

Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería en Tecnologías Industriales

Modelado de Transformadores Trifásicos para
Condiciones Desequilibradas

Autor: Sergio Valenzuela de la Mata

Tutores: Esther Romero Ramos, Manuel Barragán Villarejo

Dpto. de Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería en Tecnologías Industriales

Modelado de Transformadores Trifásicos para Condiciones Desequilibradas

Autor:

Sergio Valenzuela de la Mata

Tutores:

Esther Romero Ramos

Manuel Barragán Villarejo

Profesores Titulares

Dpto. de Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2021

Proyecto Fin de Carrera: Modelado de Transformadores Trifásicos para Condiciones Desequilibradas

Autor: Sergio Valenzuel de la Mata

Tutores: Esther Romero Ramos, Manuel Barragán Villarejo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2021

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

En primer lugar, agradecer a mi tutora Esther Romero Ramos por proponerme trabajar en este proyecto, así como por darme su apoyo y ayuda durante todo el desarrollo de este. Agradecer también a Manuel Barragán Villarejo por todas las clases conjuntas que hemos tenido y el esfuerzo empleado para realizar todos los ensayos experimentales. Profundizar en el estudio de transformadores ha hecho que entienda un poco mejor su funcionamiento.

Quiero dar gracias a todo el departamento de Ingeniería Eléctrica por enseñarme todo lo que he aprendido durante estos cuatro años.

Gracias también a mi grupo de clase por haberme acompañado en esta carrera y brindarme su ayuda en todo momento. No olvidar el apoyo de mis compañeros de piso, que me han hecho sentir como uno más en un hogar diferente a mi casa.

Y, ante todo, agradecer a mis padres y a mi familia por haberme apoyado desde siempre en todos los aspectos de la vida, por ayudarme a descubrir lo que me apasiona y creer en ello.

Sergio Valenzuela de la Mata

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Sevilla, 2021

Resumen

Se estudia un modelado simple y sistemático de transformador trifásico de dos devanados para condiciones de desequilibrio en estado estacionario. El modelo es válido para diseños de núcleo de tres columnas, cinco columnas y triple núcleo (banco de transformadores). En este caso, se estudiará el diseño de tres columnas, por ser el modelo ensayado en el laboratorio.

El modelo se deriva partiendo del modelo eléctrico de tres transformadores monofásicos independientes, que a continuación, se conectan entre sí en función de la configuración final del banco de transformador trifásico que se quiere estudiar.

El objetivo es manejar un modelo en función de los parámetros característicos del transformador que pueden obtenerse del mismo o a partir de los ensayos de vacío, cortocircuito y ensayo de secuencia cero. Además, en el modelo se incluirá el régimen de neutro dependiendo de la configuración de los devanados: triángulo, estrella aislada, estrella con neutro rígidamente a tierra, o estrella puesta a tierra a través de una resistencia finita.

El estudio se divide en dos partes. La primera está dedicada al modelado básico y obtención de ecuaciones nodales para todas las conexiones de devanado posibles. La segunda pretende validar los modelos. Para ello se han realizado diferentes ensayos en los laboratorios sobre un transformador Dyn11 de tres columnas, comparando las medidas obtenidas con los valores calculados en simulación utilizando el modelo eléctrico teórico previamente deducido.

Este documento se estructura de la siguiente forma: en el primer capítulo se desarrolla el modelo eléctrico de tres transformadores monofásicos desacoplados y se obtiene la matriz de admitancia de nudos primitiva que la representa. En el segundo capítulo se deduce la matriz de admitancia de nudos del transformador trifásico para cada configuración concreta (triángulo, estrella, desfases horarios y régimen de neutro). En el tercer capítulo se presenta las pruebas realizadas en el laboratorio y cómo se han obtenido los parámetros característicos del transformador necesarios para manejar su modelo eléctrico. Finalmente, en el cuarto capítulo se valida el modelo eléctrico obtenido. Existen además tres anexos complementarios: un primer anexo dedicado a la obtención de magnitudes de tensión, intensidad y potencias a partir de los valores instantáneos de tensión e intensidad medidos en laboratorio (necesarios para el análisis de los ensayos de vacío y cortocircuito); un segundo anexo donde se transforma la matriz de admitancias de nudos a secuencias; y un tercer anexo que explica cómo obtener el desfase entre tensión e intensidad a partir de sus valores instantáneos medidos (ambos últimos anexos son relacionados al estudio del ensayo de secuencia cero).

Abstract

A simple and systematic modeling of a three-phase two-winding transformer is proposed for steady-state unbalance conditions. The model is valid for three-legged, five-legged, and triplex (transformer bank) core designs. In this case, the three-legged design will be studied, as it is the model tested in the laboratory.

The model is derived starting from the electrical model of three independent single-phase transformers, which are then connected together depending on the final configuration of the three-phase transformer bank to be studied.

The objective is to manage a model based on the characteristic parameters of the transformer that can be obtained from it or from the open-circuit, short-circuit and zero-sequence tests. In addition, the model will include the neutral regime depending on the configuration of the windings: delta, isolated wye, and the direct or impedance-grounded wye.

The study is divided into two parts. The first is dedicated to basic modeling and obtaining nodal equations for all possible winding connections. The second aims to validate the models. For this, different tests have been carried out in laboratories on a three-legged Dyn11 transformer, comparing the measurements obtained with the values calculated in simulation using the theoretical electrical model previously deduced.

This document is structured as follows: in the first chapter, the electrical model of three uncoupled single-phase transformers is developed and the primitive admittance matrix that represents it is obtained. In the second chapter, the node admittance matrix of the three-phase transformer is deduced for each specific configuration (delta, wye, time shifts and neutral regime). The third chapter presents the tests done in the laboratory and how the characteristic parameters of the transformer necessary to manage its electrical model have been obtained. Finally, in the fourth chapter the electrical model obtained is validated. There are also three complementary annexes: a first annex dedicated to obtaining magnitudes of voltage, intensity and power from the instantaneous values of voltage and intensity measured in the laboratory (necessary for the analysis of the open-circuit and short-circuit tests); a second annex that explains how to obtain the phase shift between voltage and current from their measured instantaneous values; and a third annex where the admittance matrix is transformed to sequences (both last annexes are related to the study of the zero sequence test).

... -translation by google-

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas	xvi
Índice de Figuras	xviii
Notación	xxi
1 Introducción al Modelo	1
1.1 <i>Hipótesis de partida</i>	1
1.2 <i>Modelo de transformador trifásico primitivo</i>	2
1.2.1 Simplificaciones adicionales	5
1.2.2 Matriz de admitancia primitiva	6
2 Obtención de las Ecuaciones Nodales	8
2.1 <i>Matriz de conexión del transformador trifásico</i>	8
2.2 <i>Voltage del punto neutro de una estrella</i>	10
2.2.1 Conexión D-Y	10
2.2.2 Conexión D-YZ	11
2.2.3 Conexión D-YG	12
3 Obtención de Parámetros del Modelo Trifásico del Transformador	13
3.1 <i>Características y ensayos del transformador</i>	13
3.1.1 Ensayo de vacío	15
3.1.2 Ensayo de cortocircuito	18
3.1.3 Ensayo de homopolar	20
3.2 <i>Ecuaciones nodales finales</i>	24
4 Simulación y Comparación de Resultados	26
4.1 <i>Análisis de las ecuaciones nodales</i>	26
4.2 <i>Comprobación del ensayo de vacío</i>	27
4.2.1 Simulación del ensayo de vacío	27
4.2.2 Comparación del ensayo de vacío	27
4.3 <i>Comprobación del ensayo de cortocircuito</i>	29
4.3.1 Simulación del ensayo de cortocircuito	29
4.3.2 Comparación del ensayo de cortocircuito	30

4.4	<i>Simulación de una red con cargas resistivas</i>	31
4.4.1	Método de resolución	32
4.4.2	Cargas equilibradas: Ensayo Dyn11 tensión y carga equilibradas	32
4.4.3	Cargas desequilibradas: Ensayo Dyn11 tensión equilibrada y carga desequilibrada	34
4.4.4	Tensión desequilibrada: Ensayo Dyn11 tensión desequilibrada y carga equilibrada	35
5	Conclusiones	37
	Referencias	39
	Anexos	41

Índice de Tablas

Tabla 1 - 1. Nuevos parámetros introducidos.	7
Tabla 3 - 1. Parámetros necesarios.	13
Tabla 3 - 2. Características transformador Dyn11.	14
Tabla 3 - 3. Características transformador Yd5.	14
Tabla 3 - 4. Valores de vacío.	17
Tabla 3 - 5. Valores de cortocircuito.	20
Tabla 3 - 6. Valores de homopolar.	24
Tabla 3 - 7. Valor de los parámetros de la matriz principal.	25
Tabla 4 - 1. Comparación de resultados de vacío.	29
Tabla 4 - 2. Comparación de resultados de corto.	31
Tabla 4 - 3. Comparación de resultados cargas equilibradas.	33
Tabla 4 - 4. Comparación de resultados cargas desequilibradas.	34
Tabla 4 - 5. Comparación de resultados tensiones desequilibradas.	36

Índice de Figuras

Figura 1 - 1. Modelo M1: circuito eléctrico equivalente del transformador trifásico desconectado.	2
Figura 1 - 2. Modelo M1: circuito magnético equivalente del transformador trifásico.	2
Figura 1 - 3. Circuito eléctrico con RFe.	3
Figura 1 - 4. Circuito eléctrico monofásico equivalente de primario.	5
Figura 2 - 1. Conexiones de transformadores trifásicos D-Y.	8
Figura 2 - 2. Conexión con neutro no conectado.	10
Figura 2 - 3. Conexión con neutro impedante.	11
Figura 2 - 4. Conexión franca a tierra.	12
Figura 3 - 1. Transformador Dyn11 (125kVA).	14
Figura 3 - 2. Transformador Yd5 (20kVA).	14
Figura 3 - 3. Esquema eléctrico para el ensayo de vacío. Método de los dos vatímetros.	15
Figura 3 - 4. Circuito monofásico equivalente Y-Y del transformador.	15
Figura 3 - 5. Esquema eléctrico para el ensayo de vacío realizado en laboratorio.	16
Figura 3 - 6. Esquema eléctrico para el ensayo de cortocircuito. Método de los dos vatímetros.	18
Figura 3 - 7. Esquema eléctrico para el ensayo de cortocircuito.	18
Figura 3 - 8. Evolución de los parámetros de cortocircuito en función de la intensidad.	19
Figura 3 - 9. Esquema eléctrico para el ensayo de homopolar.	21
Figura 3 - 10. Esquema trifásico de secuencia cero.	21
Figura 3 - 11. Modelo M2 en componentes simétricas.	21
Figura 3 - 12. Esquema monofásico de secuencia cero.	21
Figura 3 - 13. Tensión e intensidad para 15A.	23
Figura 3 - 14. Tensión e intensidad para 26A.	23
Figura 3 - 15. Tensión e intensidad para 38A.	23

Figura 4 - 1. Tensiones e intensidades de fase instantáneas (vacío).	28
Figura 4 - 2. Intensidades RMS de primario (vacío).	28
Figura 4 - 3. Tensiones fase-neutro instantáneas (corto).	29
Figura 4 - 4. Intensidades de fase instantáneas (corto).	29
Figura 4 - 5. Tensiones RMS de primario (corto).	30
Figura 4 - 6. Intensidades RMS de primario (corto).	30
Figura 4 - 7. Tensión trifásica desequilibrada.	31
Figura 4 - 8. Tensión trifásica equilibrada.	31
Figura 4 - 9. Esquema de conexión de cargas resistivas.	31
Figura 4 - 10. Esquema de conexión de cargas resistivas corregido.	34
Figura A3 - 1. Instantes inicial y final de paso por cero.	42
Figura A3 - 2. Tiempo de desfase tensión - intensidad.	42

Notación

D	Conexión en triángulo del devanado del transformador
Y	Conexión en estrella del devanado del transformador con neutro desconectado
YG	Conexión en estrella del devanado del transformador con neutro rígido a tierra
YZ	Conexión en estrella del devanado del transformador con neutro impedante
M1	Modelo 1: modelo origen del transformador trifásico
M2	Modelo 2: simplificación propuesta de M1
M3	Modelo 3: simplificación propuesta de M2
\mathfrak{R}_m	Reluctancia del núcleo del transformador
\mathfrak{R}_d	Reluctancia del aire y del tanque
\tilde{U}_i	Tensión fasorial de la rama i del transformador
\tilde{I}_i	Intensidad fasorial de la rama i del transformador
$\tilde{\Phi}_i$	Flujos magnéticos del núcleo de la rama i
\tilde{Z}_{dp}	Impedancia de cortocircuito de primario
\tilde{Z}_{ds}	Impedancia de cortocircuito de secundario
R_{Fe}	Resistencia del núcleo del transformador
N_p	Número de espiras del devanado primario
N_s	Número de espiras del devanado secundario
Z_{bus}	Matriz principal de impedancias
$[U]$	Matriz identidad
$[Z_{dp}]$	Matriz diagonal formada las impedancias de cortocircuito de primario
$[Z_{ds}]$	Matriz diagonal formada las impedancias de cortocircuito de secundario
\tilde{U}_{brp}	Terna de tensiones de rama de primario
\tilde{U}_{brs}	Terna de tensiones de rama de secundario
\tilde{I}_{brp}	Terna de intensidades de rama de primario
\tilde{I}_{brs}	Terna de intensidades de rama de secundario
\tilde{Z}	Impedancia de cortocircuito referida a primario
\tilde{Z}_m	Impedancia de magnetización referida a primario
τ_m	Reluctancia magnética del núcleo del transformador
τ_d	Reluctancia magnética del aire y del tanque
a	Relación de espiras
\tilde{y}	Admitancia de cortocircuito referida a primario
$[Y_{prim}]$	Matriz de admitancias de nudos primitiva
$[Y_{bus}']$	Matriz de admitancias de nudos específica

$[Y_{bus}]$	Matriz de admitancias de nudos
$[y_{bus}^{D-Y}]$	Matriz de admitancia de nudos. Neutro aislado
$[y_{bus}^{D-YZ}]$	Matriz de admitancia de nudos. Neutro impedante a tierra
$[y_{bus}^{D-YG}]$	Matriz de admitancia de nudos. Neutro rígido a tierra
$\tilde{U}_{pa}, \tilde{U}_{pb}, \tilde{U}_{pc}$	Tensión fasorial de fase a, b, c en primario del transformador
$\tilde{U}_{sa}, \tilde{U}_{sb}, \tilde{U}_{sc}$	Tensión fasorial de fase a, b, c, en secundario del transformador
$\tilde{U}_{p0}, \tilde{U}_{p1}, \tilde{U}_{p2}$	Tensión fasorial de fase 0, 1, 2, en primario del transformador
$\tilde{U}_{s0}, \tilde{U}_{s1}, \tilde{U}_{s2}$	Tensión fasorial de fase 0, 1, 2, en secundario del transformador
$\tilde{I}_{pa}, \tilde{I}_{pb}, \tilde{I}_{pc}$	Intensidad fasorial de fase a, b, c en primario del transformador
$\tilde{I}_{sa}, \tilde{I}_{sb}, \tilde{I}_{sc}$	Intensidad fasorial de fase a, b, c en secundario del transformador
$\tilde{I}_{p0}, \tilde{I}_{p1}, \tilde{I}_{p2}$	Intensidad fasorial de secuencia 0, 1, 2 en primario del transformador
$\tilde{I}_{s0}, \tilde{I}_{s1}, \tilde{I}_{s2}$	Intensidad fasorial de secuencia 0, 1, 2 en secundario del transformador
AC	Corriente alterna
3F	Trifásico
X_{μ}	Reactancia magnetizante del núcleo del transformador
V_{10}	Tensión eficaz de vacío aplicada al primario
P_0	Potencia activa del ensayo de vacío
Q_0	Potencia reactiva del ensayo de vacío
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito
X_{cc}	Impedancia de cortocircuito
I_{cc}	Corriente de cortocircuito
P_{cc}	Potencia activa del ensayo de cortocircuito
Q_{cc}	Potencia reactiva del ensayo de cortocircuito
\tilde{Z}_0	Impedancia de secuencia cero
\tilde{U}_p	Tensión fasorial aplicada al secundario fase a neutro
\tilde{I}_n	Intensidad fasorial en el neutro
\tilde{Z}_{m0}	Impedancia de magnetización de secuencia cero
y_{bus}^{D-Y}	Matriz de admitancias principal para conexión D-Y
y_{bus}^{D-YZ}	Matriz de admitancias principal para conexión D-YZ
y_{bus}^{D-YG}	Matriz de admitancias principal para conexión D-YG
R_a, R_b, R_c	Resistencia equivalente de la fase a, b, c
ε_i^j	Error absoluto entre los valores i, j

1 INTRODUCCIÓN AL MODELO

Un estudio preciso, de estado estable, de un sistema de energía eléctrica del nivel de media y baja tensión debe considerar la red en condiciones de desequilibrio. Esto implica un modelado en tres fases de los componentes de la red. En particular, el modelado de transformadores trifásicos es un tema importante en la ingeniería eléctrica. El modelo eléctrico utilizado se basará principalmente en el modelo de los trabajos publicados en [1] y [2], tomando así las mismas ideas de partida como simplificaciones y submodelos concretos.

