtenido una estructura de modelo adecuada estable, identificable y observable, se estiman las variables desconocidas a partir de un conjunto de datos dado de variables de entrada-salida.
- *Control:* Se definen dos tipos de estrategias de control, controles en bucle abierto y en bucle cerrado. En el control en bucle abierto, la salida no interfiere en el funcionamiento del sistema. En cambio, en el control en bucle cerrado, se produce realimentación, es decir, utiliza observaciones reales de la salida para el cálculo de la entrada.

En consecuencia, la identificación del sistema se considera como un modelado aproximado para una aplicación específica sobre la base de los datos observados y del conocimiento previo del sistema.

2.2.1 El proceso de identificación

A continuación, se describe el procedimiento de identificación como un proceso iterativo con varias fases, cuyo objetivo es alcanzar el modelo matemático adecuado (véase la Figura 14) en base a datos experimentales.

El primer paso en el proceso de identificación es el diseño del experimento, donde se pone de manifiesto toda la dinámica del sistema teniendo en cuenta la entrada, perturbaciones y salida para luego realizar la simulación. Una vez simulado, se adquieren los datos experimentales sin manipular, que contienen imperfecciones que deben ser tratadas para conseguir una identificación más limpia. Seguidamente, en el tratamiento de datos se aplican filtros a los datos obtenidos tras la simulación para eliminar el ruido, perturbaciones, datos duplicados, discontinuidades o mediciones incorrectas. Una vez se han procesado los datos, entra en juego la parte más complicada del proceso, la elección de la estructura que depende de dos factores, el conocimiento previo del sistema y el tipo de datos que se quieren conseguir, teniendo esto en cuenta se puede enfocar la adquisición del modelo de diversas maneras que se explicarán más adelante. El siguiente paso viene dado por la selección del método de estimación de parámetros, donde se opta por un método de estimación y un criterio de bondad para expresar lo adecuadamente que se ajusta el modelo entre los datos observados y esperados, en este trabajo se utilizará el método de minimización del error. Finalmente, se procede a validar si el modelo identificado es o no lo suficientemente bueno para su uso previsto, en el caso de que no se considere apropiado, se realizará una nueva iteración y el proceso comenzará de nuevo en el paso que se estime necesario.

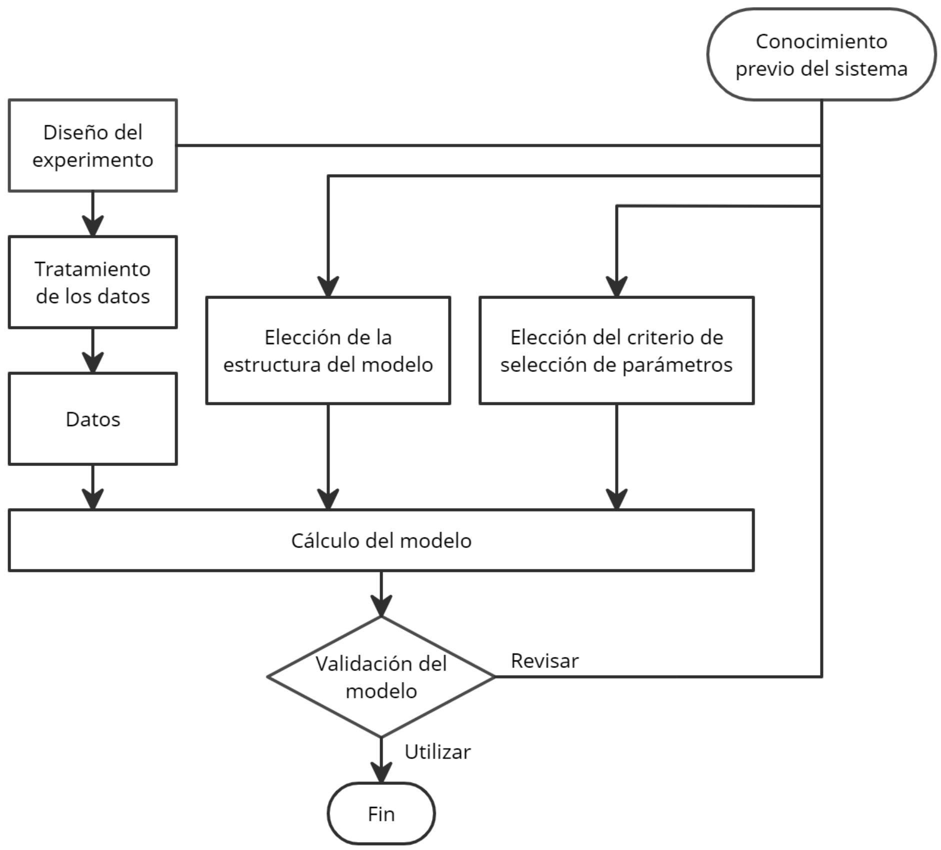


Figura 14. Proceso de identificación.

2.2.2 Elección de la estructura

A la hora de construir un modelo, la elección de la estructura juega un papel crucial en el proceso de identificación. Para ello, es vital el conocimiento del proceso y del sistema a identificar [23]. El camino que se debe recorrer para definir la estructura viene determinado por tres pasos:

1. *Elección del tipo del set de modelos:* Selección entre modelos lineales y no lineales y modelos de caja blanca, negra o gris.
2. *Elección del tamaño del set de modelos:* Se plantea la selección del grado de los polinomios y los tipos de variables a incluir en el modelo.
3. *Elección de la parametrización del modelo:* Cuando un set de modelos ha sido seleccionado, todavía resta parametrizarlo, esto es, encontrar una estructura particular que se adecue al set de datos disponible y a la aplicación buscada.

2.2.3 Validación del modelo

Una vez elegida la estructura, el proceso de identificación nos proporciona un modelo concreto para dicha configuración. Este modelo puede ser el mejor disponible, ¿pero es lo suficientemente bueno para el fin deseado? Comprobar si un modelo es el adecuado se conoce como validación del modelo.

Para encontrar la estructura apropiada, se deberán probar diferentes modelos, comparar sus resultados y pasar un proceso de “control de calidad” antes de ser entregado el modelo final al usuario. Durante la validación se verifica la conveniencia del ajuste del modelo para ver si es o no suficiente y, en el caso de que el resultado no sea satisfactorio, el proceso de identificación vuelve a comenzar probando una nueva configuración.

En el proceso de validación no importa cómo se ha estimado o construido el modelo, lo más importante es determinar su adecuación a las medidas iniciales sin haberlas reproducido y lo “lejos” que está el modelo de la descripción real del mismo [51]. Entre las formas de evaluación existentes, se aplicarán comparaciones basadas en conjuntos de datos del sistema; no se pueden utilizar los mismos datos para la estimación y la validación. Los datos de estimación se componen de aquellos utilizados para determinar el modelo, mientras que la validación utilizará un conjunto de datos disponible que no se haya empleado para construir el modelo que se quiere evaluar (datos de validación).

2.2.4 Identificación en bucle abierto y cerrado

Una vez comienza el proceso de identificación, es necesario reconocer ante qué sistema de control se encuentra el usuario y si este posee o no realimentación. Un sistema en bucle abierto es aquel en el que únicamente actúa el proceso sobre la señal de entrada y como resultado se obtiene una señal de salida independiente a la de entrada, aunque basada en ella (Figura 15). No existe retroalimentación hacia el controlador. Es la técnica de identificación utilizada por defecto a la hora de adquirir un modelo dinámico.

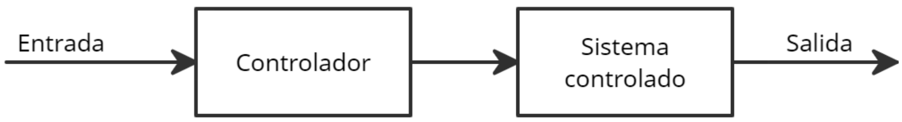


Figura 15. Diagrama de bloques identificación en bucle abierto.

En cambio, se está ante un sistema de control en bucle cerrado cuando la acción de control se encuentra en función de la señal de salida, es decir, existe realimentación como se puede ver en la Figura 16. En este caso, la señal de salida, además de ser salida del sistema, es utilizada como una de las entradas de él, aportándole información útil. La principal diferencia entre ambos (BA y BC) es el origen de los datos y no los métodos utilizados para adquirirlos.

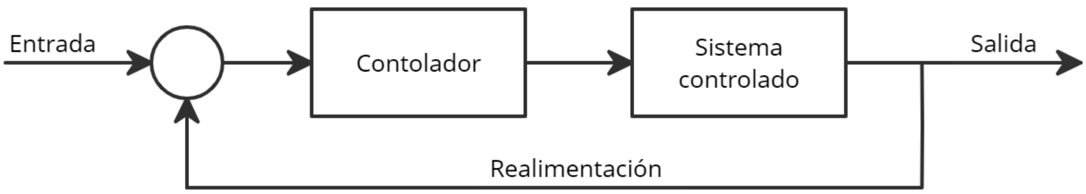


Figura 16. Diagrama de bloques identificación en bucle cerrado.

Las primeras investigaciones en cuanto a identificación en bucle cerrado [24], [52]–[55] surgen cuando resulta imposible la identificación en BA por motivos de seguridad, económicos, o si el sistema contiene mecanismos de retroalimentación inherentes.

Como puede ser observado en la Figura 2 perteneciente al artículo sobre el que se va a trabajar, el sistema dinámico que se necesita identificar se encuentra bajo realimentación, es decir, en bucle cerrado. Para la resolución de este problema, se recurre a varios enfoques:

- *Aproximación directa:* La retroalimentación es ignorada y el sistema se identifica en BA, utilizando las mediciones obtenidas de la entrada y la salida. Este enfoque consite en aplicar directamente un método de predicción del error como si no existiera el *feedback*. Se aplica a sistemas con mecanismos de retroalimentación arbitrarios (desconocidos).
- *Aproximación indirecta:* Se trata de identificar la función de transferencia en BC y determinar sus parámetros en BA valiéndose del conocimiento del controlador y en la señal de referencia. Se aplica a sistemas con retroalimentación no lineal.
- *Aproximación conjunta de entrada-salida:* En este enfoque se consideran la entrada y la salida conjuntamente como la salida del sistema impulsado por una señal de entrada adicional. Se determinan los parámetros en BA a partir de una estimación de este sistema aumentado.

En este trabajo, se utilizará el enfoque indirecto debido al conocimiento de datos de entrada y del controlador.

2.2.5 Tipos de modelo

Otra manera de clasificar los métodos de identificación es según el conocimiento previo que se tenga de la estructura del modelo y su comportamiento físico. Se pueden distinguir entre diferentes enfoques a la hora de realizar la identificación como pueden ser los modelos de caja blanca, negra y gris, o los modelos difusos.

2.2.5.1 Modelos de caja blanca

En los modelos de caja blanca, la estructura del modelo a determinar es obtenida a partir de leyes fundamentales y los parámetros tienen una interpretación física, es decir, la dinámica es previamente conocida. Los modelos dinámicos están basados en balances de masa, energía y momento del proceso. Su utilización es recomendada en procesos de modelado sencillo que no requieran gran exactitud. El punto débil de los modelos de caja blanca es la incapacidad para hacer frente a lo desconocido y a los efectos aleatorios del objeto y su entorno [56].

Este tipo de modelo no será utilizado en los experimentos posteriores.

2.2.5.2 Modelos de caja negra

Ningún o muy poco conocimiento previo del sistema es explorado en los modelos de caja negra. La función de transferencia se deducirá sin acceder a la dinámica interna del sistema describiendo los estados a partir de la referencia y las salidas pertenecientes al conjunto de datos de estimación. El modelado a través de caja negra es un proceso de prueba y error, donde se estiman los parámetros de varias estructuras para más adelante comparar los resultados. Existe una literatura muy extensa donde se estudian estos modelos [10], [38], [57]. Al realizar estos experimentos, se siguen los pasos del proceso: identificación, estimación y validación [23], [56]. Los modelos de caja negra se han aplicado tanto en sistemas lineales, como en no lineales [25], [58].

Algunas desventajas de los modelos de caja negra son las siguientes:

- La estructura y parámetros no tienen una interpretación física, haciendo difícil la validación del modelo.
- El problema puede quedar sobreparametrizado.
- Es difícil conseguir reproductibilidad, a menos que la dinámica total sea invariable.

2.2.5.3 Modelos de caja gris

Otro modelo muy extendido es el de caja gris. Los modelos de caja gris combinan el conocimiento de la estructura del modelo con los datos adquiridos de entrada y salida; se puede deducir la estructura del modelo, pero no sus parámetros [23], [56], [59]. Al igual que en la identificación de modelos de caja negra, se utilizan datos para estimar los valores de los parámetros desconocidos, aunque la estructura del modelo es diseñada directamente por el usuario creando una plantilla, configurando los parámetros y finalmente, aplicando un método de estimación de estos para obtener el modelo deseado. Se han llevado a cabo numerosos procesos de identificación a través de modelos de caja gris [59]–[62]. Es un modelo utilizado tanto en sistemas lineales como en no lineales [64], [65].

Los modelos de caja gris también cuentan con desventajas:

- La computación puede resultar pesada, ya que se evalúan muchas situaciones y parámetros hasta alcanzar la convergencia.
- Se puede producir un modelo erróneo al no encontrarse parámetros aceptables que se ajusten a la estructura planteada.
- El modelo final podría tener una baja reproductibilidad debido a que es demasiado estocástico y se introducen muchas perturbaciones.

2.2.5.4 Modelos difusos

Finalmente, se distinguen los modelos difusos. Eston son modelos lingüísticamente interpretables que utilizan reglas “if-else” y operadores lógicos para establecer relaciones cualitativas entre las variables del sistema. El procesamiento lógico de la información es combinado con las propiedades de los aproximadores universales de funciones. A partir de datos de entrada-salida y utilizando eficazmente algortimos de aprendizaje y técnicas regresivas, son modelos ideales para formalizar el conocimiento experto y para representar sistemas no lineales complejos. Los modelos difusos se utilizan mayoritariamente para la identificación y estabilzación de sistemas no lineales [23], [66]–[69]. Cuando los modelos difusos contienen parámetros que deben ajustarse, también se denominan modelos neurodifusos [65], [70]–[72].

Numerosos autores han investigado su modelado y aplicaciones [73]–[76].

2.2.6 Tipos de estructuras de modelo

En la identificación de sistemas se pueden reconocer varios tipos de modelo que se describen como:

- *Modelos de entrada y salida:* Es predecible si en sus salidas se conocen sus entradas y salidas pasadas
- *Modelos no paramétricos:* Permiten obtener modelos o representaciones no paramétricas de la planta bajo estudio. Este tipo de modelos emplea un vector finito de parámetros en la búsqueda de una mejor descripción del sistema. Son métodos que no asumen una estructura de modelo especifica y no considera perturbaciones a la hora de modelar. Su estimación es sencilla y eficiente, aunque menos acertada que la paramétrica. Entre los principales métodos de estimación no paramétricos se encuentran el análisis de correlación y el análisis espectral.
- *Modelos paramétricos lineales:* Caracterizan al sistema mediante una estructura y un número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema (señales de entrada, salida y perturbaciones). En numerosas ocasiones es necesario realizar la identificación de un sistema del cual no se tiene ningún tipo de conocimiento previo y generalmente, estos modelos permiten describir el comportamiento de cualquier sistema lineal. El sistema es descrito en términos de ecuaciones diferenciales o funciones de transferencia tanto discretas como continuas y ofrecen una buena visión de la física del sistema con una estructura compacta. Estos moelos requieren el conocimiento previo de las dinámicas del sistema para poder determinar su orden. Los principales modelos paramétricos son los autorregresivos (ARX, ARMAX), OE (error de salida), BJ (Box-Jenkins), espacios de estado, modelos de funciones de transferencia y modelos con estructuras definidas por el usuario.
- *Modelos no lineales:* La identificación de sistemas no lineales se considera un problema estadístico en el cual se busca encontrar una función estimada con con valores que, junto con la señal de ruido, se aproxime a la salida no lineal del sistema. Los métodos de identificación de sistemas no lineales son los ARX no lineales, los modelos de Hammerstein-Wiener, las series de Volterra y las redes neuronales.

Se explicarán a continuación los modelos utilizados en los experimentos para este trabajo.

2.2.6.1 Estructura ARX

Los modelos ARX son modelos polinómicos simples de entrada-salida descritos como una ecuación en diferencias lineal. Para un Sistema SISO, la estructura del modelo es la siguiente:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \cdots + a_{na} y(t-na) = b_1(t-nk) + \cdots + b_{nb} u(t-nk-nb+1) + e(t) \qquad (10)$$

La salida a lo largo del tiempo es representada por $y(t)$, $u(t)$ compone las entradas, $[na, nb, nk]$ corresponden al número de polos, ceros y retraso a la entrada (número de muestras antes de que la entrada afecte a la salida del sistema), respectivamente, del modelo y $e(t)$ son las perturbaciones de ruido blanco. A la hora de estimar el modelo, se especificarán los órdenes del mismo y al computar el algoritmo, se calcularán los valores de los parámetros.

2.2.6.2 Estructura en el espacio de estados

Los modelos de espacio de estados son representaciones comunes de los modelos dinámicos. Describen el mismo tipo de relación de diferencia lineal entre las entradas y salidas como en los modelos ARX, pero se reorganizan de modo que solo se utiliza un retardo en las expresiones. Para conseguirlo, se introducen algunas variables adicionales, las variables de estado. No se miden, pero pueden reconstruirse a partir de los datos medidos de entrada-salida. Esto es especialmente útil cuando hay varias señales de salida, es decir, cuando $y(t)$ es un vector. El orden del modelo de espacio de estados está relacionado con el número de entradas y salidas retardadas utilizadas en la correspondiente ecuación diferencial. La representación de los modelos de espacio de estados tiene el siguiente aspecto:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \tag{11}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + e(t) \tag{12}$$

Aquí, $x(t)$ es el vector de variables de estado. La matriz K determina las propiedades del ruido (si $K = 0$, el ruido únicamente afecta a la salida). El primer valor del vector de variables de estado refleja las condiciones iniciales del sistema al principio del registro de datos. En este tipo de modelos, se suelen estimar D, K y $x(t)$ o dejar que sean cero.

2.2.6.3 Estructura de función de transferencia

La estructura de un modelo de función de transferencia es la siguiente:

$$Y(s) = \frac{num(s)}{den(s)} U(s) + E(s) \tag{13}$$

En la expresión anterior, $Y(s), U(s)$ y $E(s)$ representan las transformadas de Laplace de la salida, la entrada y el error, respectivamente. El numerador y el denomidador se constituyen por los polinomios que definen la relación entre la entrada y la salida. Las raíces del polinomio del denominador son los polos del sistema y las del polinomio del numerador los ceros. A la hora de estimar el modelo, se deben especificar el número de polos y ceros.

Dentro de las estructuras de función de transferencia se encuentran las de modelos de proceso. Se tratan de funciones de transferencia de tiempo continuo de bajo orden que describen la dinámica del sistema utilizando la ganancia estática, un retardo antes de la salida responda a la entrada y constantes de tiempo características asociadas a los polos y ceros. Estos modelos son populares en la industria y se utilizan, por ejemplo, para ajustar los controladores PID.

2.2.6.4 Estructura ARX no lineal

La estructura de estos modelos es una extensión de la ARX lineal y permite modelar comportamientos no lineales complejos utilizando funciones no lineales flexibles, como las redes wavelet y sigmoideas. Un modelo ARX no lineal consta de regresores y de un estimador de no linealidad. El estimador de no linealidad comprende funciones lineales y no lineales que actúan sobre los regresores del modelo para proporcional la salida de este. Este diagrama de bloques que aparece en la Figura 17 representa la estructura de un modelo ARX no lineal en un escenario de simulación.

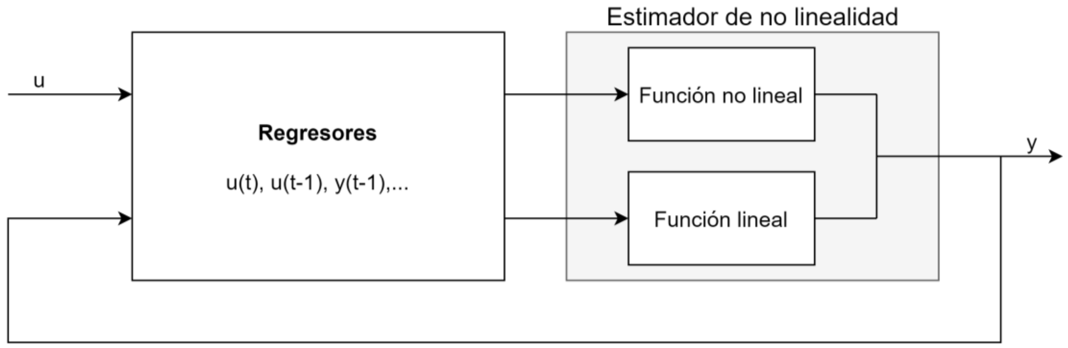


Figura 17. Diagrama de bloques de una estructura ARX no lineal

Para calcular el modelo, se estiman los valores del regresor a partir de los de entrada actuales y pasados, y de los datos de salida pasados. La estructura de los regresores puede ser lineal (más restringida) o polinomial. En el proceso de estimación los regresores pueden asignarse como entradas al bloque de función lineal, al bloque de función no lineal o a ambos.

2.2.6.5 Estructura de Hammerstein-Wiener

Cuando la salida de un sistema no depente linealmente de su entrada, la relación entrada-salida puede ser descompuesta en varios elementos interconectados. Una función de transferencia lineal expresa la dinámica y las no linealidades son capturadas mediante funciones no lineales de las entradas y salidas del sistema lineal. En los modelos de Hammerstein-Wiener se implementa esta configuración conectando en serie módulos no lineales estáticos y un bloque lineal dinámico, que está formado por una función de transferencia discreta. Estos modelos son usualmente utilizados debido a su cómoda representación e implementación. La Figura 18 muestra el diagrama de bloques de esta estructura.

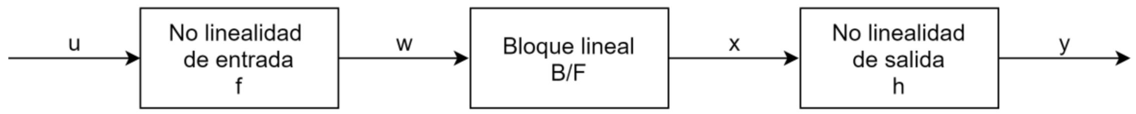


Figura 18. Diagrama de bloques de una estructura Hammerstein-Wiener

Si el sistema contiene varias entradas y salidas, se deberán definir las funciones no linales para cada señal de entrada y de salida, no siendo necesario incluir la no linealidad de entrada y de salida en la estructura del modelo. Cuando un modelo únicamente contiene la no linealidad de entrada, este es llamado un modelo de Hammerstein. En el caso de que el modelo solo contenga la no lienalidad de salida, será denominado un modelo de Wiener.

3 IDENTIFICACIÓN EN BUCLE CERRADO MEDIANTE UN ALGORITMO PROPIO

Es necesario saber cómo se comporta un proceso si se quiere controlar.

- André Desbiens -

La implementacion indirecta para la aproximación del modelo en bucle cerrado permite inferir la función de transferencia del sistema a partir de la referencia, la salida y el conocimiento previo del controlador. Para determinar el modelo matemático, se deben identificar los parámetros del modelo en bucle abierto y más adelante, encontrar el modelo del sistema en BC utilizando la estructura del controlador conocido.

Este capítulo contendrá los ensayos llevados a cabo a partir algoritmos diseñados en MatLab específicamente para cada experimento que tratarán de minimizar el error entre los datos iniciales y el modelo deseado. Se pretende obtener una aproximación del modelo en BC a partir de una curva perteneciente a un sistema controlado aplicando el procedimiento de identificación explicado en el Capítulo 2. Se comenzará aplicando modelos de caja negra a sistemas de diferente orden y se evaluarán los resultados, proponiendo un sistema no lineal multimodelo en las estructuras estables. Seguidamente, se identificará de la misma forma a través del modelo de caja gris para intentar adquirir resultados más prometedores.

3.1 Toma de datos experimentales

El primer paso del proceso de identificación es la adquisición de datos y estos estarán compuestos de una salida en un instante de tiempo, obtenida a partir de una excitación (referencia) en ese mismo instante. El grupo de observación estará constituido por un número finito de muestras.

La curva reflejada en la Figura 2 muestra cómo se comporta el controlador frente a variaciones en la presión del enfriador de gas. A partir de ella, se recolectan manualmente un número aceptable de puntos para más adelante proceder a la identificación del modelo.

De las tres curvas, la elegida ha sido la correspondiente al controlador PID fijo. Los resultados muestran que, a mayor presión del enfriador, tanto la oscilación como el tiempo de establecimiento aumentan gradualmente. Esto puede ser causado por la relación no lineal entre la presión del enfriador de gas y el área de la garganta de tobera del eyector. Por lo tanto, sería previsible que el PID pueda presentar alguna inestabilidad en alguna condición de funcionamiento.

En primer lugar, se obtienen las dimensiones en píxeles de la imagen a través de MatLab. La imagen es recorrida y una cuadrícula es dibujada sobre ella para facilitar la toma de puntos deseados. Para ello, se hace uso del comando *ginput,* que lee las coordenadas en las que se realiza un clic con el ratón dentro de la ventana gráfica y las almacena en los vectores t (tiempo) e y (salida). Se han determinado 281 puntos. De la Figura 2 también se extraen los valores que toma la señal de entrada u.

El set de datos estará determinado por:

$$Z^N = \{y(1), u(1), \dots, y(N), u(N)\} \tag{14}$$

donde u es la entrada e y la salida medida.

Una vez determinadas las coordenadas de todos los puntos, se realiza una conversión de ellas, inicialmente en píxeles ya que se trata de una imagen, a los valores por defecto que aparecen en la Figura 2. La muestra de datos experimentales está compuesta por 281 puntos.

3.2 Acondicionamiento de datos

Tras recopilar los puntos del proceso, es probable que el algoritmo de identificación no pueda utilizarlos, por lo que se debe realizar un filtrado de datos para suavizar posibles errores cometidos a la hora de la obtención de la muestra. Como podemos observar en la Figura 19.a, la muestra tiene varias discontinuidades debido a la extracción realizada a mano:

- Los datos no están uniformemente muestreados en el tiempo.
- Existe retroceso temporal entre algún que otro punto y el posterior.
- Aparición de puntos duplicados.
- Outliers ocasionales: Observaciones infrecuentes o puntos que no parecen seguir la distribución característica del resto de los datos.

El procedimiento seguido consiste en la realización de un promediado de todos los puntos. Primero de todo, se recorre la muestra en busca de puntos que decrecen temporalmente y que por lo tanto son inaceptables, y se igualan al punto posterior. A continuación, se aplica un promediado tomando el punto en cuestión, el anterior y el siguiente. Como resultado, en la Figura 19.b se observa una suavización de la curva, sin cambios bruscos entre puntos.

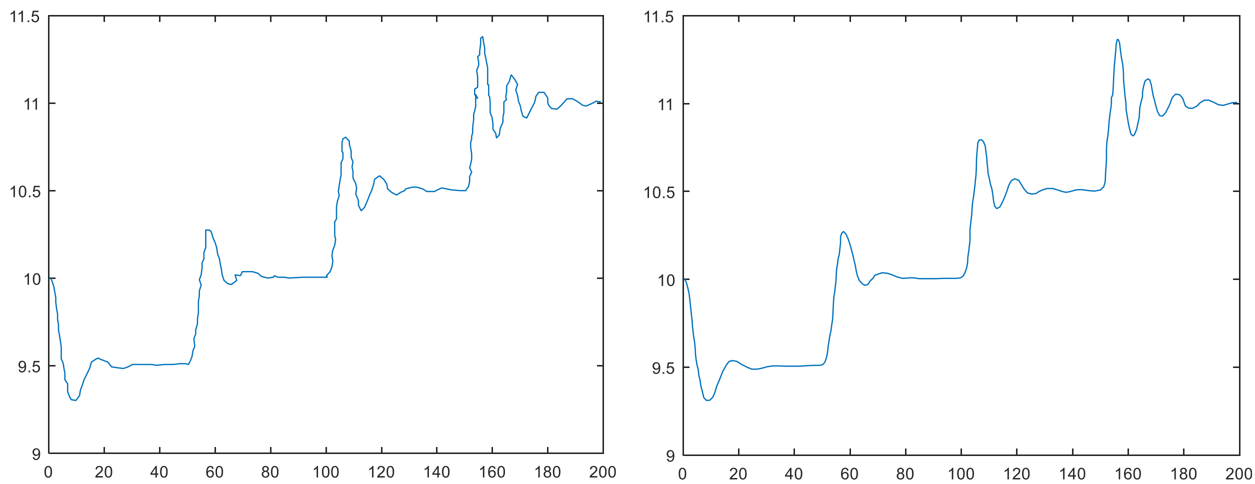


Figura 19. Curva de puntos experimentales (a) tomados a mano y (b) filtrados

3.3 Aproximación indirecta

Analizando los datos obtenidos y la información disponible tanto en la Figura 19.b como en el artículo sobre el que se trabaja [17], se llega a la conclusión de que se debe llevar a cabo una identificación en bucle cerrado ya que se proporciona la estructura de realimentación. Los parámetros del controlador son los siguientes:

$$K_p = -13\ mm^2 \cdot MPa^{-1}$$

$$T_i = 15\ s$$

$$T_d = 0.3\ s$$

La identificación en BC, como se ha explicado en el Capítulo 2, se puede aproximar de tres maneras: directa, indirecta y entrada-salida conjunta. Observando los datos obtenidos, se llega a la conclusión que el enfoque más adecuado será el indirecto debido a que únicamente están disponibles los datos correspondientes a la señal de referencia externa r y la salida y. En primer lugar, se estimará el sistema en bucle cerrado a partir de estos datos para posteriormente inferir la función de transferencia del modelo (en bucle abierto) haciendo uso del controlador conocido.

Se tiene un sistema de la forma,

$$y(t) = G_o(q)u(t) + v(t) = G_o(q)u(t) + H_o(q)e(t) \tag{15}$$

$$u(t) = r(t) - C(q)y(t) \tag{16}$$

donde G_o es la función de transferencia del modelo dinámico, H_o modelará el ruido utilizando un filtro inversamente estable, e corresponde al ruido blanco. La entrada u se compone de la señal de referencia y de un controlador invariante en el tiempo representado por C.

El modelo de la planta a identificar se describe como

$$y(t) = G(q,\theta)u(t) + H(q,\theta)e(t) \tag{17}$$

y θ son los parámetros a calcular.

Se asume que el BC está bien definido y por tanto su ecuación resultante es:

$$y(t) = G_o(q)S_o(q)r(t) + S_o(q)v(t) \tag{18}$$

$$u(t) = S_o(q)r(t) - C(q)S_o(q)v(t) \tag{19}$$

S_o^i y S_o son las funciones de sensibilidad de entrada y salida, respectivamente, que miden qué tan sensible es una señal de perturbación.

$$S_o(q) = \frac{1}{1 + G_o(q)C(q)} \tag{20}$$

Finalmente, el sistema en BC queda definido del siguiente modo reescribiendo la ecuación (15):

$$y(t) = G_{BC}(q)r(t) + v_{BC}(t) = \frac{G_o(q)}{1 + G_o(q)C(q)}r(t) + \frac{1}{1 + C(q)G_o(q)}v(t) \tag{21}$$

La aproximación indirecta estimará G_{BC} para luego adquirir la función de transferencia en bucle abierto G_{modelo} a partir de

$$G_{BC} = \frac{G_{modelo}C}{1 + G_{modelo}C} \tag{22}$$

Una ventaja del enfoque indirecto es que se le puede aplicar cualquier método de identificación a (21) para la obtención de G_{BC}, ya que se aborda desde un planteamriento en BA. Se optará por la minimización del error de predicción, que consiste en la búsqueda de un modelo donde el error entre los datos de aprendizaje y los del propio modelo sea el mínimo posible. En el método de predicción del error, se calcularán los parámetros de $G_{BC}(q,\theta)$ de modo que el error resultante de la diferencia entre la salida simulada y la medida sea mínimo:

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - G_{BC}(q)r(t) \tag{23}$$

Este procedimiento además permite parametrizaciones arbitrarias $G_{BC}(q,\theta)$, de modo que es natural que los parámetros se relacionen con las propiedades del sistema en BA, por lo tanto (22) quedaría de la siguiente manera:

$$G_{BC}(q,\theta) = \frac{G_{modelo}(q,\theta)C(q)}{1 + G_{modelo}(q,\theta)C(q)} \tag{24}$$

El objetivo final será alcanzar la función de transferencia de la planta (relación entrada-salida) realizando una integración numérica. Se toma la ecuación (22) y se obtiene el modelo de la planta a través del comando *feedback* en MatLab.

$$G_{modelo}(q,\theta) = \frac{G_{BC}(q,\theta)C(q)}{1 - G_{BC}(q,\theta)C(q)} \tag{25}$$

C corresponde al controlador PID.

$$C = K_c\left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s}\right) \tag{26}$$

Se tratará de inferir G_{modelo} a través de modelos de caja negra y más adelante de caja gris, tratando así de obtener los mejores resultados posibles.

3.4 Modelos de caja negra

Es sabido que en este tipo de modelos la dinámica se define a partir de datos de entrada y salida conocidos. Primeramente, se obtendrá la función en BC del sistema controlado a partir de la salida y la señal de referencia minimizando el error, para más adelante inferir cómo deber ser la función de transferencia de la planta con los parámetros obtenidos.

Se examinarán ahora los intentos de identificación en BC siguiendo un método de caja negra para deducir la función de transferencia del modelo de planta comparando diversas estructuras.

3.4.1 Sistema de primer orden

En cuanto a la elección del orden del sistema, se desea que el resultado sea causal, es decir, que dependa exclusivamente de los valores presentes y/o pasados de la entrada; no depende de valores futuros al no poderse obtener una salida antes de aplicar la entrada.

Con miras a la causalidad, la planta no debe tener más ceros que polos. Como se conoce que la identificación se aplica a un sistema controlado por un PID y que este añade dos ceros, se podría concluir que la función de tranferencia contendría al menos dos ceros y como mínimo dos polos en su estructura y el sistema inicial debería ser de segundo orden. Sin embargo, es posible aplicar un sistema de primer orden dado que se produce cancelación de polos. Este fenómeno consiste en la cancelación de la dinámica de la planta con un cero del controlador produciéndose una cancelación polo-cero; uno de los polos de la función de transferencia identificada es igual al cero del controlador, por lo que se anulan, permitiendo así utilizar una estructura de primer orden para la identificación de la planta.

Un sistema de primer orden viene dado por la siguiente ecuación:

$$G_{BC} = \frac{K}{1 + \tau s} \tag{27}$$

K corresponde a la ganancia estática y τ es la constante de tiempo del sistema.

A continuación, se mostrarán los resultados obtenidos a través de de los ensayos que se han realizado a un sistema de primer orden, analizando también la validación del modelo.

3.4.1.1 Aproximación en un único escalón

En referencia a la Figura 2, se aprecia la presencia de cuatro escalones correspondientes a distintos puntos de funcionamiento de la planta. Por tal motivo, en este primer planteamiento se evaluará cada escalón por separado y se sacará un modelo válido para todo el sistema centrándose únicamente en el intervalo de puntos seleccionado. A la hora de la valoración de la bondad del modelo, se evaluará G_{BC} en todo el ensayo.

Los datos experimentales no están uniformemente distribuidos en el tiempo, por lo que no se puede resolver la identificación a través del método de los mínimos cuadrados. Para analizar cada escalón por separado, se ha creado una función llamada `mystep`. Esta función transforma el modelo a identificar al espacio de estados, para más adelante, con el comando `ode45` que resuelve ecuaciones diferenciales, minimizar el error y así inferir la función de transferencia.

Escalón 1:

El intervalo de puntos que conforman los datos de aprendizaje de este primer escalón es (1:48). La función de transferencia en BC a inferir es (27) y los parámetros a identificar serán K y τ.

Par óptimo obtenido:

$$Par_1 = [K, \tau] = [1.0877, 3.0542]$$

Error de Par_1 respecto al escalón 1:

$$ECM_{esc1} = 0.3996$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC1} = \frac{K}{1 + \tau s} = \frac{1.0877}{3.054s + 1}$$

Una vez obtenida la funcion de transferencia del modelo controlado, se aprecia en la Figura 20.a que el orden a inferir deberá ser mayor, ya que la salida estimada no oscila como la deseada. Aunque el ECM_{esc1} sea pequeño, es insuficiente.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 1:

$$G_{modelo1} = \frac{G_{BC1}C}{1 - G_{BC1}C} = \frac{-1.0877s}{0.1191s^3 + 0.3936s^2 + 0.01508s - 0.0007596}$$

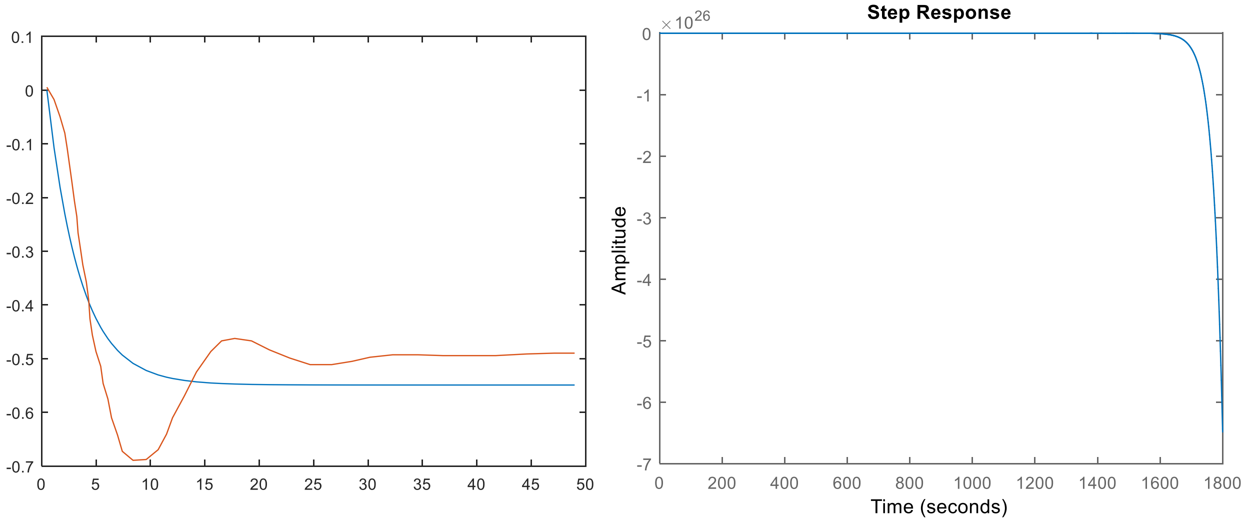


Figura 20. Modelo de caja negra y sistema de primer orden. Resultados obtenidos en el primer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

La Figura 20.b muestra la respuesta del sistema dinámico frente a una entrada escalón unitario. Analizando la gráfica, se observa que la respuesta transitoria no decae, por lo que se llega a la conclusión de que el sistema es inestable y por lo tanto no válido para la planta. Al ser inestable el sistema, el poceso de validación no es realizado.

Escalón 2:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este segundo escalón es (49:107).

Par óptimo obtenido para el escalón 2:

$$Par_2 = [1.1059, 2.9696]$$

Error de Par_2 con respecto al escalón 2:

$$ECM_{esc1} = 0.7745$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC2} = \frac{1.1059}{2.9696s + 1}$$

De nuevo, se confirma en la Figura 21.a que la salida estimada no oscila como la deseada, por lo que se debería aumentar el orden del sistema.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 2:

$$G_{modelo2} = \frac{-1.106s}{0.1148s^3 + 0.3819s^2 + 0.01197s - 0.0009178}$$

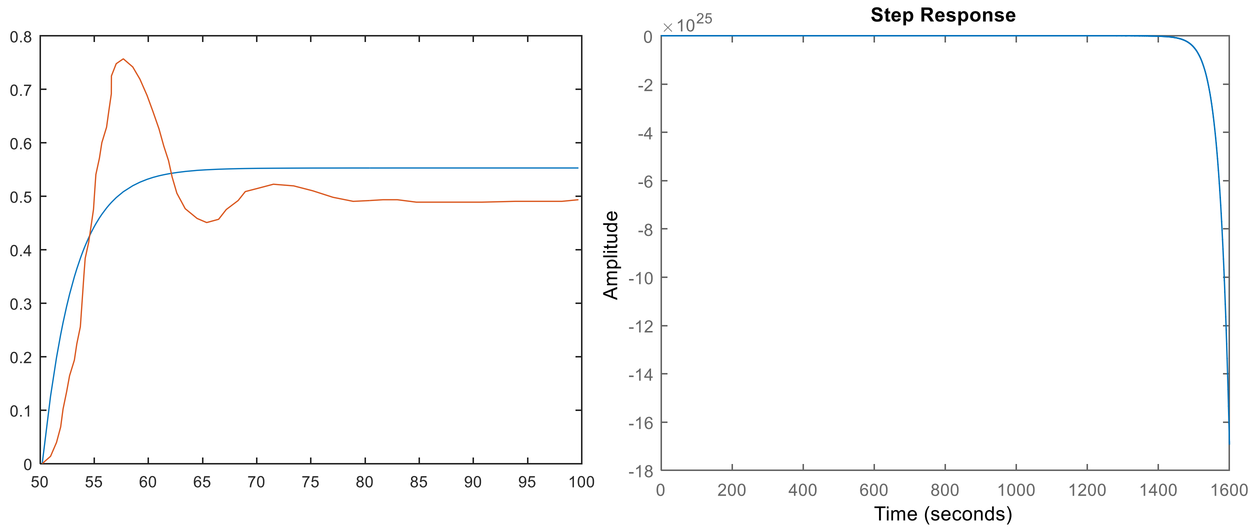


Figura 21. Modelo de caja negra y sistema de primer orden. Resultados obtenidos en el segundo escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Se muestra en la Figura 21.b que el sistema vuelve a ser inestable, por lo que tampoco se validará.

Escalón 3:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del tercer escalón es (108:177).

Par óptimo obtenido para el escalón 3:

$$Par_3 = [1.0851, 2.2065]$$

Error de Par_3 con respecto al escalón 3:

$$ECM_{esc3} = 1.0657$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC3} = \frac{1.0851}{2.2065s + 1}$$

La Figura 22.a muestra que la salida no oscila, aunque el error es pequeño. Para obtener mayor precisión sería conveniente aumentar el orden del sistema, como se ha deducido en los escalones anteriores.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 3:

$$G_{modelo3} = \frac{-1.0851s}{0.08605s^3 + 0.2835s^2 + 0.008064s + 0.0007373}$$

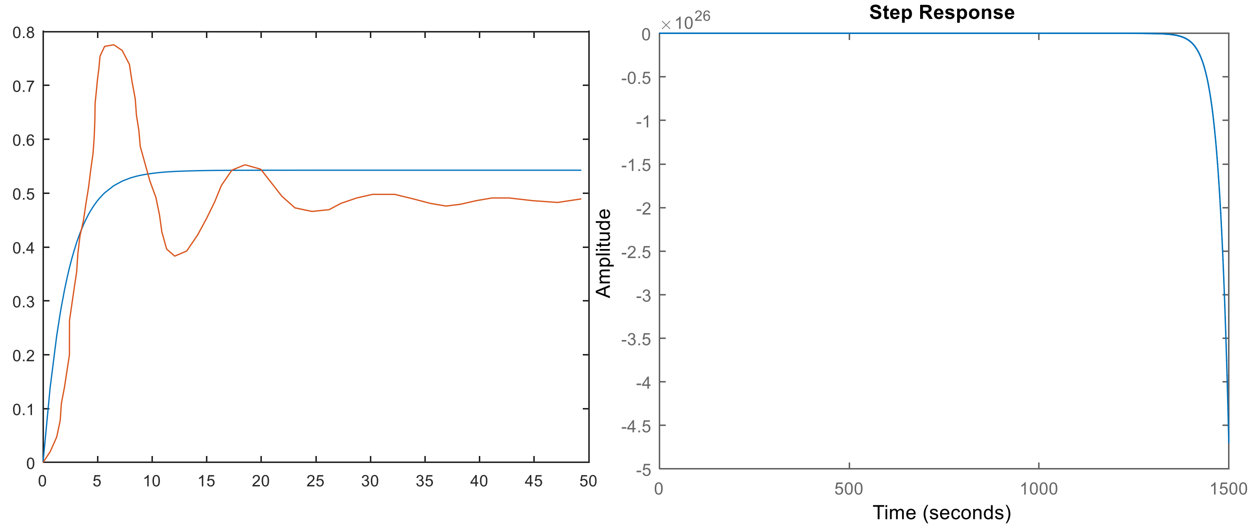


Figura 22. Modelo de caja negra y sistema de primer orden. Resultados obtenidos en el tercer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

La Figura 22.b enseña una respuesta inestable del sistema frente a una entrada esalon unitario.

Escalón 4:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este cuarto escalón es (178:281).

Par óptimo obtenido:

$$Par_4 = [1.0572, 1.3181]$$

Error de Par_4 con respecto al escalón 4:

$$ECM_{esc4} = 1.632$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC4} = \frac{1.0572}{1.3181s + 1}$$

La Figura 23.a muestra que la salida continúa sin oscilar.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 4:

$$G_{modelo4} = \frac{-1.0572s}{0.05141s^3 + 0.1691s^2 + 0.003992s - 0.0004954}$$

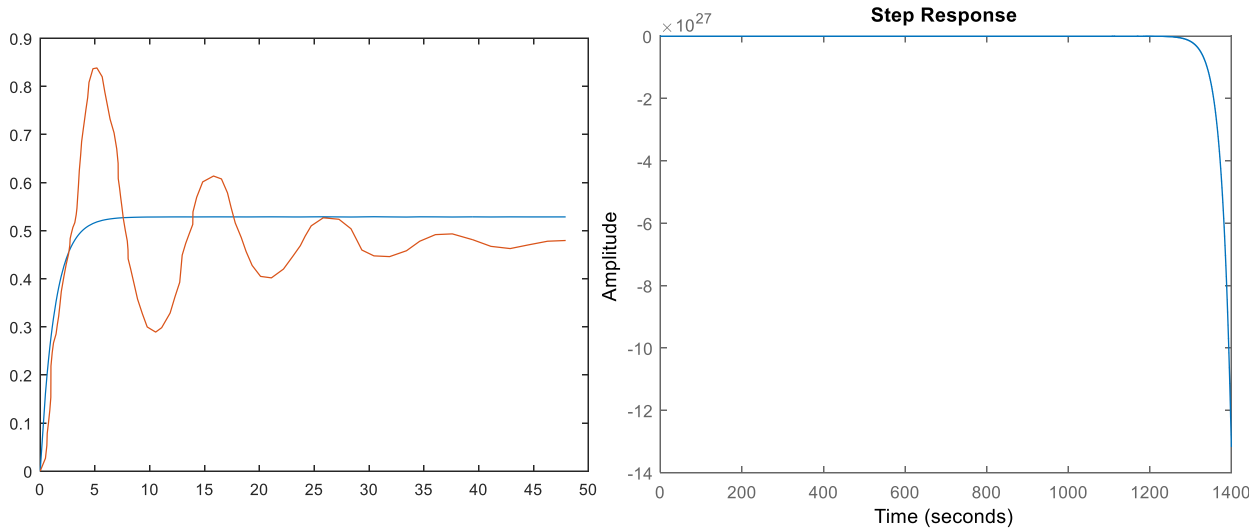


Figura 23. Modelo de caja negra y sistema de primer orden. Resultados obtenidos en el cuarto escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Se muestra de nuevo en la Figura 23.b la respuesta del sistema; analizándola, se deduce que el sistema es inestable.

3.4.1.2 Aproximación del modelo completo

Como se ha deducido del apartado anterior, el análisis de los escalones de manera aislada acumula un error considerable que hace el modelo poco conveniente. Se plantea entonces el problema de buscar un modelo dinámico apto que se centre en el sistema completo en vez de en intervalos pertenecientes a un escalón aislado.

Otra función capaz de evaluar los datos no uniformemente muestreados en el tiempo ha sido creada para inferir la función de transferencia en el modelo completo. En este caso, `mySim` evaluará todos los escalones en vez de uno determinado al tener como argumento de entrada un vector que serpara los datos en diferentes escalones. Su funcionamiento será similar al de la función utilizada para cada escalón.

Par óptimo obtenido:

$$Par = [1.0587, 1.0863]$$

Error del par con respecto al sistema:

$$ECM = 4.0563$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC} = \frac{1.0587}{1.0863s + 1}$$

La Figura 24.a muestra una vez más que la salida aunque se ajuste a los saltos entre escalones es lineal, no oscila.

Función de transferencia para el modelo completo:

$$G_{modelo} = \frac{-1.059s}{0.04237s^3 + 0.1389s^2 + 0.001784 - 0.0005087}$$

La respuesta del sistema dinámico frente a una entrada escalón unitario es representada en la Figura 24.b. Analizándola, se interpreta que nuevamente el sistema resulta inestable y por lo tanto no válido para la planta.

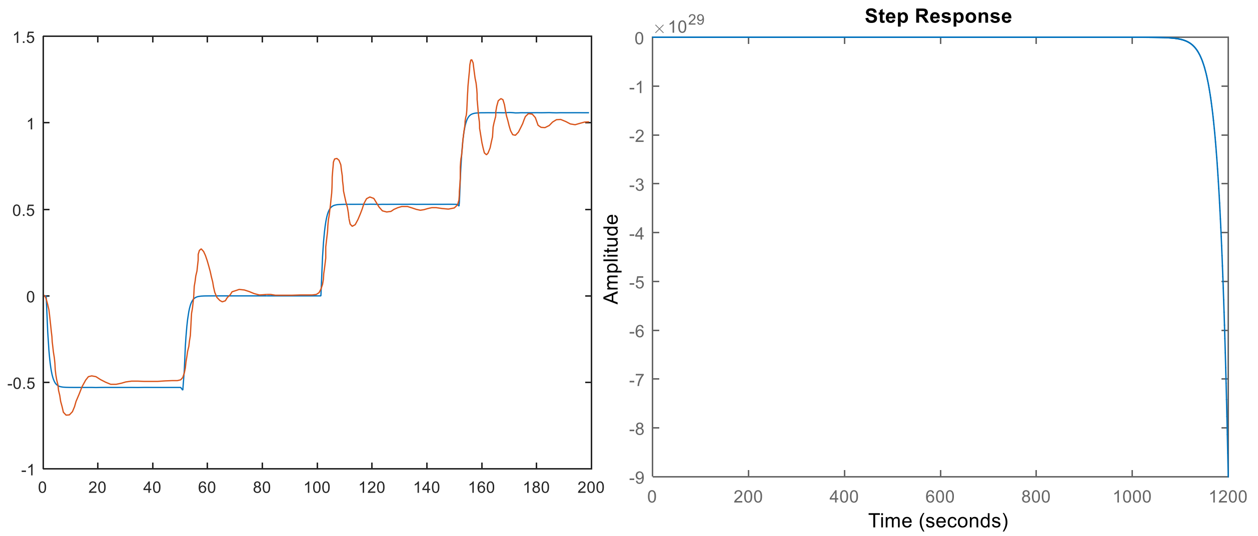


Figura 24. Modelo de caja negra y sistema de primer orden. Resultados obtenidos en sistema completo en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Como se ha observado en los sistemas de primer orden, todos ellos resultan ser inestables ante una respuesta escalón unitario. Tras no ser aceptable el modelo propuesto, se propone un aumento del orden del sistema, que pasará a ser de grado 2.

3.4.2 Sistema de segundo orden

Es necesario aumentar el orden del sistema con el fin de adquirir un modelo dinámico más exacto y estable. Inicialmente en el sistema de primer orden, al variar los parámetros, únicamente se modificaba la velocidad de respuesta del sistema; en un sistema de segundo orden, la alteración de los parámetros cambia la forma total de respuesta. La mayoría de los sistemas industriales se comportan como uno de segundo orden, al exhibir una amplia gama de respuestas analizables.

La función de transferencia para un sistema de segundo orden está diseñada en función de la ganancia *K*, la frecuencia natural w_n y el coeficiente de amortiguamiento ζ.

$$G_{BC} = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\,\zeta w_n s + w_n^2} \tag{28}$$

Los parámetros de (28) están ligados al comportamiento físico de la respuesta y a la situación de los polos en el plano *"S"*. Únicamente conociendo el valor de ζ, podemos determinar el tipo de sistema y la forma de su respuesta:

- *Subamortiguado:* $(0 < \zeta < 1)$
- *Críticamente amortiguado:* $(\zeta = 1)$
- *Sobreamortiguado:* $(\zeta < 1)$
- *Oscilatorio:* $(\zeta = 0)$
- *Inestable:* $(\zeta < 0)$

Se procederán a realizar los mismos experimentos que en el punto anterior, modificando el orden del sistema.

3.4.2.1 Aproximación en un único escalón

Al presentarse cuatro escalones diferenciados, se planteará la evaluación del sistema mediante intervalos que comprendan un escalón completo, adaptando más adelante el modelo a la planta completa.

Escalón 1:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este primer escalón es (1:48). La función de transferencia en BC a inferir es (28) y los parámetros a identificar serán *K, ζ y* w_n.

Se utiliza el mismo algoritmo desarrollado para el sistema de primer orden, cambiando exclusivamente el número de parámetros y la estructura de la función de transferencia en BC a calcular.

Par óptimo obtenido:

$$Par_1 = [K, \zeta\,, w_n] = [1.0292, 0.3125, 0.4020]$$

Error de Par_1 respecto al escalón 1:

$$ECM_{esc1} = 0.0158$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC1} = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\,\zeta w_n s + w_n^2} = \frac{0.1663}{s^2 + 0.2513s + 0.1616}$$

Una vez obtenida la funcion de transferencia del modelo controlado, se aprecia en la Figura 25.a que el orden podría ser adecuado, ya que la salida estimada oscila y se asemeja a la deseada. Además, el error se ve reducido considerablemente frente a la estructura de primer orden.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 1:

$$G_{modelo1} = \frac{G_{BC1}C}{1 - G_{BC1}C} = \frac{-0.1663s}{0.039s^4 + 0.1398s^3 + 0.04115s^2 + 0.001564s - 4.092 \cdot 10^{-5}}$$

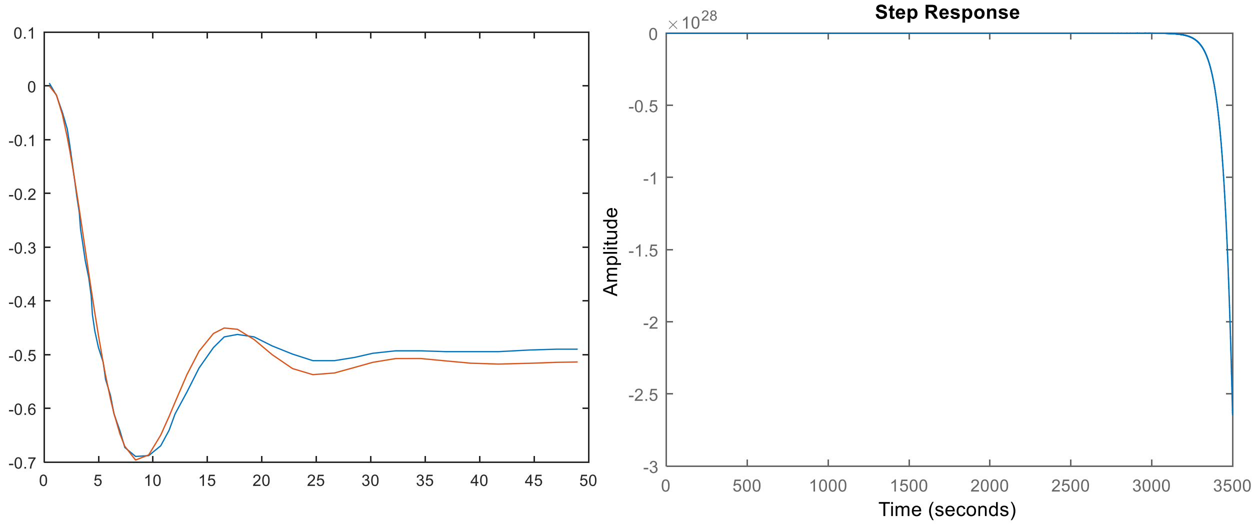


Figura 25. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Resultados obtenidos en el primer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

La Figura 25.b muestra la respuesta del sistema dinámico frente a una entrada escalón unitario. Analizando la gráfica, se observa que la respuesta transitoria no decae, por lo que se llega a la conclusión de que el sistema es inestable y por lo tanto no válido para la planta. La inestabilidad puede venir dada por el hecho de que se están forzando los polos en BC.

De nuevo, al resultar inestable, no se validará el modelo resultante.

Escalón 2:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del segundo escalón es (49:107).

Par óptimo obtenido para el escalón 2:

$$Par_2 = [1.0143, 0.2735, 0.3989]$$

Error de Par_2 respecto al escalón 2:

$$ECM_{esc2} = 0.0622$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC2} = \frac{0.1614}{s^2 + 0.2182s + 0.1591}$$

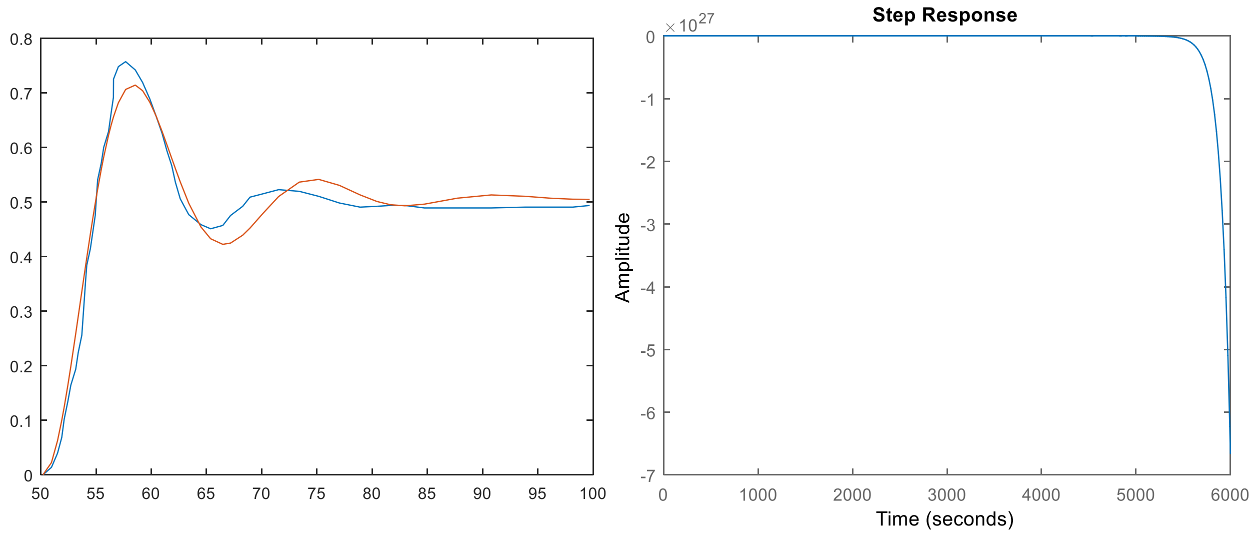


Figura 26. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Resultados obtenidos en el segundo escalón en (a) sistema controlado

y (b) respuesta ante escalón unitario

La salida en la Figura 26.a se asemeja a la deseada, ajustándose poco a poco las oscilaciones.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 2:

$$G_{modelo2} = \frac{-0.1614s}{0.039s^4 + 0.1385s^3 + 0.03694s^2 + 0.001595s - 1.972 \cdot 10^{-5}}$$

Se observa en la Figura 26.b que el sistema es inestable.

Escalón 3:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del segundo escalón es (108:177).

Par óptimo obtenido para el escalón 3:

$$Par_3 = [0.9869, 0.2105, 0.4911]$$

Error de Par_3 respecto al escalón 3:

$$ECM_{esc3} = 0.0641$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC3} = \frac{0.238}{s^2 + 0.2067s + 0.2411}$$

Como se ilustra en la Figura 27.a, la salida estimada es muy similar a la que se quiere obtener.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 3:

$$G_{modelo3} = \frac{-0.238s}{0.039s^4 + 0.1381s^3 + 0.03566s^2 + 0.002202s + 2.738 \cdot 10^{-5}}$$

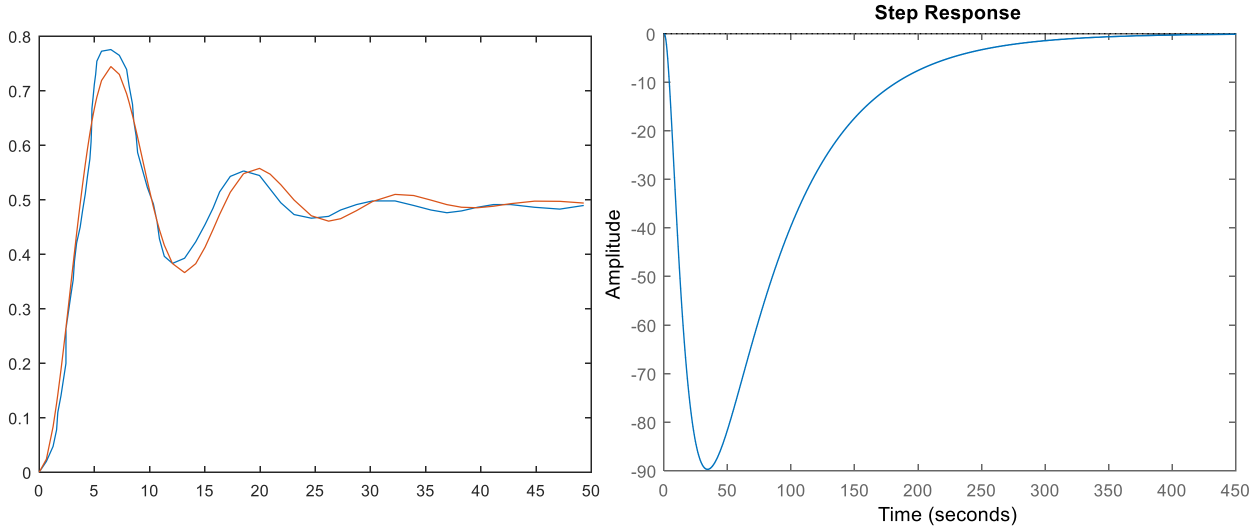


Figura 27. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Resultados obtenidos en el tercer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Como se puede apreciar en la Figura 27.b, el sistema es estable, subarmortiguado y podría ser válido.

A continuación, se realizará la valoración de la bondad del modelo, donde se evaluará G_{BC3} en todo el ensayo y se obtendrá el error para la planta completa. Para ello, se hará uso de la función `mySim`.

Error de Par_3 con respecto a la planta:

$$ECM_3 = 4.0602$$

La Figura 28 revela que la aplicación del par obtenido para el escalón 3 aplicado al sistema completo no se adecua al resultado esperado. Las oscilaciones no se ajustan a cada escalón, únicamente al tercero, cosa que podría resultar esperada ya que se ha utilizado el modelo de ese escalón para todo el sistema.

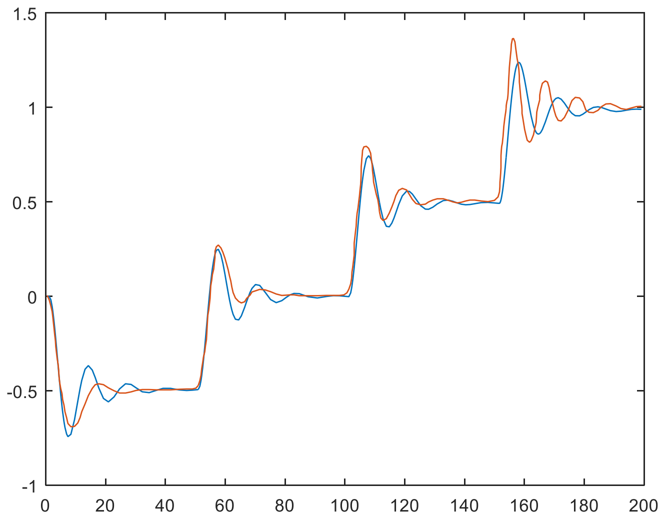


Figura 28. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Aplicación del par obtenido en el tercer escalón al sistema completo

Escalón 4:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este cuarto escalón es (178:281).

Par óptimo obtenido:

$$Par_4 = [0.9651, 0.1297, 0.6112]$$

Error de Par_4 con respecto al escalón 4:

$$ECM_{esc4} = 0.0019$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC4} = \frac{0.3606}{s^2 + 0.1585s + 0.3736}$$

La salida oscila y es similar a la deseada, Figura 29.a.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 4:

$$G_{modelo4} = \frac{-0.3606s}{0.039s^4 + 0.1362s^3 + 0.02978s^2 + 0.003068s + 0.000113}$$

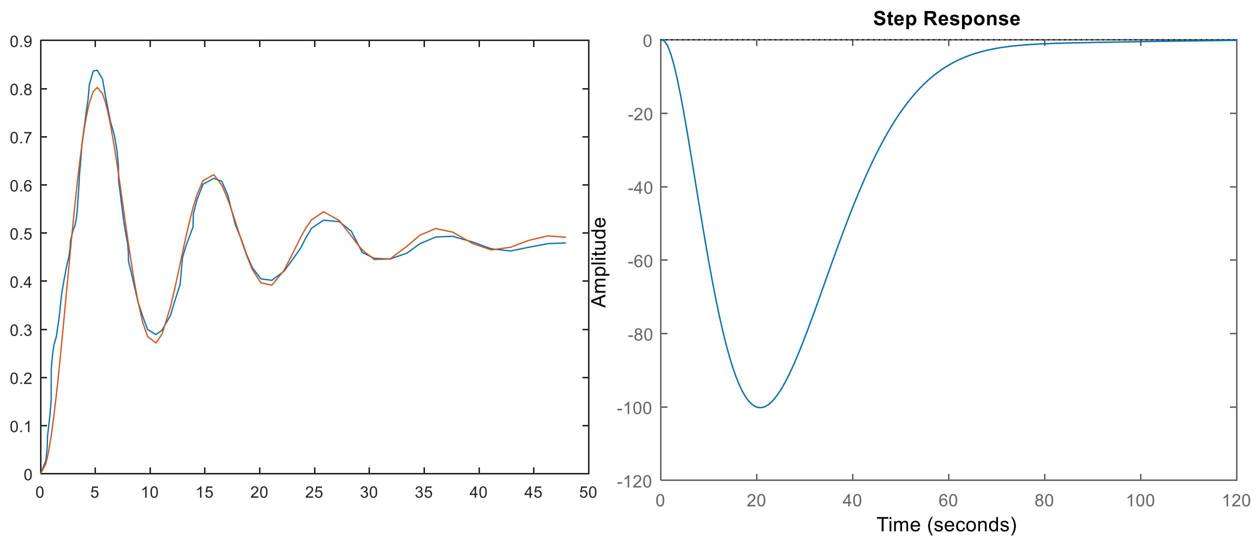


Figura 29. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Resultados obtenidos en el cuarto escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Se muestra de nuevo en la Figura 29.b la respuesta del sistema; analizándola, se deduce que el sistema es estable y subamortiguado. También el tiempo de establecimiento en este modelo es menor que en el del tercer escalón. La validación de este modelo evaluará el error de G_{BC4} para todo el ensayo.

Error de Par_4 con respecto a la planta:

$$ECM_4 = 4.5199$$

En la Figura 30 se puede ver cómo quedaría representado el modelo: el resultado es aceptable, ajustándose de manera adecuada en el cuarto escalón, pero se busca reducir aún más el error en los escalones iniciales. Se propone la identificación del modelo a partir de la evaluación del ensayo completo.