1.1 Hipótesis de partida

La matriz de admitancia de nudos es aquella que relaciona tensiones e intensidades de un transformador, y se obtiene a partir de la matriz de admitancia primitiva (que depende de las impedancias de cortocircuito, vacío, y las impedancias de magnetización de secuencia cero) y de la matriz de conexión del transformador trifásico para todas las conexiones de los devanados posibles: triangulo o delta (D), estrella (Y), estrella con puesta a tierra (YG) y estrella con impedancia a tierra (YZ). La matriz de admitancia se obtendrá en variables de fase y con referencia de las tensiones con respecto a tierra.

El transformador trifásico considerado en este estudio puede ser de tres columnas (transformador de núcleo común), de cinco columnas o de un banco de transformadores. En este caso, dado que solo se centrará en el modelo ensayado en el laboratorio, las ecuaciones para el transformador estudiado serán para el modelo de tres columnas, considerando un comportamiento de estado estable y desequilibrado en general.

Respecto a la no linealidad del núcleo magnético, el comportamiento en estado estable considerado anteriormente puede ser cuestionable para sistemas grandes debido a las siguientes razones:

- La no linealidad es compleja de formular, pues su resolución requiere el uso de un algoritmo iterativo para el cálculo de las corrientes de magnetización en cada resolución de las ecuaciones principales.
- El comportamiento no lineal solo se nota cuando el transformador está altamente saturado (por ejemplo, cuando el voltaje de excitación a través de cualquier fase alcanza más del 120% de la nominal) o durante el comportamiento transitorio (por ejemplo, irrupción o ferorrresonancia).
- Cuando el transformador no está muy saturado, el comportamiento magnético del núcleo se considera lineal (o se descuida) en la mayoría de los estudios de estado estacionario. Este sería el sector de la gran mayoría de los transformadores de media y baja tensión, pues se caracterizan en general por estar habitualmente descargados debido al tradicional sobredimensionamiento con el que se han planificado la instalación de estos mismos, y donde los más cargados, raramente llegan apenas al 100% de su capacidad.

Por lo tanto, debido a la improbable saturación del transformador, el comportamiento del núcleo se considerará siempre lineal, omitiendo todo régimen transitorio posible, suponiendo un estado estacionario.

1.2 Modelo de transformador trifásico primitivo

El objetivo de este estudio es utilizar un modelo de transformador lo más simple posible, que tenga en cuenta todas las conexiones de los devanados y refleje los comportamientos de fases que resultan de los diferentes diseños de los núcleos.

Dado a que este estudio se va a fundamentar en el modelo propuesto en [1] y [2], la complejidad del circuito magnético se ha reducido al mínimo en el modelo de origen o modelo M1: la Fig. (1 - 1) muestra las relaciones eléctricas primitivas entre cada par de devanados, y la Fig. (1 - 2) muestra el circuito magnético equivalente para los tres diseños de núcleo anteriores (tres columnas, cinco columnas y banco de transformadores respectivamente), donde se desprecia la no linealidad del núcleo, lo que implica que la reluctancia magnética asociada se considere lineal.

La pauta principal en el modelado de transformadores de estado estacionario es usar modelos lo más simples posible. Como la complejidad del modelo depende en mayor medida del circuito magnético, las simplificaciones se referirán a este factor, definiendo una única reluctancia magnética \mathfrak{R}_m común para todas las columnas. Obsérvese además que cada par de devanados (4-7, 5-8 y 6-9) representan tres transformadores monofásicos de iguales características, de ahí que sus impedancias de primario ($\tilde{Z}_{dp} = R_p + j\omega L_p$) y de secundario ($\tilde{Z}_{ds} = R_s + j\omega L_s$) sean iguales para todos ellos.

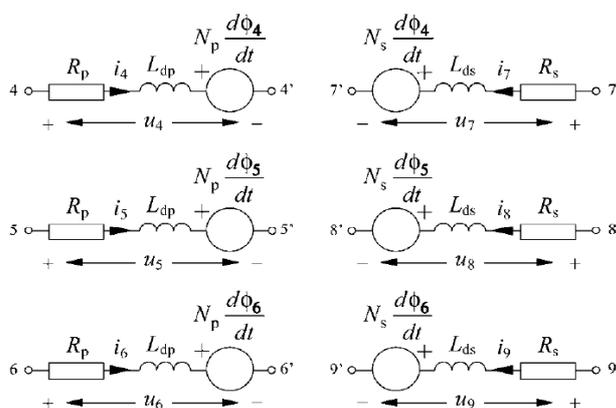


Figura 1 - 1. Modelo M1: circuito eléctrico equivalente del transformador trifásico desconectado.

Así pues, las tres ramas trifásicas del modelo M1 son lineales y simétricas, como se puede observar en las Fig. (1 - 1) y Fig. (1 - 2). Aunque en la realidad, las tres ramas magnéticas asociadas a los flujos 4, 5 y 6 son diferentes, pueden describirse en general usando sólo las ecuaciones procedentes de la Fig. (1 - 2a), con simplificaciones como $\mathfrak{R}_d = \mathfrak{R}_m$ para el transformador de cinco patas de la Fig. (1 - 2b), y $\mathfrak{R}_d = 0$ para el banco de transformadores de la Fig. (1 - 2c), siendo \mathfrak{R}_d la reluctancia magnética del aire y del tanque. De esta forma, las ecuaciones del transformador estudiadas se obtendrán del modelo de tres patas, mientras que las ecuaciones del banco de transformadores o del transformador de cinco columnas se derivarán como un caso particular.

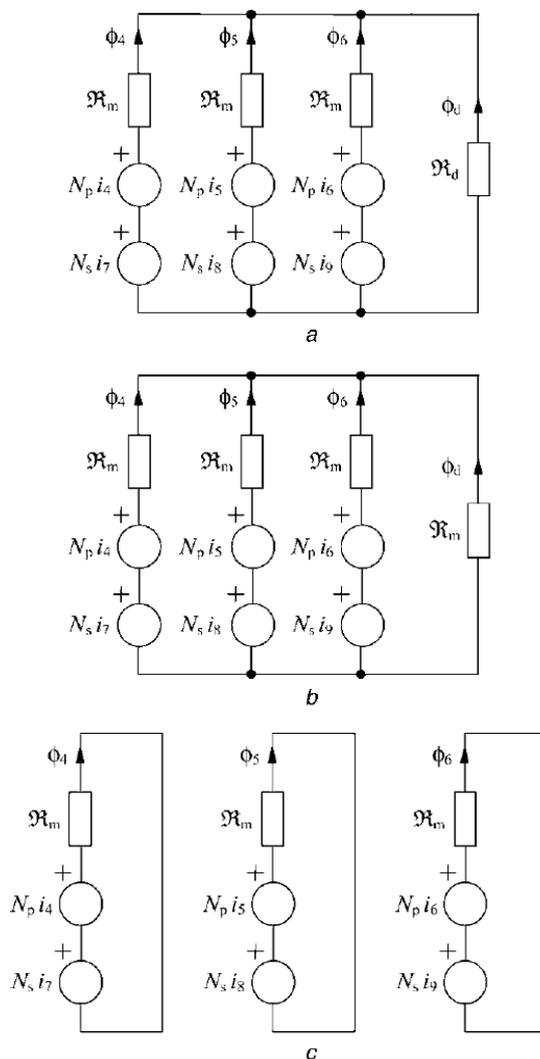


Figura 1 - 2. Modelo M1: circuito magnético equivalente del transformador trifásico.

Por lo tanto, entendiendo el esquema eléctrico de la Fig. (1 – 1), se pueden deducir las relaciones entre las tensiones e intensidades del transformador a partir de la resistencia del cobre, la inductancia del bobinado y el flujo inducido:

$$\tilde{U}_4 = \tilde{Z}_{dp}\tilde{I}_4 + jwN_p\tilde{\Phi}_4 \quad (1 - 1a) \quad \tilde{U}_7 = \tilde{Z}_{ds}\tilde{I}_7 + jwN_s\tilde{\Phi}_4 \quad (1 - 1d)$$

$$\tilde{U}_5 = \tilde{Z}_{dp}\tilde{I}_5 + jwN_p\tilde{\Phi}_5 \quad (1 - 1b) \quad \tilde{U}_8 = \tilde{Z}_{ds}\tilde{I}_8 + jwN_s\tilde{\Phi}_5 \quad (1 - 1e)$$

$$\tilde{U}_6 = \tilde{Z}_{dp}\tilde{I}_6 + jwN_p\tilde{\Phi}_6 \quad (1 - 1c) \quad \tilde{U}_9 = \tilde{Z}_{ds}\tilde{I}_9 + jwN_s\tilde{\Phi}_6 \quad (1 - 1f)$$

Por otro lado, las corrientes de Foucault son un fenómeno eléctrico que se produce cuando un conductor atraviesa un campo magnético variable. Son las conocidas como pérdidas del hierro, y dependen de un parámetro resistivo, R_{Fe} , el cual suele despreciarse, ya que solo afecta en casos de muy baja carga (vacío). Sin embargo, y puesto que precisamente los transformadores de media y baja tensión, objeto de estudio, suelen estar muy descargados, este fenómeno se añadirá al modelo como una resistencia en paralelo a la fuente de tensión que representa el flujo magnético del bobinado del transformador, y que solo se considerará en el circuito eléctrico equivalente de primario.

Viendo el esquema eléctrico de la Fig. (1 – 3), se observan claramente cuales son dichas corrientes de Foucault (\tilde{I}_{4p}) para cada transformador monofásico que compone el modelo trifásico, existiendo una nueva relación de intensidades debido al nuevo nudo añadido producido por R_{Fe} :

$$\tilde{I}_{4s} = \tilde{I}_4 - \tilde{I}_{4p} = \tilde{I}_4 - \frac{jwN_p\tilde{\Phi}_4}{R_{Fe}} \quad (1 - 2a)$$

$$\tilde{I}_{5s} = \tilde{I}_5 - \tilde{I}_{5p} = \tilde{I}_5 - \frac{jwN_p\tilde{\Phi}_5}{R_{Fe}} \quad (1 - 2b)$$

$$\tilde{I}_{6s} = \tilde{I}_6 - \tilde{I}_{6p} = \tilde{I}_6 - \frac{jwN_p\tilde{\Phi}_6}{R_{Fe}} \quad (1 - 2c)$$

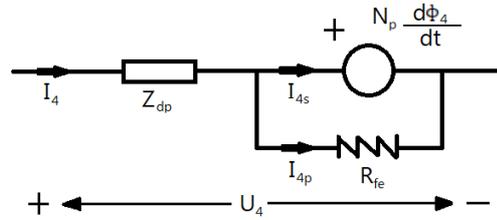


Figura 1 - 3. Circuito eléctrico con R_{Fe} .

Por lo tanto, la corriente \tilde{I}_4 que antes representaba al flujo magnético del bobinado del transformador, ahora pasa a ser \tilde{I}_{4s} , influyendo, sobre todo, en las ecuaciones magnéticas dadas por el flujo. Aplicando el mismo concepto para el resto de corrientes, las ecuaciones del flujo magnético de la Fig. (1 – 2a) para cada bucle, sabiendo que el flujo de dispersión $\tilde{\Phi}_d$ que circula por \mathfrak{R}_d proviene de la suma nula de flujos del nudo superior (analogía eléctrica de las leyes de Kirchhoff aplicada al circuito magnético), serán:

$$-N_p\tilde{I}_{4s} - N_s\tilde{I}_7 + (\mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d)\tilde{\Phi}_4 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_5 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_6 = 0 \quad (1 - 3a)$$

$$-N_p\tilde{I}_{5s} - N_s\tilde{I}_8 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_4 + (\mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d)\tilde{\Phi}_5 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_6 = 0 \quad (1 - 3b)$$

$$-N_p\tilde{I}_{6s} - N_s\tilde{I}_9 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_4 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_5 + (\mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d)\tilde{\Phi}_6 = 0 \quad (1 - 3c)$$

Sustituyendo las intensidades (1 – 2x) en las ecuaciones (1 – 3x), se obtienen las siguientes nuevas ecuaciones:

$$-N_p\tilde{I}_4 + \frac{jwN_p^2}{R_{Fe}}\tilde{\Phi}_4 - N_s\tilde{I}_7 + (\mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d)\tilde{\Phi}_4 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_5 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_6 = 0 \quad (1 - 4a)$$

$$-N_p\tilde{I}_5 + \frac{jwN_p^2}{R_{Fe}}\tilde{\Phi}_5 - N_s\tilde{I}_8 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_4 + (\mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d)\tilde{\Phi}_5 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_6 = 0 \quad (1 - 4b)$$

$$-N_p\tilde{I}_6 + \frac{jwN_p^2}{R_{Fe}}\tilde{\Phi}_6 - N_s\tilde{I}_9 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_4 + \mathfrak{R}_d\tilde{\Phi}_5 + (\mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d)\tilde{\Phi}_6 = 0 \quad (1 - 4c)$$

Donde haciendo factor común, el nuevo término que acompaña al flujo magnético es $\left\{ \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw \right\}$.

Finalmente, recopilando las ecuaciones eléctricas (1 – 1x) y ecuaciones magnéticas (1 – 4x), considerando que el comportamiento magnético es lineal y el transformador está en estado estable sinusoidal, las ecuaciones eléctricas y magnéticas, en forma matricial, que caracterizan el modelo de transformador trifásico primitivo o no conectado M1 serán:

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \\ \tilde{U}_7 \\ \tilde{U}_8 \\ \tilde{U}_9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{dp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & jwN_p & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{Z}_{dp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & jwN_p & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{Z}_{dp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & jwN_p \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{Z}_{ds} & 0 & 0 & jwN_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{Z}_{ds} & 0 & 0 & jwN_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{Z}_{ds} & 0 & 0 & jwN_s \\ -N_p & 0 & 0 & -N_s & 0 & 0 & \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw & \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_d \\ 0 & -N_p & 0 & 0 & -N_s & 0 & \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw & \mathfrak{R}_d \\ 0 & 0 & -N_p & 0 & 0 & -N_s & \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_5 \\ \tilde{I}_6 \\ \tilde{I}_7 \\ \tilde{I}_8 \\ \tilde{I}_9 \\ \tilde{\Phi}_4 \\ \tilde{\Phi}_5 \\ \tilde{\Phi}_6 \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

Donde $\tilde{U}_4, \tilde{U}_5, \tilde{U}_6, \tilde{U}_7, \tilde{U}_8$ y \tilde{U}_9 son las tensiones de cada bobina, $\tilde{I}_4, \tilde{I}_5, \tilde{I}_6, \tilde{I}_7, \tilde{I}_8$ e \tilde{I}_9 las corrientes por cada bobina, $\tilde{\Phi}_4, \tilde{\Phi}_5$ y $\tilde{\Phi}_6$ los flujos magnéticos por cada transformador monofásico, \tilde{Z}_{dp} y \tilde{Z}_{ds} las impedancias de fuga primaria y secundaria, N_p y N_s el número de espiras del devanado, \mathfrak{R}_m la reluctancia del núcleo y \mathfrak{R}_d la reluctancia magnética del aire y del tanque del transformador (también conocida como reluctancia de cuba).

Siguiendo con la idea inicial, se simplificarán las ecuaciones (1 – 5), eliminando los flujos. Para ello, se utilizan las tres últimas ecuaciones de (1 – 5) para despejar los flujos en función de las intensidades, y con esta nueva relación, sustituir en el resto de las ecuaciones (1 – 5) para obtener una matriz Z_{bus} que relacione tensiones con intensidades.

Expresando las ecuaciones (1 – 5) en términos de vectores y matrices de bloques se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_{br_p} \\ \tilde{U}_{br_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{dp}] & [0] \\ [0] & [Z_{ds}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_{br_p} \\ \tilde{I}_{br_s} \end{bmatrix} + jw \begin{bmatrix} N_p[U] \\ N_s[U] \end{bmatrix} [\Phi] \quad (1-6)$$

$$[0] = -N_p[U][\tilde{I}_{br_p}] - N_s[U][\tilde{I}_{br_s}] + [M\Phi][\Phi] \quad (1-7)$$

Donde despejando los flujos de (1 – 7) se obtiene:

$$[\Phi] = [M\Phi]^{-1} \{N_p[U][\tilde{I}_{br_p}] + N_s[U][\tilde{I}_{br_s}]\} \quad (1-8)$$

Siendo \tilde{I}_{br_p} y \tilde{I}_{br_s} la terna de intensidades de rama de primario y secundario, \tilde{U}_{br_p} y \tilde{U}_{br_s} la terna de tensiones de rama de primario y secundario, $[Z_{dp}]$ y $[Z_{ds}]$ dos matrices diagonales formadas las impedancias de cortocircuito de primario y secundario, $[U]$ la matriz identidad unitaria, $[M\Phi]$ una matriz simétrica dependiente de los flujos magnéticos del transformador, y $[M\Phi]^{-1}$ su inversa, la cual, debido a la complejidad, se han sustituido sus valores por los términos ϕ_{ij} para facilitar su comprensión.

$$[M\Phi] = \begin{bmatrix} \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw & \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_d \\ \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw & \mathfrak{R}_d \\ \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_d & \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_d + \frac{N_p^2}{R_{Fe}}jw \end{bmatrix} \quad [M\Phi]^{-1} = \begin{bmatrix} \phi_{aa} & \phi_{ab} & \phi_{ac} \\ \phi_{ba} & \phi_{bb} & \phi_{bc} \\ \phi_{ca} & \phi_{cb} & \phi_{cc} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, los flujos finalmente quedarán de la siguiente forma:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \Phi_{aa}N_p & \Phi_{ab}N_p & \Phi_{ac}N_p \\ \Phi_{ba}N_p & \Phi_{bb}N_p & \Phi_{bc}N_p \\ \Phi_{ca}N_p & \Phi_{cb}N_p & \Phi_{cc}N_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_5 \\ \tilde{I}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{aa}N_s & \Phi_{ab}N_s & \Phi_{ac}N_s \\ \Phi_{ba}N_s & \Phi_{bb}N_s & \Phi_{bc}N_s \\ \Phi_{ca}N_s & \Phi_{cb}N_s & \Phi_{cc}N_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_7 \\ \tilde{I}_8 \\ \tilde{I}_9 \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

Llevando los flujos (1 – 9) a las seis primeras ecuaciones (1 – 5), es decir, sustituyendo la expresión (1 – 8) en (1 – 6), se obtendrán las nuevas ecuaciones que relacionan tensiones con intensidades, eliminando los los flujos magnéticos del núcleo. Por lo tanto, la nueva matriz primitiva del transformador será:

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \\ \tilde{U}_7 \\ \tilde{U}_8 \\ \tilde{U}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{dp} + jwN_p^2\phi_{aa} & jwN_p^2\phi_{ab} & jwN_p^2\phi_{ac} & jwN_pN_s\phi_{aa} & jwN_pN_s\phi_{ab} & jwN_pN_s\phi_{ac} \\ jwN_p^2\phi_{ba} & \tilde{Z}_{dp} + jwN_p^2\phi_{bb} & jwN_p^2\phi_{bc} & jwN_pN_s\phi_{ba} & jwN_pN_s\phi_{bb} & jwN_pN_s\phi_{bc} \\ jwN_p^2\phi_{ca} & jwN_p^2\phi_{cb} & \tilde{Z}_{dp} + jwN_p^2\phi_{cc} & jwN_pN_s\phi_{ca} & jwN_pN_s\phi_{cb} & jwN_pN_s\phi_{cc} \\ jwN_pN_s\phi_{aa} & jwN_pN_s\phi_{ab} & jwN_pN_s\phi_{ac} & \tilde{Z}_{ds} + jwN_s^2\phi_{aa} & jwN_s^2\phi_{ab} & jwN_s^2\phi_{ac} \\ jwN_pN_s\phi_{ba} & jwN_pN_s\phi_{bb} & jwN_pN_s\phi_{bc} & jwN_s^2\phi_{ba} & \tilde{Z}_{ds} + jwN_s^2\phi_{bb} & jwN_s^2\phi_{bc} \\ jwN_pN_s\phi_{ca} & jwN_pN_s\phi_{cb} & jwN_pN_s\phi_{cc} & jwN_s^2\phi_{ca} & jwN_s^2\phi_{cb} & \tilde{Z}_{ds} + jwN_s^2\phi_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_5 \\ \tilde{I}_6 \\ \tilde{I}_7 \\ \tilde{I}_8 \\ \tilde{I}_9 \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

Finalmente, se ha conseguido llevar los flujos a las primeras ecuaciones del modelo primitivo (1 – 5), quedando únicamente una relación de tensiones e intensidades.

1.2.1 Simplificaciones adicionales

Dado el modelo de transformador trifásico primitivo o no conectado M1, y aunque solo use cuatro parámetros (impedancias de fuga primaria y secundaria, la reluctancia del núcleo y la reluctancia del aire y del tanque del transformador), se simplificará para obtener dos nuevos modelos propuestos M2 y M3 dados en los trabajos publicados en [1] y [2].

Viendo el circuito monofásico equivalente del modelo de transformador de la Fig. (1 – 4) para los diferentes tipos de modelos propuestos, una simplificación del modelo M2 es que las impedancias \tilde{Z}_{dp} y \tilde{Z}_{ds} pasan a formar una única impedancia en el lado del primario. Ambas impedancias (\tilde{Z}_{dp} y \tilde{Z}_{ds}) deberán encontrarse a la izquierda de la impedancia de magnetización \tilde{Z}_m , formando una única impedancia de cortocircuito \tilde{Z} , pues si no fuese así, al invertir para obtener la matriz de admitancias primitiva, se tendrá una matriz muy compleja y difícil de manejar.

Respecto la impedancia de magnetización del núcleo del transformador (reluctancias magnéticas y efecto Foucault), es despreciada para el modelo M3 debido a su bajo efecto cuando el transformador se encuentra bajo carga, simplificando el modelo y facilitando posteriores cálculos centrados en las distintas conexiones del transformador.

Aunque el modelo M3 sea el óptimo, se considerará sólo la simplificación del modelo M2, dado el estudio pensado para transformadores de media y baja tensión (baja carga, efecto del hierro considerable), y también por conveniencia para, posteriormente, comprobar mediante simulación los ensayos de cortocircuito y vacío del transformador.

Por lo tanto, se pasará \tilde{Z}_{ds} a \tilde{Z}_{dp} para obtener una única impedancia de cortocircuito en primario. Para ello, se buscará llegar a la siguiente relación:

$$\tilde{Z} = \tilde{Z}_{dp} + \frac{N_p^2}{N_s^2} \tilde{Z}_{ds} \quad (1-11)$$

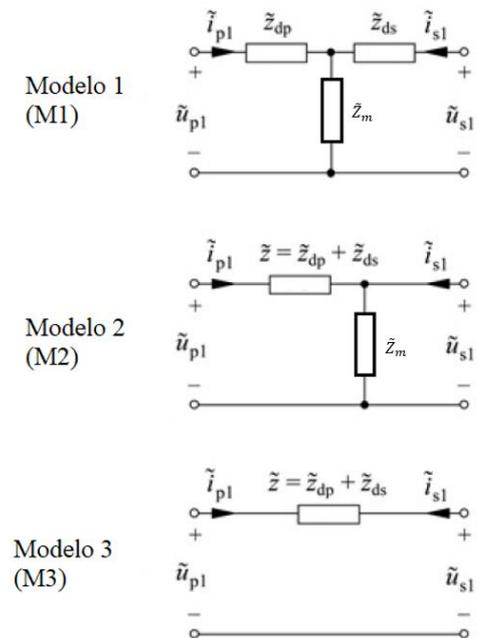


Figura 1 - 4. Circuito eléctrico monofásico equivalente de primario.

La idea es relacionar la \tilde{Z}_{ds} de las ecuaciones (1 – 10) en función de las tensiones e intensidades de primario.

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_7 \\ \tilde{U}_8 \\ \tilde{U}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{ds}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} N_p N_s [M\Phi]^{-1} \\ N_s^2 [M\Phi]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_{br_p} \\ \tilde{I}_{br_s} \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

$$\tilde{U}_7 = \tilde{Z}_{ds} \tilde{I}_7 + j\omega \{N_p N_s (\phi_{aa} \tilde{I}_4 + \phi_{ab} \tilde{I}_5 + \phi_{ac} \tilde{I}_6) + N_s^2 (\phi_{aa} \tilde{I}_7 + \phi_{ab} \tilde{I}_8 + \phi_{ac} \tilde{I}_9)\} \quad (1-13a)$$

$$\tilde{U}_8 = \tilde{Z}_{ds} \tilde{I}_7 + j\omega \{N_p N_s (\phi_{ba} \tilde{I}_4 + \phi_{bb} \tilde{I}_5 + \phi_{bc} \tilde{I}_6) + N_s^2 (\phi_{ba} \tilde{I}_7 + \phi_{bb} \tilde{I}_8 + \phi_{bc} \tilde{I}_9)\} \quad (1-13b)$$

$$\tilde{U}_9 = \tilde{Z}_{ds} \tilde{I}_7 + j\omega \{N_p N_s (\phi_{ca} \tilde{I}_4 + \phi_{cb} \tilde{I}_5 + \phi_{cc} \tilde{I}_6) + N_s^2 (\phi_{ca} \tilde{I}_7 + \phi_{cb} \tilde{I}_8 + \phi_{cc} \tilde{I}_9)\} \quad (1-13c)$$

Donde las relaciones de tensión e intensidad de un transformador monofásico en el caso de las ramas 4 y 7 son

$$\tilde{U}_7 = \frac{N_s}{N_p} \tilde{U}_4, \text{ y } \tilde{I}_7 = \frac{N_p}{N_s} \tilde{I}_4.$$

Sustituyendo dichas relaciones en las ecuaciones (1 – 13x) y reordenando con respecto las ecuaciones (1 – 10), se obtiene la relación con el primario:

$$\tilde{U}_4 = \left(\tilde{Z}_{dp} + \frac{N_p^2}{N_s^2} \tilde{Z}_{ds} \right) \tilde{I}_4 + j\omega \{N_p^2 (\phi_{aa} \tilde{I}_4 + \phi_{ab} \tilde{I}_5 + \phi_{ac} \tilde{I}_6) + N_p N_s (\phi_{aa} \tilde{I}_7 + \phi_{ab} \tilde{I}_8 + \phi_{ac} \tilde{I}_9)\} \quad (1-14a)$$

$$\tilde{U}_4 = \left(\tilde{Z}_{dp} + \frac{N_p^2}{N_s^2} \tilde{Z}_{ds} \right) \tilde{I}_5 + j\omega \{N_p^2 (\phi_{ba} \tilde{I}_4 + \phi_{bb} \tilde{I}_5 + \phi_{bc} \tilde{I}_6) + N_p N_s (\phi_{ba} \tilde{I}_7 + \phi_{bb} \tilde{I}_8 + \phi_{bc} \tilde{I}_9)\} \quad (1-14b)$$

$$\tilde{U}_4 = \left(\tilde{Z}_{dp} + \frac{N_p^2}{N_s^2} \tilde{Z}_{ds} \right) \tilde{I}_6 + j\omega \{N_p^2 (\phi_{ca} \tilde{I}_4 + \phi_{cb} \tilde{I}_5 + \phi_{cc} \tilde{I}_6) + N_p N_s (\phi_{ca} \tilde{I}_7 + \phi_{cb} \tilde{I}_8 + \phi_{cc} \tilde{I}_9)\} \quad (1-14c)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{dp}] + \frac{N_p^2}{N_s^2} [Z_{ds}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} N_p^2 [M\Phi]^{-1} \\ N_p N_s [M\Phi]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_{br_p} \\ \tilde{I}_{br_s} \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

Finalmente, sustituyendo por la relación (1 – 11), la matriz de impedancias primitiva quedará de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \\ \tilde{U}_7 \\ \tilde{U}_8 \\ \tilde{U}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z} + j\omega N_p^2 \phi_{aa} & j\omega N_p^2 \phi_{ab} & j\omega N_p^2 \phi_{ac} & j\omega N_p N_s \phi_{aa} & j\omega N_p N_s \phi_{ab} & j\omega N_p N_s \phi_{ac} \\ j\omega N_p^2 \phi_{ba} & \tilde{Z} + j\omega N_p^2 \phi_{bb} & j\omega N_p^2 \phi_{bc} & j\omega N_p N_s \phi_{ba} & j\omega N_p N_s \phi_{bb} & j\omega N_p N_s \phi_{bc} \\ j\omega N_p^2 \phi_{ca} & j\omega N_p^2 \phi_{cb} & \tilde{Z} + j\omega N_p^2 \phi_{cc} & j\omega N_p N_s \phi_{ca} & j\omega N_p N_s \phi_{cb} & j\omega N_p N_s \phi_{cc} \\ j\omega N_p N_s \phi_{aa} & j\omega N_p N_s \phi_{ab} & j\omega N_p N_s \phi_{ac} & j\omega N_s^2 \phi_{aa} & j\omega N_s^2 \phi_{ab} & j\omega N_s^2 \phi_{ac} \\ j\omega N_p N_s \phi_{ba} & j\omega N_p N_s \phi_{bb} & j\omega N_p N_s \phi_{bc} & j\omega N_s^2 \phi_{ba} & j\omega N_s^2 \phi_{bb} & j\omega N_s^2 \phi_{bc} \\ j\omega N_p N_s \phi_{ca} & j\omega N_p N_s \phi_{cb} & j\omega N_p N_s \phi_{cc} & j\omega N_s^2 \phi_{ca} & j\omega N_s^2 \phi_{cb} & j\omega N_s^2 \phi_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_5 \\ \tilde{I}_6 \\ \tilde{I}_7 \\ \tilde{I}_8 \\ \tilde{I}_9 \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

1.2.2 Matriz de admitancia primitiva

La matriz de admitancia primitiva buscada se obtendrá invirtiendo la Z_{bus} anterior vista (1 – 16), teniendo en cuenta los siguientes nuevos parámetros de la Tabla (1 – 1) correspondientes a las reluctancias magnetizantes, la relación de espiras y la admitancia de cortocircuito.

Tabla 1 - 1. Nuevos parámetros introducidos.