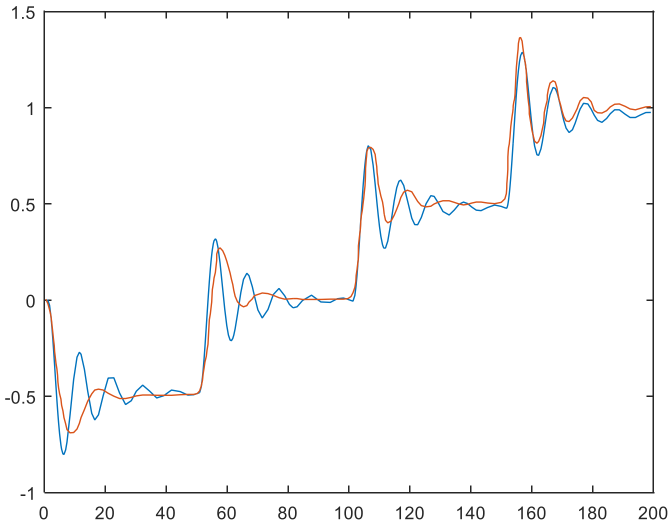


Figura 30. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Aplicación del par obtenido en el cuarto escalón al sistema completo

3.4.2.2 Aproximación del modelo completo

Anteriormente se ha tratado de inferir la función de transferencia del modelo de la planta a partir de la identificación en un único escalón, ampliando luego a todo el sistema; sin embargo, los resultados obtenidos no han sido muy prometedores, produciéndose inestabilidades y errores de grandes magnitudes. Para tratar de solventar esto, se buscará ahora una función que evalúe el sistema completo.

Par óptimo obtenido:

$$Par = [1.1003, 0.9\ 1.1005]$$

Error del par con respecto al sistema:

$$ECM = 3.5143$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC} = \frac{1.333}{s^2 + 1.981s + 1.211}$$

LaFigura 31.a muestra que la salida no oscila, aunque el error es menor que el global observado previamente. Esto lleva una vez más a la propuesta de aumentar el orden de la estructura a identificar.

Función de transferencia para el modelo completo:

$$G_{modelo} = \frac{-1.333s}{0.039s^4 + 0.2073s^3 + 0.2614s^2 + 0.001376 - 0.001053}$$

Estudiando la Figura 31.b, se observa que el sistema resulta inestable y, por lo tanto, no válido. Por esta razón, se reitera en aumentar el grado de la función, programando esta vez un algoritmo de orden configurable.

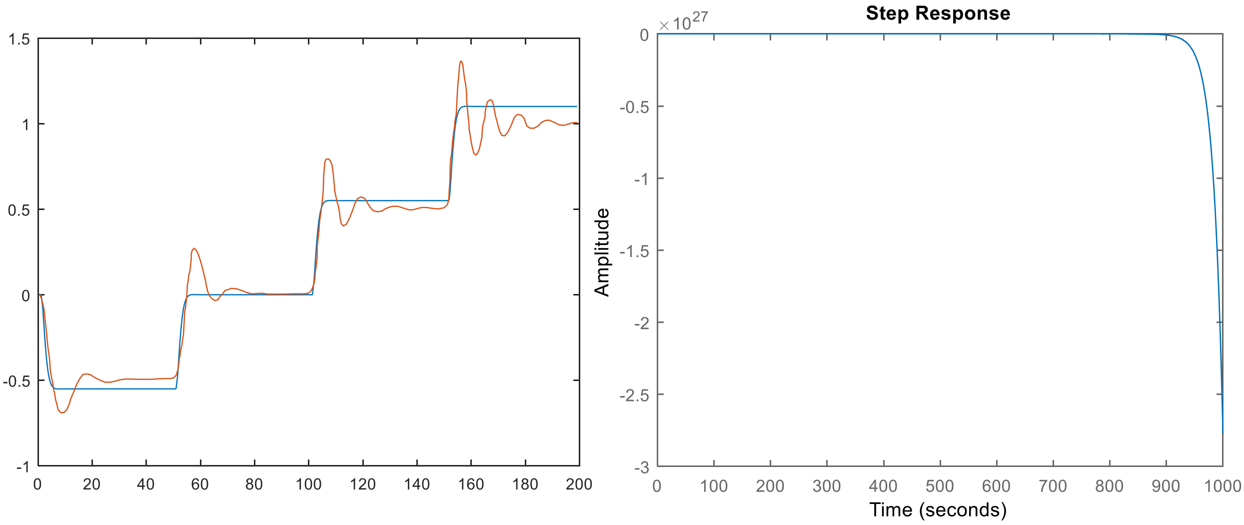


Figura 31. Modelo de caja negra y sistema de segundo orden. Resultados obtenidos en el sistema completo en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

3.4.3 Sistema de orden configurable

Hasta ahora, se han estudiado sistemas de primer y segundo orden que no han producido resultados satisfactorios. En este apartado, se añadirán ceros y polos a una estructura de segundo orden para tratar de obtener una descripción del modelo equiparable a la esperada. Esta adición influirá tanto en la evolución temporal de la señal de salida como en la estabilidad del sistema.

La estructura del sistema de orden superior es la siguiente:

$$G_{BC} = \frac{As^2 + Bs + C}{s^3 + Ds^2 + Es + C} \tag{29}$$

Los parámetros a estimar serán *A, B, C, D* y *E.* El objetivo de esta configuración es añadir dos ceros y un polo a un sistema de segundo orden.

Se procederán a realizar los mismos experimentos que en párrafos anteriores. Primero se analizará escalón a escalón, después el sistema completo y finalmente, si todos los escalones resultan estables, se introducirá un nuevo enfoque donde se estudiará una estructura multimodelo.

3.4.3.1 Aproximación en un único escalón

Se desarrollará el algoritmo sobre cada uno de los escalones de manera independiente y se tomará como set de datos de validación el ensayo completo.

Escalón 1:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este primer escalón es (1:48). La función de transferencia en BC a inferir es (29) y los parámetros a identificar serán *A, B, C, D* y *E.*

Par óptimo obtenido:

$$Par_1 = [A, B, C, D, E] = [-0.0419, 0.2158, 0.046, 0.6602, 0.2514]$$

Error de Par_1 respecto al escalón 1:

$$ECM_{esc1} = 0.0033$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC1} = \frac{As^2 + Bs + C}{s^3 + Ds^2 + Es + C} = \frac{-0.04156s^2 + 0.2158s + 0.04597}{s^3 + 0.6602s^2 + 0.2514s + 0.04597}$$

Se puede apreciar en la Figura 32.a que el sistema estimado y el deseado son prácticamente iguales. La pequeña magnitud del error adelantaba este resultado.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 1:

$$G_{modelo1} = \frac{G_{BC1}C}{1 - G_{BC1}C} = \frac{0.04156s^3 - 0.21586s^2 - 0.04597}{0.039s^5 + 0.1574s^4 + 0.1013s^3 + 0.0107s^2 + 0.0003081s}$$

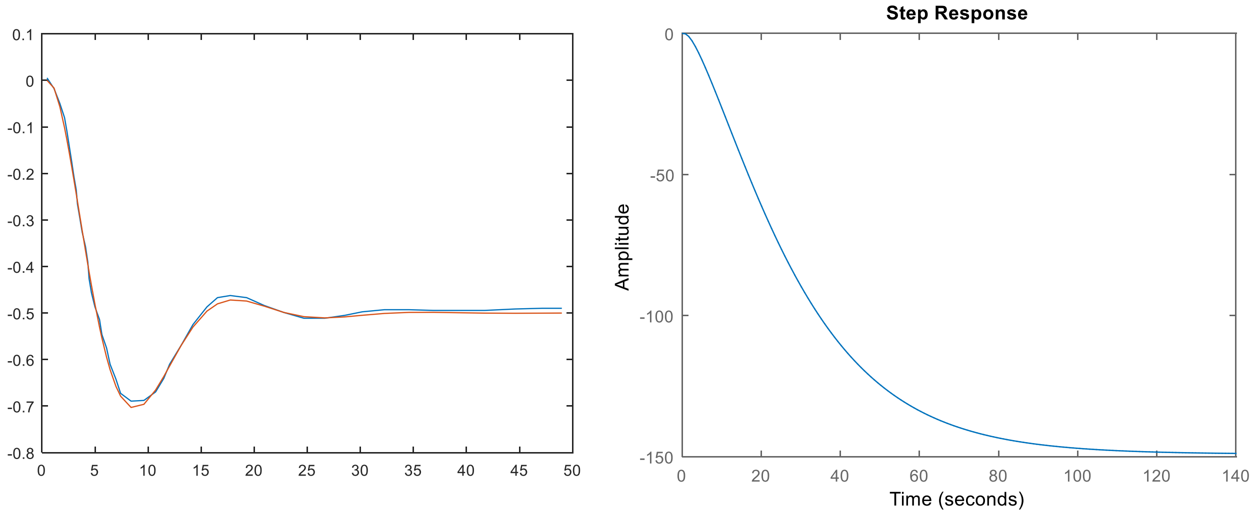


Figura 32. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Resultados obtenidos en el primer escalón en el (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Cuando se utiliza una estructura de orden superior, en $G_{modelo1}$ ya no se produce la cancelación de polos existente en los sistemas de primer y segundo orden. Introduciendo una entrada escalón unitario, la respuesta del sistema es representada en la Figura 32.b. Analizando la gráfica, se observa que el sistema es estable y sobreamortiguado, con una ganancia considerable y un tiempo de establecimiento pequeño.

Para la validación del modelo, se evaluará G_{BC1} en todo el ensayo siguiendo las pautas ya explicadas.

Error de Par_1 con respecto a la planta:

$$ECM_1 = 6.849$$

En la Figura 33 se parecía que el par obtenido se ajusta muy bien al primer escalón, pero aumentan las inexactitudes a medida que se avanza en el resto.

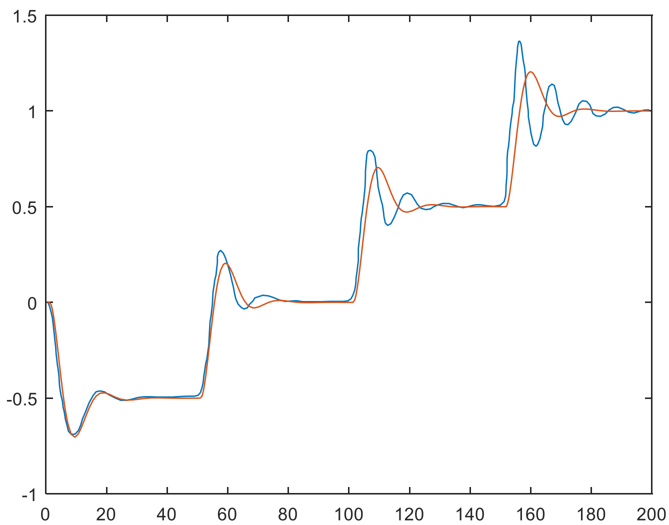


Figura 33. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Aplicación del par obtenido en el primer escalón al sistema completo

Escalón 2:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del segundo escalón es (49:107).

Par óptimo obtenido:

$$Par_2 = [-0.131, -0.1481, 0.6467, 3.6578, 0.9483]$$

Error de Par_2 respecto al escalón 2:

$$ECM_{esc2} = 0.0358$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC2} = \frac{-0.131s^2 - 0.1481s + 0.6467}{s^3 + 3.658s^2 + 0.9483s + 0.6467}$$

La salida se ajusta a la deseada, Figura 34.a.

La función de transferencia obtenida para el modelo completo evaluando el escalón 2 es la siguiente:

$$G_{modelo2} = \frac{0.131s^3 + 0.1481s^2 - 0.6467s}{0.039s^5 + 0.2778s^4 + 0.544s^3 + 0.1754s^2 + 0.009502s}$$

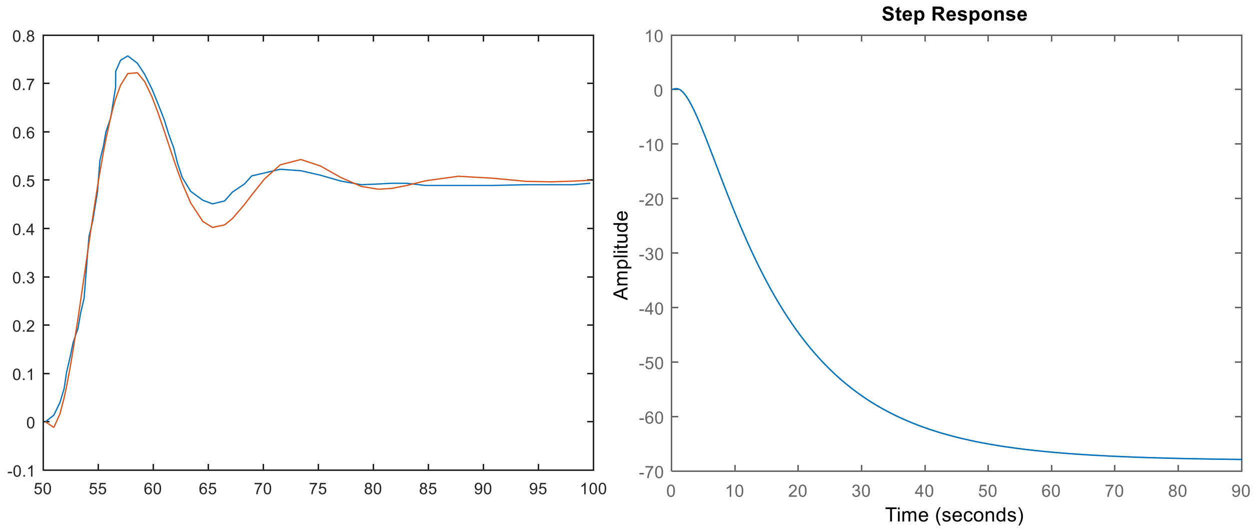


Figura 34. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Resultados obtenidos en el segundo escalón en el (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Al introducir una entrada escalón, la Figura 34.b refleja de nuevo un sistema sobreamortiguado y estable.

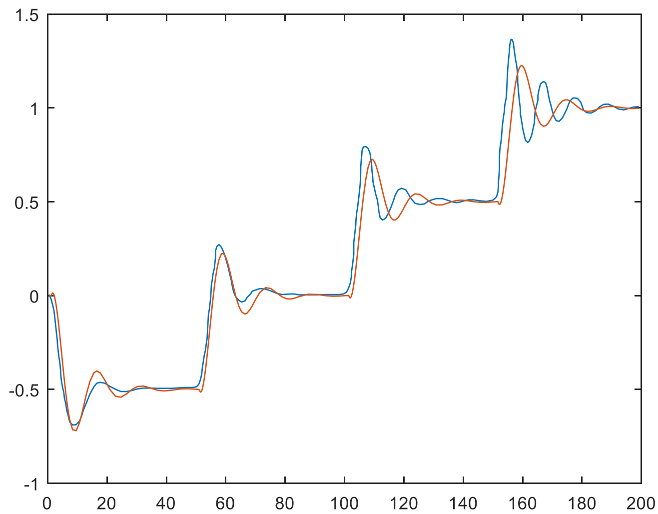


Figura 35. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Aplicación del par obtenido en el segundo escalón al sistema completo

Como set de datos de validación, se utilizará el ensayo completo.

El error obtenido de Par_2 con respecto a la planta:

$$ECM_2 = 8.7463$$

El error ha aumentado respecto al escalón anterior; además, se sigue distinguiendo un aumento del mismo en los escalones no evaluados, Figura 35.

Escalón 3:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del tercer escalón es (108:177).

Par óptimo obtenido:

$$Par_3 = [-0.0174, -0.4167, 1.7429, 6.5890, 1.6173]$$

Error de Par_3 respecto al escalón 3:

$$ECM_{esc3} = 0.0322$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC3} = \frac{-0.01738s^2 - 0.4167s + 1.743}{s^3 + 6.589s^2 + 1.617s + 1.743}$$

El error continúa siendo pequeño y la salida muy similar a la deseada (ver Figura 36.a), realizando las oscilaciones que debería.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 3:

$$G_{modelo3} = \frac{0.01738s^3 + 0.4167s^2 - 1.743s}{0.039s^5 + 0.3876s^4 + 0.9468s^3 + 0.3217s^2 + 0.01763s}$$

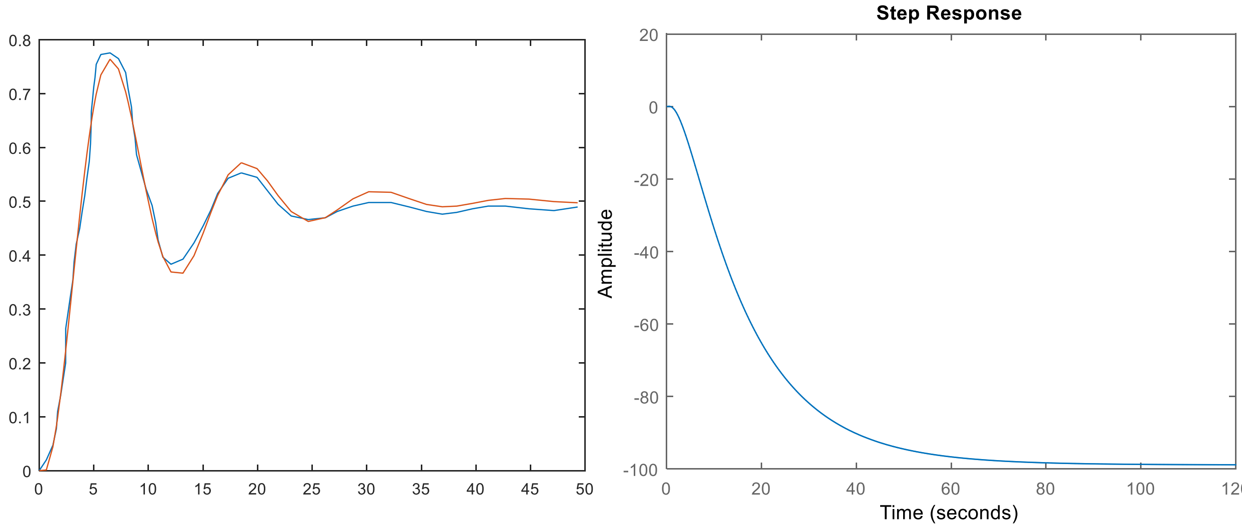


Figura 36. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Resultados obtenidos en el tercer escalón en el (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

El sistema vuelve a ser estable y el régimen permanente se alcanza de forma rápida como se refleja en la Figura 36.b.

Se valida G_{BC3} para el ensayo completo, logrando el siguiente error de Par_3 con respecto a la planta:

$$ECM_3 = 4.9727$$

Se aprecia en la Figura 37 que el error ha disminuido y se ajusta aceptablemente a los datos iniciales, este modelo se va acercando al deseado, aunque se busca una mayor precisión. Como era de esperar, el tercer escalón es el que experimenta un mejor ajuste.

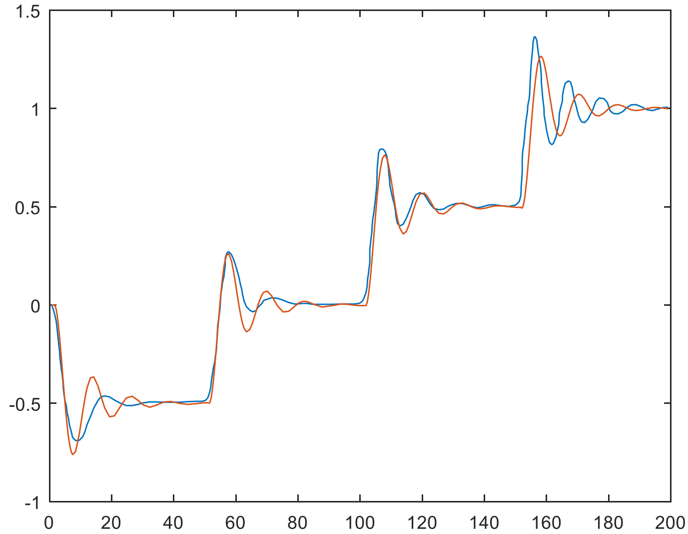


Figura 37. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Aplicación del par obtenido en el tercer escalón al sistema completo

Escalón 4:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del cuarto escalón es (178:281) y el par óptimo obtenido es el siguiente:

$$Par_4 = [0.4380, 0.4044, 0.7568, 2.2440, 0.6399]$$

Error de Par_4 respecto al escalón 4:

$$ECM_{esc4} = 0.1193$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC4} = \frac{0.0438s^2 + 0.4044s + 0.7568}{s^3 + 2.244s^2 + 0.6399s + 0.7568}$$

En este último escalón, el error es mayor que en los anteriores. La Figura 38.a demuestra que, de todos modos, la estimación se ajusta aceptablemente a lo esperado.

Función de transferencia para el modelo completo evaluando el escalón 4:

$$G_{modelo4} = \frac{-0.438s^3 - 0.4044s^2 - 0.7568s}{0.039s^5 + 0.2004s^4 + 0.2526s^3 + 0.04627s^2 + 0.002041s}$$

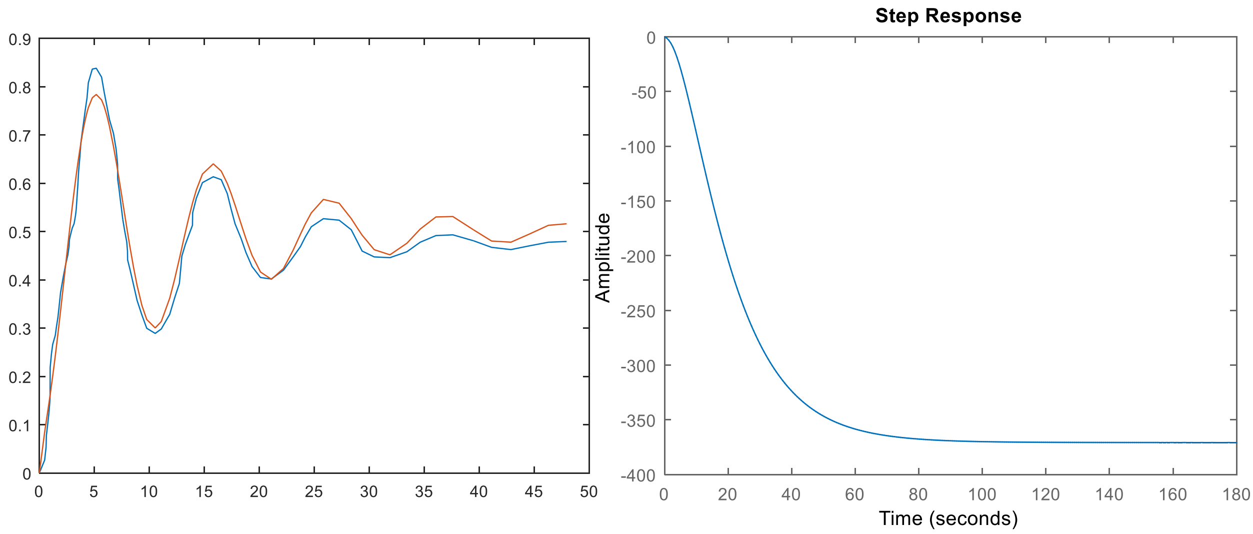


Figura 38. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Resultados obtenidos en el cuarto escalón en el (a) sistema

controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

La Figura 38.b muestra la respuesta del sistema estable ante una entrada escalón unitario y para la validación se vuelve a evaluar G_{BC4} en la planta completa adquiriendo el siguiente error en el Par_4 con respecto a la planta:

$$ECM_4 = 3.7429$$

El ECM en cada escalón se mantiene dentro de unos valores similares. Como se puede ver en la Figura 39, el sistema controlado G_{BC4} se ajusta casi perfectamente al último escalón, acrecentándose el error en los demás escalones. Se aprecia que en los escalones 1, 2 y 3 hay presencia de sobreoscilaciones. A continuación, se modificará la estructura, tratando de inferir el modelo para el sistema completo en vez de para un único escalón.

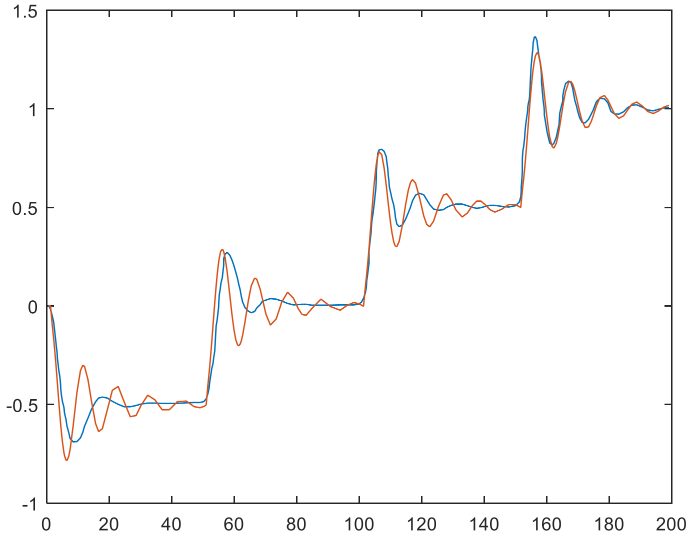


Figura 39. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Aplicación del par obtenido en el cuarto escalón al sistema completo

3.4.3.2 Aproximación del modelo completo

El proceso de identificación tomando únicamente escalones aislados para luego ampliar el estudio al sistema completo no ha proporcionado resultados adecuados. Se realiza un nuevo planteamiento que busca hallar un modelo válido para el conjunto de toda la planta.

Par óptimo obtenido:

$$Par = [1.3953, 1.3062, 2.2823, 7.9803, 2.4311]$$

Error del par con respecto al sistema:

$$ECM = 2.3393$$

Función de transferencia en BC:

$$G_{BC} = \frac{1.3953s^2 + 1.3062s + 2.2823}{s^3 + 7.9803s^2 + 2.431s + 2.2823}$$

Se obtiene una respuesta controlada del modelo razonable, aunque la oscilación en todos los escalones es la misma en vez de variar como se puede ver en la Figura 40.a. La diferencia del tiempo de establecimiento ante cada cambio de escalon puede ser debido a que realmente no se está utilizando un mismo modelo para todo el sistema, sino uno especifico para cada punto de funcionamiento.

Función de transferencia para el modelo completo:

$$G_{modelo} = \frac{-1.3953s^3 - 1.3062s^2 - 2.2812s}{0.039s^5 + 0.3868s^4 + 0.9086s^3 + 0.2033s^2 + 0.009749s}$$

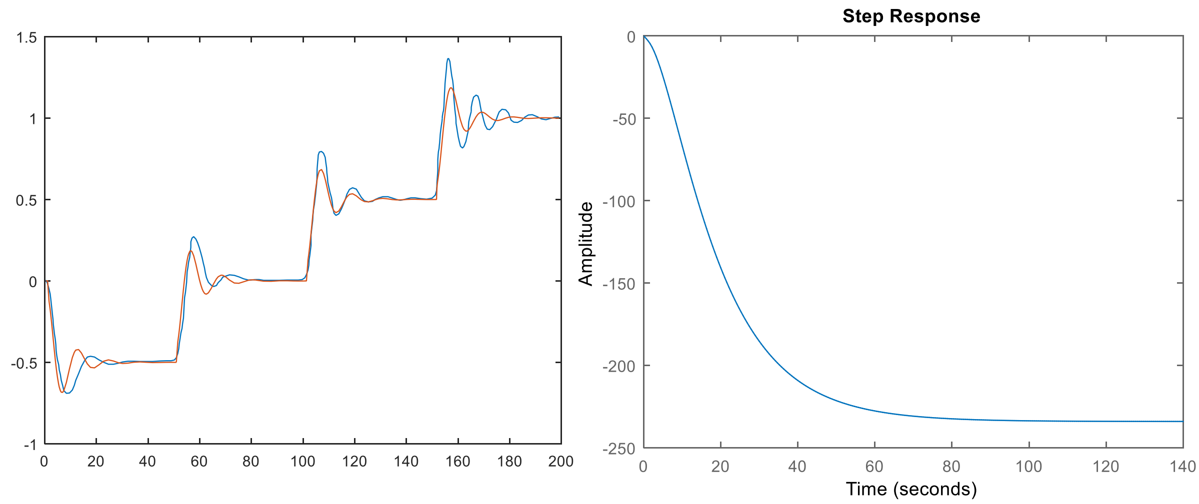


Figura 40. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Resultados obtenidos en el sistema completo en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

En esta ocasión, al aplicar una entrada escalón unitario a la estructura de orden superior al sistema completo, se consigue la estabilidad (Figura 40.b) que se incumplía en modelos de grado inferior.

Igualmente, el ajuste en cada escalón no es exacto y se concluye con que este método de identificación no es el mas idóneo ya que se intuye la no linealidad presente en el modelo. Se pasará a buscar una función de transferencia que ajuste con más exactitud la salida combinando los modelos de cada escalón.

3.4.3.3 Aproximación multimodelo

En las simulaciones realizadas escalón a escalón, a medida que varía la referencia, la respuesta en BC también lo hace. Resulta razonable afirmar que el comportamiento del modelo es no lineal, es decir, que cambia en función del punto de funcionamiento en que se encuentre el sistema.

Se ha comprobado que el modelado de sistemas es una tarea compleja al adoptarse modelos lineales aproximados que no representan adecuadamente el sistema real y sus no linealidades. Es por ello, que se ha buscado otro enfoque para la identificación del sistema no lineal. Inicialmente, se propuso realizar una variación de la ganancia para ver si se podrían solventar las desigualdades observadas en los diferentes escalones del sistema identificado, llegando a la conclusión de que no justifica la diferencia entre las sobreoscilaciones y la rapidez de las mismas. Al no explicar la ganancia variable este fenómeno, se ha deducido que el sistema está sometido a una dinámica cambiante, en otras palabras, existe un modelo dinámico distinto en cada punto de funcionamiento, como resultado, se estaría frente a un multimodelo.

Existe una amplia literatura en cuanto a sistemas multimodelo se refiere [58], [77]–[82]. Diversos autores han profundizado en esta técnica de identificación, que resulta favorable en cuanto al modelado de sistemas no lineales. Un sistema multimodelo está basado en la descomposición del problema global en un conjunto de modelos locales que representarán la dinámica de una región específica: un modelo para cada escalón. Cada submodelo describirá el comportamiento del sistema en las diferentes áreas de funcionamiento y el conjunto de todas ellas se aproximará de una manera más exacta al sistema real. De hecho, la solución de un sistema múltiple combinado se compone de un número de sistemas dinámicos sencillos que se fusionan [77], donde cada modelo local reproduce la dinámica del sistema en una región especifica del espacio. La mayoría de los procesos industriales son complejos y no lineales; la ventaja de utilizar un modelo múltiple es la posibilidad de que éste trabaje a lo largo de una trayectoria de funcionamiento fija que se compone de varios puntos de funcionamiento predeterminados. Cuando el proceso está funcionando en un determinado punto de operación, se utiliza el submodelo en cuyo rango está contenido el punto de funcionamiento en cuestión; cuando el punto de funcionamiento cambia de rango, automáticamente se pasa a utilizar el modelo local que lo incluya en su región. En definitiva, la descripción del sistema global será la integración de la familia de modelos locales que lo componen.

Anteriormente no ha sido posible la utilización del multimodelo porque en los sistemas de primer y segundo orden existían tramos donde su respuesta transitoria resultaba ser inestable. En esta ocasión, todos los tramos identificados cumplen con la condición de estabilidad y se procederá a valorar la eficiencia de la estructura.

Los cuatro modelos locales obtenidos en cada escalón se fusionan y se construye un sistema no lineal, donde en cada situación, un modelo diferente es utilizado:

$$G_{modelo1} = \frac{0.04156s^3 - 0.21586s^2 - 0.04597}{0.039s^5 + 0.1574s^4 + 0.1013s^3 + 0.0107s^2 + 0.0003081s}, ref = -0.5$$

$$G_{modelo2} = \frac{0.131s^3 + 0.1481s^2 - 0.6467s}{0.039s^5 + 0.2778s^4 + 0.544s^3 + 0.1754s^2 + 0.009502s}, ref = 0$$

$$G_{modelo3} = \frac{0.01738s^3 + 0.4167s^2 - 1.743s}{0.039s^5 + 0.3876s^4 + 0.9468s^3 + 0.3217s^2 + 0.01763s}, ref = 0.5$$

$$G_{modelo4} = \frac{-0.438s^3 - 0.4044s^2 - 0.7568s}{0.039s^5 + 0.2004s^4 + 0.2526s^3 + 0.04627s^2 + 0.002041s}, ref = 1$$

El ECM medio de todos los modelos es el siguiente:

$$ECM_{medio} = 0.0476$$

Como se demuestra en la Figura 41, todos los escalones se ajustan de manera correcta ya que se ha utilizado un sistema local para cada uno de ellos. El ECM_{medio} es muy pequeño y la respuesta ante una entrada escalón unitario en cada tramo es estable.

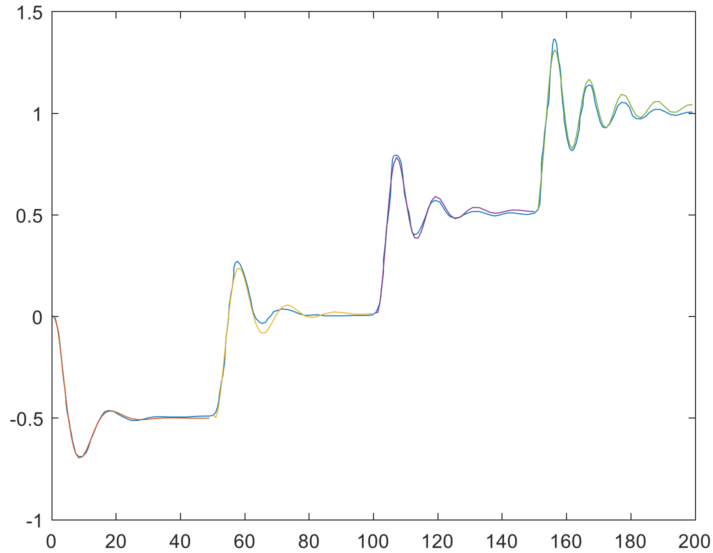


Figura 41. Modelo de caja negra y sistema de orden configurable. Resultados obtenidos en el sistema multimodelo

En el caso de que la referencia no sean los valores exactos a los de la gráfica, se realizará una ponderación entre un modelo y otro. Por ejemplo, imagine que se tiene una referencia de 0.2, este modelo se encontraría entre los escalones 2 y 3. El modelo dinámico asociado a esta referencia sería el siguiente:

$$G_{modelo0.2} = 0.6 \cdot G_{modelo2} + 0.4 \cdot G_{modelo3}$$

Exceptuando este sistema multimodelo, los modelos de caja negra no han proporcionado resultados óptimos. Los errores en las estructuas de órdenes pequeños eran grandes y los sistemas resultaban inestables. La estructura de orden configurable ha sido la que ha arrojado los menores ECMs y la mayor estabilidad, aunque el tiempo de computación del algoritmo resultaba mayor que en los otros sistemas.

3.5 Modelos de caja gris

Al identificar a través de modelos de caja negra, se han obtenido resultados inestables y con errores elevados que no se ajustaban a la curva deseada, estas disconformidades podrían aparecer al inferir la función de transferencia controlada, forzando sus polos en BC. En consecuencia, se ha optado por repetir los ensayos anteriores utilizando un modelo de caja gris, donde se identifica directamente la función de transferencia de la planta a partir de datos de entrada y salida conocidos.

A continuación, se expondrán los resultados obtenidos al realizar diversos experimentos aplicando un modelo de caja gris al proceso de identificación.

3.5.1 Sistemas de primer y segundo orden

Como se ha comentado anteriormente, en los modelos de caja negra la función de transferencia del modelo se obtenía algebraicamente una vez encontrado un par óptimo para la función de transferencia controlada. En cambio, en los modelos de caja gris, la realimentación y el controlador son introducidos en la función que minimiza el ECM de la función de transferencia en BA, es decir, la identificación en este caso devuelve los parámetros del modelo de planta; no se deben realizar operaciones a posteriori para hallar la función de transferencia del modelo.

En los modelos de caja gris no se podrán reproducir las estructuras de primer y segundo orden utilizadas en los de caja negra. Esto se debe a que, al estar infiriendo la función realimentada, los ceros y polos de un sistema de primer o segundo orden no son suficientes para constituir un sistema válido. Para probar esta afimación, se han introducido estructuras de primer y segundo orden en el algoritmo y los resultados obtenidos se analizarán seguidamente.

En un sistema de primer orden, los valores óptimos de la función de transferencia del modelo obtenidos a través del primer escalon presentan una magnitud demasiado elevada.

$$Par_{1\mathrm{orden}} = [1.3568, 0.5105] \cdot 10^{16}$$

Como muestra la Figura 42.b, ocurre lo mismo con la duración del régimen transitorio ante una entrada escalón unitario.

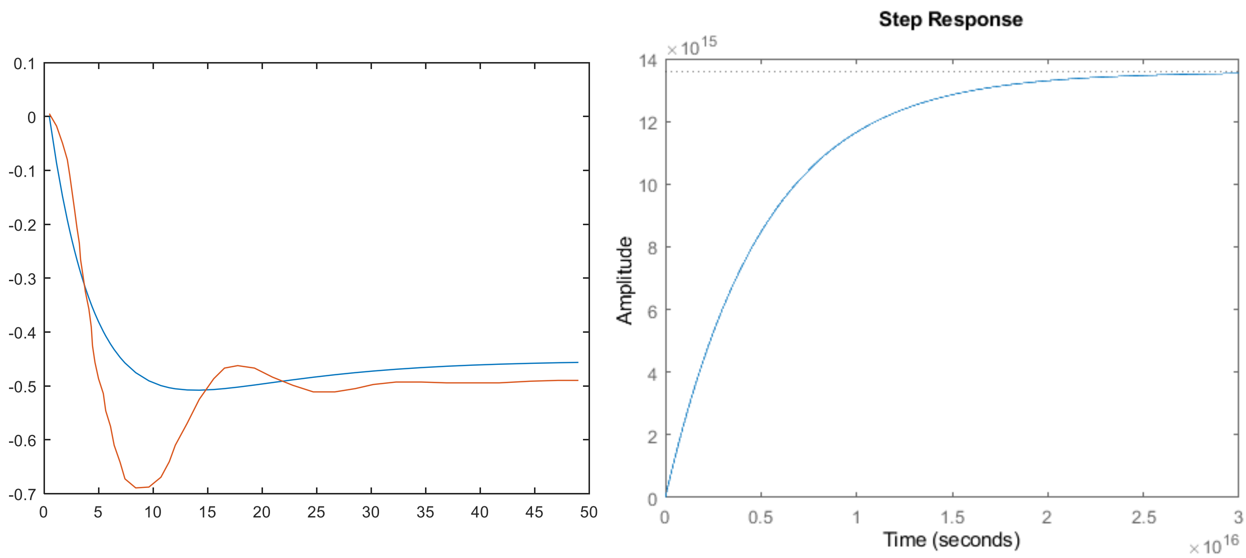


Figura 42. Modelo de caja gris y sistema de primer orden. Resultados obtenidos en el primer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Con respecto al sistema de segundo orden, el tiempo de computación del algoritmo creado es indefinido, ni siquiera es capaz de devolver ningún valor y, por lo tanto, se prueba que tampoco es una estructura válida.

Como consecuencia, surge la duda sobre qué estructura se debe utilizar para inferir el modelo de la planta. Para encontrar un modelo adecuado, se ha decidido utilizar el método del Lugar de las Raíces para determinar de manera manual estructuras con un número de ceros y polos determinados que proporcionen buenos resultados.

3.5.2 El Lugar de las Raíces

La respuesta dinámica de un sistema de control en BC depende de la posición de los polos de su función de transferencia, que a su vez dependen de la posición de los polos y ceros en BA. El Lugar de las Raíces es un método gráfico que permite conocer la evolución dinámica de un sistema cuando se produce una modificación en el valor de uno o varios parámetros y ajustar el valor de dicho parámetro para obtener el comportamiento deseado del sistema.

Para la construcción del Lugar de las Raíces, se deben marcar en el plano la situación de los polos y ceros de la función de transferencia. A partir de aquí, una serie de reglas son aplicadas. Las reglas están basadas en la relación existente entre los polos y los ceros de la funcion de transferencia y las raíces de la ecuación característica y son las siguientes:

1. *Número de ramas:* El número de ramas es igual al número de polos en BA. Cada rama comienza en un polo y termina en un cero. Las ramas que no pueden llegar a ningún cero terminan en infinito.
2. *Lugar de las Raíces sobre el eje real del plano:* Un punto perteneciente al eje real pertenecerá al Lugar de las Raíces si la suma del número de polos y ceros situados a su derecha es impar.
3. *Simetría:* El Lugar de las Raíces debe ser simétrico respecto al eje real; es decir, cada polo complejo tiene su conjugado.
4. *Asíntotas e intersección de las mismas:* Cuando el número de polos en BA es mayor que el número de ceros, las ramas que no terminan en ningún cero tienden asintóticamente al infinito. Todas las asíntotas cortarán al eje real en el centroide.
5. *Ángulos de salida y llegada de las ramas:* Son los ángulos con los que parte la rama desde cada polo o con los que llegan a cada cero.
6. *Puntos de dispersión o confluencia de ramas:* Si una serie de ramas convergen a un punto, de ese mismo punto deben salir tantas ramas como entraron. Como el lugar de las raíces es simétrico, los puntos de dispersión y confluencia deben aparecer en el eje real.
7. *Intersección con el eje imaginario:* Los puntos de corte con el eje imaginario corresponden con el valor de ganancia *K* que hacen el sistema en BA críticamente estable. Esto se obtiene mediante el criterio de estabilidad de Routh.
8. *Suma de raíces:* Si la ecuación característica se deja en forma de polonomio mónico, la suma de las raíces es constante e igual al coeficiente del término s^{n-1}, cambiado de signo.
9. *Determinación de la ganancia K:* En todos aquellos casos en los que sea necesaria la obtención del valor de la ganancia K para la cual algún punto del plano pertenece al Lugar de las Raíces se realizará aplicando la condición del módulo.

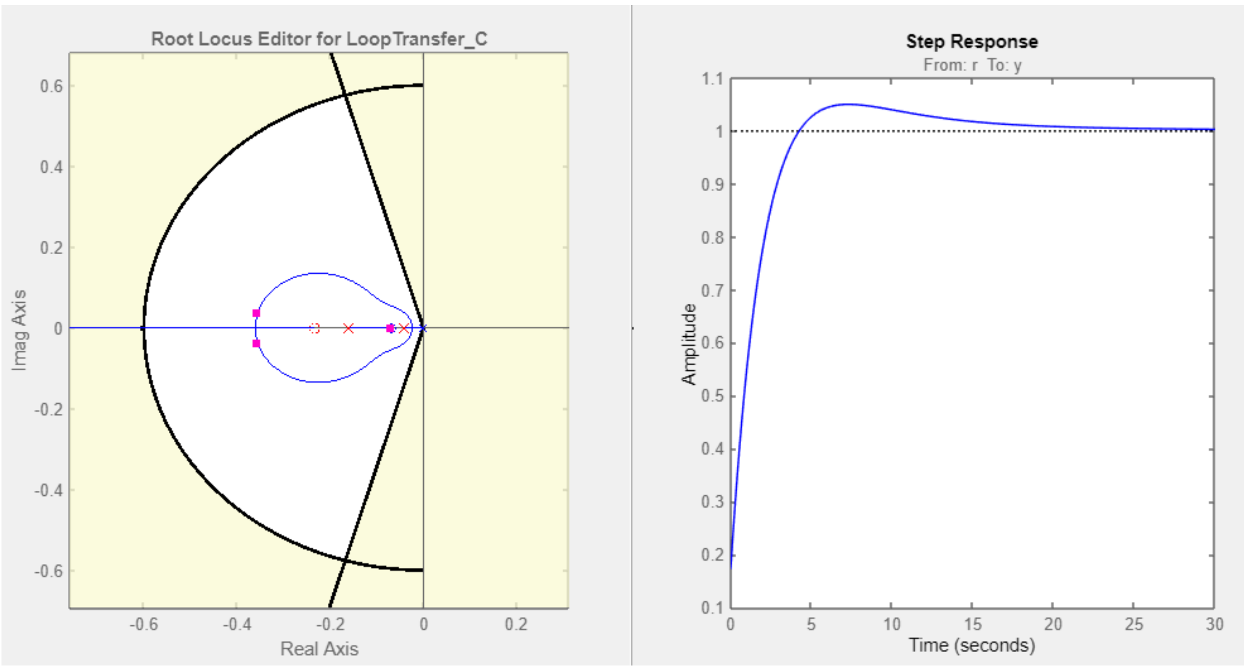


Figura 43. (a) Representación del Lugar de las Raíces. (b) Respuesta ante escalón unitario

En este trabajo, el método del lugar de las raíces será aplicado a través del Control System Toolbox de MatLab. Esta herramienta proporciona algoritmos y aplicaciones para analizar, diseñar y ajustar sistemas de control lineales de forma metódica. Se ha utilizado la herramienta de diseño SISO configurada con el método del Lugar de las Raíces para modelar de manera interactiva una estructura potencialmente estable a partir de unas condiciones de diseño. El cumplimento de las especificaciones se hará en base al trazado del Lugar de las Raíces y las regiones definidas por las condiciones de diseño, desplazando los polos en BC a través del ajuste de la ganancia *K* de la ecuación característica. Estas condiciones se han obtenido a partir de la Figura 2 y son:

- Sobreocilación $< 40\%$, que determina el ángulo de las rectas que parten del orígen. Esta condición entrega el conjunto de puntos donde se pueden ubicar los polos en BC ajustando correctamente la ganancia del sistema.
- Frecuencia natural $> \pi/5 \approx 0.6$, que es el radio del semicírculo cuyo centro se posiciona en el origen. Los ceros y polos podrán ubicarse dentro de este semicírculo.

Las líneas negras de la Figura 43.a corresponden a las restricciones de diseño, los círculos y las cruces a los ceros y los polos respectivamente, y, las líneas azules al Lugar de las Raíces. En la Figura 43.b se muestra la gráfica de respuesta del sistema a la entrada escalón unitario.

3.5.3 Sistema de 1 cero y 2 polos

Añadiendo 1 cero y 2 polos el sistema parece resultar estable, por lo que se repetirán los experimentos con esta estructura.

$$G_{modelo} = \frac{par(1) * (s + par(2))}{\big(s + par(3)\big) * (s + par(4))} \tag{30}$$

3.5.3.1 Aproximación en un único escalón

Se evaluará cada escalón por separado para finalizar con la validación del modelo obtenido en el ensayo completo. En el caso de que la respuesta del sistema ante una entrada en escalón sea inestable, dicho proceso de validación será omitido y se pasará a evaluar el siguiente escalón.

Escalón 1:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este primer escalón es (1:48). La función de transferencia del modelo será directamente estimada.

Par óptimo obtenido:

$$Par_1 = [0.0137, 86.6505, 0.2642, 0.0160]$$

Error de Par_1 respecto al escalón 1:

$$ECM_{esc1} = 0.008$$

Función de transferencia del modelo evaluando el primer escalón:

$$G_{modelo1} = \frac{0.0137s + 1.187}{s^2 + 0.2802 + 0.004227}$$

El ECM obtenido en este primer escalón es muy pequeño. Evaluando la Figura 44, se deduce que el par podría ser una buena opción ya que se ajusta muy adecuadamente a la curva y el tiempo hasta alcanzar el régimen permanente ante una respuesta escalón unitario no es demasiado elevado. Debido a esto, se procederá a validar este modelo en el sistema completo. En la valoración de la bondad del modelo se evaluará $G_{modelo1}$ en todo el ensayo y se obtendrá el error para la planta completa.

Error de Par_1 con respecto a la planta:

$$ECM_1 = 6.6598$$

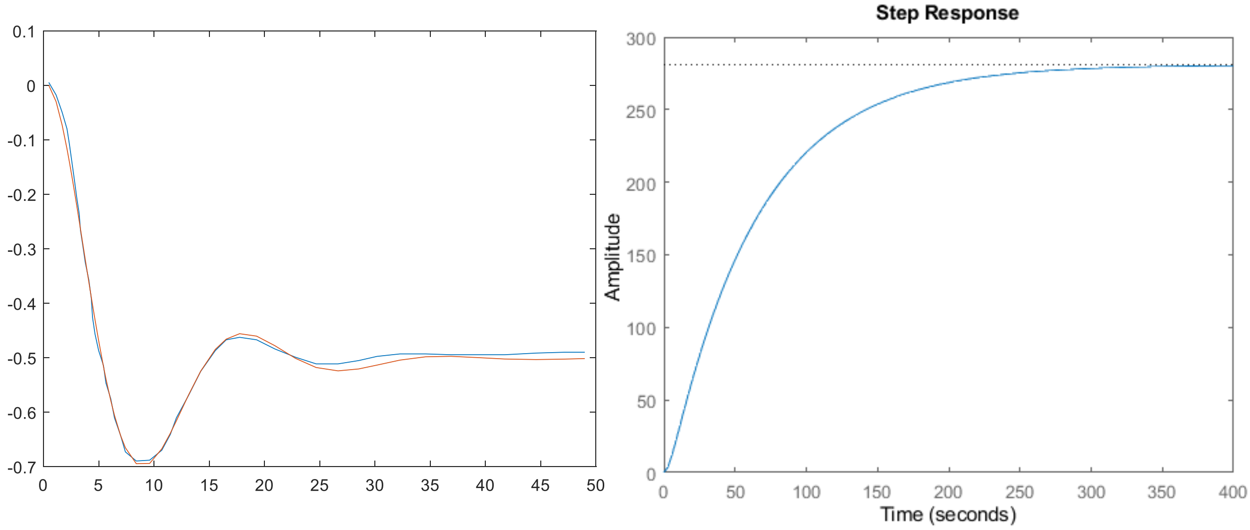


Figura 44. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Resultados obtenidos en el primer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

La Figura 45 revela que la aplicación del par obtenido para el escalón 1 al sistema completo se ajusta muy bien en el primer escalón, pero no ol hace tanto a medida que se avanza en la figura. El error también es algo más elevado de lo esperado.

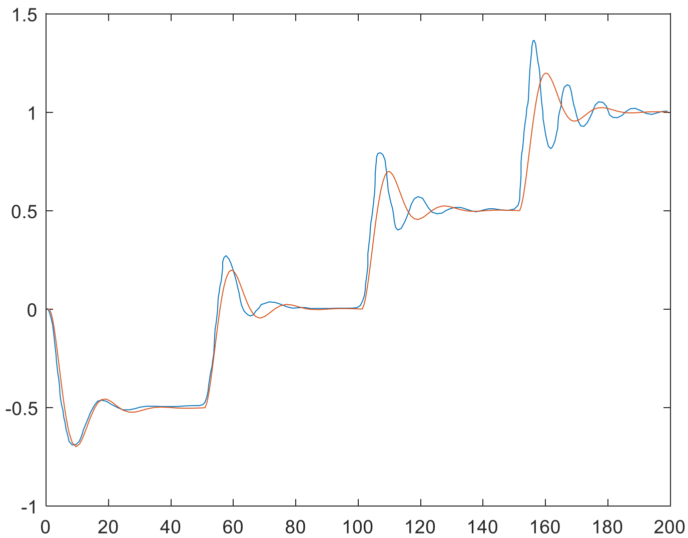


Figura 45. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Aplicación del par obtenido en el primer escalón al sistema completo

Escalón 2:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del segundo escalón es (49:107).

Par óptimo obtenido:

$$Par_2 = [0.009, 126.3854, 0.1803, 0.0574]$$

Error de Par_2 respecto al escalón 2:

$$ECM_{esc2} = 0.0963$$

Función de transferencia del modelo evaluando el segundo escalón:

$$G_{modelo2} = \frac{0.009s + 1.137}{s^2 + 0.2377s + 0.0135}$$

Al representar la curva obtenida frente a la deseada en la Figura 46.a, se observa que no se ajusta del todo a las oscilaciones y presenta un mayor error con respecto al escalón anterior. De todas formas, como la respuesta ante escalón unitario (Figura 46.b) es estable y el tiempo de establecimiento reducido, se sigue considerando un modelo adecuado. El modelo para este segundo escalón se validará en el sistema completo.

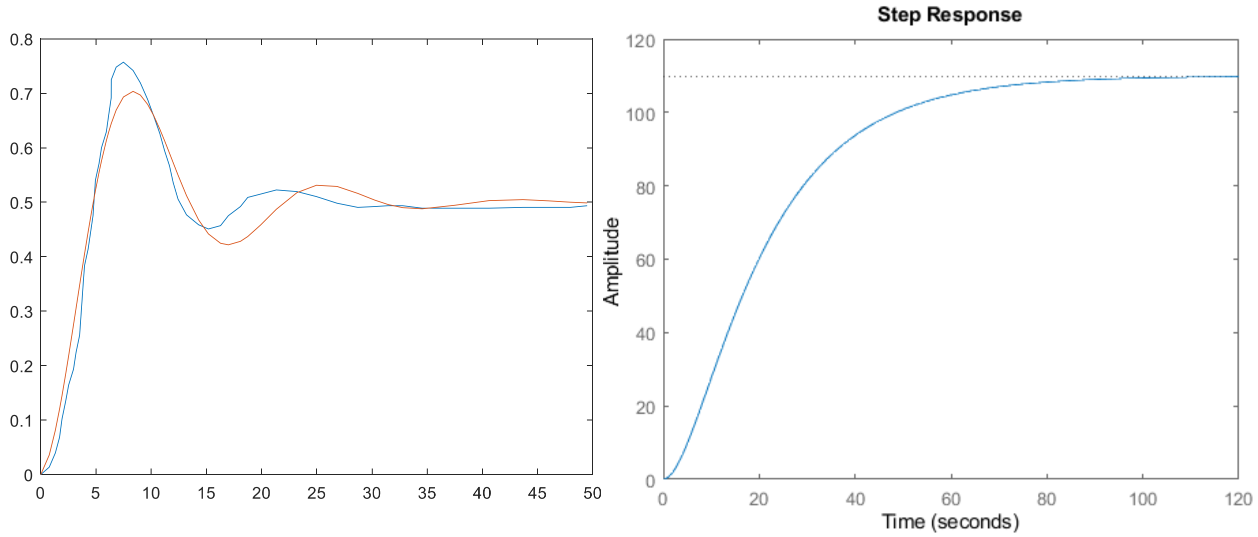


Figura 46. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Resultados obtenidos en el segundo escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Error de Par_2 con respecto a la planta:

$$ECM_2 = 6.586$$

La aplicación del par óptimo calculado para el escalón 2 al sistema completo muestra un buen ajuste en los dos primeros escalones (Figura 47), pero a partir del tercero, las oscilaciones son insuficientes. El error con respecto a la planta sigue siendo elevado.

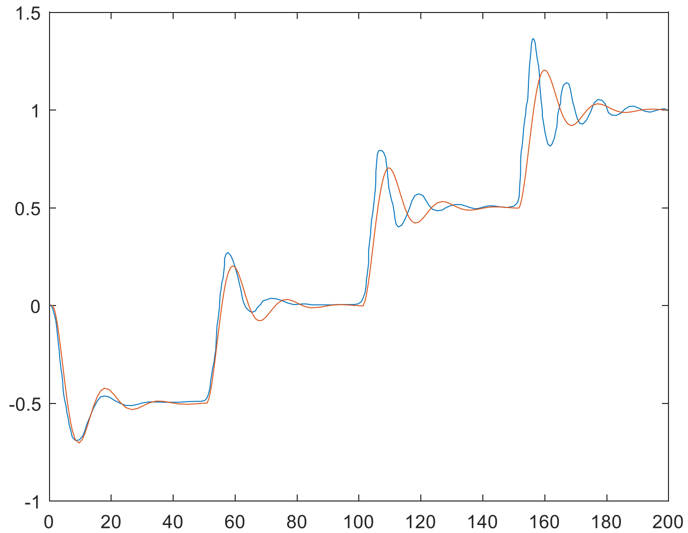


Figura 47. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Aplicación del par obtenido en el segundo escalón al sistema completo

Escalón 3:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del tercer escalón es (108:177).

Par óptimo obtenido:

$$Par_3 = [0.0479, 35.4105, 0.1002, 0.1163]$$

Error de Par_3 respecto al escalón 3:

$$ECM_{esc3} = 0.1266$$

Función de transferencia del modelo evaluando el tercer escalón:

$$G_{modelo3} = \frac{0.0479s + 1.696}{s^2 + 0.2165 + 0.01165}$$

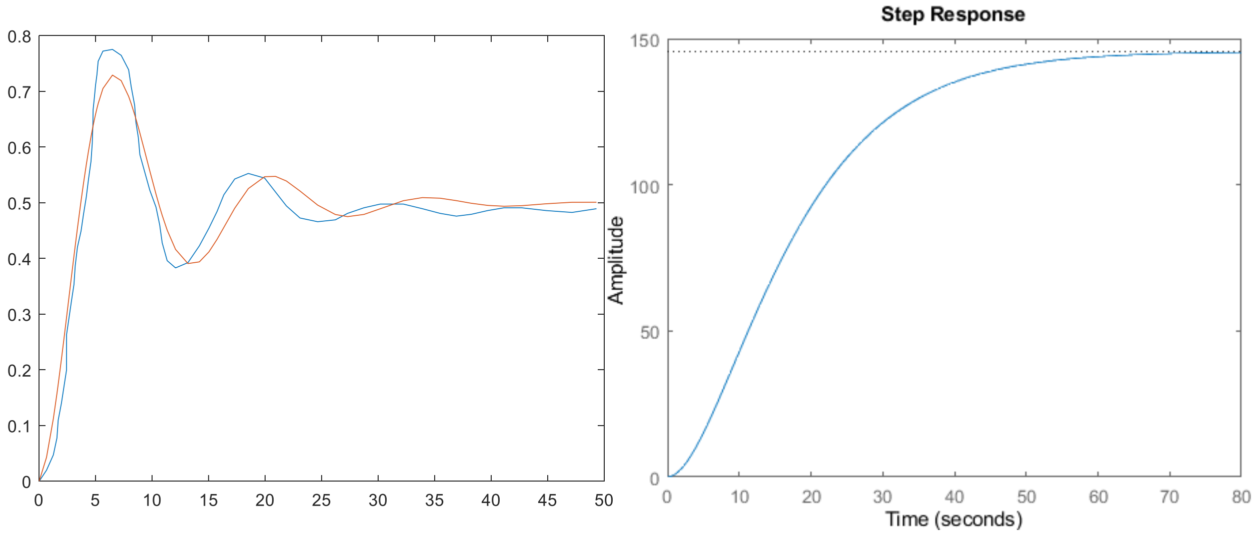


Figura 48. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Resultados obtenidos en el tercer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

En la Figura 48 se aprecia que de nuevo la curva contiene las oscilaciones necesarias, pero no se ajusta exactamente a la deseada. También se puede ver que el sistema es estable, por lo que de nuevo se validará este escalón para el sistema completo.

Error de Par_3 con respecto a la planta:

$$ECM_3 = 3.6706$$

En este caso, el ECM ha disminuido. Se puede observar en la Figura 49 que en el escalón donde mejor se ajusta la gráfica es el tercero. Esto tiene sentido, pues se ha tratado de adaptar el par obtenido en este mismo escalón para el sistema completo.

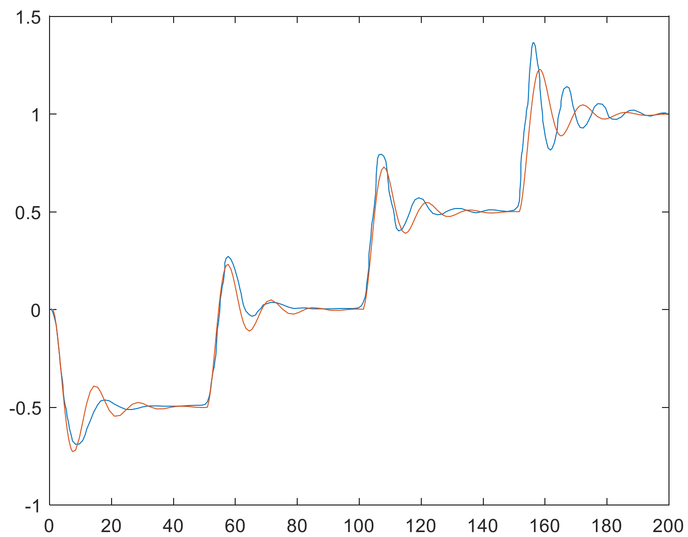


Figura 49. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Aplicación del par obtenido en el tercer escalón al sistema completo

Escalón 4:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del cuarto escalón es (178:281).

Par óptimo obtenido:

$$Par_4 = [0.5255, 5.0905, 0.0435, 0.0435]$$

Error de Par_4 respecto al escalón 4:

$$ECM_{esc4} = 0.1499$$

Función de transferencia del modelo evaluando el cuarto escalón:

$$G_{modelo4} = \frac{0.5255s + 2.675}{s^2 + 0.087s + 0.001892}$$

A medida que se cambia de escalón se puede ver que el error de cada uno va aumentando poco a poco, pero a diferencia de los sistemas de primer orden, las curvas se ajustan muy bien a las oscilaciones (Figura 50.a). En cuanto a las respuestas ante un escalón unitario, los sistemas de esta estructura han demostrado ser estables y controlar rápidamente como se puede apreciar en la Figura 50.b. Se validará este último escalón para el sistema completo.

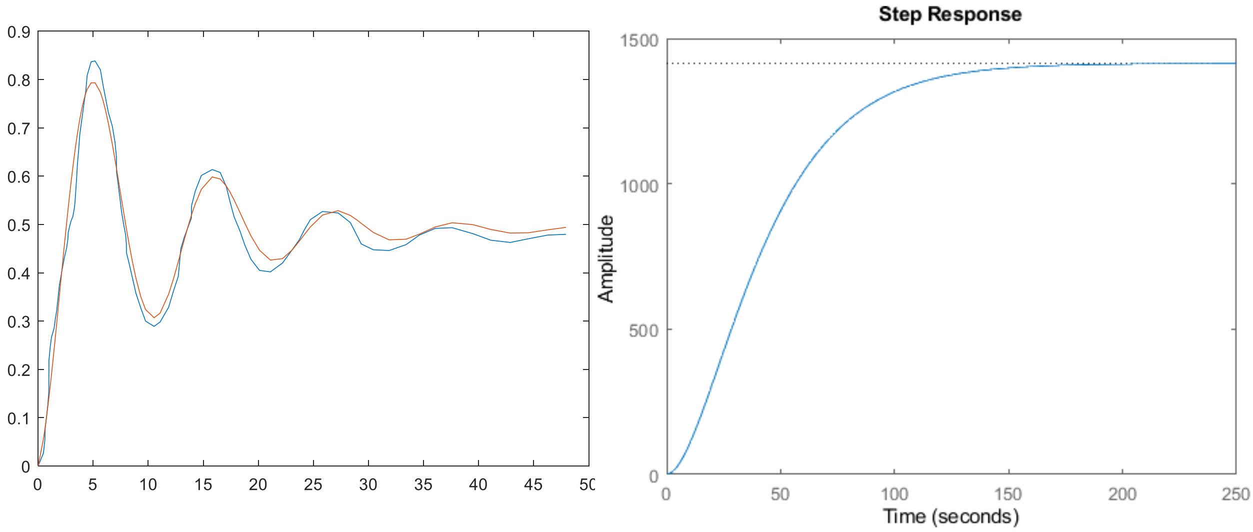


Figura 50. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Resultados obtenidos en el cuarto escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Error de Par_4 con respecto a la planta:

$$ECM_4 = 4.0037$$

Una vez más, el escalón donde mejor se adapta la curva obtenida en el sistema completo es el que pertenece al par aplicado al sistema (Figura 51). En el primer y segundo escalón las oscilaciones son excesivas.

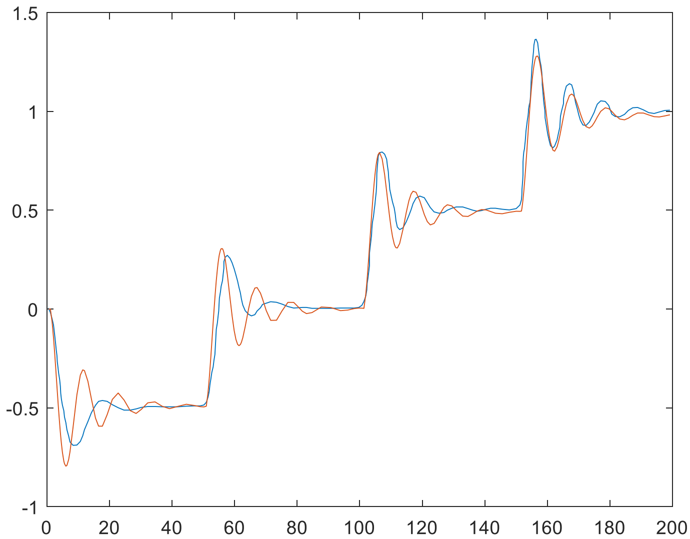


Figura 51. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Aplicación del par obtenido en el cuarto escalón al sistema completo

Como no se han conseguido ajustar a la curva los pares resultantes de cada escalón y los errores son algo elevados, se tratará a continuación de identificar el modelo dinámico del sistema completo.

3.5.3.2 Aproximación modelo completo

Tras intentar inferir el modelo a través de un par obtenido en cada escalón, se amplía ahora el estudio al sistema completo.

Par óptimo obtenido:

$$Par = [1.303, 1.798, 0.2945, -0.0813]$$

Error del par con respecto al sistema:

$$ECM = 2.7213$$

Función de transferencia del modelo completo:

$$G_{modelo} = \frac{1.303s + 2.343}{s^2 + 0.2132s - 0.02394}$$

El ECM obtenido al identificar el modelo completo directamente es pequeño, aunque al mirar la Figura 52.a se observa que en los ecalones 3 y 4 la gráfica comienza a desajustarse y no realiza las oscilaciones que debería. También se puede apreciar en la Figura 52.b que el sistema es inestable, por lo que se considera no válido.

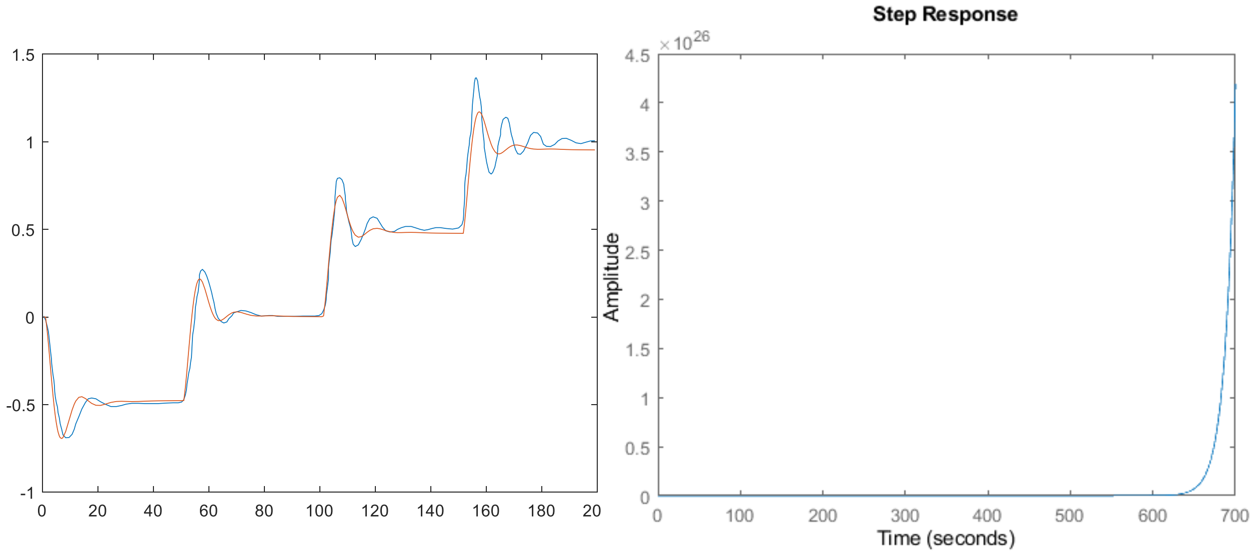


Figura 52. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Resultados obtenidos en el sistema completo en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

De este análisis se puede deducir que el sistema debe ser no lineal ya que las oscilaciones varían de un escalón a otro y una única función de transferencia no consigue adaptarse a la curva deseada. Ante esto, se plantea construir un sistema multimodelo.

3.5.3.3 Aproximación multimodelo

La condición de no linealidad del sistema a identificar obliga a proponer una estructura multimodelo que defina un modelo diferente para cada escalón. Para ello, se tomarán las funciones de transferencia obtenidas para cada escalón y unirán para que, dependiendo de la situación en que se encuentre el sistema, actúe de una manera u otra.