Expresión	Tipo de parámetro
$a = \frac{N_p}{N_s}$	Relación de espiras monofásica
$\tilde{y} = \frac{1}{\tilde{z}}$	Admitancia de cortocircuito referida a primario
$\tau_m = \frac{\mathfrak{R}_m}{j\omega N_p^2}$	Reluctancia magnética del núcleo del transformador
$\tau_d = \frac{\mathfrak{R}_d}{j\omega N_p^2}$	Reluctancia magnética del aire y del tanque

Conociendo los nuevos parámetros, la matriz de admitancia primitiva será la siguiente:

$$[y_{prim}] = \begin{bmatrix} \tilde{y} & 0 & 0 & -a\tilde{y} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{y} & 0 & 0 & -a\tilde{y} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{y} & 0 & 0 & -a\tilde{y} \\ -a\tilde{y} & 0 & 0 & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & a^2\tau_d & a^2\tau_d \\ 0 & -a\tilde{y} & 0 & a^2\tau_d & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & a^2\tau_d \\ 0 & 0 & -a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\tau_d & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \end{bmatrix} \quad (1 - 17)$$

Donde los nuevos parámetros introducidos de admitancia de cortocircuito \tilde{y} , reluctancias magnetizantes τ_m y τ_d , además de R_{Fe} , son referidos al primario, destacando que todos y cada uno de ellos se refieren a cada transformador monofásico equivalente que compone el modelo trifásico. Es por esta razón que todos estos parámetros aparezcan bajo el factor común del cuadrado de la relación de espiras.

Finalmente, la expresión (1 - 17) corresponde al modelo M2, pues el modelo M3 considera la despreciación de la reluctancia magnética del núcleo ($\tau_m = 0$). En este caso, no se va a despreciar, manteniendo la consideración anteriormente comentada de reluctancias \mathfrak{R}_m idénticas para cada columna del transformador, y la simplificación de una única impedancia en primario.

Existen más simplificaciones, dando lugar a un cuarto y quinto modelo referidos a bancos de transformadores tal y como se indican en los trabajos de las publicaciones [1] y [2]. Respecto a esos modelos, son inadecuados porque simplifican la reluctancia magnética del aire y del tanque a un valor nulo ($\tau_d = 0$), cosa que, para el tipo de transformador estudiado en el laboratorio, no lo es.

2 OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES NODALES

Dado el modelo de transformador trifásico primitivo o no conectado M1, y simplificado al modelo objetivo M2, se ha obtenido la matriz de admitancia primitiva (1 – 17). A lo largo de este apartado, partiendo de la matriz anterior, se llegará a obtener una matriz de admitancias específica para el tipo de configuración del transformador a estudiar, que proporcionará las ecuaciones nodales para todas las conexiones de devanado posibles.

2.1 Matriz de conexión del transformador trifásico

Los devanados del transformador se pueden conectar en estrella con conexión a tierra (YG), estrella con conexión a tierra por impedancia (YZ), estrella aislada (Y) o triángulo (D). A continuación, se considerará el esquema de conexión para transformadores trifásicos D-Y de la Fig. (2 – 1), que permitirá la obtención de la matriz de conexión necesaria.

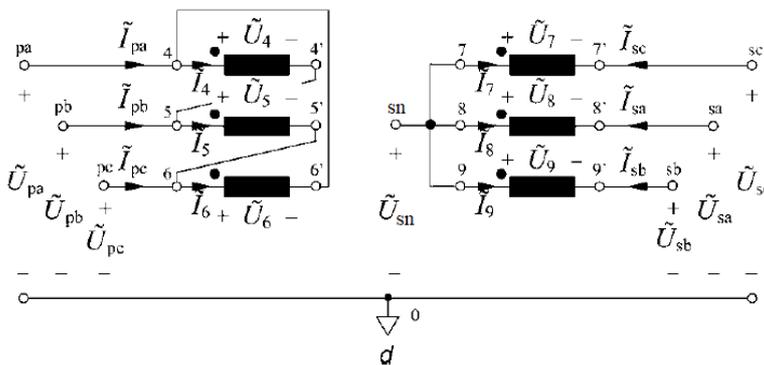


Figura 2 - 1. Conexiones de transformadores trifásicos D-Y.

La matriz de conexión C , da la relación entre la rama y los voltajes de nodo. Las corrientes de rama y nodo también están relacionadas por el conjugado de la transpuesta de la matriz de conexión C^T .

Por lo tanto, las relaciones para el transformador D-Y vienen deducidas de la Fig. (2 – 1), dando lugar a las siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = [C]^T \begin{bmatrix} \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_5 \\ \tilde{I}_6 \\ \tilde{I}_7 \\ \tilde{I}_8 \\ \tilde{I}_9 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \\ \tilde{U}_7 \\ \tilde{U}_8 \\ \tilde{U}_9 \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sb} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sc} - \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

Donde \tilde{I}_{pi} e \tilde{I}_{si} serán las intensidades fasoriales de fase i en primario y secundario del transformador, y \tilde{U}_{si} serán las tensiones fasoriales de fase i en primario y secundario, y \tilde{U}_{sn} será la tensión de fase del neutro.

Por lo tanto, analizando la Fig. (2 – 1) se deducen las relaciones entre tensiones, e intensidades para el tipo de transformador D-Y estudiado, así como la relación con el neutro:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{pa} &= \tilde{I}_4 - \tilde{I}_6; & \tilde{I}_{pb} &= \tilde{I}_5 - \tilde{I}_4; & \tilde{I}_{pc} &= \tilde{I}_6 - \tilde{I}_5; \\ \tilde{I}_{sa} &= \tilde{I}_7; & \tilde{I}_{sb} &= \tilde{I}_8; & \tilde{I}_{sc} &= \tilde{I}_9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_4 &= \tilde{U}_{pa} - \tilde{U}_{pb}; & \tilde{U}_5 &= \tilde{U}_{pb} - \tilde{U}_{pc}; & \tilde{U}_6 &= \tilde{U}_{pc} - \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_7 &= \tilde{U}_{sa} - \tilde{U}_{sn}; & \tilde{U}_8 &= \tilde{U}_{sb} - \tilde{U}_{sn}; & \tilde{U}_9 &= \tilde{U}_{sc} - \tilde{U}_{sn} \end{aligned}$$

Expresando las relaciones anteriores de manera matricial, las expresiones (2 – 1) y (2 – 2) para el transformador buscadas quedarán de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_5 \\ \tilde{I}_6 \\ \tilde{I}_7 \\ \tilde{I}_8 \\ \tilde{I}_9 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \\ \tilde{U}_7 \\ \tilde{U}_8 \\ \tilde{U}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sb} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sc} - \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

Siendo C para el transformador Dyn11 estudiado $[C] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Finalmente, la nueva matriz principal específica y_{bus}' para el transformador estudiado y su tipo de conexión vendrá dada por la expresión (2 – 5) y será la siguiente:

$$[y_{bus}'] = [C]^T [y_{prim}] [C] \quad (2-5)$$

$$[y_{bus}'] = \begin{bmatrix} 2\tilde{y} & -\tilde{y} & -\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} \\ -\tilde{y} & 2\tilde{y} & -\tilde{y} & a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 \\ -\tilde{y} & -\tilde{y} & 2\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} & -a\tilde{y} \\ -a\tilde{y} & a\tilde{y} & 0 & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & a^2\tau_d & a^2\tau_d \\ 0 & -a\tilde{y} & a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & a^2\tau_d \\ a\tilde{y} & 0 & -a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\tau_d & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

2.2 Voltage del punto neutro de una estrella

Recapitulando, tras relacionar la matriz de conexiones C y sus ecuaciones (2 – 3), (2 – 4) con la matriz de admitancias y_{prim} (1 – 17), se obtiene la nueva matriz específica de admitancias y_{bus}' de la expresión (2 – 6), cuyas ecuaciones relacionan intensidades de fase con las tensiones de fase, tanto de primario como de secundario.

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tilde{y} & -\tilde{y} & -\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} \\ -\tilde{y} & 2\tilde{y} & -\tilde{y} & a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 \\ -\tilde{y} & -\tilde{y} & 2\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} & -a\tilde{y} \\ -a\tilde{y} & a\tilde{y} & 0 & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & a^2\tau_d & a^2\tau_d \\ 0 & -a\tilde{y} & a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & a^2\tau_d \\ a\tilde{y} & 0 & -a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\tau_d & a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \tau_d + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sb} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sc} - \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

Sin embargo, tal y como se puede ver, y_{bus}' depende de las tensiones de fase a, b y c, y también del neutro, pues en las tensiones de secundario aparece $\tilde{U}_{si} - \tilde{U}_{sn}$. En este apartado, se definirán cuales son las tensiones e intensidades que circulan por el neutro para cada tipo de conexión, y así obtener unas ecuaciones que relacionen intensidades de fase con tensiones de fase, tanto primarias como secundarias, las cuales realmente proporcionarían la y_{bus} buscada.

2.2.1 Conexión D-Y

Cuando el neutro no esta conectado a tierra y además no es accesible, las relaciones entre tensiones e intensidades de fase deducidas de la Fig. (2 – 2) son las siguientes:

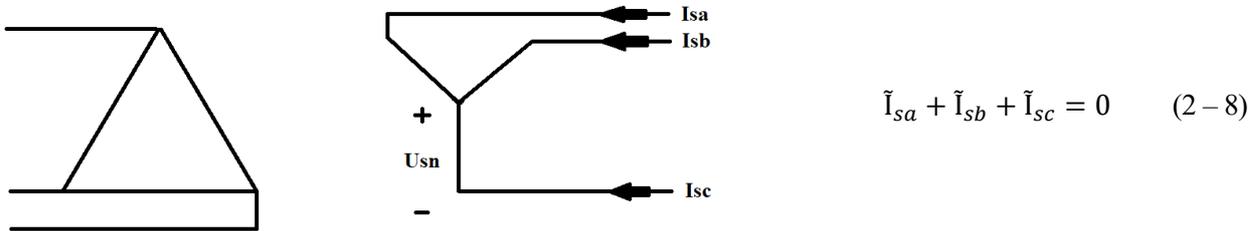


Figura 2 - 2. Conexión con neutro no conectado.

Donde la suma nula de las intensidades de secundario resulta la suma de las últimas tres filas de las ecuaciones (2 – 6), dando lugar a la siguiente ecuación:

$$(\tilde{U}_{sa} + \tilde{U}_{sb} + \tilde{U}_{sc} - 3\tilde{U}_{sn}) \left(a^2\tilde{y} + a^2\tau_m + a^2\tau_d + \frac{a^2}{R_{Fe}} + 2\tau_d \right) = 0$$

Eliminando la parte de admitancias de la ecuación anterior, quedará la relación entre las tensiones de fase de secundario y la tensión de neutro.

$$(\tilde{U}_{sa} + \tilde{U}_{sb} + \tilde{U}_{sc} - 3\tilde{U}_{sn}) = 0$$

Por lo tanto, despejando la tensión de neutro de secundario buscada se obtiene lo siguiente:

$$\tilde{U}_{sn} = \frac{\tilde{U}_{sa} + \tilde{U}_{sb} + \tilde{U}_{sc}}{3} \quad (2-9)$$

Simplificando las tensiones de secundario, se elimina la dependencia de la tensión a neutro.

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_{sa} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sb} - \tilde{U}_{sn} \\ \tilde{U}_{sc} - \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\tilde{U}_{sa} - \frac{1}{3}\tilde{U}_{sb} - \frac{1}{3}\tilde{U}_{sc} \\ -\frac{1}{3}\tilde{U}_{sa} + \frac{2}{3}\tilde{U}_{sb} - \frac{1}{3}\tilde{U}_{sc} \\ -\frac{1}{3}\tilde{U}_{sa} - \frac{1}{3}\tilde{U}_{sb} + \frac{2}{3}\tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

Sustituyendo la expresión (2-10) y reordenando las ecuaciones (2-7), se obtienen las ecuaciones nodales finales para la conexión D-Y.

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tilde{y} & -\tilde{y} & -\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} \\ -\tilde{y} & 2\tilde{y} & -\tilde{y} & a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 \\ -\tilde{y} & -\tilde{y} & 2\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} & -a\tilde{y} \\ -a\tilde{y} & a\tilde{y} & 0 & \frac{2}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & -\frac{1}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & -\frac{1}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \\ 0 & -a\tilde{y} & a\tilde{y} & -\frac{1}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & \frac{2}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & -\frac{1}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \\ a\tilde{y} & 0 & -a\tilde{y} & -\frac{1}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & -\frac{1}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) & \frac{2}{3}a^2\left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

2.2.2 Conexión D-YZ

Cuando el neutro esta conectado a tierra por una impedancia, o en este caso, por una resistencia R_g , las relaciones entre tensiones e intensidades de fase deducidas de la Fig. (2-3) son las siguientes:

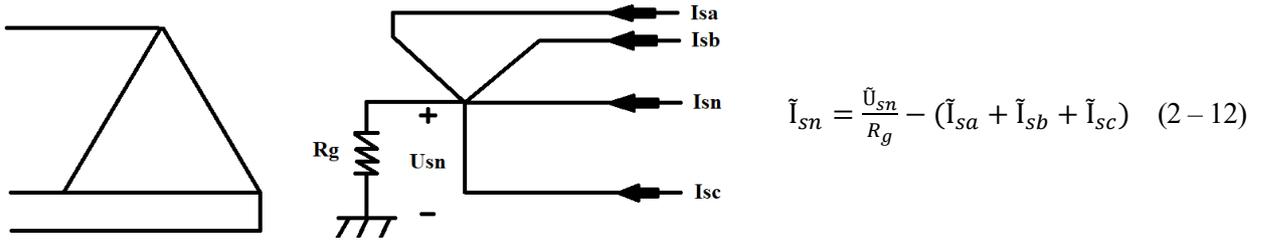


Figura 2 - 3. Conexión con neutro impedante.

Donde la suma de las intensidades de fase será también la suma de las últimas tres filas de las ecuaciones de la expresión (2-6).

$$\tilde{I}_{sa} + \tilde{I}_{sb} + \tilde{I}_{sc} = (\tilde{U}_{sa} + \tilde{U}_{sb} + \tilde{U}_{sc} - 3\tilde{U}_{sn}) \left(a^2\tilde{y} + a^2\tau_m + a^2\tau_d + \frac{a^2}{R_{Fe}} + 2\tau_d \right)$$

Creando una nueva variable $\tau_t = a^2\tilde{y} + a^2\tau_d + a^2\tau_m + \frac{a^2}{R_{Fe}}$, se simplifica el resultado.

$$\tilde{I}_{sa} + \tilde{I}_{sb} + \tilde{I}_{sc} = (\tilde{U}_{sa} + \tilde{U}_{sb} + \tilde{U}_{sc} - 3\tilde{U}_{sn})(\tau_t + 2\tau_d) \quad (2-13)$$

Finalmente, sustituyendo (2-13) en la expresión (2-12), se obtiene:

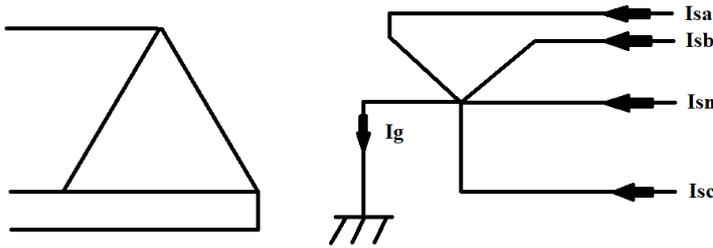
$$\tilde{I}_{sn} = \frac{\tilde{U}_{sn}}{R_g} - (\tau_t + 2\tau_d)(\tilde{U}_{sa} + \tilde{U}_{sb} + \tilde{U}_{sc}) + 3(\tau_t + 2\tau_d)\tilde{U}_{sn} \quad (2-14)$$

Añadiendo como nuevas incógnitas \tilde{I}_{sn} y \tilde{U}_{sn} , introduciendo la expresión anterior a las ecuaciones de la expresión (2-7), y finalmente reordenando las tensiones, se obtienen las ecuaciones finales para la conexión D-YZ.

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \\ \tilde{I}_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tilde{y} & -\tilde{y} & -\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} & 0 \\ -\tilde{y} & 2\tilde{y} & -\tilde{y} & a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 & 0 \\ -\tilde{y} & -\tilde{y} & 2\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 \\ -a\tilde{y} & a\tilde{y} & 0 & \tau_t & a^2\tau_d & a^2\tau_d & -(\tau_t + 2a^2\tau_d) \\ 0 & -a\tilde{y} & a\tilde{y} & a^2\tau_d & \tau_t & a^2\tau_d & -(\tau_t + 2a^2\tau_d) \\ a\tilde{y} & 0 & -a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\tau_d & \tau_t & -(\tau_t + 2a^2\tau_d) \\ 0 & 0 & 0 & -(\tau_t + 2a^2\tau_d) & -(\tau_t + 2a^2\tau_d) & -(\tau_t + 2a^2\tau_d) & \frac{1}{R_g} + 3(\tau_t + 2a^2\tau_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \\ \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

2.2.3 Conexión D-YG

Cuando el neutro esta conectado directamente a tierra, o conexión franca a tierra, las relaciones entre tensiones e intensidades de fase son las siguientes:



$$\begin{aligned} R_g &= 0 \\ \tilde{U}_{sn} &= 0 \\ \tilde{I}_{sn} + \tilde{I}_{sa} + \tilde{I}_{sb} + \tilde{I}_{sc} &= \tilde{I}_g \end{aligned}$$

Figura 2 - 4. Conexión franca a tierra.

En este caso, \tilde{I}_{sn} depende del régimen de neutro aguas abajo del sistema conectado al transformador, por lo que a priori, no es posible introducir dicho término a las ecuaciones nodales como si se hizo en la conexión D-YZ. Por lo tanto, simplificando estos factores de las ecuaciones (2 - 7), se obtienen las ecuaciones finales para la conexión D-YG.

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tilde{y} & -\tilde{y} & -\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} \\ -\tilde{y} & 2\tilde{y} & -\tilde{y} & a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 \\ -\tilde{y} & -\tilde{y} & 2\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} & -a\tilde{y} \\ -a\tilde{y} & a\tilde{y} & 0 & \tau_t & a^2\tau_d & a^2\tau_d \\ 0 & -a\tilde{y} & a\tilde{y} & a^2\tau_d & \tau_t & a^2\tau_d \\ a\tilde{y} & 0 & -a\tilde{y} & a^2\tau_d & a^2\tau_d & \tau_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

3 OBTENCIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO TRIFÁSICO DEL TRANSFORMADOR

Las ecuaciones nodales obtenidas en el apartado anterior, relacionan tensiones de fase con intensidades de fase, tanto en bornes de primario como bornes de secundario del transformador. Se han visto tres modelos de ecuaciones para cada tipo de conexión de la estrella (Y, YZ, YG). Para poderlas utilizar, se necesitan completar varios parámetros de la matriz Y_{bus} , los cuales se obtendrán de los ensayos de cortocircuito, vacío y ensayo de homopolar o impedancia de secuencia cero.

Dichos parámetros serán los representados en la Tabla (3 – 1), recordando que todos ellos se refieren a los parámetros de cada transformador monofásico equivalente que compone el modelo trifásico, tal y como se ha distinguido en puntos anteriores.

Tabla 3 - 1. Parámetros necesarios.

Notación	Tipo de parámetro
a	Relación de espiras monofásica
R_{Fe}	Resistencia del hierro del transformador
\tilde{y}	Admitancia de cortocircuito referida a primario
τ_m	Reluctancia magnética del núcleo del transformador
τ_d	Reluctancia magnética del aire y del tanque

En este caso, \tilde{y} vendrá dado por el ensayo de cortocircuito, τ_m y R_{Fe} por el ensayo de vacío, τ_d por el ensayo de homopolar, mientras que a se puede calcular directamente conocido el transformador estudiado.

3.1 Características y ensayos del transformador

El modelo de transformador ensayado en el laboratorio es un Dyn11 con relación 400/400V y potencia de 125kVA, tal y como se indica en la Tabla (3 – 2). Por lo tanto, al ser un transformador Dy, la relación de espiras monofásica será:

$$a = \frac{400\sqrt{3}}{400}$$

Los ensayos de vacío y cortocircuito de un transformador permiten determinar los parámetros más importantes que definen su comportamiento. A través de las mediciones efectuadas en dichos ensayos, se pueden determinar los parámetros del circuito equivalente monofásico simplificado del transformador visto para el modelo M2 estudiado.

Tabla 3 - 2. Características transformador Dyn11.

Fabricante	Clarkia SL
Tipo de transformador	Seco
Potencia	125kVA
Tensión del primario	400V
Tensión del secundario	400V
Frecuencia	50Hz
Conexión	Dyn11
Tensión de cortocircuito	9.13V
Intensidad de cortocircuito	187A
Pérdidas eléctricas	1750W
Tensión de vacío	400V
Intensidad de vacío	2.8A
Pérdidas magnéticas	640W



Figura 3 - 1. Transformador Dyn11 (125kVA).

Sin embargo, debido a limitaciones de potencia en la fuente AC controlable usada en el laboratorio, solo se podrá ensayar hasta el 50% de carga en el transformador (pues de forma normal se requerirían intensidades superiores a 180A por fase), impidiendo un ensayo de cortocircuito nominal. Por ello, también se estudiará como afecta este ensayo para diferentes niveles de carga y tensión en un transformador de menor potencia, para comparar resultados y comprobar que comportamiento existe a media carga en el transformador objetivo, ya que no es posible realizar un ensayo de cortocircuito nominal, demostrando a su vez la validez de dicho ensayo bajo las condiciones de laboratorio anteriormente mencionadas. No obstante, el ensayo de vacío nominal no supone ningún problema.

Por lo tanto, el ensayo de cortocircuito se realizará primero bajo diferentes niveles de carga (ensayo de corto con 25, 50, 75, 100% de intensidad nominal) para el transformador de menor potencia, todo esto con el fin de analizar la evolución de los parámetros del transformador.

El modelo de dicho primer transformador ensayado, para realizar dichas comparaciones, será un Yd5 con relación 400/360V y potencia de 20kVA, tal y como se indica en la Tabla (3 – 3), el cual se ensayará desde el lado del triángulo o del secundario para asemejar lo mejor posible las condiciones del transformador objetivo.

Tabla 3 - 3. Características transformador Yd5.

Fabricante	Torytrans SL
Tipo de transformador	Seco
Potencia	20kVA
Tensión del primario	400V
Tensión del secundario	360V
Frecuencia	50Hz
Conexión	Yd5
Tensión de cortocircuito	12.4V
Intensidad de cortocircuito	28.8A
Pérdidas eléctricas	301W
Tensión de vacío	400V
Intensidad de vacío	N/A
Pérdidas magnéticas	116W



Figura 3 - 2. Transformador Yd5 (20kVA).

Finalmente, también se compararán los resultados obtenidos con los datos de la ficha del transformador dada por el fabricante, aunque solo servirá para comparar datos resistivos, ya que no se proporcionan otros datos necesarios como la potencia reactiva.

3.1.1 Ensayo de vacío

El ensayo de vacío del transformador permite obtener las pérdidas en el hierro, P_{Fe} , y los parámetros de la rama paralelo del circuito equivalente, R_{Fe} y X_{μ} . En este tipo de ensayo de vacío se suele aplicar una tensión nominal en el lado de alta tensión del transformador mientras que el lado de baja tensión queda en circuito abierto. En este caso de relación 400/400, todos los ensayos, excepto el de homopolar, se realizarán alimentado desde el lado del triángulo (D).

De forma general, las medidas que se deben realizar son la tensión de línea de una de las fases aplicada al primario, V_{AB} , que deberá coincidir con la tensión nominal del devanado de baja tensión, las potencias trifásicas activa y reactiva absorbida por el transformador en vacío, P_0 y Q_0 , y la corriente de vacío, I_0 . El esquema eléctrico y la disposición de los equipos de medida para el ensayo en vacío usando el típico método de los dos vatímetros, se muestra en la Fig. (3 - 3).

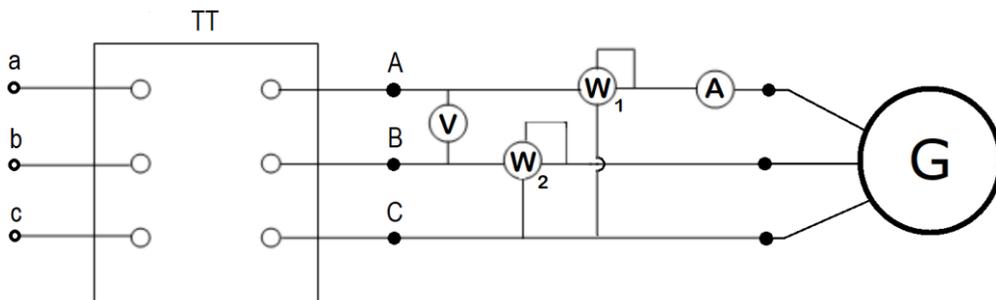


Figura 3 - 3. Esquema eléctrico para el ensayo de vacío. Método de los dos vatímetros.

Mediante dicho método, de las potencias registradas en ambos vatímetros, se pueden deducir las potencias trifásicas activa y reactiva absorbida por el transformador, P_0 y Q_0 , y junto a los valores del voltímetro, obtener los parámetros de vacío R_{Fe}^{3F} y X_{μ}^{3F} , los cuales pertenecen al circuito monofásico equivalente de configuración Y-Y del transformador que se está ensayando, tal y como se muestra en la Fig. (3 - 4).

Por otro lado, debido a que todas las medidas que se realizarán en el laboratorio serán mediante un osciloscopio, el método para el ensayo de vacío variará ligeramente. En este caso, las medidas necesarias serán la tensión fase-neutro aplicada al lado del triángulo, V_{10} , las potencias trifásicas activa y reactiva absorbida por el transformador en vacío, P_0 y Q_0 , y la corriente de vacío, I_0 . El esquema eléctrico y la disposición de los equipos de medida para el ensayo en vacío realizado en el laboratorio se muestran en la Fig. (3 - 5), donde se medirán tensiones fase-neutro e intensidades de línea para cada una de las fases.

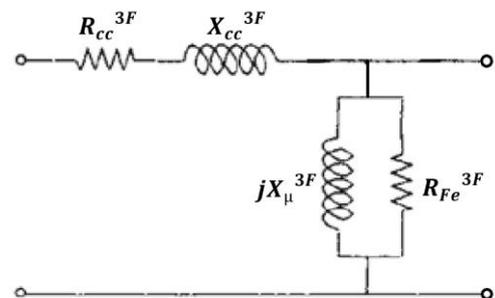


Figura 3 - 4. Circuito monofásico equivalente Y-Y del transformador.

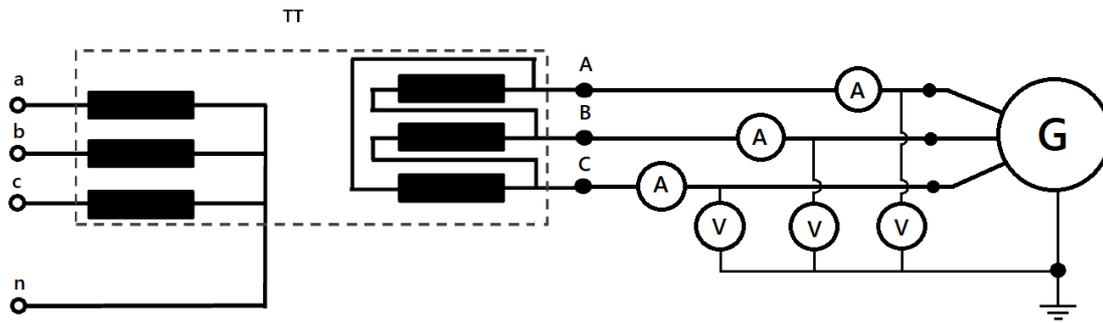


Figura 3 - 5. Esquema eléctrico para el ensayo de vacío realizado en laboratorio.

Al usar un osciloscopio, los valores que se medirán serán instantáneos, los cuales se analizarán posteriormente usando algún lenguaje computacional. En este caso, dicho lenguaje será Python, usando la plataforma de programación Spyder, en la cual se podrán obtener valores eficaces y otras magnitudes de interés necesarios a partir de dichos valores instantáneos. Al medir intensidades de línea y tensiones fase-neutro, los valores obtenidos serán equivalentes a una configuración Y-Y, por lo que cada fase se comportará como un circuito monofásico equivalente.

La tensión fase-neutro V_{10} y la intensidad I_0 serán el valor eficaz obtenido de la media de las tres fases y calculada como la media de la suma en valor absoluto de todos los valores de tensión e intensidad registrados en el osciloscopio. Del mismo modo, las potencias activa y reactiva P_0 y Q_0 , serán calculados a partir de todos los valores de tensión e intensidad registrados en el osciloscopio (ANEXO 1).

Los valores de la resistencia de la rama paralelo, R_{Fe}^{3F} y la reactancia magnetizante, X_{μ}^{3F} , tomarán los valores siguientes:

$$R_{Fe}^{3F} = \frac{V_{10}}{I_0 \cos(\phi_0)} \quad (3-1a)$$

$$X_{\mu}^{3F} = \frac{V_{10}}{I_0 \sin(\phi_0)} \quad (3-1b)$$

Sabiendo que las potencias activa y reactiva trifásicas en función de valores de fase son las siguientes, se pueden sustituir los desfases:

$$P = 3U_{fase}I_{fase}\cos(\phi)$$

$$Q = 3U_{fase}I_{fase}\sin(\phi)$$

Multiplicando y dividiendo por 3 y V_{10} en las expresiones (3 - 1x), aparecerán implícitamente dichas potencias en el denominador.

$$R_{Fe}^{3F} = \frac{V_{10}}{I_0 \cos(\phi_0)} \cdot \frac{V_{10}}{V_{10}} \cdot \frac{3}{3}$$

$$X_{\mu}^{3F} = \frac{V_{10}}{I_0 \sin(\phi_0)} \cdot \frac{V_{10}}{V_{10}} \cdot \frac{3}{3}$$

Finalmente, sustituyendo se obtienen los parámetros buscados en función de los parámetros medidos:

$$R_{Fe}^{3F} = \frac{3V_{10}^2}{P_0} \quad (3-2a)$$

$$X_{\mu}^{3F} = \frac{3V_{10}^2}{Q_0} \quad (3-2b)$$

Siendo P_0 y Q_0 las potencias activa y reactiva trifásicas de vacío obtenidas a partir de los valores instantáneos medidos por el osciloscopio. Es por ello, que, al tomar valores instantáneos, no es necesario medir directamente la potencia absorbida por el transformador en vacío, y, por lo tanto, dicha medida no aparece en el esquema de la Fig (3 – 5).

3.1.1.1 Obtención de parámetros de vacío

Dado a que las medidas han sido realizadas mediante un osciloscopio con un tiempo de muestreo de 0.1s, y puesto que la frecuencia de la red es de 50Hz, se obtienen cinco periodos, analizando así las mediciones en cinco muestras, una por cada periodo.

Por lo tanto, realizando el ensayo de vacío al transformador Dyn11 objetivo, para una tensión en primario nominal, se obtienen los siguientes valores de R_{Fe}^{3F} y X_{μ}^{3F} para distintas muestras en diferentes instantes de tiempo y en función de las tensiones, intensidades y potencias correspondientes:

Tabla 3 - 4. Valores de vacío.