Las funciones de transferencia locales para cada tramo son las obtenidas en la identificación escalón a escalón:

$$G_{modelo1} = \frac{0.0137s + 1.187}{s^2 + 0.2802 + 0.004227}, ref = -0.5$$

$$G_{modelo2} = \frac{0.009s + 1.137}{s^2 + 0.2377s + 0.0135}, ref = 0$$

$$G_{modelo3} = \frac{0.0479s + 1.696}{s^2 + 0.2165 + 0.01165}, ref = 0.5$$

$$G_{modelo4} = \frac{0.5255s + 2.675}{s^2 + 0.087s + 0.001892}, ref = 1$$

El ECM medio de todos los modelos es el siguiente:

$$ECM_{medio} = 0.0952$$

Los resultados reflejan que la identificación para el sistema multimodelo se ajusta mucho mejor que para el sistema completo del apartado anterior (Figura 53), además de ser estable en cada tramo. El error es pequeño, aunque se tratará de aumentar el número de polos para intentar reducirlo aun más. En el caso que se quiera obtener el modelo para una referencia que no esté indicada más arriba, se realizará un promediado de los modelos entre los que esté la referencia en cuestión.

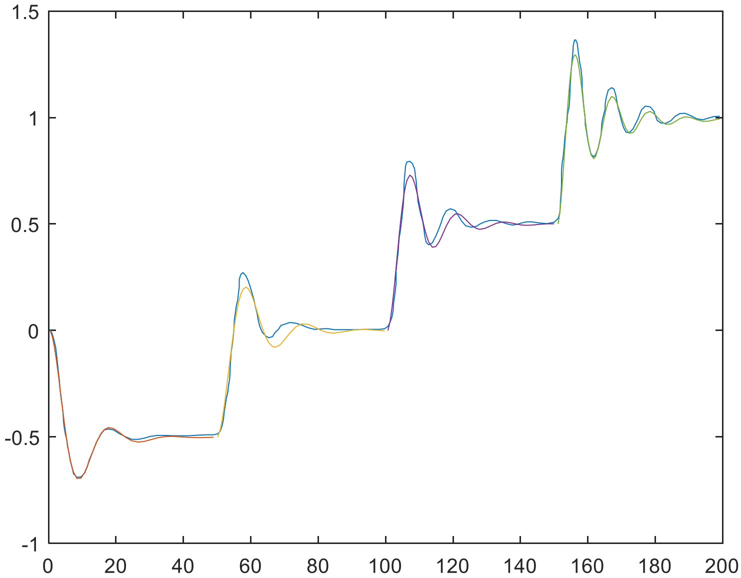


Figura 53. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 2 polos. Resultados obtenidos en el sistema multimodelo

3.5.4 Sistema de 1 cero y 3 polos

Una vez más, se modifica la estructura del modelo con la finalidad de conseguir resultados que se ajusten aún más a los deseados, en esta ocasión aumentando un polo en el sistema.

$$G_{modelo} = \frac{par(1) * (s + par(2))}{\big(s + par(3)\big) * \big(s + par(4)\big) * (s + par(5))} \tag{31}$$

3.5.4.1 Aproximación en un único escalón

Escalón 1:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje de este primer escalón es (1:48).

Par óptimo obtenido:

$$Par_1 = [0.9708, 1.41, 0.9688, 0.3487, 0.009]$$

Error de Par_1 respecto al escalón 1:

$$ECM_{esc1} = 0.0066$$

Función de transferencia del modelo evaluando el primer escalón:

$$G_{modelo1} = \frac{0.9708s + 1.369}{s^3 + 1.326s^2 + 0.3497s + 0.00304}$$

El error del par es reducido y se ajusta muy bien a la gráfica del primer escalón (Figura 54.a). Además, la respuesta ante una entrada esclón unitario es estable, aunque tarde un poco en alcanzar el régimen permanente como muestra la Figura 54.b.

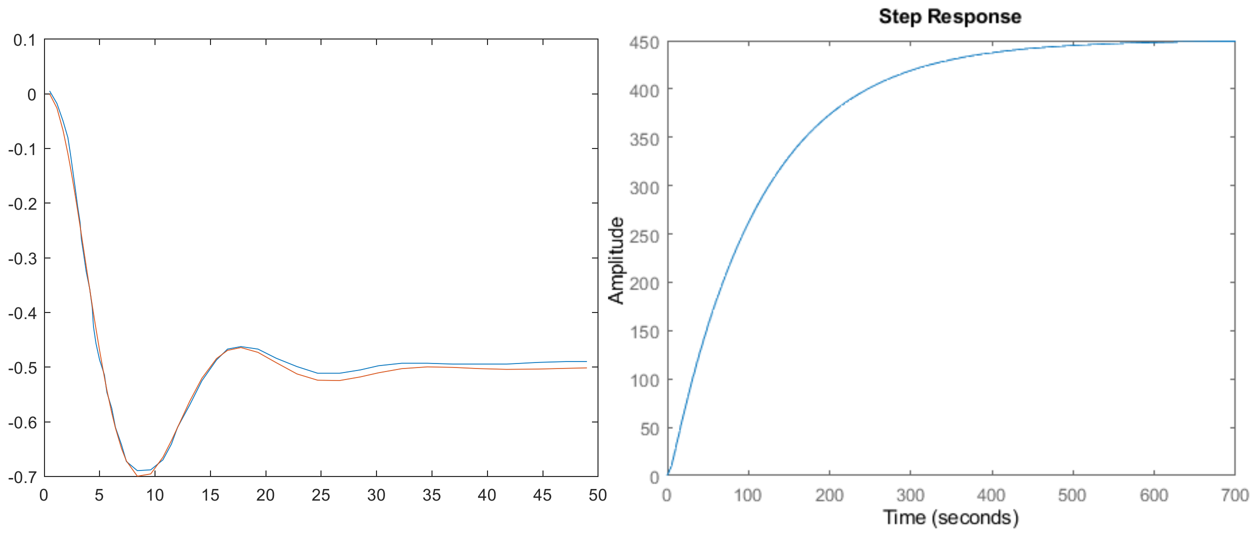


Figura 54. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Resultados obtenidos en el segundo escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Error de Par_1 con respecto a la planta:

$$ECM_1 = 6.7704$$

La gráfica se ajusta muy bien al primer y segundo escalón, aunque a partir del tercero deja de imitar a la curva deseada (véase Figura 55).

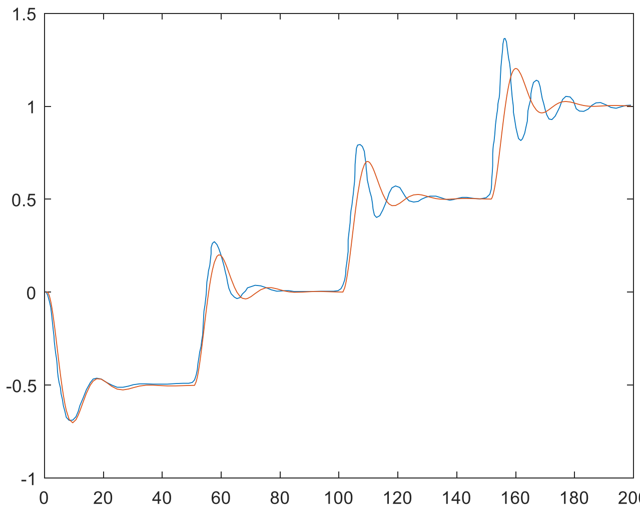


Figura 55. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Aplicación del par obtenido en el primer escalón al sistema completo

Escalón 2:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del segundo escalón es (49:107).

Par óptimo obtenido:

$$Par_2 = [0.9205, 1.2017, 0.2512, 0.0428, 0.8252]$$

Error de Par_2 respecto al escalón 2:

$$ECM_{esc2} = 0.0735$$

Función de transferencia del modelo evaluando el segundo escalón:

$$G_{modelo2} = \frac{0.9205s + 1.106}{s^3 + 1.119s^2 + 0.2534s + 0.008872}$$

La Figura 56 enseña que el ajuste al segundo escalón no es perfecto; sin embargo, la respuesta ante escalón unitatio es estable.

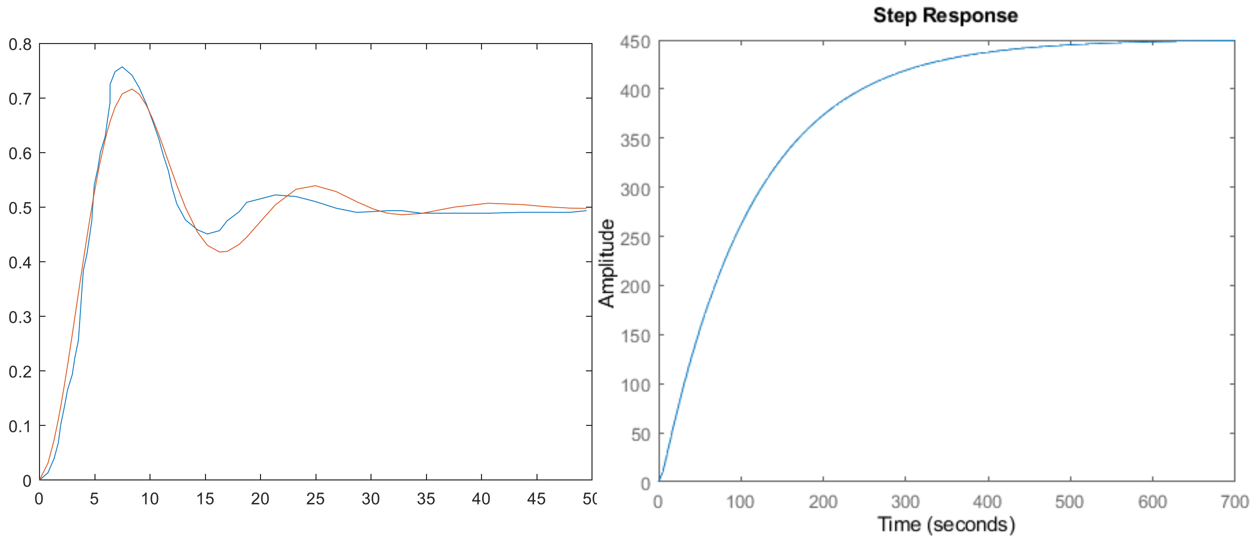


Figura 56. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Resultados obtenidos en el segundo escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Error de Par_2 con respecto a la planta:

$$ECM_2 = 6.9994$$

Ocurre lo mismo que en el escalón anterior, la primera mitad de la curva obtenida es fiel a la deseada (Figura 57), aunque a partir del tercero comienza a desajustarse.

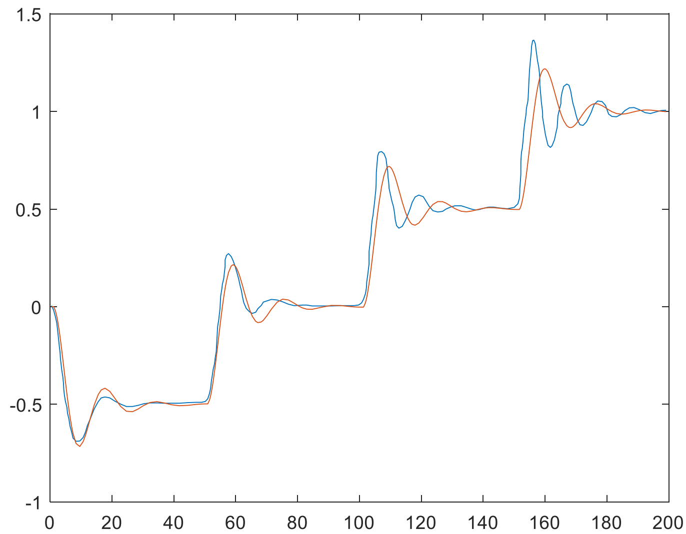


Figura 57. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Aplicación del par obtenido en el segundo escalón al sistema completo

Escalón 3:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del tercer escalón es (108:177).

Par óptimo obtenido:

$$Par_3 = [0.4938, 4.3186, 0.042, 0.6034, 0.5658]$$

Error de Par_3 respecto al escalón 3:

$$ECM_{esc3} = 0.0373$$

Función de transferencia del modelo evaluando el tercer escalón:

$$G_{modelo3} = \frac{0.4938s + 2.133}{s^3 + 1.211s^2 + 0.3905s + 0.01434}$$

El ajuste observado en la Figura 58 es adecuado y la respuesta ante escalón es rápida y estable.

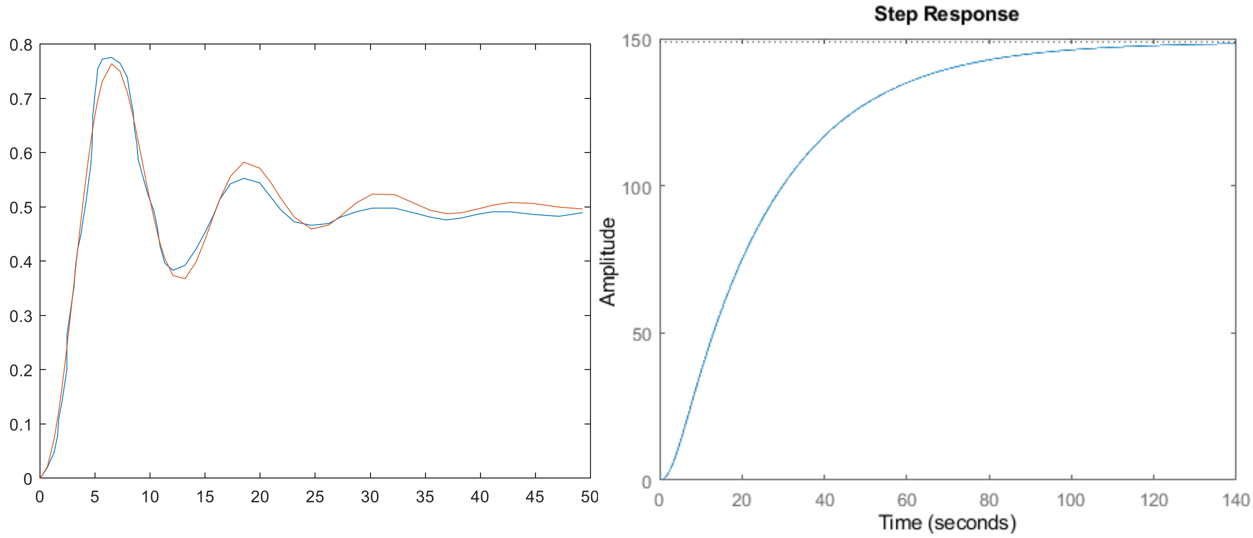


Figura 58. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Resultados obtenidos en el tercer escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Error de Par_3 con respecto a la planta:

$$ECM_3 = 4.6026$$

El error obtenido para la planta completa en este escalón es más reducido que en los anteriores, invirtiéndose la calidad del ajuste. En este caso, se adapta mejor al tercer y cuarto escalón que a los dos primeros (Figura 59).

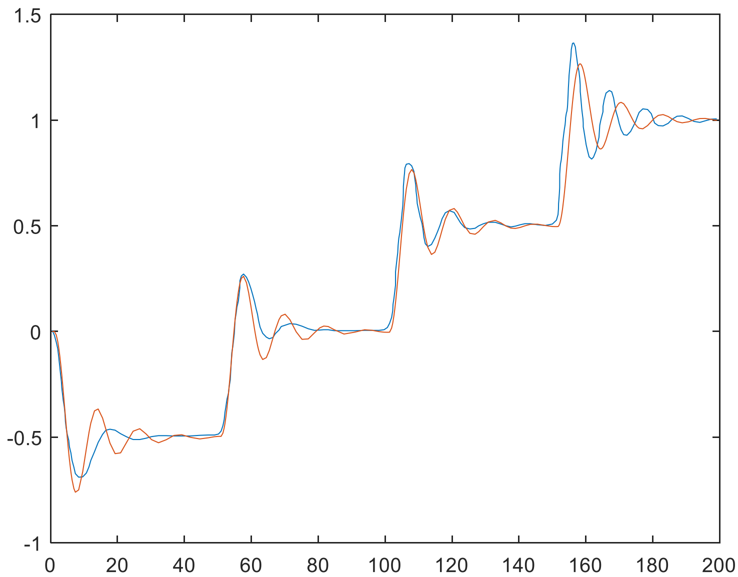


Figura 59. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Aplicación del par obtenido en el tercer escalón al sistema completo

Escalón 4:

El intervalo de puntos correspondiente a los datos de aprendizaje del cuarto escalón es (178:281).

Par óptimo obtenido:

$$Par_4 = [2.4858, 0.4346, 0.1832, 0.1568, 0.1782]$$

Error de Par_4 respecto al escalón 4:

$$ECM_{esc4} = 0.1499$$

Función de transferencia del modelo evaluando el cuarto escalón:

$$G_{modelo4} = \frac{2.486s + 1.08}{s^3 + 0.5182s^2 + 008931s + 0.005119}$$

Una vez más, la respuesta ante escalón es estable y rápida, y el ajuste de la curva adecuado como se puede apreciar en la Figura 60.

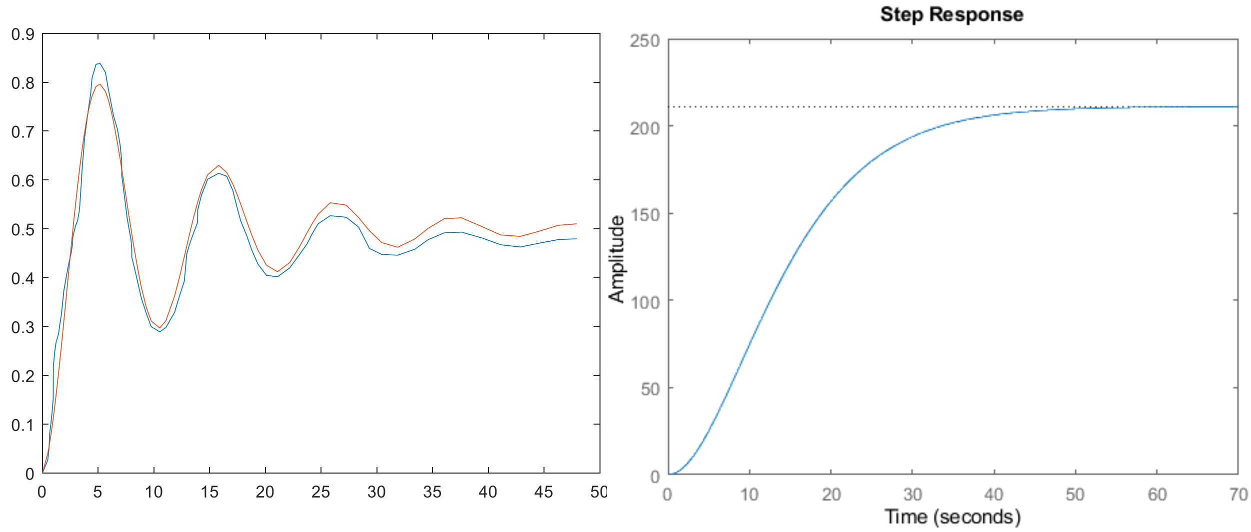


Figura 60. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Resultados obtenidos en el cuarto escalón en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

Error de Par_4 con respecto a la planta:

$$ECM_4 = 3.8835$$

En la Figura 61 queda representada la aplicación de Par_4 al sistema completo. Como era de esperar, el mejor ajuste se consigue en el escalón número 4, descendiendo la calidad del mismo en los escalones inferiores.

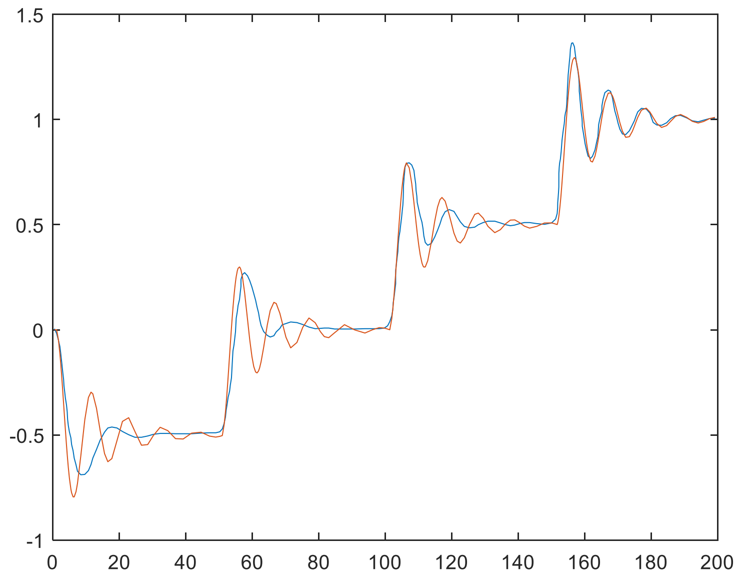


Figura 61. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Aplicación del par obtenido en el tercer escalón al sistema completo

En cada uno de los escalones del sistema con 1 cero y 3 polos, el error mejora con respecto al ensayado con 1 cero y 2 polos y el tiempo de respuesta ante escalón unitario es similar. En cuanto a la validación del sistema completo con los modelos obtenidos en cada escalón, se vuelve a demostrar que no se ajusta de manera adecuada.

3.5.4.2 Aproximación modelo completo

Se tratará de inferir una estructura de 1 cero y 3 polos para el sistema completo.

Par óptimo obtenido:

$$Par = [3.1617, 0.7072, 0.3611, -0.0382, 0.8699]$$

Error del par con respecto al sistema:

$$ECM = 2.3139$$

Función de transferencia del modelo completo:

$$G_{modelo} = \frac{3.162s + 2.236}{s^3 + 1.193s^2 + 0.2671s - 0.01199}$$

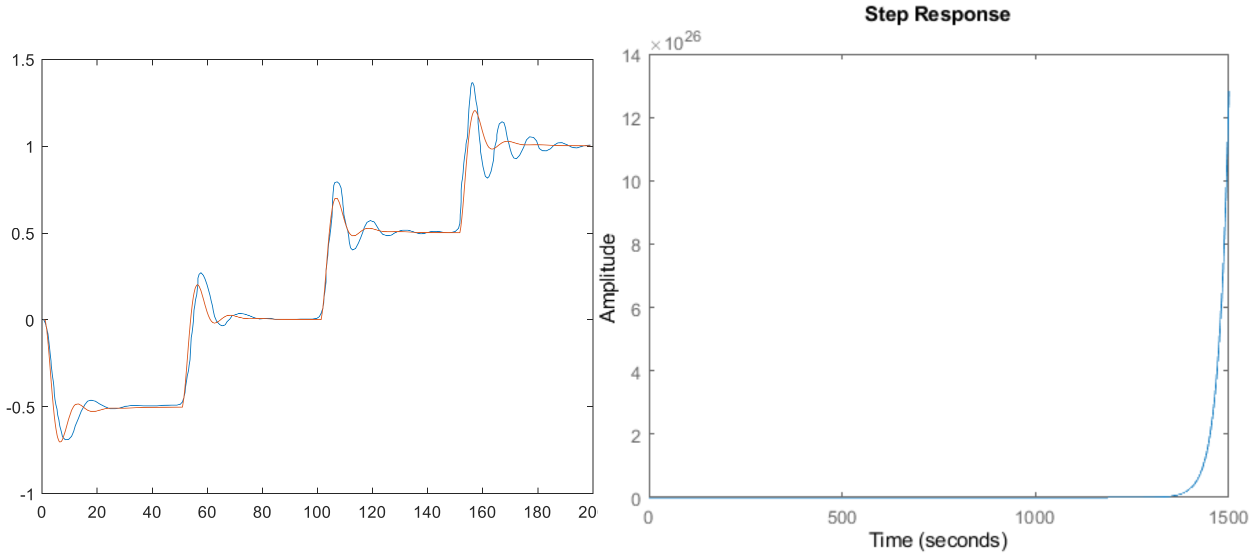


Figura 62. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Resultados obtenidos en el sistema completo en (a) sistema controlado y (b) respuesta ante escalón unitario

De nuevo, al identificar la función de transferencia del modelo, la respuesta ante escalón unitario resulta inestable (Figura 62.b). Al comparar la salida obtenida y la deseada, se advierte en la Figura 62.a que no se ajustan en los últimos escalones al igual que ha ocurrido en todas las pruebas donde se intenta inferir el modelo de la planta en el sistema completo. Estos dos motivos, prueban que el modelo de la planta es definitivamente no lineal y no es coherente seguir probando esta aproximación.

3.5.4.3 Aproximación multimodelo

Finalmente, se volverán a tomar los modelos obtenidos para cada escalón como modelos locales particularizados en función de la referencia de salida:

$$G_{modelo1} = \frac{0.9708s + 1.369}{s^3 + 1.326s^2 + 0.3497s + 0.00304}, ref = -0.5$$

$$G_{modelo2} = \frac{0.9205s + 1.106}{s^3 + 1.119s^2 + 0.2534s + 0.008872}, ref = 0$$

$$G_{modelo3} = \frac{0.4938s + 2.133}{s^3 + 1.211s^2 + 0.3905s + 0.01434}, ref = 0.5$$

$$G_{modelo4} = \frac{2.486s + 1.08}{s^3 + 0.5182s^2 + 008931s + 0.005119}, ref = 1$$

El ECM medio de todos los modelos es el siguiente:

$$ECM_{medio} = 0.0668$$

La representación de los sistemas locales integrados con la curva deseada en la Figura 63 se ajustan de manera adecuada. Además, el error ha disminuido con respecto al sistema de 1 cero y 2 polos.

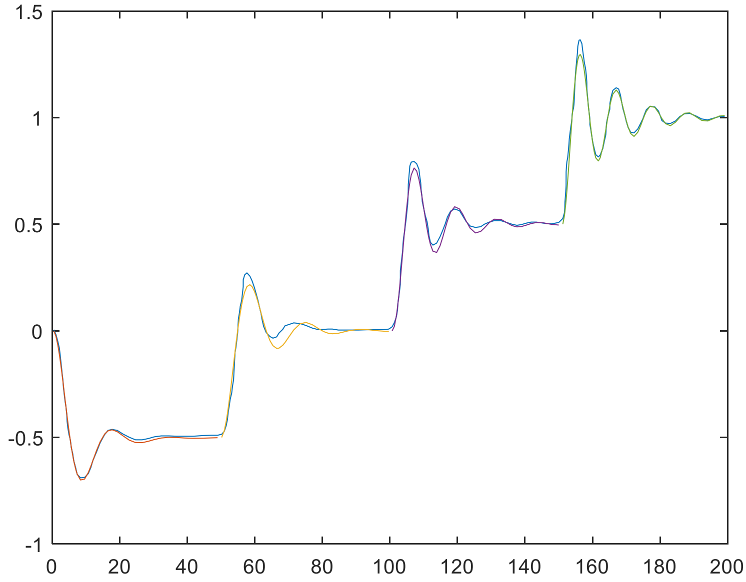


Figura 63. Modelo de caja gris y sistema de 1 cero y 3 polos. Resultados obtenidos en el sistema multimodelo

Si se comparan las tres estructuras multimodelo evaluadas (orden configurable en modelo de caja negra, 1 cero y 2 polos y 1 cero y 3 polos en modelos de caja gris), la que presenta un ECM_{medio} más reducido es la primera de ellas. El motivo de ello es que el sistema de orden configurable tiene mayor orden que las estructuras analizadas en los modelos de caja gris. En este tipo de modelos, no se han añadido más ceros y polos porque el tiempo de computación aumentaba considerablemente cada vez que se modificaba la estructura. Igualmente, si se hubieran elegido modelos con un orden muy elevado, el ECM sería menor, aunque no en una magnitud tan relevante como la tardanza en el cálculo de los pares adecuados.

Por estos motivos, en el siguiente capítulo se utilizarán las herramientas que proporciona MatLab para la identificación de sistemas, con el objetivo principal de disminuir el tiempo de computación y de mejorar el ajuste de los resultados obtenidos.

4 IDENTIFICACIÓN EN BUCLE CERRADO MEDIANTE EL TOOLBOX DE MATLAB

Solo se progresa cuando se piensa que se puede hacer algo más.

- Guillermo Marconi -

LA computación del algoritmo desarrollado de manera manual ha resultado ser muy lenta y los resultados no se han ajustado exactamente a los deseados. Por esta razón se ha decidido dejar el primer método de identificación a un lado.

Siguiendo con la búsqueda de un modelo dinámico adecuado, en este capítulo se utilizará el System Identification Toolbox que ofrece MatLab. Esta herramienta proporciona funciones de MatLab, bloques de Simulink y una aplicación para crear modelos matemáticos de sistemas dinámicos basados en datos medidos de entrada-salida. Permite crear y utilizar modelos de sistemas dinámicos que no se pueden modelar fácilmente a partir de especificaciones o principios básicos. Puede utilizar datos de entrada y salida del dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia para identificar funciones de transferencia de tiempo continuo y tiempo discreto, modelos de procesos y modelos de espacio de estados.

La caja de herramientas proporciona técnicas de identificación tales como máxima verosimilitud, minimización de errores de predicción (PEM) e identificación de sistemas subespaciales. Para representar la dinámica de un sistema no lineal, puede estimar los modelos de Hammerstein-Wiener y los modelos ARX no lineales con no linealidades de redes sigmoideas, redes Wavelet y particiones en árbol. El Toolbox también realiza la identificación de sistemas de caja gris para estimar los parámetros de un modelo definido por el usuario. Puede utilizar el modelo identificado para la predicción de la respuesta del sistema y el modelado de planta en Simulink. También soporta el modelado de datos de series temporales y la predicción de series temporales.

El toolbox de identificación de matlab (SITB) se publicó por primera vez en 1988. Desde entonces ha estado en continuo desarrollo hasta alcanzar su versión actual, la 9.14 que salió con la versión 2021a de matlab. Se ha informado de varios hitos en los Simposios SYSID de la IFAC [83]–[92]. Los cambios producidos a lo largo de los años han conducido a una mejor apreciación de la identificación de sistemas en la comunidad general de sistemas y control.

En el manual del usuario [93] se pueden encontrar las diversas aplicaciones y modos de identificación disponibles en el Toolbox de MatLab. El software System Identification Toolbox estima los parámetros del modelo minimizando el error entre la salida del modelo y la respuesta medida. Para determinar la función de transferencia, la caja de herramientas utiliza la diferencia entre la salida del modelo y la salida medida. El criterio de minimización es una norma ponderada del error de predicción, y los algoritmos de estimación ajustan los parámetros de la estructura del modelo de forma que la norma de este error sea lo más pequeña posible. A su vez, se puede configurar el algoritmo de estimación mediante la modificación del criterio de minimización para centrar la estimación en un rango deseado y especificando las opciones de optimización para los algoritmos de estimación iterativos.

Mediante esta herramienta, se tratará de inferir el modelo dinámico en bucle cerrado utilizando de nuevo modelos de caja negra y caja gris, y se compararán con los resultados obtenidos previamente a través del algoritmo diseñado de manera manual.

4.1 Remuestreo uniforme de los datos experimentales

La herramienta de identificación trabaja con datos uniformemente muestreados ya sea en el dominio del tiempo o el dominio de la frecuencia. Al haber tomado los datos de manera manual a partir de una imagen, no están distribuidos de manera equidistante en el tiempo. Es debido a este obstáculo que se necesita realizar una interpolación de los datos experimentales para que queden distribuidos uniformemente en el tiempo y así poder utilizar satisfactoriamente la herramienta de identificación de sistemas que proporciona MatLab.

Para la interpolación se utiliza el comando `resample` que remuestrea datos uniformes o no uniformes a una nueva tasa fija especificando el método de interpolación junto con cualquiera de los argumentos de las sintaxis anteriores de este grupo. El método elegido es el de interpolación cúbica a trozos que preserva la forma de la curva. En la Figura 64 se puede apreciar que la curva uniformemente muestreada resultado de la interpolación es exactamente igual a la de datos experimentales no uniformes en el tiempo.

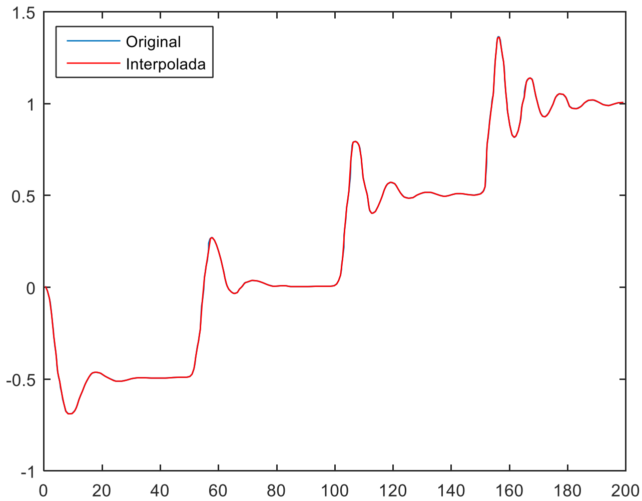


Figura 64. Curva resultante de la interpolación.

4.2 Modelos de Caja Negra

Para los modelos de caja negra se ha utilizado la aplicación de identificación de sistemas que proporciona MatLab. Esta app realiza la estimación de modelos lineales y no lineales de manera interactiva importando datos de entrada-salida medidos del dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia (Figura 65). Estas estructuras de modelos varían en complejidad dependiendo de la flexibilidad que se necesite para tener en cuenta la dinámica y el ruido de su sistema. Se puede elegir una estructura, configurar el orden del modelo y calcular sus parámetros para que se ajusten a los datos de respuesta medidos.

Los datos pueden preprocesarse realizando operaciones tales como la eliminación de tendencias, filtrado, remuestreo y reconstrucción de datos ausentes. A la hora de estimar y validar el sistema, se comparan los modelos identificados, analizando sus propiedades, calculando sus límites y validando con respecto al conjunto de datos de prueba. Tras la validación, si las estructuras de modelo simples no producen buenos resultados, se pueden seleccionar estructuras de modelo más complejas: especificando un orden de modelo superior para la misma estructura de modelo lineal, modelando explícitamente el ruido o utilizando una estructura de modelo no lineal. Finalmente, la estructura seleccionada será la más simple que proporcione el mejor ajuste a los datos medidos.

A la hora de inferir el modelo dinámico, se ha hecho uso de diversas estructuras para tratar de buscar la que más se acerque al resultado deseado.