Muestra	V_{10} (V)	I_0 (A)	P_0 (W)	Q_0 (var)	R_{Fe}^{3F} (Ω)	X_{μ}^{3F} (Ω)
1	231.6759873	2.944975401	759.7074444	1789.1854976	211.9517065	89.9969788
2	231.7036200	2.950376641	760.0546773	1790.4944227	211.9054159	89.9526413
3	231.7481262	2.955234336	759.5189063	1792.1302422	212.1363678	89.9050628
4	231.6847774	2.946430047	759.4584802	1788.8388477	212.0372772	90.0212495
5	231.6765481	2.948442884	759.6766212	1791.4464566	211.9613324	89.8838300

Estos resultados pueden compararse con la documentación del transformador dada por el fabricante, mostrada en la Tabla (3 – 2). La ficha técnica del transformador proporciona diversos datos de ensayo como las tensiones, intensidades y potencias activas para el vacío y cortocircuito. En el caso del ensayo de vacío, se proporciona la tensión de vacío $V_{10} = 231V$ (400V de línea), la intensidad de vacío $I_0 = 2,8A$ y la potencia de vacío $P_0 = 640W$, resultando así un valor de $R_{Fe}^{3F} = 250\Omega$.

Calculando el error relativo entre este valor teórico dado por el fabricante y la media de las resistencias de todas las muestras de la Tabla (3 – 4), se obtiene un error del 15.14%, concluyendo que los valores obtenidos en el laboratorio son válidos para R_{Fe}^{3F} , y, por lo tanto, también lo es para X_{μ}^{3F} , ya que, aunque el fabricante no proporciona datos para calcularla, su desarrollo es equivalente al parámetro resistivo.

Finalmente, se puede obtener el valor de τ_m , sabiendo que $\mathfrak{R}_m = N_p^2/L$, siendo L la inductancia del bobinado primario del transformador en configuración Y-Y. Así pues, la reluctancia magnética del núcleo del transformador quedará de la siguiente forma:

$$\tau_m^{3F} = \frac{\mathfrak{R}_m}{j\omega N_p^2} = \frac{1}{jX_{\mu}^{3F}}$$

Tomando la media de los parámetros de la Tabla (3 – 4) e introduciendo las reactancias en la expresión anterior, se obtiene la reluctancia magnética trifásica. Sin embargo, todos estos parámetros pertenecen al equivalente Y-Y del transformador, teniendo que triplicar los valores de R_{Fe}^{3F} y X_{μ}^{3F} para referirlos al triángulo del primario de este, obteniendo los parámetros realmente buscados:

$$\begin{aligned} R_{Fe}(D) &= 3R_{Fe}^{3F}(Y) & R_{Fe} &= 636.409103518596 (\Omega) \\ \tau_m &= \frac{1}{3jX_{\mu}^{3F}} & \tau_m &= -0.003707614706j (S) \end{aligned}$$

3.1.2 Ensayo de cortocircuito

El ensayo de cortocircuito del transformador permite obtener los parámetros de la rama serie del circuito equivalente del transformador, R_{cc} y X_{cc} . Se realiza a tensión reducida alimentando el transformador por el lado de alta tensión hasta que circule la corriente nominal por ellos. Los devanados de baja tensión se cortocircuitan en este ensayo. Por lo tanto, dicho ensayo también se realizará desde el lado del triángulo (D).

Dado que la tensión aplicada en este ensayo varía entre el 3 y el 10% de la tensión nominal del devanado alimentado, el flujo en el núcleo posee un valor pequeño. Como consecuencia, las pérdidas en el hierro del transformador son despreciables, siendo la potencia absorbida en el ensayo de cortocircuito del transformador prácticamente iguales a las pérdidas en el cobre.

Las medidas que generalmente se deben realizar son nuevamente la tensión de línea de una de las fases aplicada al primario, V_{AB} , la corriente de línea de cortocircuito, I_{cc} y las potencias trifásicas de cortocircuito, P_{cc} y Q_{cc} . El esquema eléctrico y la disposición de los equipos de medida para el ensayo de cortocircuito usando el mismo método de los dos vatímetros anterior se muestra en la Fig. (3 – 6).

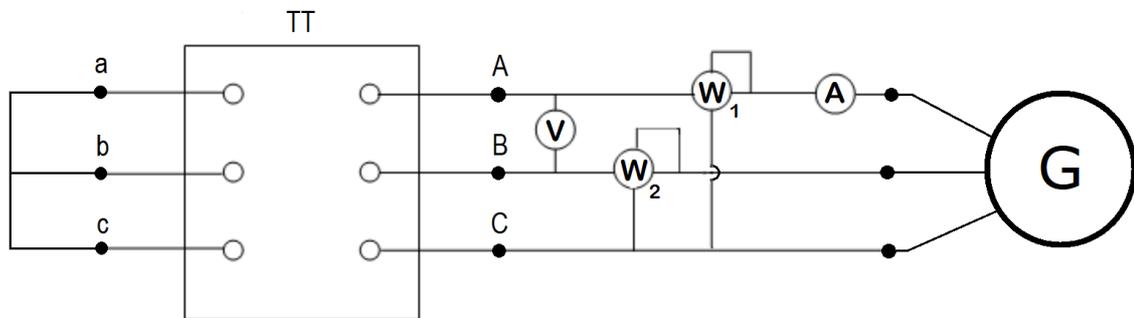


Figura 3 - 6. Esquema eléctrico para el ensayo de cortocircuito. Método de los dos vatímetros.

De igual forma que en el ensayo de vacío, mediante dicho método, a partir de los datos de ambos vatímetros, se pueden deducir las potencias trifásicas activa y reactiva absorbida por el transformador, P_{cc} y Q_{cc} , y junto a los valores del amperímetro, obtener los parámetros de cortocircuito R_{cc}^{3F} y X_{cc}^{3F} , los cuales pertenecen al circuito monofásico equivalente de configuración Y-Y del transformador que se está ensayando, tal y como se mostró en la Fig. (3 – 4) del apartado anterior.

Por otro lado, en el ensayo de cortocircuito realizado en el laboratorio, se usará la misma distribución de equipos de medida que en el ensayo anterior. De nuevo, las medidas que se han realizado serán la tensión fase-neutro aplicada al lado del triángulo, V_{cc} , las potencias trifásicas activa y reactiva absorbida por el transformador, P_{cc} y Q_{cc} , y la corriente de cortocircuito, I_{cc} . El esquema eléctrico y la disposición de los equipos de medida para el ensayo de cortocircuito realizado en el laboratorio se muestran en la Fig. (3 – 7), donde se medirán tensiones fase-neutro e intensidades de línea para cada una de las fases.

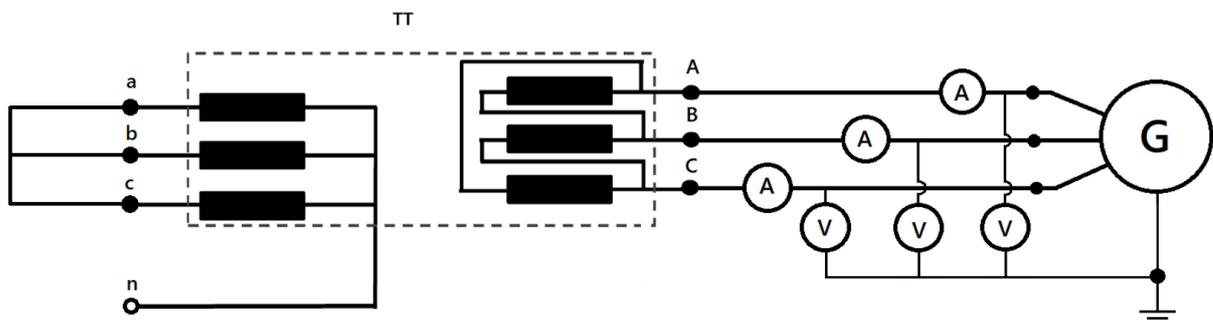


Figura 3 - 7. Esquema eléctrico para el ensayo de cortocircuito.

Nuevamente, todas las medidas se realizarán mediante un osciloscopio y posteriormente serán analizadas usando Spyder, obteniendo los valores eficaces de tensión e intensidad de cortocircuito para la media de las tres fases, además de las potencias activa y reactiva necesarias. Al medir intensidades de línea y tensiones fase-neutro, los valores obtenidos serán equivalentes a una configuración Y-Y, por lo que cada fase se comportará como un circuito monofásico equivalente.

Por lo tanto, los valores de la resistencia de cortocircuito, R_{cc}^{3F} y la impedancia de cortocircuito, X_{cc}^{3F} , tomarán los valores siguientes:

$$R_{cc}^{3F} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \cos(\phi_{cc}) \quad (3-3a)$$

$$X_{cc}^{3F} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \sin(\phi_{cc}) \quad (3-3b)$$

Recordando que las potencias activa y reactiva trifásicas en función de valores de fase son las siguientes, se pueden sustituir los desfases:

$$P = 3U_{fase}I_{fase} \cos(\phi)$$

$$Q = 3U_{fase}I_{fase} \sin(\phi)$$

Multiplicando y dividiendo por 3 e I_{cc} en las expresiones (3-3x), aparecerán implícitamente dichas potencias en el numerador.

$$R_{cc}^{3F} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \cos(\phi_{cc}) \cdot \frac{I_{cc}}{I_{cc}} \cdot \frac{3}{3}$$

$$X_{cc}^{3F} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \sin(\phi_{cc}) \cdot \frac{I_{cc}}{I_{cc}} \cdot \frac{3}{3}$$

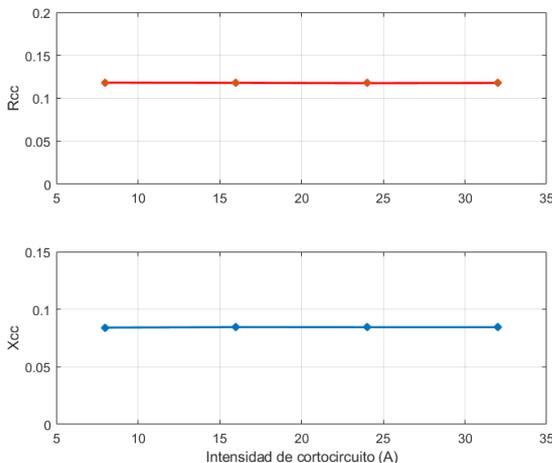
Finalmente, sustituyendo se obtienen los parámetros buscados en función de los parámetros medidos:

$$R_{cc}^{3F} = \frac{P_{cc}}{3 I_{cc}^2} \quad (3-4a)$$

$$X_{cc}^{3F} = \frac{Q_{cc}}{3 I_{cc}^2} \quad (3-4b)$$

Siendo P_{cc} y Q_{cc} las potencias activa y reactiva trifásicas de cortocircuito obtenidas a partir de los valores instantáneos medidos. Al igual que antes, al tomar valores instantáneos, no es necesario medir directamente la potencia activa absorbida por el transformador en cortocircuito, y, por lo tanto, dicha medida tampoco aparece en el esquema de la Fig. (3-7).

3.1.2.1 Ensayo de cortocircuito a diferentes niveles de carga



Realizando un estudio de estos parámetros para el transformador Yd5 bajo diferentes magnitudes de intensidad, se obtiene la evolución de parámetros de la Fig. (3-8).

Se puede apreciar como los valores tanto de R_{cc}^{3F} como de X_{cc}^{3F} son constantes en todo momento, dando como conclusión que es posible realizar ensayos de carga sin necesidad de alcanzar un factor nominal. Por lo tanto, se podrá ensayar el transformador Dyn11 inicialmente estudiado.

Figura 3 - 8. Evolución de los parámetros de cortocircuito en función de la intensidad.

3.1.2.2 Obtención de parámetros de cortocircuito

Realizando el mismo ensayo de cortocircuito al transformador Dyn11 estudiado, para una intensidad de corto del 27% aproximadamente del valor nominal, todo esto con el fin de no forzar la fuente de alimentación usada, se obtienen los siguientes valores de R_{cc}^{3F} y X_{cc}^{3F} para las cinco muestras medidas y en función de las tensiones, intensidades y potencias correspondientes:

Tabla 3 - 5. Valores de cortocircuito.

Muestra	V_{cc} (V)	I_{cc} (A)	P_{cc} (W)	Q_{cc} (var)	R_{cc}^{3F} (Ω)	X_{cc}^{3F} (Ω)
1	1.5398213664	50.81974863	138.0495053	183.50901724	0.01781757414	0.0236848767
2	1.5446906271	51.05898796	139.5247215	184.88563599	0.01783961611	0.0236394578
3	1.5447006350	50.97570970	139.4365371	184.43850591	0.01788664024	0.0236594028
4	1.5476670026	50.97078598	139.6197722	184.76867907	0.01791360565	0.0237063361
5	1.5446455811	50.99297438	139.1499471	184.69541536	0.01783779224	0.0236763183

Comparando con la documentación del transformador dada por el fabricante, mostrada en la Tabla (3 – 2), en el caso del ensayo de cortocircuito, se proporciona la tensión de cortocircuito $V_{cc} = 5.27V$ (9.13V de línea), la intensidad de cortocircuito $I_{cc} = 187A$ y la potencia de cortocircuito $P_{cc} = 1750W$, resultando así un valor de $R_{cc}^{3F} = 0.01668\Omega$.

Calculando el error relativo entre este valor teórico y la media de las resistencias de todas las muestras de la Tabla (3 – 5), se obtiene un error del 7.23%, concluyendo que los valores obtenidos en el laboratorio son válidos tanto para R_{cc}^{3F} como para X_{μ}^{3F} , ya que, aunque el fabricante tampoco proporciona datos para calcular esta última, su desarrollo es equivalente al parámetro resistivo.

Finalmente, se puede obtener el valor de \tilde{y} , ya que la admitancia de cortocircuito referida a primario es la inversa de la impedancia que forman los parámetros anteriores:

$$\tilde{y}^{3F} = \frac{1}{R_{cc}^{3F} + X_{cc}^{3F}j}$$

Calculando la media de los parámetros de la Tabla (3 – 5) e introduciéndolos en la expresión anterior, se obtiene la admitancia de cortocircuito trifásica, la cual también habrá que triplicar los valores de R_{cc}^{3F} y X_{cc}^{3F} para referirlos al triángulo del primario del transformador, obteniendo la admitancia de cortocircuito buscada:

$$\tilde{y}(D) = \frac{1}{3R_{cc}^{3F} + 3jX_{cc}^{3F}} \quad \tilde{y} = 6.7775588877 - 8.964958974j \text{ (S)}$$

3.1.3 Ensayo de homopolar

La impedancia de secuencia cero, \tilde{Z}_0 , es la impedancia medida entre los terminales de fase y el neutro cuando las tres fases están conectadas juntas. Dicha impedancia puede solamente desarrollarse en conexiones estrella en transformadores trifásicos, debido a que es el único tipo de conexión que dispone del conductor a neutro.

Las medidas que se deben realizar en el ensayo de homopolar son la tensión aplicada al secundario fase-neutro, \tilde{U}_p y la corriente en el neutro, \tilde{I}_n . El esquema eléctrico y la disposición de los equipos de medida para el ensayo se muestran en la Fig. (3 – 9).

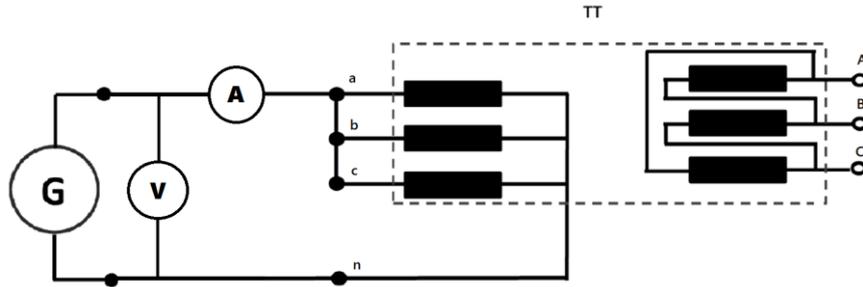


Figura 3 - 9. Esquema eléctrico para el ensayo de homopolar.