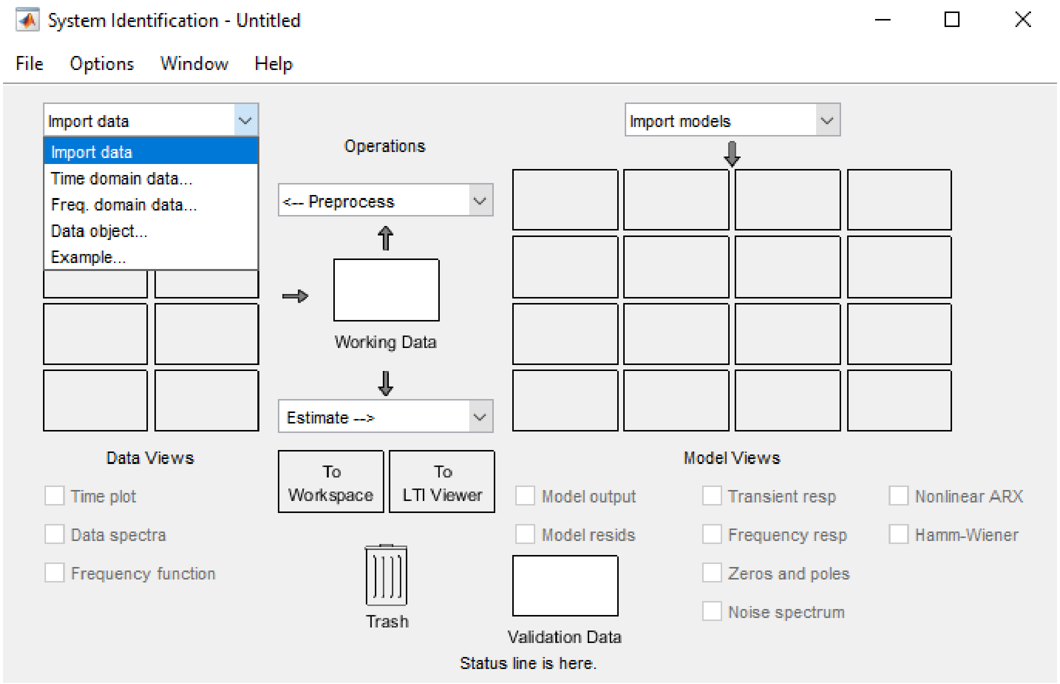


Figura 65. Interfaz de la System Identification App

4.2.1 Modelos ARX

La primera estructura elegida es la ARX. El orden de la misma será elegido por la aplicación entre un rango (Figura 66.a). Una vez estimamos el modelo, la aplicación recomienda los pares óptimos (Figura 66.b). Los tres pares recomendados son:

- Verde: *ARX690,* 6 polos y 9 ceros
- Azul: *ARX14130, 14* polos y 13 ceros
- Rojo: *ARX1515,* 15 polos y 15 ceros

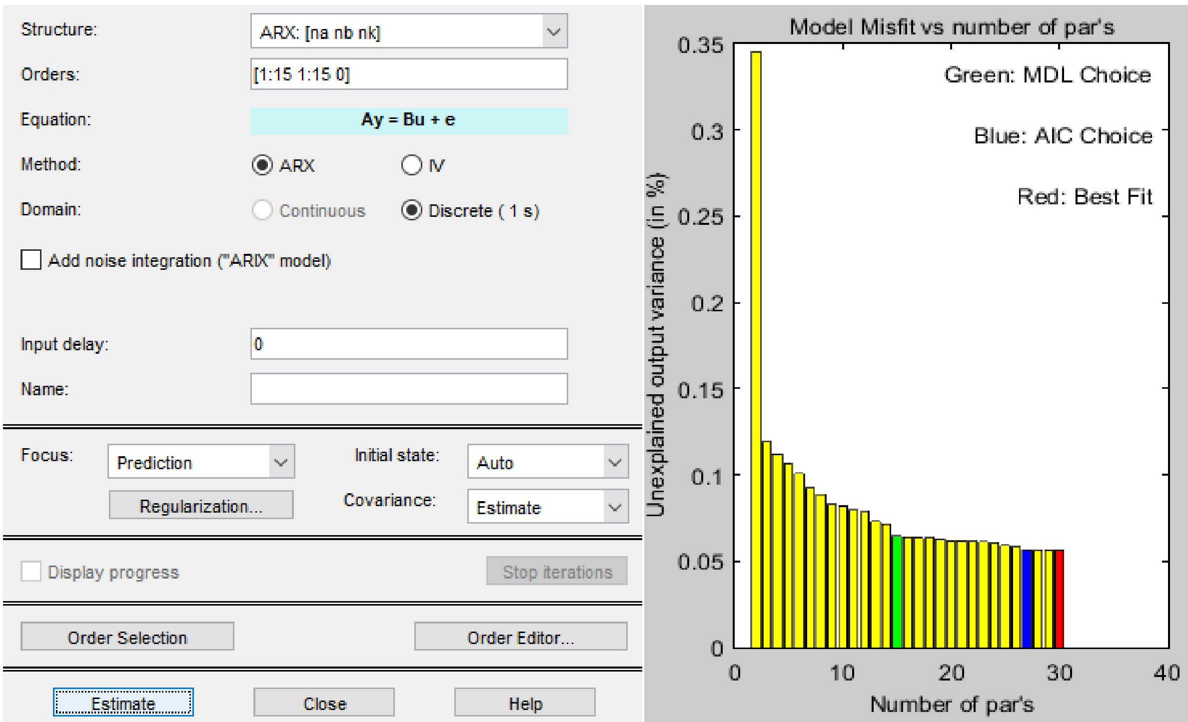


Figura 66. Selección de estructura ARX (a) panel de selección de pares a estimar y (b) pares recomendados

Probando las diferentes configuraciones, se han encontrado otras que también presentan un máximo de precisión:

- *ARX12130,* 12 polos y 13 ceros
- *ARX13130,* 13 polos y 13 ceros

Las gráficas de estas estructuras con respecto a la deseada están representadas en la Figura 67 y se percibe que la curva se ajusta en todos los escalones, logrando una precisión máxima del 89.95%. Visualmente, se ajusta mejor a los escalones intermedios que al primero y al último.

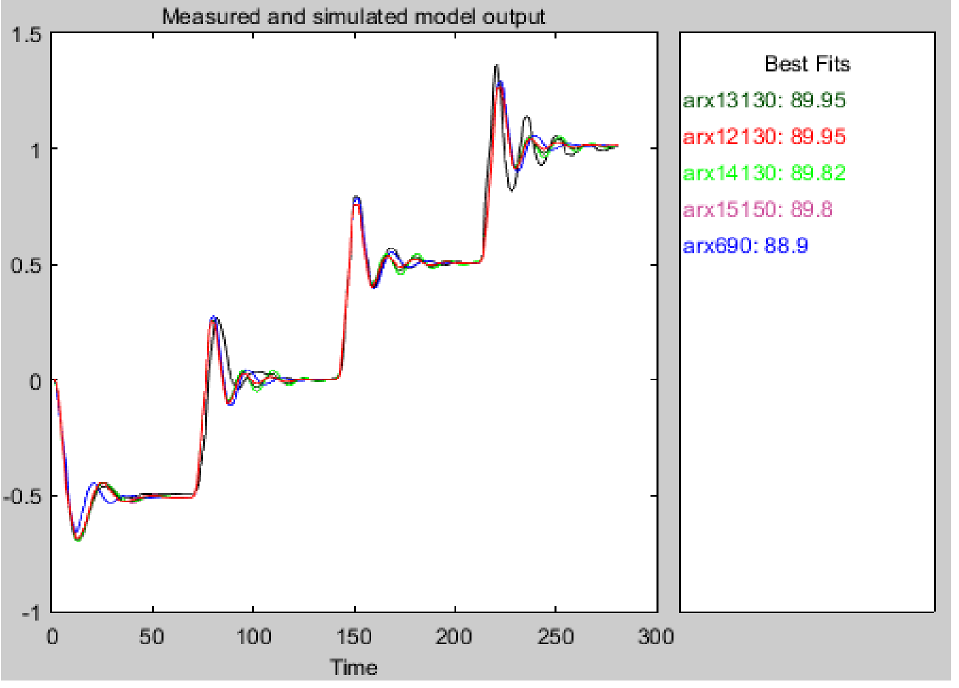


Figura 67. Comparación de las estructuras de modelos ARX con la deseada

4.2.2 Modelos de espacios de estado

Se pasa a estimar la estructura a partir de modelos de espacios de estado. De nuevo se le indica a la aplicación la búsqueda del mejor modelo en un rango de 15 (Figura 68.a) y sugiere que es el de orden 7 (Figura 68.b).

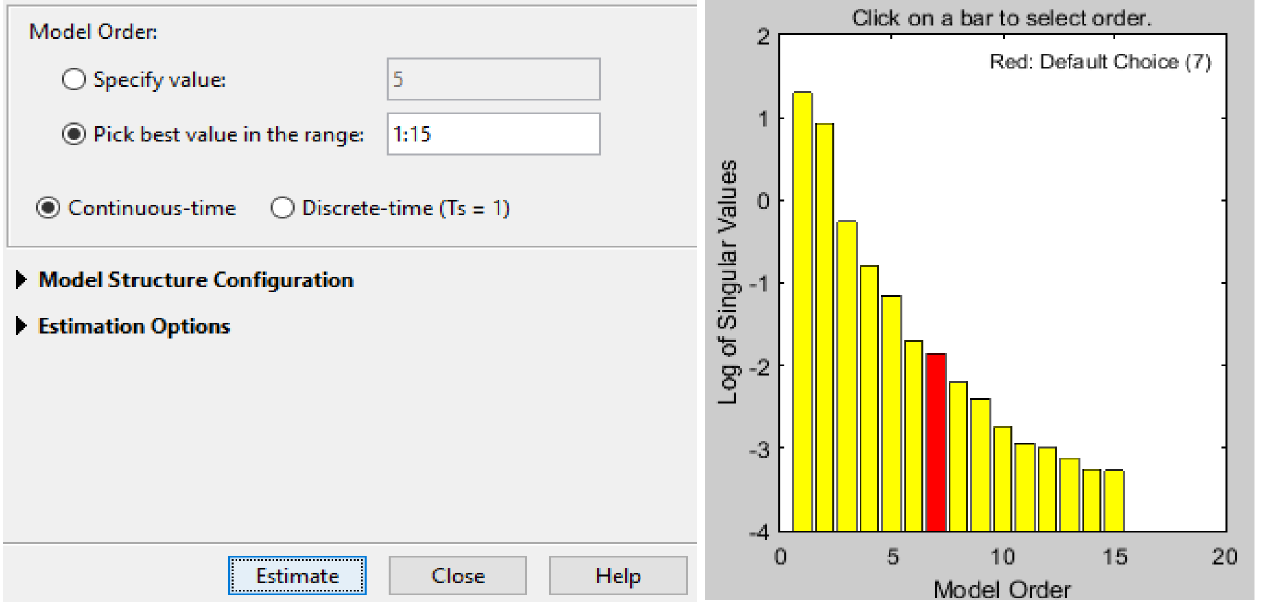


Figura 68. Selección de estructura de espacios de estado (a) panel de selección del orden a estimar y (b) orden recomendado

Como se puede ver en la Figura 69, el sistema de orden 7 adquiere un ajuste del 82.67%; sin embargo, probando otros órdenes, los sistemas de orden 11, 13 y 15 superan en precisión al que nos sugiere la aplicación, llegando a un ajuste máximo del 90.03%. La gráfica se ajusta adecuadamente a los cuatro escalones, aunque se observan mayores diferencias en el cuarto.

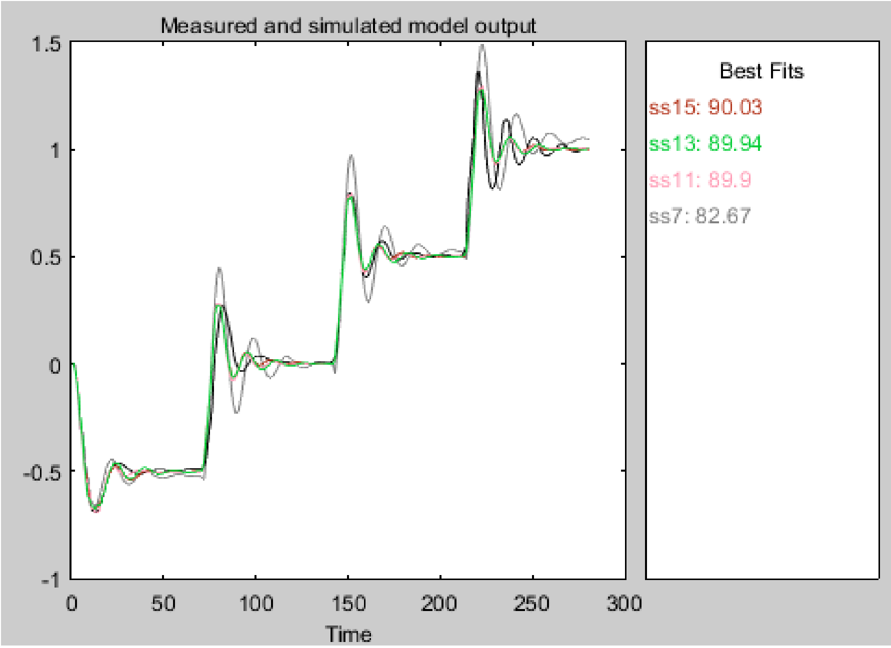


Figura 69. Comparación de las estructuras de modelos de espacios de estado con la deseada

4.2.3 Modelos de procesos

El siguiente tipo de modelo a estimar es el de procesos. La estructura se puede elegir configurando el número de polos que pueden ser reales o que el sistema pueda resultar subamortiguado (contiene polos complejos); también es posible añadir un cero, un retraso y/o un integrador (Figura 70).

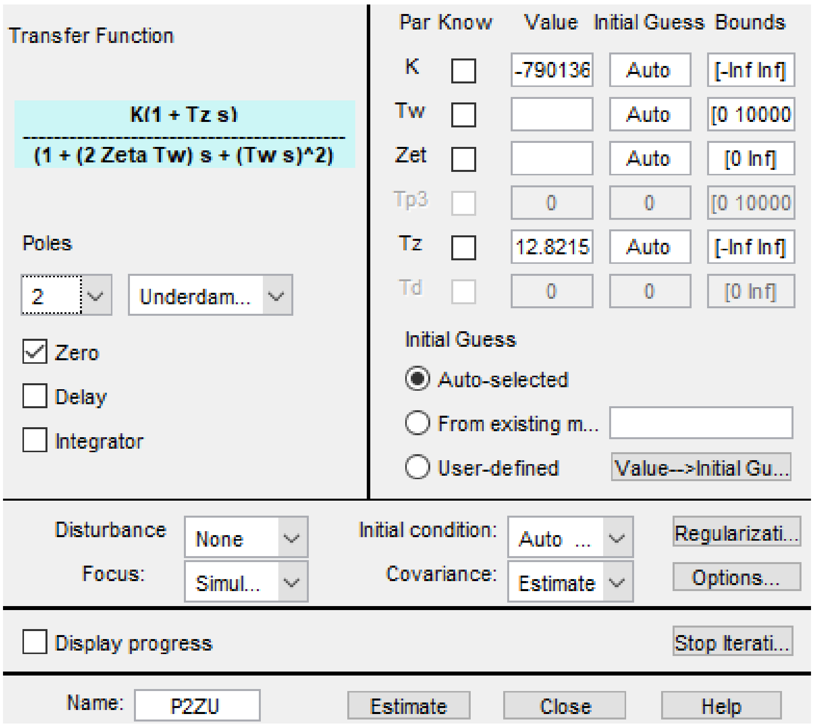


Figura 70. Panel de selección de la estructura del modelo de procesos

Tras probar diversas configuraciones, las que han presentado mejores resultados han sido:

- *P2U:* 2 polos (sistema subamortiguado).

- *P2DZU:* 2 polos (sistema subamortiguado), 1 cero y un retraso.
- *P3ZU:* 3 polos (sistema subamortiguado) y 1 cero.

Una vez más los modelos obtenidos delineados en la Figura 71 se ajustan en mayor o menor medida a todos los escalones y la precisión máxima obtenida es similar a los ensayos anteriores (89.18%).

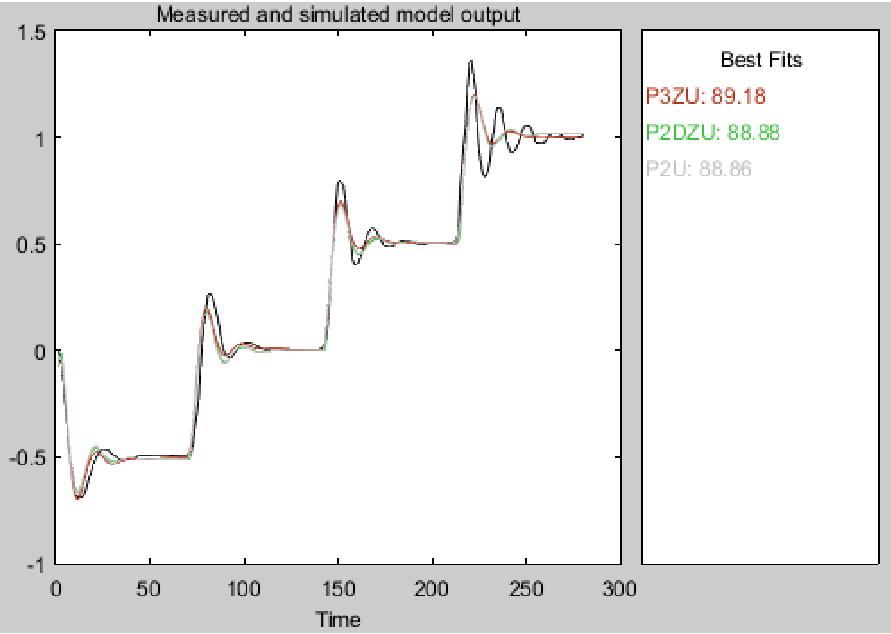


Figura 71. Comparación de las estructuras de modelos de procesos con la deseada

4.2.4 Modelos de funciones de transferencia

Las estructuras estimadas en esta simulación serán funciones de transferencia con polos y ceros elegidos por el usuario (Figura 72). No se han detectado resultados prometedores hasta que el modelo no cuenta con al menos dos polos, donde se comienza a ver un incremento notable de la eficiencia del modelo estimado. Se analizarán estructuras de dos polos en adelante.

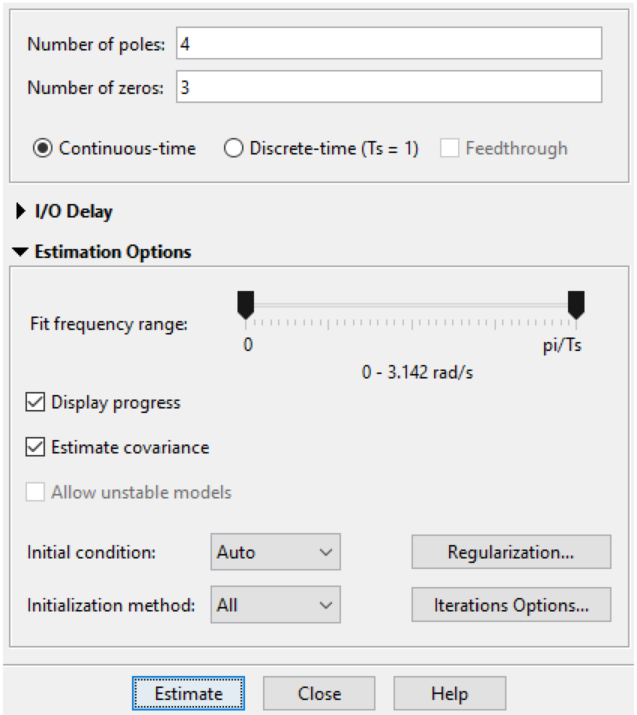


Figura 72. Panel de selección de la estructura del modelo de funciones de transferencia

Se han estimado modelos de entre dos y diez polos. Las configuraciones de cada número de polos con mayor porcentaje de eficiencia están dispuestas en la Tabla 5. Analizando la tabla, se percibe que a medida que se incrementa el número de ceros y polos la precisión aumenta, pero varía muy poco. Se llegan a niveles de casi el 90% de exactitud con la función deseada. A medida que se aumenta el orden de la función de transferencia se presenta un dilema: a mayor grado, mayor complejidad de la función, cuestión que no interesa a nivel computacional y algebraico. La elección del modelo final deberá encontrar un equilibrio entre un orden reducido y un mínimo de eficiencia.

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA	Nº POLOS	Nº CEROS	AJUSTE
TF_2_0	2	0	88.86%
TF_3_2	3	2	89.18%
TF_4_4	4	4	89.52%
TF_5_1	5	1	89.39%
TF_6_2	6	2	89.64%
TF_7_2	7	2	89.61%
TF_8_4	8	4	89.72%
TF_9_6	9	6	89.70%
TF_10_6	10	6	89.71%

Tabla 5. Ceros, polos y eficiencia tras estimar modelos de función de transferencia

En la Figura 73 se pueden distinguir las funciones de transferencia estimadas para cada par de polos y ceros óptimo. El máximo ajuste se consigue en la configuracióne de 8 polos y 4 ceros; sin embargo, si se quiere trabajar con una estructura con un orden menor, una estructura adecuada sería la de 6 polos y 2 ceros o la de 4 polos y 4 ceros.

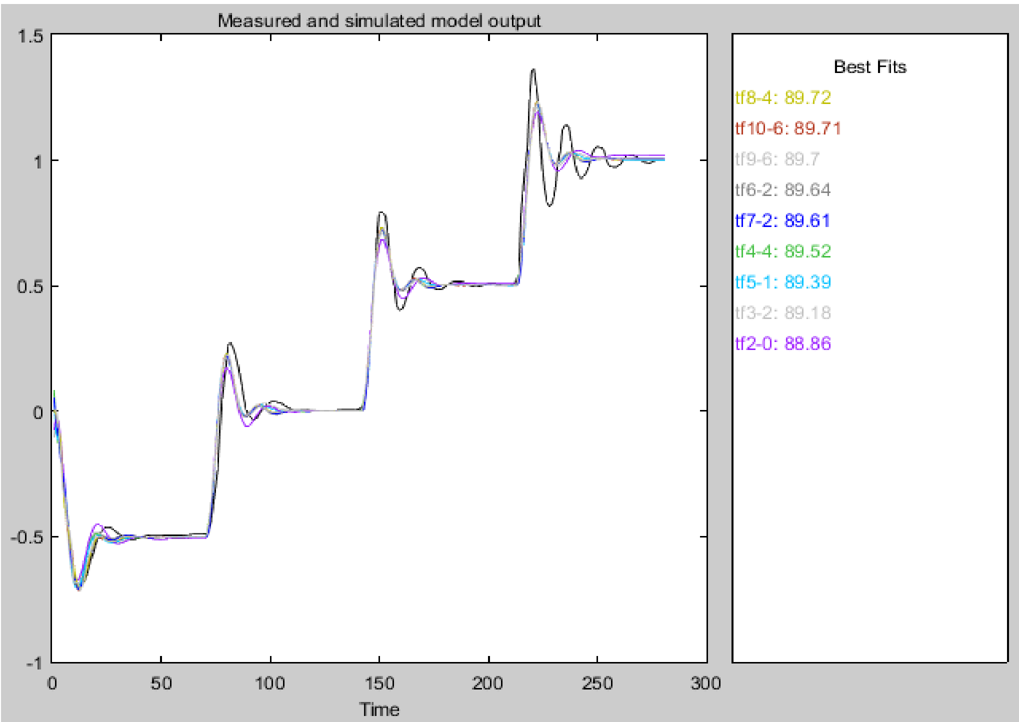


Figura 73. Curvas resultantes tras estimar a partir de modelos de funciones de transferencia.

4.2.5 Modelos no lineales

Todos los experimentos realizados con anterioridad poseen una estructura lineal y, tras probar diversas estructuras y modelos se han conseguido resultados satisfactorios; sin embargo, como recurso final, se tratará de inferir el modelo dinámico a partir de datos SISO (single input-single output) y estructuras no lineales utilizando dos tipos de modelo diferentes, los modelos ARX no lineales y los modelos de Hammerstein-Wiener. Estos modelos son impredecibles y más complicados de identificar.

4.2.5.1 Modelos ARX no lineales

Este modelo está compuesto por regresores y un estimador de no linealidad. Al abrir la pestaña de configuración (Figura 74), se modifican campos para estimar modelos ARX no lineales con diversas estructuras. En la sección de los regresores, el canal de entrada mantendrá el retraso en cero y el de salida en uno. Se irán seleccionando el número de términos en los canales de entrada y de salida a medida que avanzan las estimaciones, utilizando desde ningún término hasta cuatro de ellos. La salida del modelo está relacionada con la entrada a través de una ecuación autorregresiva no lineal. Las propiedades del modelo también pueden ser alteradas en otra pestaña, donde se elegirá el tipo de no linealidad y sus propiedades. La no linealidad elegida son las redes Wavelet y el número de unidades en el bloque no lineal se elige de manera automática durante el proceso de estimación. Al estimar un modelo ARX no lineal, el software calcula los valores de los parámetros del modelo y el ajuste (%) es el error cuadrático medio entre los datos medidos y los simulados del modelo.

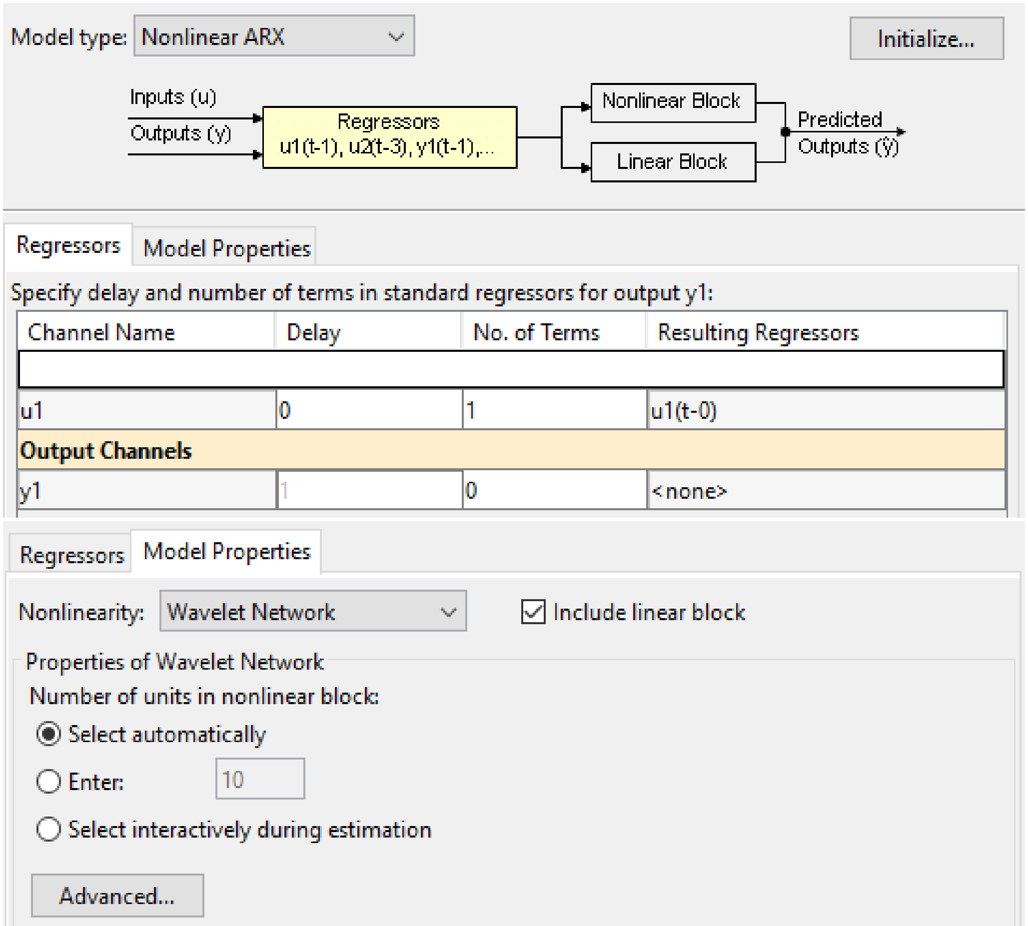


Figura 74. Panel de configuración de los modelos ARX no lineales (a) selección de regresores y (b) selección de propiedades

Una vez estimados diversos modelos variando sus configuraciones, se representan en la Tabla 6 las mayores eficiencias obtenidas en función de la elección de los regresores. Tras estudiar la tabla, se puede observar que las configuraciones con ningún regresor en la salida son las más exactas a los datos deseados. La precisión máxima (98.21%) se produce con tres a la entrada y ninguno a la salida.

MODELOS ARX	NA	NB	AJUSTE
ARX_0_1	0	1	97.63%
ARX_1_1	1	1	68.34%
ARX_0_2	0	2	97.77%
ARX_1_2	1	2	68.34%
ARX_3_2	3	2	69.33%
ARX_0_3	0	3	98.21%
ARX_1_3	1	3	70.46%
ARX_3_3	3	3	69.33%
ARX_0_4	0	4	97.58%

Tabla 6. Regresores y eficiencia tras estimar modelos ARX no lineales

En la Figura 75 se pueden ver las distintas curvas estimadas y la diferencia de ajuste entre los datos iniciales y los estimados. Destaca la precisión de las curvas pertenecientes a la Figura 75.b, logrando precisiones que supertan el 95%.

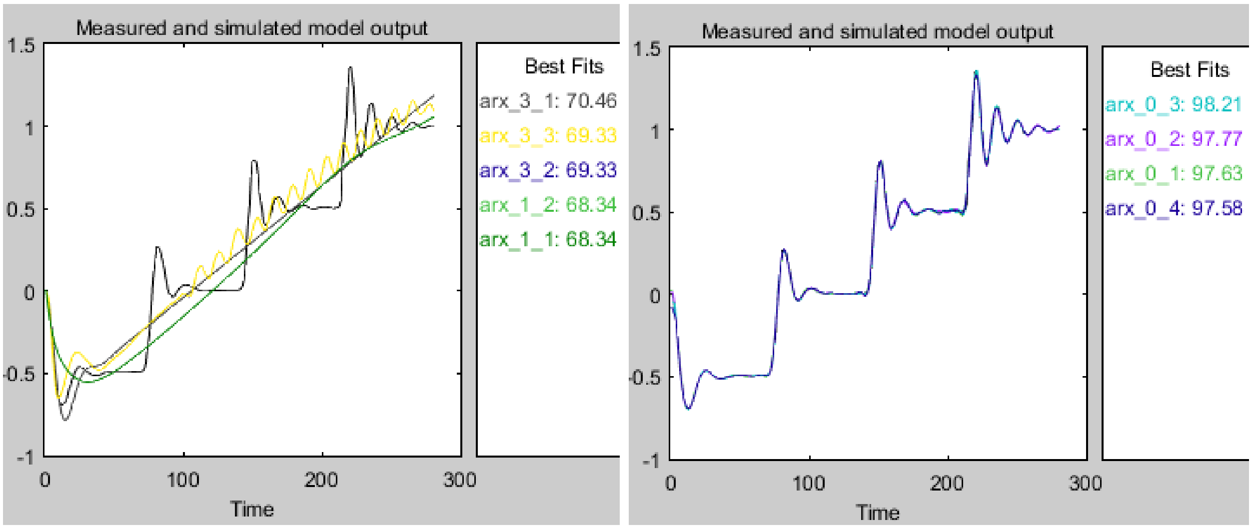


Figura 75. Curvas resultantes tras estimar a partir de modelos ARX no lineales.

4.2.5.2 Modelos de Hammerstein-Wiener

Los modelos de Hammerstein-Wiener son la otra opción de estimación no lineal que ofrece la aplicación de MatLab de identificación de sistemas. El modelo está compuesto por un bloque de entrada no lineal, un bloque lineal y otro bloque de salida no lineal.

Al seleccionar este tipo de modelos, en la interfaz (Figura 76) se abre una pestaña donde se configuran las no linealidades: el tipo de no linealidad será lineal a trozos y el número de unidades para el estimador de no linealidad irá variando entre 5, 10 o 15 puntos de ruptura (seleccionados por el usuario) en la función lineal a trozos para los canales de entrada y salida. En cuanto al bloque lineal, se deberá indicar el orden del modelo indicando el número de ceros y polos del sistema. Tanto los polos como los ceros irán variando entre 0 y 4 dependiendo de la estructura del modelo, y el retraso se mantendrá siempre en 0.

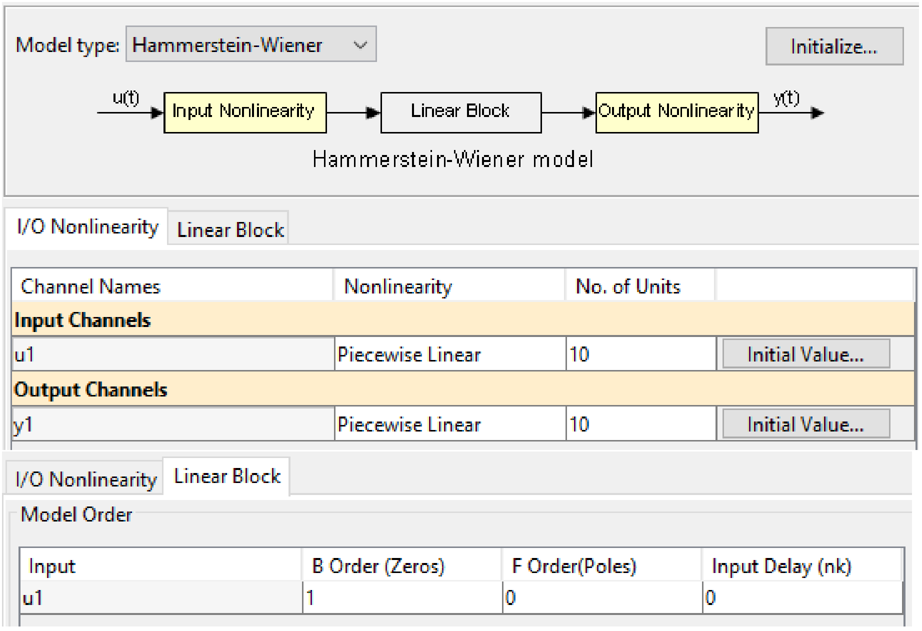


Figura 76. Panel de configuración de los modelos H-W. Selección de bloques no lineales y lineal

La estimación simula el modelo utilizando datos de validación de entrada como entrada al modelo y traza la salida simulada sobre los datos de validación de salida. El área de mejor ajuste muestra la concordancia entre la salida del modelo y la salida de los datos de validación. Tras probar diferentes estructuras con sus respectivas estimaciones, se distribuyen en la Tabla 7 la que ha obtenido el mayor ajute en cada configuración y se han omitido las que no han alcanzado el 80%. La eficiencia máxima se consigue en la estructura conformada por 4 polos, 2 ceros y 15 puntos de ruptura, con un 97.02% de precisión.