El ensayo de homopolar se relaciona con el modelo eléctrico en componentes simétricas del transformador estudiado, específicamente, la componente de secuencia cero, la cual se forma a partir de tres fasores de tensión e intensidad de igual magnitud, que no están desfasados entre sí. Esto se traduce en una equivalencia entre el dominio de las fases y el dominio de secuencia homopolar, donde la fuente AC del esquema de la Fig. (3 - 9) equivaldría a tres fuentes iguales, de magnitud U_p y desfase nulo, y donde la intensidad de neutro, \tilde{I}_n , quedará dividida equitativamente en los tres devanados del transformador.

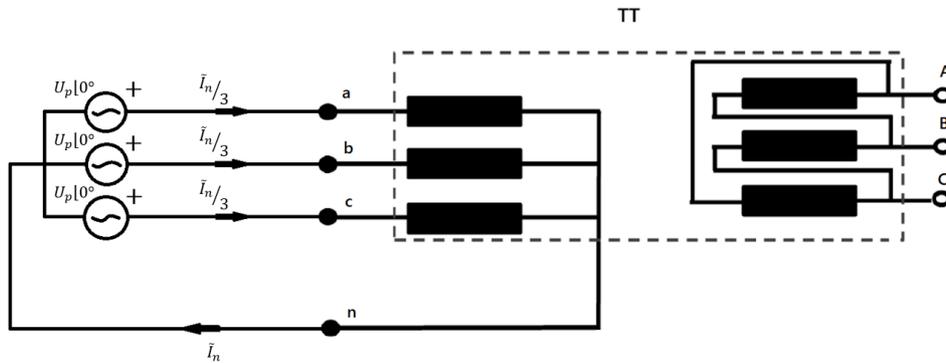


Figura 3 - 11. Esquema trifásico de secuencia cero.

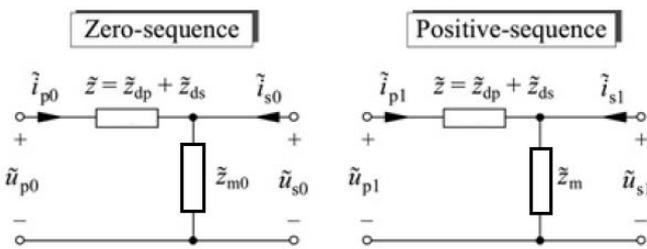


Figura 3 - 12. Modelo M2 en componentes simétricas.

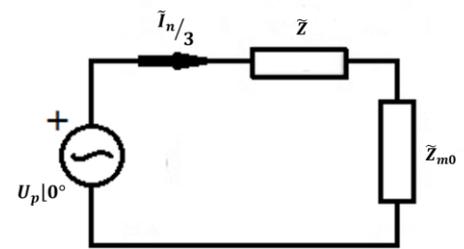


Figura 3 - 10. Esquema monofásico de secuencia cero.

El modelo eléctrico en componentes simétricas del transformador estudiado (modelo M2), se muestra en la Fig. (3 - 11), apareciendo un nuevo parámetro eléctrico, la impedancia de magnetización de secuencia cero, \tilde{Z}_{m0} . Analizando el circuito monofásico equivalente del modelo trifásico de secuencia cero de la Fig. (3 - 10), la impedancia de secuencia cero \tilde{Z}_0 , es la suma de la impedancia de cortocircuito y dicha impedancia de magnetización de homopolar, siendo tres veces el valor medido en el ensayo.

$$\tilde{Z}_0 = \tilde{Z}_{cc} + \tilde{Z}_{m0} = 3 \frac{\tilde{U}_p}{\tilde{I}_n} \quad (3 - 5)$$

La impedancia de secuencia cero se relaciona directamente con la admitancia homopolar de la matriz de admitancia específica y_{bus}' (2 – 6) vista en el apartado 2.1 “Matriz de conexión del transformador trifásico”. Aplicando la transformada de Fortescue para todas las tensiones e intensidades que relacionan la matriz de admitancia específica anterior (ANEXO 2), se obtienen las ecuaciones en secuencia directa, inversa y homopolar del transformador estudiado.

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{p0} \\ \tilde{I}_{p1} \\ \tilde{I}_{p2} \\ \tilde{I}_{s0} \\ \tilde{I}_{s1} \\ \tilde{I}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\tilde{y} & 0 & 0 & a\tilde{y}\sqrt{3} [150^\circ] & 0 \\ 0 & 0 & 3\tilde{y} & 0 & 0 & a\tilde{y}\sqrt{3} [-150^\circ] \\ 0 & 0 & 0 & a^2 \left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}} \right) + 3a^2\tau_d & 0 & 0 \\ 0 & a\tilde{y}\sqrt{3} [-150^\circ] & 0 & 0 & a^2 \left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}} \right) & 0 \\ 0 & 0 & a\tilde{y}\sqrt{3} [150^\circ] & 0 & 0 & a^2 \left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{p0} \\ \tilde{U}_{p1} \\ \tilde{U}_{p2} \\ \tilde{U}_{s0} \\ \tilde{U}_{s1} \\ \tilde{U}_{s2} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

Donde la admitancia homopolar que relaciona la tensión con la intensidad de secuencia cero será la expresión proveniente de la relación entre \tilde{I}_{s0} y \tilde{U}_{s0} :

$$\tilde{y}_0 = \frac{1}{\tilde{Z}_0} = a^2 \left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}} \right) + 3a^2\tau_d \quad (3-7)$$

Finalmente, de la expresión (3 – 6), se puede despejar la reluctancia magnética del aire y del tanque τ_d , pues se conocen todo el resto de los parámetros necesarios para su solución ($a, \tau_m, R_{Fe}, \tilde{y}$):

$$\tau_d = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{a^2 \tilde{Z}_0} - \left(\tilde{y} + \tau_m + \frac{1}{R_{Fe}} \right) \right\} \quad (3-8)$$

3.1.3.1 Ensayo de homopolar a diferentes niveles de carga

Tal y como se ha visto, midiendo la impedancia de secuencia cero, se puede obtener la reluctancia magnética del aire y del tanque buscada. Sin embargo, los valores fasoriales de tensión e intensidad necesarios para dicha impedancia no son tan fáciles de obtener, principalmente por ensayar un cortocircuito, donde las intensidades son muy grandes y las tensiones muy bajas. Esto provoca problemas principalmente en la medición de tensiones, debido a que la fuente AC controlable usada en el laboratorio no gestiona bien niveles tan bajos de tensión, apareciendo una gran cantidad armónicos.

Los ensayos se han realizado acorde el esquema de la Fig. (3 – 9), utilizando como equipo de medida nuevamente el osciloscopio, midiendo tensión fase-neutro de la fuente AC controlable e intensidad de neutro, obteniendo valores de tensión e intensidad instantáneos.

Dadas las limitaciones del ensayo de homopolar según la publicación [3], donde no se deberá exceder un 30% de la corriente nominal a fin de proteger el devanado y donde la tensión de alimentación tampoco deberá exceder la tensión fase-tierra con el que opera normalmente, se han realizado diferentes ensayos para distintos niveles de carga, comenzando con intensidades de neutro de 15A hasta una intensidad máxima de 40A, no pudiendo aumentar más dicha carga por limitaciones técnicas de la fuente de alimentación utilizada.

Los ensayos realizados serán para intensidades en neutro de 15, 26 y 38A aproximadamente, obteniendo las siguientes gráficas:

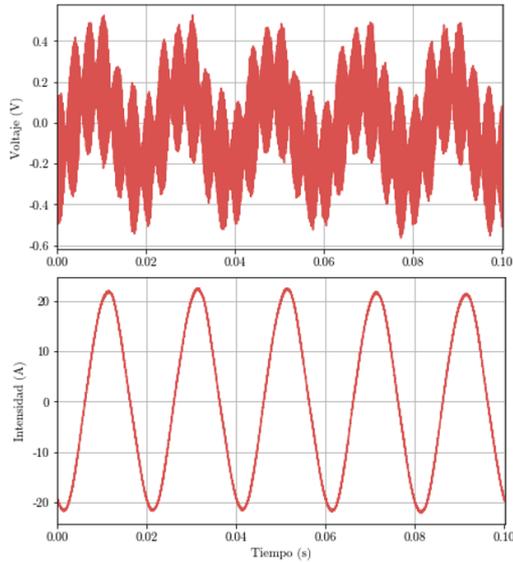


Figura 3 - 14. Tensión e intensidad para 15A.

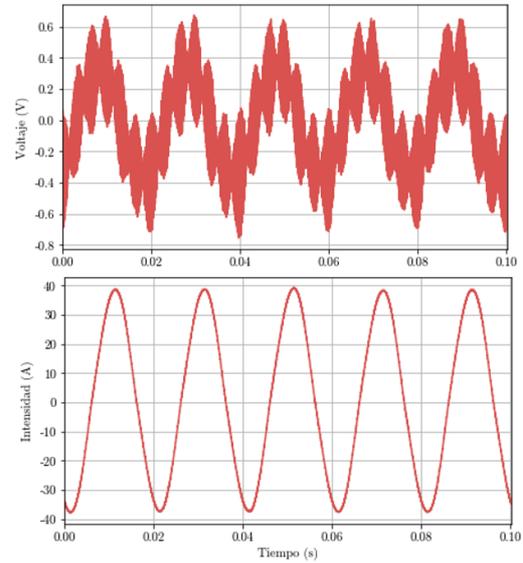


Figura 3 - 13. Tensión e intensidad para 26A.

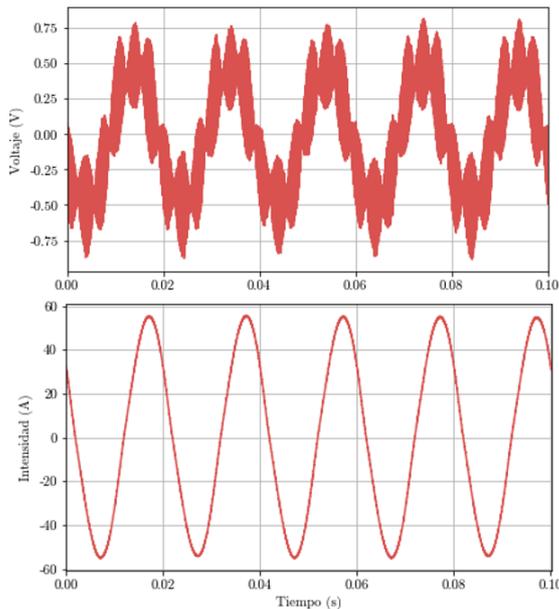


Figura 3 - 15. Tensión e intensidad para 38A.

Por lo tanto, en este caso se requieren fasores, a diferencia de los ensayos anteriores que solo requerían magnitud, y debido a los armónicos sobre todo en las tensiones, la obtención del desfase para la tensión no es tarea fácil, siendo un cálculo muy aproximado, el cual se ha realizado tomando el valor medio de todos los puntos que pasan por el eje de abscisas y comparándolo con otro valor del siguiente periodo.

En este caso, la impedancia de secuencia cero se obtendrá analizando los resultados para los tres casos de intensidad, aunque se tomará el resultado de la Fig. (3 - 15) por tener magnitudes mayores, dando a priori un valor más exacto por tener una onda de tensión más limpia.

3.1.3.2 Obtención de parámetros de homopolar

Calculando los valores fasoriales, tanto de tensión como de intensidad para los casos anteriores (ANEXO 3), se obtienen los siguientes valores de \tilde{Z}_0 , distinguiendo entre parte real, R_0 , y parte imaginaria, X_0 .

Tabla 3 - 6. Valores de homopolar.

Nivel de intensidad (A)	\tilde{U}_p (V)	\tilde{I}_n (A)	R_0 (Ω)	X_0 (Ω)
15	0.21804213783[0°	15.1861893211[-41.58°	0.0322204629	0.02858655911
26	0.29637577936[0°	26.5433495967[-50.08°	0.02149348021	0.02569224247
38	0.394671849[0°	38.3113470507[-56.35°	0.01712057164	0.02572656949

Observando las impedancias de secuencia cero de la Tabla (3 – 6) se puede concluir que a medida que aumenta el nivel de carga, las tensiones son mayores, resultando una onda de tensión más limpia, tal y como se podía ver en las gráficas de las Figuras (3 – 13), (3 – 14) y (3 – 15). Esto resulta en una mejor aproximación, sobre todo, en la resistencia de secuencia cero (el error absoluto entre un valor resistivo y el siguiente va decreciendo a medida que aumenta el nivel de intensidad, siendo $\varepsilon_{15}^{26} = 0.010727$ el error entre las dos primeras resistencias y $\varepsilon_{26}^{38} = 0.004368$ el error entre las dos últimas). Sin embargo, las tensiones medidas son inferiores a la unidad, de ahí la limitación con la fuente AC controlable y la conclusión de que solo se tomará el último resultado, correspondiente al nivel de intensidad de 38A.

Finalmente, se puede obtener el valor de τ_d , tomando los últimos valores de la Tabla (3 – 6) e introduciéndolos en la expresión (3 – 8), sabiendo que la impedancia de secuencia cero será $\tilde{Z}_0 = R_0 + jX_0$. Así pues, la reluctancia magnética del aire y del tanque del transformador quedará inicialmente de la siguiente forma:

$$\tau_d' = -0.26752389267 - 0.003256246897j$$

Al igual que la reluctancia magnética del núcleo del transformador, τ_m , el valor de la reluctancia buscada debe ser un valor puro imaginario negativo, para que la reluctancia asociada por la igualdad $\tau_d = \Re_d / (j\omega N_p^2)$ sea un valor real positivo. Es por ello, que debido a la aproximación del cálculo de la impedancia de secuencia cero, y que la reluctancia magnética del aire y del tanque ha sido despejada, aparece un término real como consecuencia de la imprecisión ineludible en las medidas que no se deberá considerar. Por lo tanto, la reluctancia magnética buscada quedará finalmente de la siguiente forma:

$$\tau_d = -0.003256246897j \text{ (S)}$$

3.2 Ecuaciones nodales finales

Recapitulando todos los apartados anteriores, se ha visto como obtener unas ecuaciones nodales lo más simples y sistemáticas posibles para un tipo específico de transformador estudiado. En este caso, un Dyn11 con un núcleo de tres patas, cuyas características y parámetros han sido analizados en los puntos anteriores.

Este conjunto de ecuaciones está estructurado de forma matricial, encontrando tres variantes en función del tipo de conexión de neutro: D-Y (2 – 11), D-YZ (2 – 15), D-YG (2 – 16). Dicha estructura relaciona intensidades de fase con tensiones de fase, incluyendo factores de neutro en el caso de la conexión D-YZ.

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \\ \tilde{I}_{sn} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} [y_{bus}^{D-Y}] \\ [y_{bus}^{D-YZ}] \\ [y_{bus}^{D-YG}] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \\ \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix}$$

Respecto a la matriz principal, se conocen todos sus datos gracias a los ensayos realizados anteriormente: admitancia de cortocircuito, \tilde{y} , reluctancia magnética del núcleo del transformador, τ_m , resistencia de pérdidas en el hierro, R_{Fe} , todas referidas al triángulo de primario, además de la reluctancia magnética del aire y del tanque, τ_d y la relación de espiras, a .

Tabla 3 - 7. Valor de los parámetros de la matriz principal.