MODELOS H-W	NA	NB	PTOS RUPTURA	AJUSTE
HW_0_1	0	1	5	80.52%
HW_1_1	1	1	10	81.93%
HW_0_2	0	2	10	84.24%
HW_2_2	2	2	10	95.65%
HW_2_3	2	3	15	91.73%
HW_3_3	3	3	5	85.92%
HW_3_2	3	2	5	91.8%
HW_0_4	0	4	10	80.37%
HW_1_4	1	4	5	85.41%
HW_4_4	4	4	15	92.6%
HW_4_3	4	3	10	85.59%
HW_4_2	4	2	15	97.02%
HW_4_1	4	1	10	88.83%

Tabla 7. Ceros, polos, eficiencia y unidades tras estimar modelos de Hammerstein-Wiener

Las curvas de los modelos estimados se presentan en la Figura 77:

- *Eficiencias entre el 80-85%:* Están representadas en la Figura 77.a Se muestran modelos que se ajustan a los escalones, pero no a la gráfica deseada. Aparecen picos y curvas incoherentes.
- *Eficiencias entre el 85-90%:* Las incoherencias mencionadas en el punto anterior se ven reducidas de manera significativa, aunque todavía se pueden apreciar en la Figura 77.b algunas oscilaciones y mínimos/máximos repentinos.
- *Eficiencias entre el 90-95%:* Estos modelos cada vez se asemejan más a la gráfica deseada (Figura 77.c), aunque no consiguen adaptarse a ella del todo.
- *Eficiencias superiores al 95%:* En la Figura 77.d aparecen las estructuras que han logrado un ajuste a los datos deseados casi exacto, logrando la estructura *hw_4_2* llegar a una eficiencia en el modelo superior al 97%.

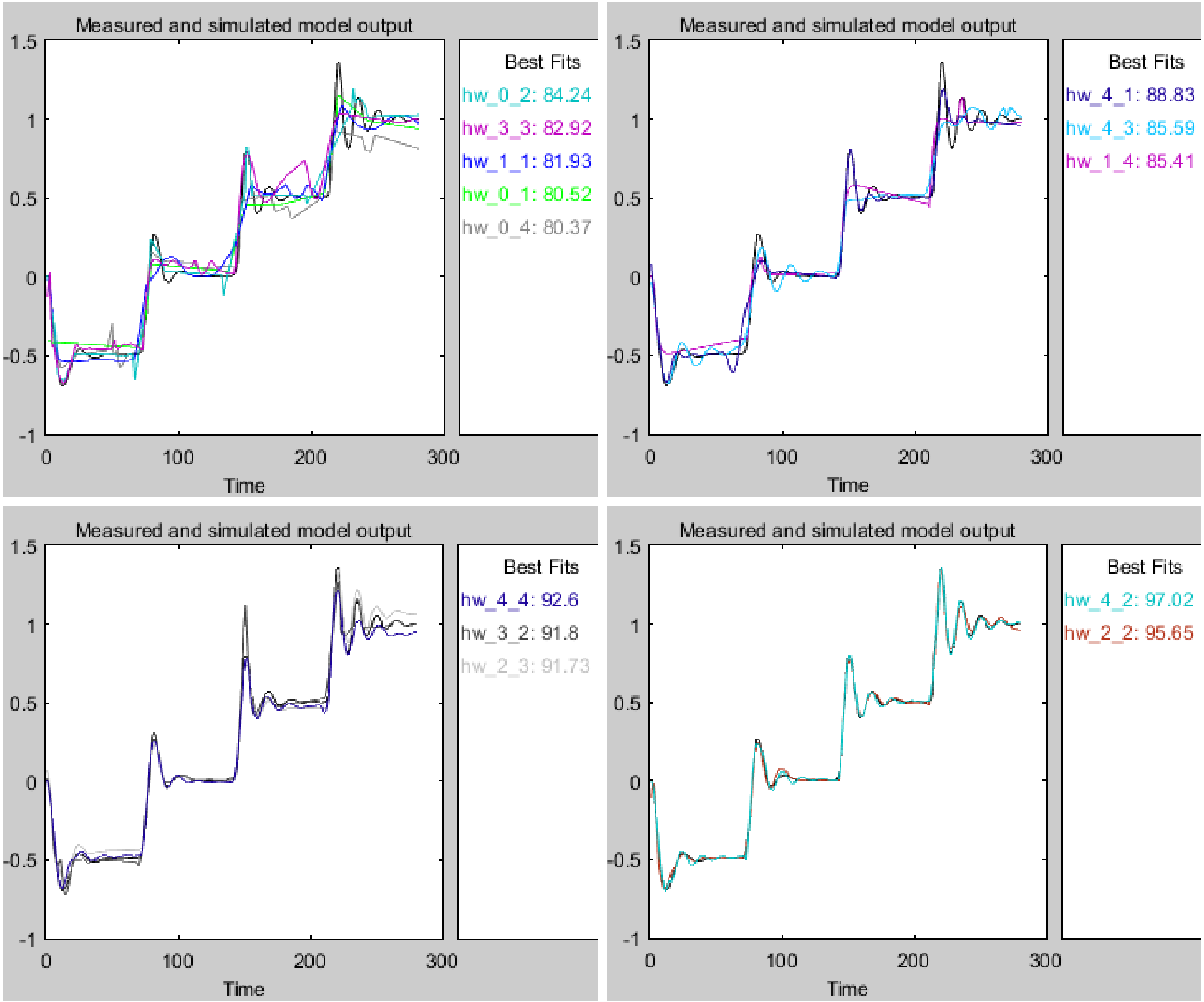


Figura 77. Curvas resultantes tras estimar a partir de modelos Hammerstein-Wiener.

Los resultados conseguidos con los modelos de caja negra han sido satisfactorios. La aplicación de identificación de sistemas que proporciona MatLab es eficaz y la computación mucho más rápida que cuando se ha trabajado con el algoritmo diseñado en el capítulo 3. Resulta lógico que los modelos ARX, de procesos, de espacios de estado y de funciones de transferencia hayan proporcionado resultados similares a los obtenidos al aplicar el algoritmo diseñado en el capítulo anterior, ya que son los de estructura más simple. Sin embargo, los modelos no lineales han logrado llegar a precisiones quen han superado el 95% de ajuste entre el modelo inicial y el resultante tras la estimación, siendo estos últimos modelos los más complejos.

En el siguiente punto, se realizarán experimentos a partir de modelos de caja gris. Esta vez sin contar con la aplicación de identificación, aunque sí utilizando las funciones que proporciona la caja de herramientas de identificación de sistemas que posee MatLab.

4.3 Modelos de Caja Gris

Al estimar modelos de caja gris, se ha hecho uso de las funciones que proporciona el Toolbox de identificación de sistemas. Estas funciones simplifican tanto el algoritmo utilizado en el Capítulo 3 como el tiempo de computación necesario para obtener un modelo apto. Como ya se ha comentado, en los modelos de caja gris se conoce la estructura del modelo, pero no los valores de sus parámetros.

Se pueden estimar modelos lineales de tiempo continuo y discreto para ecuaciones arbitrarias diferenciales ordinarias o en diferencias utilizando datos en el dominio del tiempo de salida única y salida múltiple, o datos de series temporales (solo de salida). Las ecuaciones deben estar representadas en el espacio de estados, utilizando variables de estado para describir el sistema como un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, en lugar de una o varias ecuaciones de n-ésimo orden. Esta representación describe el comportamiento del sistema dinámico de manera compacta y sencilla de modelar; está compuesto por un conjunto de entradas, salidas y variables de estado relacionadas entre sí a través de ecuaciones diferenciales matriciales en el dominio del tiempo.

El primer paso en el modelado de caja gris es escribir una función que devuelva las matrices de espacio de estado como una función de los parámetros definidos por el usuario y la información sobre el modelo. El formato de esta función es el siguiente:

```
[Abc,Bbc,Cbc,Dbc]=MdlParam(par,Ts,n)
```

Los argumentos de salida son las matrices del espacio de estados y `MdlParam` el nombre del archivo; los argumentos de entrada son los parámetros del modelo, *Ts* y *n*. Cada entrada puede ser un escalar, un vector o una matriz. Dentro de la función se escribe el contenido para parametrizar un modelo en tiempo continuo.

Los parámetros del algoritmo de caja gris son obtenidos a partir de los coeficientes de los polinomios numerador y denominador de la función de transferencia en BA de la estructura elegida. Se realizarán ensayos tomando como parámetros iniciales los obtenidos en los sistemas de segundo y orden configurable devueltos en los modelos de caja negra. Se comprobará la estabilidad del modelo inicial para que más adelante no aparezcan errores.

A continuación, se crean las EDO con el comando `idgrey`. Esta instrucción crea un modelo de caja gris con parámetros identificables. Gracias a la instrucción `iddata`, se crea un objeto de datos para encapsular los datos de entrada/salida y sus propiedades. Finalmente, se utiliza `greyest` para estimar el valor de los parámetros del modelo de caja gris.

4.3.1 Sistema inicial de segundo orden

Como modelo inicial, se toma la función de transferencia en BA devuelta por el algoritmo cuando el sistema a identificar tiene una estructura de segundo orden.

$$\text{del } G_{ini} = \frac{1.333}{s^2 + 1.981s + 1.211}$$

Se comprueba la estabilidad del sistema pasando los parámetros a variables de estado. Una vez que el sistema se demuestra estable, se crea el modelo de caja gris y se estima el modelo de planta final mostrado en la Figura 78.

La función de transferencia correspondiente al modelo final es la siguiente:

$$G_{gris} = \frac{[6.38s^2 - 7.47s + 44.64] \cdot 10^{17}}{s^6 + [80.9s^5 + 3.545s^4 + 7.988s^3 + 26.22s^2 + 11.47s - 0.05337] \cdot 10^{17}}$$

Error modelo:

$$ECM = 1.554$$

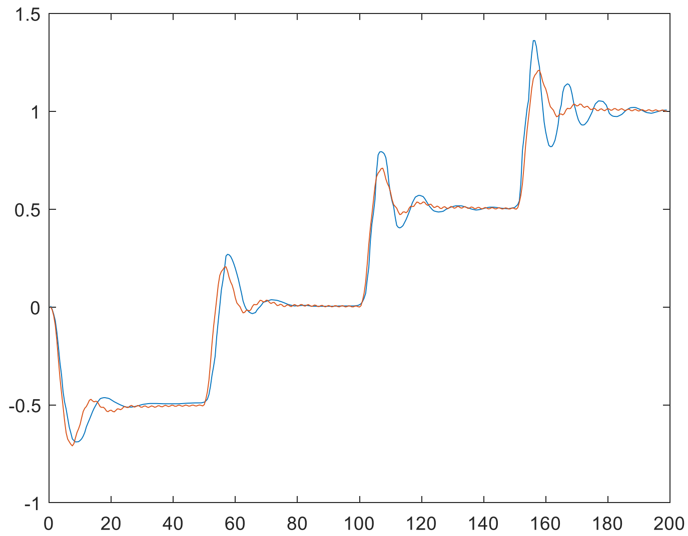


Figura 78. Identificación de caja gris utilizando el Toolbox. Sistema inicial de segundo orden

El ECM es menor que el obtenido en modelos de caja gris con el algoritmo desarrollado desde cero. De todas formas, la gráfica insinúa que el ajuste en cada escalón no es adecuado.

4.3.2 Sistema inicial de orden configurable

Se escoge la función de transferencia obtenida para la planta de un sistema de orden configurable como modelo inicial.

$$G_{ini} = \frac{1.395s^2 + 1.306s + 2.282}{s^3 + 7.98s^2 + 2.431s + 2.282}$$

El sistema es estable, se crea el modelo de caja gris y se calcula un modelo (Figura 79) utilizando el Toolbox cuya función de transferencia es la siguiente:

$$G_{gris} = \frac{[4.04s^3 + 5.149s^2 + 8.813s + 3.356] \cdot 10^{17}}{s^7 + [0.628s^6 + 2.032s^5 + 8.508s^4 + 6.245s^3 + 4.871s^2 + 0.7284s + 0.002092] \cdot 10^{17}}$$

Error del modelo:

$$ECM = 1.4731$$

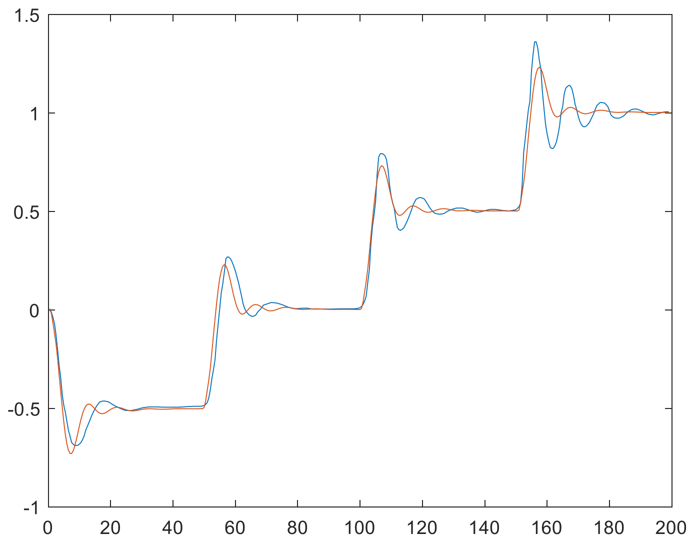


Figura 79. Identificación de caja gris utilizando el Toolbox. Sistema inicial de orden configurable

Tomando como modelo inicial un sistema de orden configurable, ha ocurrido lo mismo que en el apartado anterior, la gráfica no se ajusta a todos los escalones pese a la disminución del error frente a otros ensayos. La identificación de caja gris utilizando el Toolbox que proporciona MatLab ha arrojado resultados muy similares a los obtenidos utilizando el algoritmo diseñado en el Capítulo 3.

Este método a través de la herramienta de MatLab no ha resultado igual de satisfactorio que el de caja negra. Esto es debido a la condición de no linealidad que mantiene el sistema a identificar. Dos de los métodos de identificación de caja negra disponibles en el System Identification Toolbox son para sistemas no lineales y, como consecuencia, el ajuste en esos casos es muy exacto.

5 APLICACIÓN A UN SISTEMA DE TRES EYECTORES

La creatividad es la inteligencia divirtiéndose.

- Albert Einstein -

Se tiene un ciclo de refrigeración multieyector. Gracias a lo obtenido en los capítulos anteriores es posible determinar el tiempo que tarda en estabilizarse el ciclo cada vez que se produce un cambio de un eyector a otro. Este capítulo analizará la viabilidad de este MERS a partir de un histórico de temperaturas anual de un municipio sevillano, donde se analizarán los cambios de un eyector a otro en función de la temperatura exterior, tratando de determinar si en alguna situación se produciría una variación que no debiera.

5.1 El ciclo MERS

Las investigaciones sugieren que, para obtener el COP óptimo, la geometría del eyector deberá ser diferente para cada condición de funcionamiento [94]–[102]. A parte de utilizar eyectores de geometría variable frente a un sistema de un eyector fijo, también se puede adoptar un sistema multieyector.

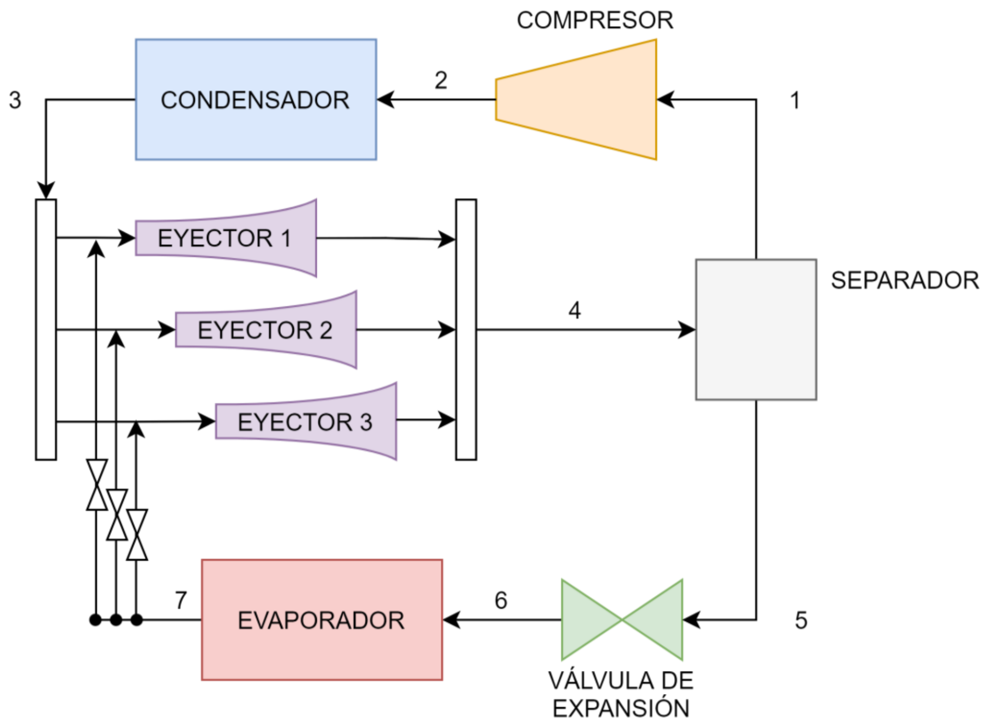


Figura 80. Diagrama del ciclo MERS

Un MERS utiliza eyectores conectados paralelamente entre sí, habilitando o deshabilitando cada uno de ellos para modificar la capacidad y el rendimiento del sistema. La literatura trata sistemas de tres y cuatro eyectores simples con geometrías optimizadas para aumentar el rendimiento en condiciones de funcionamiento flexibles, siendo un sistema de tres eyectores el que presenta una mayor eficiencia [103]. El diagrama de los componentes del MERS utilizado es el representado en la Figura 80.

5.2 Evaluación del rendimiento estacional

La geometría de cada uno de los tres eyectores perteneciente al sistema ha sido optimizada para el aumento de la eficiencia frente a condiciones de funcionamiento variables. Para cada generación y temperatura exterior, se optimiza el MERS basándose en el método de la dirección conjugada utilizando el sofware EES [95].

Una vez se tienen los tres eyectores con las geometrías óptimas, se simula el rendimiento de cada eyector frente a diferentes temperaturas exteriores y el rendimiento estacional del MERS en un clima cálido considerando el perfil anual de un municipio sevillano. Se observa en la Figura 81 que cada eyector presenta una curva de rendimiento que se ajusta a un rango determinado de temperaturas donde el punto de corte entre curva y curva deberá ser a la temperatura a la que se deberá cambiar de un eyector a otro para lograr un mayor COP del sistema.

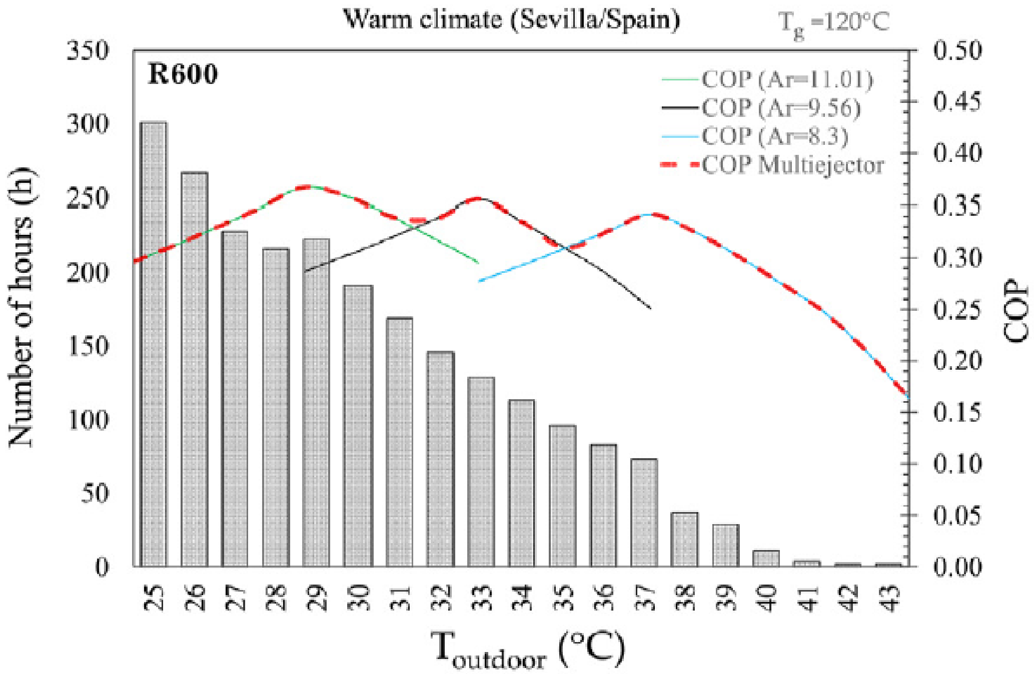


Figura 81. Simulación estacional del rendimiento del sistema multieyector [95]

La temperatura exterior a la que se activará el sistema es de 25ºC. Como se observa, se requieren tres ratios de área diferentes para cada módulo optimizado para maximizar el COP medio, requiriendo mayores valores de Ar para temperaturas de evaporación más bajas. De este modo, cuando el rendimiento de un eyector cae por debajo del rendimiento del eyector consecutivo correspondiente, el primer módulo se apaga mientras el segundo se activa, maximizando el rendimiento en todo el rango de funcionamiento. En concreto, el *Ar* optimizado para el rango más bajo de temperaturas exteriores es de 11,01, que corresponde a un COPcc crítico de 0,37. A continuación, el módulo cambia al *Ar* de 9,56 por encima de 31ºC, consiguiendo un COPcc de 0,36. Y, por último, un *Ar* de 8,3 para temperaturas exteriores superiores a 35ºC, relacionado con un COPcc de 0,34. Como resultado, el COP estacional obtenido mediante el uso de tres módulos optimizados del eyector es de 0,3 [95]. En definitiva, a mayor relación de área, mayor COP alcanzable, aunque menor es la temperatura crítica de condensación.

5.3 Análisis de viabilidad del MERS

Gracias al histórico de temperaturas exteriores, se pueden ver todos los cambios realizados por el sistema entre un eyector y otro. Sin embargo, surge la cuestión de si es factible o no realizar la permutación entre un eyector u otro ya que en el proceso se pasa por un régimen transitorio que desajusta ligeramente el COP. Como se ha observado durante el proceso de identificación en los capítulos anteriores, la salida equivale a la presión del enfriador de gas y la entrada corresponde a la variable manipulable que es la geometría del eyector. Cada vez que la presión del enfriador de gas varía, el eyector modifica su geometría para alcanzar el máximo COP posible. El artículo de Yang He [17] proporciona un gráfico que relaciona la variación de la geometría del eyector con la presión del enfriador de gas y el COP del sistema (Figura 82).

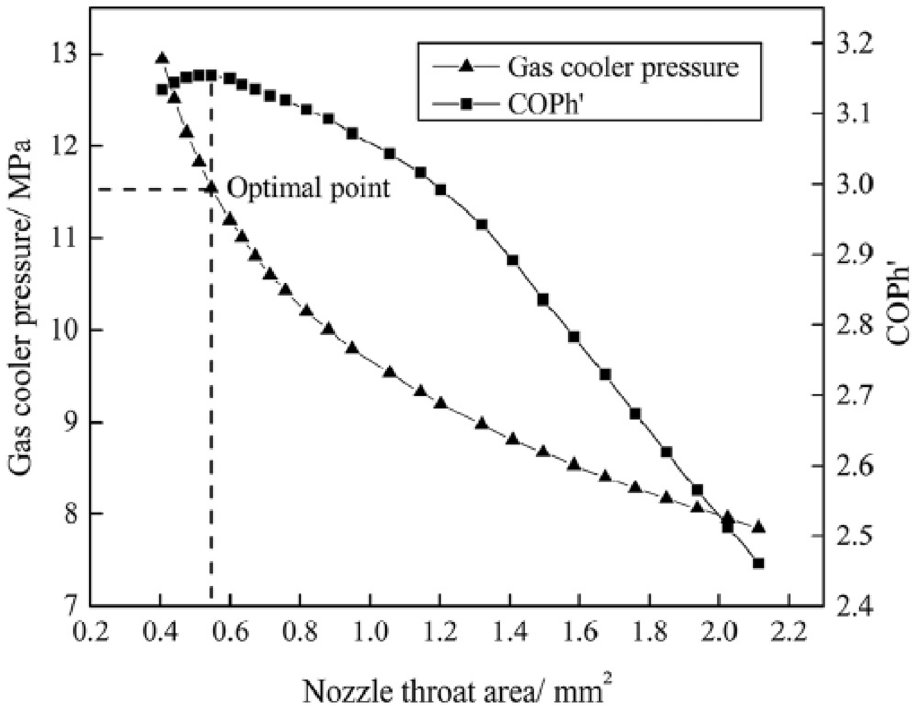


Figura 82. Estados estables para diferentes áreas de la garganta de la boquilla [17].

Se ha elegido un modelo dinámico identificado en el capítulo 3 teniendo en cuenta el ECM total del sistema. El modelo seleccionado ha sido el sistema de orden configurable multimodelo presente en el apartado 3.4.3.3 y se asumirá esta misma dinámica para el MERS. En la Figura 2 se observa el tiempo que tarda en estabilizarse el sistema ante cambios de presión. El régimen transitoio no supera los 50s en ninguna ocasión, por lo que, en el MERS, cada vez que se realice una conmutación de eyectores se asumirá el mismo tiempo de establecimiento.

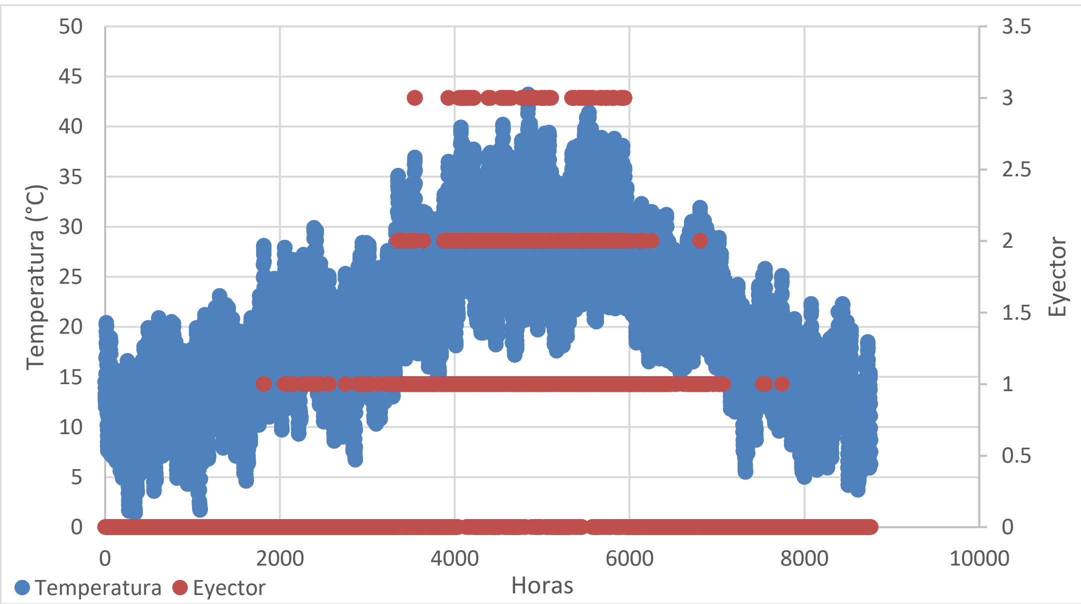


Figura 83. Histórico anual de temperaturas y cambios de eyector

En la Figura 83 se muestra el histórico anual de temperaturas y los consecuentes cambios que realizan los eyectores. En los primeros meses se puede apreciar que, al no superar los 25ºC la temperatura a lo largo del día, el sistema de refrigeración permanece apagado. A medida que avanzan los primeros meses y las temperaturas aumentan, el sistema comienza a encencerse y utilizar únicamente un eyector. Progresivamente, a medida que se acerca a las estaciones calurosas, se van encendiendo los eyectores 2 y 3 y empiezan a utilizarse todos ellos en un mismo día. De nuevo, cuando las temperaturas vuelcen a disminuir, se producen menos permutaciones entre los eyectores.

Ahora se analizarán una serie de semanas correspondientes a diferentes épocas del año para poder ver mejor estas transiciones entre eyectores. El primer encendido del año del eyector 1 ocurre en la hora 2054, día 85, que correspondería a la semana del 26 de marzo (Figura 84). La puesta en marcha es viable ya que de una hora a otra no hay una variación brusca de temperatura y, por lo tanto, gracias al bajo tiempo de establecimiento, no supondría una pérdida de rendimiento.

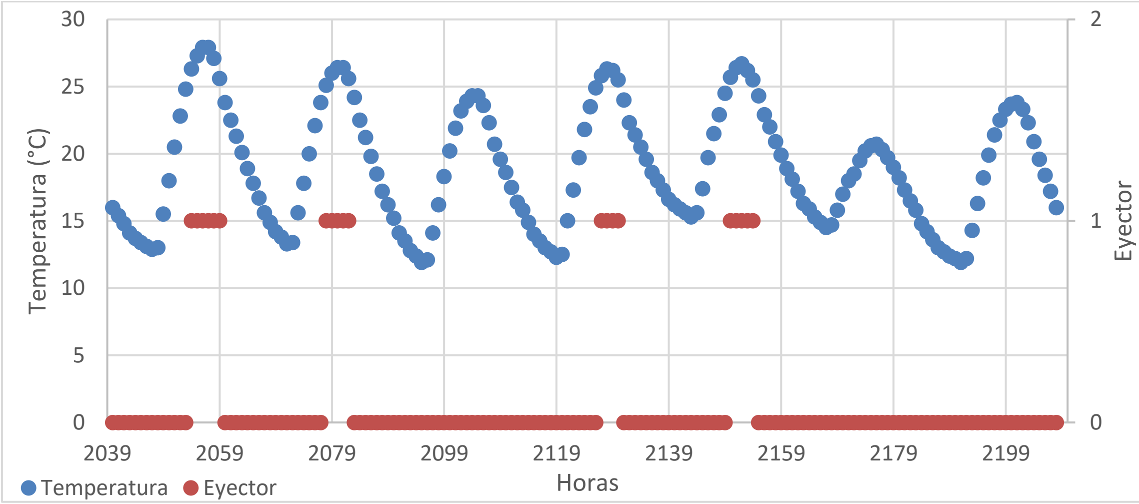


Figura 84. Histórico de la semana del 26-03 de temperaturas y cambios de eyector

Ahora se fija la vista en una semana calurosa, la del 17 de julio representada en la Figura 85. En estos 7 días, las temperaturas superan los 40ºC, es decir, el eyector 3 estará bastante activo, intercalando su funcionamiento con el 1 y el 2. Igualmente, en ciertos momentos de la semana, al descender la temperatura por debajo de los 25ºC, el sistema estará en fase de reposo. De nuevo, no se producen oscilaciones grandes de temperaturas y los cambios entre eyectores se producen en amplios rangos de tiempo, por lo que resulta viable la transición entre eyectores.

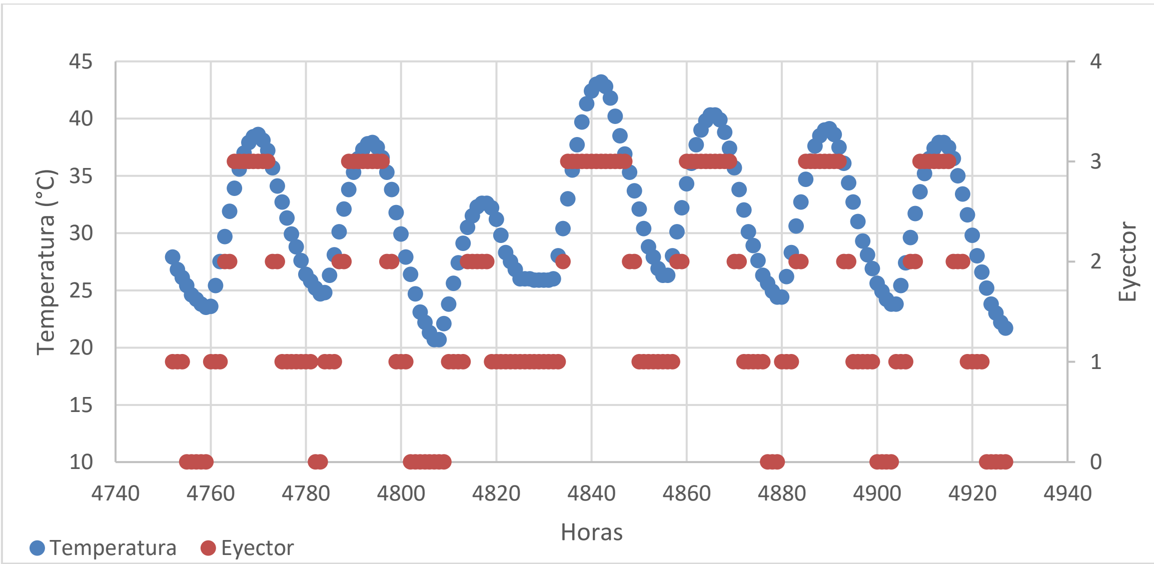


Figura 85. Histórico de la semana del 17-07 de temperaturas y cambios de eyector

Finalmente se concluye que, con los datos proporcionados, la implementación de un MERS es viable ya que el tiempo de establecimiento es pequeño. Sin embargo, esto es debido a que las variaciones de temperatura se presentan en el gráfico de manera horaria. Si el histórico de temperaturas estuviera representado minuto a minuto, podría evaluarse de manera más precisa el efecto del transitorio en los cambios de eyector.

6 CONCLUSIONES

La producción de frío ha sido una necesidad para el ser humano desde la antigüedad. Actualmente, los sistemas de refrigeración desempeñan un papel muy importante tanto en la industria como en la vida cotidiana. El consumo de energía eléctrica y combustibles fósiles ha aumentado considerablemente y como consecuencia, se han manifestado efectos secundarios nocivos como el agotamiento de la capa de ozono y el calentamiento global. En 1987 se firmó el Protocolo de Montreal para regular la producción y el comercio de sustancias que dañan y agotan la capa de ozono y en 1997 se firmó el Protocolo de Kioto, comprometiendo a los países firmantes a limitar y reducir las emisiones de GEI.

La investigación sobre la refrigeración con eyectores ha tenido un fuerte auge a partir de la preocupación por el medio ambiente, el consumo de la energía y el desarrollo sostenible, ya que se tratan de equipos económicos, fiables y mejoran el rendimiento del ciclo en el que están integrados. Su función es la de aumentar la presión de un fluido secundario a través de uno primario. El eyector está formado por cuatro partes: la boquilla primaria, la boquilla secundaria, la cámara de mezcla y el difusor. A su vez, los eyectores se pueden clasificar según su tipo de boquilla principal, que puede ser convergente o convergente-divergente; su tipo de cámara de mezcla (CAM o CPM); la fase en la que se encuentre el fluido, monofásico o bifásico; y si el eyector tiene un área fija o variable. También se han estudiado los parámetros que influyen en el rendimiento del eyector, obteniendo que la succión aumenta a medida que se eleva la relación de presión y se puede ver alterada por la temperatura exterior del aire; la eficiencia disminuye cuando se incrementa la relación del diámetro. El diseño geométrico es uno de los pasos más importantes para el funcionamiento correcto del eyector y se trata de optimizar para conseguir la mayor eficiencia posible.

Los ERS pueden modificar su estructura para adaptarse a la aplicación a la que van a ser sometidos. Finalmente, el fluido de trabajo utilizado es de vital importancia en términos de operación y rendimiento del ciclo y se pueden clasificar en función de la pendiente de la línea de vapor saturado en el diagrama T-s (húmedo, seco o isentrópico) o a partir de su composición química molecular (halocarbonos, hidrocarburos, compuestos y otros). El refrigerante elegido en este trabajo ha sido el CO_2 debido a sus propiedades poco contaminantes; sin embargo, el rendimiento del TCRE varía mucho con condiciones de funcionamiento variables, especialmente a diferentes presiones del enfriador de gas. Por lo tanto, un eyector con estructura variable ampliaría sus condiciones efectivas de funcionamiento pudiendo alcanzar de manera consistente un rendimiento óptimo y estable ajustando el área de la garganta de tobera bajo condiciones variables. Dado que la presión del enfriador de gas es un parámetro clave, se ha desarrollado un controlador en cuasi cascada que ajusta el área de la boquilla del eyector del ciclo TCRE a una posición óptima para variaciones de esta presión.

La base para el diseño del sistema de control es la característica dinámica del sistema. El objetivo es tratar de mantener un COP óptimo variando el área de la garganta de tobera frente a cambios en la presión del enfriador de gas. Para ello, cada vez que surge una variación en la presión, se estima una nueva área de la garganta de tobera utilizando un algoritmo PID (4) para reducir el error entre la presión real del enfriador de gas. Como no se tiene conocimiento de la dinámica, se debe identificar.

La identificación sistemas trata de estimar modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de observaciones y mediciones realizadas en el proceso basándose en entradas, salidas y perturbaciones. Dos aproximaciones han sentado las bases de esta disciplina: el método de predicción del error y el enfoque no paramétrico del (sub)espacio de estados. El conocimiento exhaustivo del modelo dinámico de un proceso industrial permite comprender el comportamiento del sistema y sus partes críticas. Es necesario aplicar la identificación con el fin de construir un modelo matemático del sistema basado en las entradas y salidas del mismo.

El procedimiento de identificación es un proceso iterativo con varias fases, cuyo objetivo es alcanzar el modelo matemático adecuado en base a datos experimentales. Los pasos de este proceso son:

1. Diseño del del experimento.
2. Tratamiento de los datos experimentales.

3. Elección de la estructura del modelo:
    - *Tipo de modelo:* modelos de caja blanca, caja negra, caja gris y modelos difusos.
    - *Tipo de estructura:* no paramétrica (análisis de correlación y espectral), paramétrica lineal (autorregresivos, OE, BJ, espacio de estados, modelos de función de transferencia) y paramétrica no lineal (autorregresivos, Hammerstein-Wiener, series de volterra y redes neuronales).
4. Selección del método de estimación de los parámetros.
5. Validación del modelo.

Una vez comienza el proceso de identificación, es necesario reconocer ante qué sistema de control se encuentra el usuario y si este posee o no realimentación. Un sistema en bucle abierto es aquel en el que únicamente actúa el proceso sobre la señal de entrada. En cambio, en un sistema de control en bucle cerrado, la acción de control se encuentra en función de la señal de salida y se puede abordar mediante una aproximación directa, indirecta o conjunta.

Como únicamente se poseen como datos el PID del controlador y una gráfica que hace referencia a la presión del enfriador de gas (Figura 2), lograr la correlación de esta presión con el área de la boquilla variable es esencial para lograr el COP óptimo del sistema para cada condición de funcionamiento. La identificación se deberá realizar en bucle cerrado debido a la realimentación a través de diversos métodos.

El primer paso del proceso de identificación es el diseño del experimento, donde se han tomado datos a mano a través de MatLab de una gráfica que representaba la evolución de la presión del sistema frente al tiempo. Las coordenadas han sido devueltas como píxeles, por lo que se ha realizado una conversión de píxeles a los valores "reales" del tiempo y la presión. Tras recopilar los puntos, se realiza el tratamiento de datos para suavizar posibles errores cometidos a la hora de la obtención de la muestra. Este procedimiento ha consistido en la realización de un promediado de todos los puntos para obtener una suavización de la curva sin cambios bruscos. El resultado de la toma de datos experimentales y su filtrado puede observarse en la Figura 19. Dado que se proporcionan los datos del controlador, a la hora de realizar la identificación del sistema en bucle cerrado, se ha aplicado la aproximación indirecta.

Se han elegido tanto un modelo de caja negra como uno de caja gris para inferir la función de transferencia del modelo dinámico. Inicialmente se ha aplicado un modelo de caja negra variando el orden del sistema. El algoritmo creado para el modelo de caja negra optimiza los parámetros de la función en bucle cerrado, para luego inferir la función de transferencia de la planta de manera algebraica. Se ha comenzado identificando un modelo de primer orden que no ha arrojado resultados satisfactorios, al no realizar ninguna oscilación la curva, poseer un error muy alto y resultar inestables las respuestas ante un escalón unitario. Se ha cambiado la estructura a una de segundo orden, donde los cálculos han mejorado, aunque no tanto como para resultar aceptable el modelo; en esta ocasión, la respuesta escalón a escalón oscila, sigue siendo inestable frente a una entrada escalón unitario y el modelo optimizado para la planta completa no se toma como válido (carece de oscilación y resulta inestable). Finalmente, se aplica un sistema de orden configurable añadiendo dos ceros y un polo al sistema de segundo orden. Las respuestas de este último sistema escalón a escalón se ajustan muy bien a las curvas deseadas y son estables frente a una entrada escalón unitario; sin embargo, cuando se valida el modelo de cada escalón en la planta completa, el error aumenta y únicamente uno o dos escalones se ajustan aceptablemente a la curva. Es por ello que se confirma la posible no lienalidad del sistema y se propone utilizar una aproximación multimodelo donde se utiliza un modelo local u otro dependiendo del rango de presiones en el que se encuentre el sistema aportando como resultados valores muy prometedores a la vez que un ECM medio pequeño.

Ahora se pasa a realizar la identificación mediante un modelo de caja gris, donde se optimizan directamente los parámetros de la función de transferencia del modelo. En este caso, las estructuras de primer y segundo orden no han podido ser utilizadas ya que, al estar infiriendo la función realimentada, los ceros y polos de estos sistemas no son suficientes para constituir un sistema válido; es ahora cuando se ha recurrido al método del Lugar de las Raíces. Determinando la frecuencia natural, la sobreoscilación y añadiendo ceros y polos, es posible averiguar qué estructuras resultarán estables. Se han realizado los mismos experimentos que en el modelo de caja negra, pero esta vez para dos estructuras: una de ellas con dos polos y un cero y la otra con tres polos y un cero. En ambas, las respuestas escalón a escalón son precisas y estables, aunque al evaluar la planta completa el error aumenta considerablemente. De nuevo se aplica un sistema no lineal multimodelo particularizando un modelo distinto para cada tramo de presiones del enfriador de gas. En los modelos de caja gris, el tiempo de computación ha resultado similar, aunque algo mayor que el de los modelos de caja negra. Además, el error en los sistemas más precisos de cada modelo es parecido.

Como el tiempo de computación ha resultado elevado y los sistemas pueden mejorar en ajuste, se ha optado por utilizar el System Identificatión Toolbox que proporciona MatLab y así inferir una vez más el sistema dinámico de la planta. Para ello, primero se ha tenido que realizar una interpolación de los datos experimentales para que estuvieran uniformemente muestreados en el tiempo. Se han probado diversas estructuras lineales de caja negra: ARX, modelos en el espacio de estados, modelos de procesos y modelos de función de transferencia, que han rozado ajustes del 90%. Estas estructuras han proporcionado resultados análogos a los obtenidos a partir del algoritmo diseñado en el tercer capítulo, aunque en un tiempo de computación mucho mas reducido, permitiendo analizar un mayor número de estructuras del modelo.

- *Modelos ARX*: 13 polos y 13 ceros, 89.95%.
- *Modelos del espacio de estados:* Sistema de orden 15, 90.03%.
- *Modelos de procesos:* 3 polos (sistema subamortiguado) y 1 cero, 89.18%.
- *Modelos de función de transferencia:* 8 polos y 4 ceros, 89.72%.

También se han probado modelos no lineales ARX (98.21% precisión) y de Hammerstein-Wiener (97.02% precisión), cuyo ajuste ha sido el más elevado, confirmando una vez más que el sistema a identificar es no lineal. A través del Toolbox de Matlab, también se ha propuesto inferir la planta a través de un modelo de caja gris, pero al no poder incluir no linealidades, los resultados no han sido prometedores y han salido semejantes a los obtenidos en el algoritmo diseñado del Capítulo 3.

Finalmente, se ha querido probar en un MERS si el tiempo de establecimiento que surge al cambiar de un eyector a otro es lo suficientemente pequeño como para que resulte viable la transición. El MERS trieyector pretende, a partir de la temperatura exterior, elegir el eyector que garantice un mayor COP dependiendo del rango de temperaturas en que se encuentre. Para ello, se ha tomado un histórico de temperaturas anual de un municipio sevillano. Como modelo dinámico de referencia, se ha escogido el sistema multimodelo obtenido en los experimentos de caja negra realizados para un sistema de orden configurable (apartado 3.4.3.3). El régimen transitorio en el sistema multimodelo nunca supera los 50s, por ello, al tener el registro en formato horario, 50s resultaría un tiempo insignificante frente a una hora y el MERS sería completamente viable.

Bibliografía

[1] M. Isaac and D. P. van Vuuren, "Modeling global residential sector energy demand for heating and air conditioning in the context of climate change," *Energy Policy*, vol. 37, no. 2, pp. 507–521, Feb. 2009, doi: 10.1016/J.ENPOL.2008.09.051.

[2] M. J. Molina and F. S. Rowland, "Stratospheric sink for chlorofluoromethanes: chlorine atom-catalysed destruction of ozone," *Nat. 1974 2495460*, vol. 249, no. 5460, pp. 810–812, 1974, doi: 10.1038/249810a0.

[3] J. W. J. Bouma, "Global warming and heat pumps," *Heat Pumps Energy Effic. Environ. Prog.*, pp. 33–42, 1993, doi: 10.1016/B978-0-444-81534-7.50011-5.

[4] W. B. Gosney, "Principles of refrigeration," p. 666, 1982, Accessed: Oct. 29, 2021. [Online]. Available: https://books.google.com/books/about/Principles_of_Refrigeration.html?hl=es&id=_WV5QgAACAAJ.

[5] W. F. Stoecker, "Steam-jet refrigeration," *Refrig. Air Cond.*, pp. 194–205, 1958.

[6] C. Li, Y. Li, W. Cai, Y. Hu, H. Chen, and J. Yan, "Analysis on performance characteristics of ejector with variable area-ratio for multi-evaporator refrigeration system based on experimental data," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 68, no. 1–2, pp. 125–132, Jul. 2014, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2014.04.031.

[7] H. Vidal and S. Colle, "Simulation and economic optimization of a solar assisted combined ejector-vapor compression cycle for cooling applications," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 30, no. 5, pp. 478–486, Apr. 2010, doi: 10.1016/J.APPLTHERMALENG.2009.10.008.

[8] G. Besagni, R. Mereu, and F. Inzoli, "Ejector refrigeration: A comprehensive review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 53. Elsevier Ltd, pp. 373–407, Jan. 01, 2016, doi: 10.1016/j.rser.2015.08.059.

[9] J. qiang Deng, P. xue Jiang, T. Lu, and W. Lu, "Particular characteristics of transcritical CO2 refrigeration cycle with an ejector," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 27, no. 2–3, pp. 381–388, Feb. 2007, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2006.07.016.

[10] D. Li and E. A. Groll, "Transcritical CO2 refrigeration cycle with ejector-expansion device," *Int. J. Refrig.*, vol. 28, no. 5, pp. 766–773, Aug. 2005, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2004.10.008.

[11] S. Fangtian and M. Yitai, "Thermodynamic analysis of transcritical CO2 refrigeration cycle with an ejector," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 31, no. 6–7, pp. 1184–1189, May 2011, doi: 10.1016/J.APPLTHERMALENG.2010.12.018.

[12] Y. He, J. Deng, and Z. Zhang, "Thermodynamic study on a new transcritical CO2 ejector expansion refrigeration system with two-stage evaporation and vapor feedback," *http://dx.doi.org/10.1080/10789669.2014.929422*, vol. 20, no. 6, pp. 655–664, Aug. 2014, doi: 10.1080/10789669.2014.929422.

[13] C. Lucas and J. Koehler, "Experimental investigation of the COP improvement of a refrigeration cycle by use of an ejector," in *International Journal of Refrigeration*, Sep. 2012, vol. 35, no. 6, pp. 1595–1603, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2012.05.010.

[14] F. Liu, Y. Li, and E. A. Groll, "Performance enhancement of CO 2 air conditioner with a controllable ejector," in *International Journal of Refrigeration*, Sep. 2012, vol. 35, no. 6, pp. 1604–1616, doi:

10.1016/j.ijrefrig.2012.05.005.

[15] R. H. Yen *et al.*, “Performance optimization for a variable throat ejector in a solar refrigeration system,” in *International Journal of Refrigeration*, Aug. 2013, vol. 36, no. 5, pp. 1512–1520, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2013.04.005.

[16] J. Chen, H. Havtun, and B. Palm, “Investigation of ejectors in refrigeration system: Optimum performance evaluation and ejector area ratios perspectives,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 64, no. 1–2, pp. 182–191, Mar. 2014, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2013.12.034.

[17] Y. He, J. Deng, L. Zheng, and Z. Zhang, “Performance optimization of a transcritical CO2 refrigeration system using a controlled ejector,” *Int. J. Refrig.*, vol. 75, pp. 250–261, Mar. 2017, doi: 10.1016/J.IJREFRIG.2016.12.015.

[18] GAUSS and C. F., “Theoria motus corporum coelestum,” *Werke*, 1809, Accessed: Oct. 31, 2021. [Online]. Available: https://ci.nii.ac.jp/naid/10014796523.

[19] FISHER and R. A., “On an absolute criterion for fitting frequency curves,” *Messenger Math.*, vol. 41, pp. 155–156, 1912, Accessed: Oct. 31, 2021. [Online]. Available: https://ci.nii.ac.jp/naid/10017259714.

[20] J. L. Doob, “Stochastic processes.,” p. 654, 1953.

[21] K.-J. Åström and B. Torsten, “Numerical Identification of Linear Dynamic Systems from Normal Operating Records,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 2, no. 2, pp. 96–111, Sep. 1965, doi: 10.1016/S1474-6670(17)69024-4.

[22] B. L. Ho, R. E. Kalman, and R. E. Kalman, “Effective construction of linear state-variable models from input/output data.” 1965.

[23] L. Ljung, *System identification : theory for the user*. 1999.

[24] T. Söderström, *System identification*. New York: Prentice-Hall, 1989.

[25] K. J. Keesman, *System Identification An Introduction*. 2011.

[26] A. P. Sage and J. L. Melsa, “System identification,” p. 221, 1971.

[27] A. F. Burstall, “A Study of Engineering History,” *Trans. Newcom. Soc.*, vol. 29, no. 1, pp. 247–254, 1953, doi: 10.1179/tns.1953.021.

[28] N. Selfe, *Machinery for refrigeration : being sundry observations with regard to the principal appliances employed in ice making and refrigeration, and upon the laws relating to the expansion and compression of gases. Principally from an Australian standpoint / by* . Chicago: H.S. Rich & Co., 1900.

[29] J. Sarkar, “Ejector enhanced vapor compression refrigeration and heat pump systems - A review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 16, no. 9. Pergamon, pp. 6647–6659, Dec. 01, 2012, doi: 10.1016/j.rser.2012.08.007.

[30] K. Chunnanond and S. Aphornratana, “Ejectors: Applications in refrigeration technology,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 8, no. 2. Pergamon, pp. 129–155, Apr. 01, 2004, doi: 10.1016/j.rser.2003.10.001.

[31] I. W. Eames, “A new prescription for the design of supersonic jet-pumps: The constant rate of momentum change method,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 22, no. 2, pp. 121–131, Feb. 2002, doi: 10.1016/S1359-4311(01)00079-5.

[32] I. W. Eames, “The Constant momentum-gradient method for jet-pump designs,” A Research Report, School of Built Environment, University of Nottingham, 2000.

[33] S. Elbel and P. Hrnjak, “Ejector Refrigeration: An Overview of Historical and Present Developments with an Emphasis on Air-Conditioning Applications,” *undefined*, 2008.

[34] J. A. Expósito Carrillo, F. J. Sánchez de La Flor, and J. M. Salmerón Lissén, “Single-phase ejector geometry optimisation by means of a multi-objective evolutionary algorithm and a surrogate CFD model,” *Energy*, vol. 164, pp. 46–64, Dec. 2018, doi: 10.1016/j.energy.2018.08.176.

[35] V. Kumar and G. Sachdeva, “1-D model for finding geometry of a single phase ejector,” *Energy*, vol. 165, pp. 75–92, Dec. 2018, doi: 10.1016/J.ENERGY.2018.09.071.

[36] A. Hemidi, F. Henry, S. Leclaire, J. M. Seynhaeve, and Y. Bartosiewicz, “CFD analysis of a supersonic air ejector. Part I: Experimental validation of single-phase and two-phase operation,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, no. 8–9, pp. 1523–1531, Jun. 2009, doi: 10.1016/J.APPLTHERMALENG.2008.07.003.

[37] Z. Aidoun, K. Ameur, M. Falsafioon, and M. Badache, “Current advances in ejector modeling, experimentation and applications for refrigeration and heat pumps. Part 1: Single-phase ejectors,” *Inventions*, vol. 4, no. 1. MDPI Multidisciplinary Digital Publishing Institute, p. 15, Mar. 01, 2019, doi: 10.3390/inventions4010015.

[38] X. Wang and J. Yu, “Une étude de l’efficacité des composants d’un petit éjecteur diphasique,” *Int. J. Refrig.*, vol. 71, pp. 26–38, Nov. 2016, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2016.08.006.

[39] C. Guangming, X. Xiaoxiao, L. Shuang, L. Lixia, and T. Liming, “An experimental and theoretical study of a CO2 ejector,” *Int. J. Refrig.*, vol. 33, no. 5, pp. 915–921, Aug. 2010, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2010.01.007.

[40] K. Banasiak *et al.*, “A CFD-based investigation of the energy performance of two-phase R744 ejectors to recover the expansion work in refrigeration systems: An irreversibility analysis,” *Int. J. Refrig.*, vol. 40, pp. 328–337, Apr. 2014, doi: 10.1016/J.IJREFRIG.2013.12.002.

[41] N. Bilir and H. K. Ersoy, “Performance improvement of the vapour compression refrigeration cycle by a two-phase constant area ejector,” *Int. J. Energy Res.*, vol. 33, no. 5, pp. 469–480, 2009, doi: 10.1002/er.1488.

[42] Z. Aidoun, K. Ameur, M. Falsafioon, and M. Badache, “Current advances in ejector modeling, experimentation and applications for refrigeration and heat pumps. Part 2: Two-phase ejectors,” *Inventions*, vol. 4, no. 1. MDPI Multidisciplinary Digital Publishing Institute, p. 16, Mar. 01, 2019, doi: 10.3390/inventions4010016.

[43] F. Liu and E. A. Groll, “Study of ejector efficiencies in refrigeration cycles,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 52, no. 2, pp. 360–370, Apr. 2013, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2012.12.001.

[44] N. I. I. Hewedy, M. H. Hamed, F. S. Abou-Taleb, and T. A. Ghonim, “Optimal performance and geometry of supersonic ejector,” *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, vol. 130, no. 4, pp. 0412041–04120410, Apr. 2008, doi: 10.1115/1.2903742.

[45] V. Van Nguyen, S. Varga, J. Soares, V. Dvorak, and A. C. Oliveira, “Applying a variable geometry ejector in a solar ejector refrigeration system,” *Int. J. Refrig.*, vol. 113, pp. 187–195, May 2020, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2020.01.018.

[46] E. C. J. A., S. D. L. F. F. J., and S. L. J. M., “Thermodynamic comparison of ejector cooling cycles. ejector characterisation by means of entrainment ratio and compression efficiency.,” 2017, Accessed: Sep. 10, 2021. [Online]. Available: https://iifiir.org/en/fridoc/thermodynamic-comparison-of-ejector-cooling-cycles-ejector-140136.

[47] “ASHRAE 15-2019 (packaged w/ 34-2019) | ASHRAE Store.” https://www.techstreet.com/ashrae/standards/ashrae-15-2019-packaged-w-34-2019?product_id=2046531 (accessed Sep. 10, 2021).

[48] J. Chen, H. Havtun, and B. Palm, “Screening of working fluids for the ejector refrigeration system,” *Int. J. Refrig.*, vol. 47, pp. 1–14, Nov. 2014, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2014.07.016.

[49] B. J. Huang, J. M. Chang, C. P. Wang, and V. A. Petrenko, “1-D analysis of ejector performance,” *Int. J. Refrig.*, vol. 22, no. 5, pp. 354–364, Aug. 1999, doi: 10.1016/S0140-7007(99)00004-3.

[50] W. Pridasawas, “Solar-driven refrigeration systems with focus on the ejector cycle,” *undefined*, 2006.

[51] L. Ljung and L. Guo, “Classical model validation for control design purposes,” *Math. Model. Syst.*, vol. 3, no. 1, pp. 27–42, 1997, doi: 10.1080/13873959708837047.

[52] AKAIKE and H., “Some problems in the application of the cross-spectral method,” *Spectr. Anal. Time Ser.*, 1967, Accessed: Sep. 10, 2021. [Online]. Available: https://ci.nii.ac.jp/naid/10021834919.

[53] I. Gustavsson, L. Ljung, and T. Söderström, "Identification of processes in closed loop-identifiability and accuracy aspects," *Automatica*, vol. 13, no. 1, pp. 59–75, Jan. 1977, doi: 10.1016/0005-1098(77)90009-7.

[54] B. D. O. Anderson and M. R. Gevers, "Identifiability of linear stochastic systems operating under linear feedback," *Automatica*, vol. 18, no. 2, pp. 195–213, Mar. 1982, doi: 10.1016/0005-1098(82)90108-X.

[55] U. Forssell and U. Forssell, "Properties and Usage of Closed-loop Identification Methods," 1997, Accessed: Feb. 26, 2021. [Online]. Available: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.45.4544.

[56] T. Bohlin, "Practical grey-box process identification : theory and applications," p. 351, 2006.

[57] Lennart Ljung and Zhen-Dong Yuan, "Asymptotic properties of black-box identification of transfer functions," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 30, no. 6, pp. 514–530, Jun. 1985, doi: 10.1109/TAC.1985.1103995.

[58] A. A. Adeniran and S. El Ferik, "Modeling and Identification of Nonlinear Systems: A Review of the Multimodel Approach - Part 1," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Syst.*, vol. 47, no. 7, pp. 1149–1159, Jul. 2017, doi: 10.1109/TSMC.2016.2560147.

[59] S. Graebe, "Theory and implementation of gray box identification.," 1992.

[60] C. Yu, L. Ljung, and M. Verhaegen, "Gray Box Identification Using Difference of Convex Programming," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 9462–9467, Jul. 2017, doi: 10.1016/J.IFACOL.2017.08.1469.

[61] G. Mercère, J. Ramos, and O. Prot, "Identification of parameterized gray-box state-space systems: from a black-box linear time-invariant representation to a structured one: detailed derivation of the gradients involved in the cost functions," Jun. 2014, Accessed: Nov. 04, 2021. [Online]. Available: https://arxiv.org/abs/1406.0623v1.

[62] D. Vizer, G. Mercère, O. Prot, and E. Laroche, "H∞-norm-based optimization for the identification of gray-box LTI state-space model parameters," *Syst. Control Lett.*, vol. 92, pp. 34–41, Jun. 2016, doi: 10.1016/J.SYSCONLE.2016.03.003.

[63] H. Melgaard, P. Sadegh, H. Madsen, and J. Holst, "Experiment Design for Grey-Box Models," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 26, no. 2, pp. 489–492, Jul. 1993, doi: 10.1016/s1474-6670(17)48314-5.

[64] R. K. Pearson and M. Pottmann, "Gray-box identification of block-oriented nonlinear models," *J. Process Control*, vol. 10, no. 4, pp. 301–315, 2000, doi: 10.1016/S0959-1524(99)00055-4.

[65] J. P. Nöel, J. Schoukens, and G. Kerschen, "Grey-box nonlinear state-space modelling for mechanical vibrations identification," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 28, pp. 817–822, Jan. 2015, doi: 10.1016/J.IFACOL.2015.12.230.

[66] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 14–23, 1996, doi: 10.1109/91.481841.

[67] S. Kawamoto, K. Tada, A. Ishigame, and T. Taniguchi, "An approach to stability analysis of second order fuzzy systems," in *[1992 Proceedings] IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1992, pp. 1427–1434, doi: 10.1109/FUZZY.1992.258713.

[68] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 45, no. 2, pp. 135–156, 1992, doi: https://doi.org/10.1016/0165-0114(92)90113-I.

[69] "Fuzzy Model Identification," *Fuzzy Model Identif.*, 1997, doi: 10.1007/978-3-642-60767-7.

[70] M. Brown and C. J. Harris, "Neurofuzzy Adaptive Modelling and Control," 1994.

[71] R. Babuška and H. Verbruggen, "Neuro-fuzzy methods for nonlinear system identification," *Annu. Rev. Control*, vol. 27, no. 1, pp. 73–85, Jan. 2003, doi: 10.1016/S1367-5788(03)00009-9.

[72] J. S. R. Jang and C. T. Sun, "Neuro-Fuzzy Modeling and Control," *Proc. IEEE*, vol. 83, no. 3, pp. 378–406, 1995, doi: 10.1109/5.364486.

[73] J. Nie, A. P. Loh, and C. C. Hang, "Modeling pH neutralization processes using fuzzy-neural approaches." 1996.

[74] N. Li, S. Y. Li, and Y. G. Xi, "Multi-model predictive control based on the Takagi–Sugeno fuzzy models: a case study," *Inf. Sci. (Ny).*, vol. 165, no. 3–4, pp. 247–263, Oct. 2004, doi: 10.1016/J.INS.2003.10.011.

[75] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116–132, 1985, doi: 10.1109/TSMC.1985.6313399.

[76] D. Filev, "Fuzzy modeling of complex systems," *Int. J. Approx. Reason.*, vol. 5, no. 3, pp. 281–290, May 1991, doi: 10.1016/0888-613X(91)90013-C.

[77] D. J. Leith and W. E. Leithead, "Analytic framework for blended multiple model systems using linear local models," *http://dx.doi.org/10.1080/002071799220803*, vol. 72, no. 7–8, pp. 605–619, Jan. 2010, doi: 10.1080/002071799220803.

[78] S. El Ferik and A. A. Adeniran, "Modeling and Identification of Nonlinear Systems: A Review of the Multimodel Approach - Part 2," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Syst.*, vol. 47, no. 7, pp. 1160–1168, Jul. 2017, doi: 10.1109/TSMC.2016.2560129.

[79] L. Chen, B. Huang, and F. Liu, "Multi-model approach to nonlinear system identification with unknown time delay ⋆," 2014.

[80] Z. K. Xue and S. Y. Li, "Multi-Model Modelling and Predictive Control Based on Local Model Networks," *Control Intell. Syst.*, vol. 34, no. 2, pp. 105–112, May 2006.

[81] H. Bennasr and F. M'Sahli, "Multimodel representation of complex nonlinear systems: A multifaceted approach for real-time application," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2018, 2018, doi: 10.1155/2018/1829396.

[82] L. Chen, A. Tulsyan, B. Huang, and F. Liu, "Multiple model approach to nonlinear system identification with an uncertain scheduling variable using em algorithm," *J. Process Control*, vol. 23, no. 10, pp. 1480–1496, Nov. 2013, doi: 10.1016/j.jprocont.2013.09.013.

[83] L. Ljung, "Identifying State-space Models with Mathwork's System Identification Toolbox," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 24, no. 3, pp. 1233–1235, Jul. 1991, doi: 10.1016/S1474-6670(17)52519-7.

[84] L. Ljung, "A Graphical User Interface (GUI) to the System Identification Toolbox," in *Proceedings of the 10th IFAC Symposium on System Identification :*, 1994, vol. 4, pp. 29–33.

[85] L. Ljung, "Developments for the System Identification Toolbox for MATLAB," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 30, no. 11, pp. 927–929, Jul. 1997, doi: 10.1016/S1474-6670(17)42965-X.

[86] L. Ljung, "Version 5 of the System Identification Toolbox for use with MATLAB - with Object Orientation," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 33, no. 15, pp. 703–708, Jun. 2000, doi: 10.1016/S1474-6670(17)39834-8.

[87] L. Ljung, "Version 6 of the system identification toolbox," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 36, no. 16, pp. 957–962, Sep. 2003, doi: 10.1016/S1474-6670(17)34884-X.

[88] L. Ljung, Q. Zhang, P. Lindskog, A. Iouditski, and R. Singh, "AN INTEGRATED SYSTEM IDENTIFICATION TOOLBOX FOR LINEAR AND NON-LINEAR MODELS," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 39, no. 1, pp. 931–936, Jan. 2006, doi: 10.3182/20060329-3-AU-2901.00148.

[89] L. Ljung, R. Singh, Q. Zhang, P. Lindskog, and A. Iouditski, "Developments in The MathWorks System Identification Toolbox," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 42, no. 10, pp. 522–527, Jan. 2009, doi: 10.3182/20090706-3-FR-2004.00086.

[90] L. Ljung and R. Singh, "Version 8 of the Matlab System Identification Toolbox," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 45, no. 16, pp. 1826–1831, Jul. 2012, doi: 10.3182/20120711-3-BE-2027.00061.

[91] L. Ljung, R. Singh, and T. Chen, "Regularization Features in the System Identification Toolbox," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 28, pp. 745–750, Jan. 2015, doi: 10.1016/J.IFACOL.2015.12.219.

[92] L. Ljung, A. A. Ozdemir, and R. Singh, "Online Features in the MATLAB® System Identification ToolboxTM," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 15, pp. 700–705, Jan. 2018, doi:

10.1016/J.IFACOL.2018.09.201.

[93] "System Identification Toolbox^{TM} User's Guide," 1988, Accessed: Nov. 11, 2021. [Online]. Available: www.mathworks.com.

[94] G. ASHRAE and D. Book, "Steam Jet Refrigeration Equipment," *Am. Soc. Heating, Refrig. Air Cond. Eng. Atlanta, GA, USA*, 1983.

[95] B. Peris Pérez, M. Ávila Gutiérrez, J. A. Expósito Carrillo, and J. M. Salmerón Lissén, "Performance of Solar-driven Ejector Refrigeration System (SERS) as pre-cooling system for air handling units in warm climates," *Energy*, vol. 238, Jan. 2022, doi: 10.1016/J.ENERGY.2021.121647.

[96] I. W. Eames, S. Wu, M. Worall, and S. Aphornratana, "An experimental investigation of steam ejectors for applications in jet-pump refrigerators powered by low-grade heat," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part A J. Power Energy*, vol. 213, no. 5, pp. 351–361, 1999, doi: 10.1243/0957650991537734.

[97] C. K. and A. S., "An experimental investigation of a steam ejector refrigerator: the analysis of the pressure profile along the ejector.," 2004, Accessed: Nov. 08, 2021. [Online]. Available: https://iifiir.org/en/fridoc/an-experimental-investigation-of-a-steam-ejector-refrigerator-the-122657.

[98] J. H. Keenan, E. P. Neumann, and F. Lustwerk, "An Investigation of Ejector Design by Analysis and Experiment," *J. Appl. Mech.*, vol. 17, no. 3, pp. 299–309, Sep. 1950, doi: 10.1115/1.4010131.

[99] D. W. Sun, "Variable geometry ejectors and their applications in ejector refrigeration systems," *Energy*, vol. 21, no. 10, pp. 919–929, Oct. 1996, doi: 10.1016/0360-5442(96)00038-2.

[100] C. J. Korres, A. T. Papaioannou, V. Lygerou, and N. G. Koumoutsos, "Solar cooling by thermal compression the dependence of the jet thermal compressor efficiency on the compression ratio," *Energy*, vol. 27, no. 8, pp. 795–805, 2002, doi: 10.1016/S0360-5442(02)00026-9.

[101] M. L. Hoggarth, "The Design and Performance of High-Pressure Injectors as Gas Jet Boosters," *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 185, no. 1, pp. 755–766, 1970, doi: 10.1243/PIME_PROC_1970_185_089_02.

[102] J. H. Keenan and E. P. Neumann, "A Simple Air Ejector," *J. Appl. Mech.*, vol. 9, no. 2, pp. A75–A81, Jun. 1942, doi: 10.1115/1.4009187.

[103] F. Aligolzadeh and A. Hakkaki-Fard, "A novel methodology for designing a multi-ejector refrigeration system," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 151, pp. 26–37, 2019, doi: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.01.112.