Notación	Valor
a	1.73205081
R_{Fe}	636.409103518596 (Ω)
\tilde{y}	6.7775588877 – 8.964958974j (S)
τ_m	–0.003707614706j (S)
τ_d	–0.003256246897j (S)

Por lo tanto, dado a que las ecuaciones nodales principales son para la configuración de conexión D-Y, sustituyendo todos los parámetros numéricos de la Tabla (3 – 7), se obtendrá lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & -11.7 + 15.5j & 0 & 11.7 - 15.5j \\ -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & 11.7 - 15.5j & -11.7 + 15.5j & 0 \\ -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & 0 & 11.7 - 15.5j & -11.7 + 15.5j \\ -11.7 + 15.5j & 11.7 - 15.5j & 0 & 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j \\ 0 & -11.7 + 15.5j & 11.7 - 15.5j & -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j \\ 11.7 - 15.5j & 0 & -11.7 + 15.5j & -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} \quad (3 - 8)$$

Estas serán las ecuaciones nodales finales que se usarán posteriormente para la simulación y comparación de resultados del transformador ensayado en el laboratorio. Respecto al resto de configuraciones, calculando la variable τ_t a partir de los valores de la Tabla (3 – 7) con la expresión $\tau_t = a^2\tilde{y} + a^2\tau_d + a^2\tau_m + a^2/R_{Fe}$ vista anteriormente, y considerando una resistencia de conexión a tierra R_g de 1 ohmio para la configuración de conexión D-YZ, se obtienen el resto de las ecuaciones.

$$\tau_t = 20.3373906122 - 26.909256013107j \text{ (S)} \quad R_g = 1\Omega$$

Las ecuaciones para la configuración de neutro impedante a tierra D-YZ serán:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \\ \tilde{I}_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & -11.7 + 15.5j & 0 & 11.7 - 15.5j & 0 \\ -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & 11.7 - 15.5j & -11.7 + 15.5j & 0 & 0 \\ -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & 0 & 11.7 - 15.5j & -11.7 + 15.5j & 0 \\ -11.7 + 15.5j & 11.7 - 15.5j & 0 & 20.3 - 26.9j & -0.0097j & -0.0097j & -20.3 + 26.9j \\ 0 & -11.7 + 15.5j & 11.7 - 15.5j & -0.0097j & 20.3 - 26.9j & -0.0097j & -20.3 + 26.9j \\ 11.7 - 15.5j & 0 & -11.7 + 15.5j & -0.0097j & -0.0097j & 20.3 - 26.9j & -20.3 + 26.9j \\ 0 & 0 & 0 & -20.3 + 26.9j & -20.3 + 26.9j & -20.3 + 26.9j & 62.1 - 80.8j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \\ \tilde{U}_{sn} \end{bmatrix} \quad (3 - 9)$$

Finalmente, las ecuaciones para la configuración de neutro rígido a tierra D-YG serán:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & -11.7 + 15.5j & 0 & 11.7 - 15.5j \\ -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & -6.7 + 8.9j & 11.7 - 15.5j & -11.7 + 15.5j & 0 \\ -6.7 + 8.9j & -6.7 + 8.9j & 13.5 - 17.9j & 0 & 11.7 - 15.5j & -11.7 + 15.5j \\ -11.7 + 15.5j & 11.7 - 15.5j & 0 & 20.3 - 26.9j & -0.0097j & -0.0097j \\ 0 & -11.7 + 15.5j & 11.7 - 15.5j & -0.0097j & 20.3 - 26.9j & -0.0097j \\ 11.7 - 15.5j & 0 & -11.7 + 15.5j & -0.0097j & -0.0097j & 20.3 - 26.9j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} \quad (3 - 10)$$

4 SIMULACIÓN Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En capítulos previos se han estudiado las ecuaciones del modelo trifásico que representan a un transformador de tres columnas, y se han obtenido los parámetros característicos para un transformador concreto ensayado en el laboratorio. Se está, por lo tanto, en condiciones de validar dicho modelo.

Recuérdese que el objetivo final es poder tener un modelo completo del transformador que sea de aplicación tanto en situaciones de equilibrio como de desequilibrio, en el sentido de las cargas o de la tensión alimentada.

Se realizará primero una previa comprobación de las ecuaciones obtenidas, simulando los ensayos de vacío y de cortocircuito, comparando las tensiones e intensidades de primario calculadas con los valores medidos en el laboratorio. Posteriormente, se simularán cargas resistivas equilibradas y desequilibradas, comparando en este caso tanto tensiones como intensidades de primario y secundario.

4.1 Análisis de las ecuaciones nodales

Observando las ecuaciones nodales (2 – 11), (2 – 15) y (2 – 16), todas ellas se pueden poner de forma general como una composición de submatrices que relacionen tensiones con intensidades de primario y secundario:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_p \\ \tilde{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [y_{pp}] & [y_{ps}] \\ [y_{sp}] & [y_{ss}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_p \\ \tilde{U}_s \end{bmatrix}$$

Siendo $\tilde{I}_p = [\tilde{I}_{pa}, \tilde{I}_{pb}, \tilde{I}_{pc}]^T$, $\tilde{I}_s = [\tilde{I}_{sa}, \tilde{I}_{sb}, \tilde{I}_{sc}]^T$ y siendo $\tilde{U}_p = [\tilde{U}_{pa}, \tilde{U}_{pb}, \tilde{U}_{pc}]^T$, $\tilde{U}_s = [\tilde{U}_{sa}, \tilde{U}_{sb}, \tilde{U}_{sc}]^T$. Por otro lado, las submatrices serán las siguientes:

$$[y_{pp}] = \begin{bmatrix} 2\tilde{y} & -\tilde{y} & -\tilde{y} \\ -\tilde{y} & 2\tilde{y} & -\tilde{y} \\ -\tilde{y} & -\tilde{y} & 2\tilde{y} \end{bmatrix} \quad [y_{ps}] = \begin{bmatrix} -a\tilde{y} & 0 & a\tilde{y} \\ a\tilde{y} & -a\tilde{y} & 0 \\ 0 & a\tilde{y} & -a\tilde{y} \end{bmatrix} \quad [y_{sp}] = [y_{ps}]^T$$

Mientras que la submatriz $[y_{ss}]$ variará dependiendo del régimen de neutro (D-Y, D-YZ, D-YG).

Analizando las tres submatrices y_{pp} , y_{ps} , y_{sp} , todas ellas tienen determinante nulo, por lo que, independientemente de la submatriz y_{ss} , la matriz principal y_{bus} que componen los tres tipos de ecuaciones nodales estudiados no tiene inversa. Esto no significa que no se puedan resolver las ecuaciones, sólo que se podrán calcular únicamente intensidades a partir de tensiones.

Por lo tanto, para la comprobación y simulación de las ecuaciones, se deberán conocer a priori todas las tensiones tanto de primario como de secundario del transformador.

4.2 Comprobación del ensayo de vacío

Para obtener los parámetros necesarios para completar las ecuaciones nodales, se realizó el ensayo de vacío, midiendo en el laboratorio tensiones e intensidades de primario. En este caso, se simulará el ensayo para una tensión de primario equilibrada nominal y considerando una tensión de secundario también nominal (ensayo de vacío ideal). Con ello, se podrán comparar las intensidades calculadas con las medidas.

4.2.1 Simulación del ensayo de vacío

Durante las simulaciones, se usará Matlab, por lo que se comenzará introduciendo las ecuaciones nodales en forma matricial. Como los ensayos de vacío y cortocircuito se realizan de forma equilibrada y sin considerar condiciones de neutro, el modelo a usar será para la conexión D-Y con las ecuaciones (2 – 11).

Los parámetros correspondientes a la relación de espiras, a , admitancia de cortocircuito, \tilde{y} , reluctancia magnética del núcleo del transformador, τ_m , y reluctancia magnética del aire y del tanque, τ_d , vendrán todos dados por la Tabla (3 – 7), es decir, se usarán las ecuaciones numéricas (3 – 8).

Las tensiones fase-neutro de primario tomadas para la simulación serán nominales y equilibradas:

$$\tilde{U}_{pa} = 400/\sqrt{3} \text{ (V)} \quad \tilde{U}_{pb} = 400/\sqrt{3} [-120^\circ \text{ (V)}] \quad \tilde{U}_{pc} = 400/\sqrt{3} [120^\circ \text{ (V)}]$$

Las tensiones fase-neutro de secundario tomadas serán también nominales, pero considerando el desfase horario de 30° correspondiente al transformador Dyn11 estudiado, y sabiendo que el origen del desfase se ha tomado en el primario:

$$\tilde{U}_{sa} = 400/\sqrt{3} [30^\circ \text{ (V)}] \quad \tilde{U}_{sb} = 400/\sqrt{3} [-90^\circ \text{ (V)}] \quad \tilde{U}_{sc} = 400/\sqrt{3} [150^\circ \text{ (V)}]$$

Con todo esto, la estructura de ecuaciones incorporada en Matlab, usando el modelo de neutro aislado, debe ser la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = [y_{bus}^{D-Y}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix}$$

Finalmente, los valores de las intensidades obtenidas en la simulación serán los siguientes:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{pa} &= 2.7906 [-7.0324^\circ \text{ (A)}] & \tilde{I}_{pb} &= 2.7906 [-187.0324^\circ \text{ (A)}] & \tilde{I}_{pc} &= 2.7906 [52.9676^\circ \text{ (A)}] \\ \tilde{I}_{sa} &= 0 \text{ (A)} & \tilde{I}_{sb} &= 0 \text{ (A)} & \tilde{I}_{sc} &= 0 \text{ (A)} \end{aligned}$$

4.2.2 Comparación del ensayo de vacío

Las mediciones realizadas del ensayo de vacío en el laboratorio de las tensiones e intensidades de primario han sido tomadas mediante un osciloscopio, obteniendo los valores instantáneos de la Fig. (4 - 1).

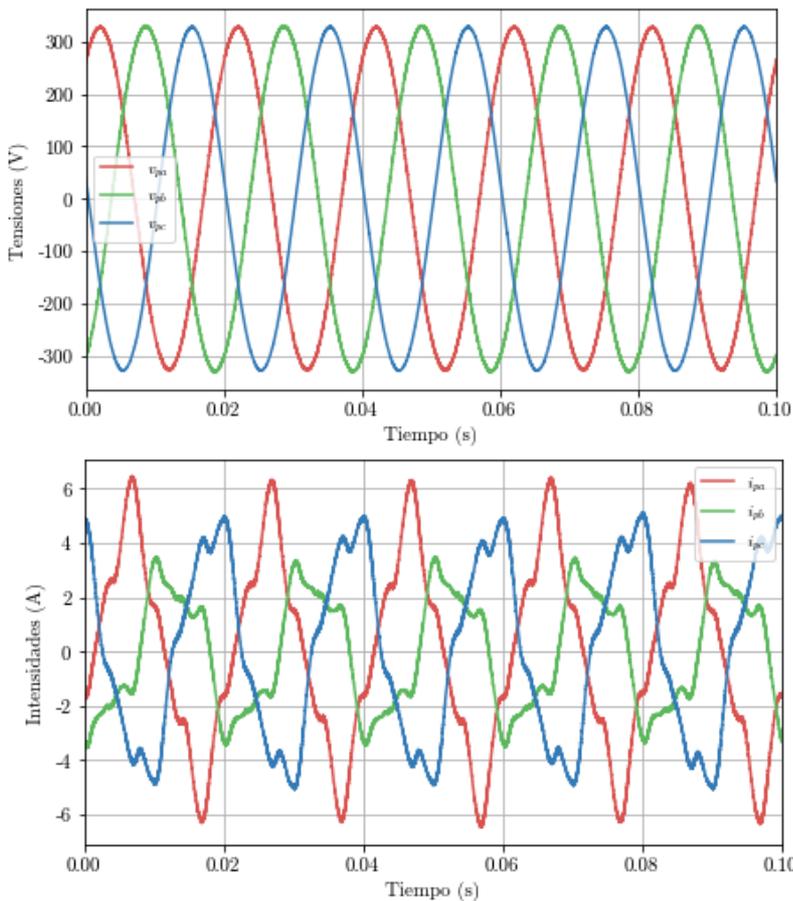


Figura 4 - 1. Tensiones e intensidades de fase instantáneas (vacío).

Calculando los valores eficaces de las intensidades instantáneas anteriores se obtiene la Fig. (4 - 2), de la cual podemos obtener las magnitudes finales para compararlas con las intensidades calculadas previamente.

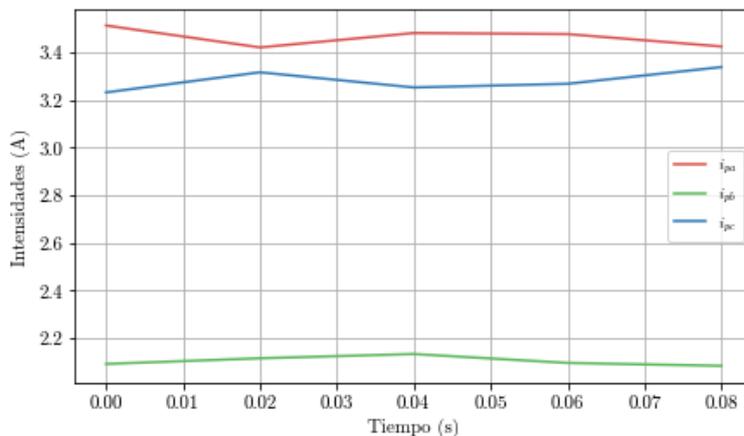


Figura 4 - 2. Intensidades RMS de primario (vacío).

Respecto a los valores de tensión tomados en la simulación, son valores equilibrados puros e ideales, los cuales la fuente AC controlable consigue asemejar de forma adecuada.

Sin embargo, las intensidades obtenidas, no dan lugar a formas sinusoidales puras debido a la saturación del paquete magnético. Esto es debido a que dicho paquete no depende del estado de carga, sino de la tensión que se alimenta (tensión nominal). Además, se puede apreciar como la intensidad i_{pb} tiene una magnitud menor a las demás. Esto es por pertenecer su bobinado a la columna central, dando lugar a que la aproximación de reluctancias iguales y constantes no es del todo cierta, pero es una simplificación necesaria.

Efectivamente se aprecia como el valor eficaz de la intensidad de fase b es menor a las demás intensidades, produciendo que la aproximación obtenida comparando en la Tabla (4 - 1) con las intensidades calculadas, dé lugar a un error relativo mayor al 18%. Sin embargo, realizando una media, se ve como efectivamente se obtiene un valor muy próximo a 2.8A, valor también dado por el fabricante.

Tabla 4 - 1. Comparación de resultados de vacío.

Intensidad	Valor de simulación (A)	Valor de ensayo (A)	Error relativo (%)
I_{pa}	2.7906	3.4328	18.7078
I_{pb}	2.7906	2.1126	32.0931
I_{pc}	2.7906	3.4415	18.9219

4.3 Comprobación del ensayo de cortocircuito

A partir del ensayo de cortocircuito, midiendo en el laboratorio tensiones e intensidades de primario, se obtuvo la admitancia de corto del transformador. En este caso, se tomará el mismo ensayo realizado en el punto 3.1.2 “Ensayo de cortocircuito”, para una intensidad de corto del 27% aproximadamente del valor nominal, y se considerará una tensión de secundario nula (bornes de secundario en cortocircuito).

Dado que el sistema matricial de ecuaciones nodales no tiene inversa, no se pueden calcular tensiones a partir de intensidades de primario, por lo que la estrategia de resolución será tomar para la simulación las tensiones de primario medidas durante el ensayo en el laboratorio junto con las tensiones nulas de secundario. Con ello, se podrán comparar las intensidades calculadas con las medidas.

4.3.1 Simulación del ensayo de cortocircuito

De nuevo, se usará Matlab, por lo que se comenzará introduciendo las mismas ecuaciones nodales en forma matricial que el punto anterior. Para este ensayo, se retomará el mismo scrip realizado de Matlab anteriormente, ya que el ensayo de cortocircuito se realiza de forma equilibrada y sin considerar condiciones de neutro, es decir, se usarán nuevamente las ecuaciones numéricas (3 – 8).

Las tensiones fase-neutro de primario tomadas para la simulación serán la media de los valores eficaces obtenidos en las medidas de laboratorio de la Fig. (4 – 5):

$$\tilde{U}_{pa} = 1.55 \text{ (V)} \quad \tilde{U}_{pb} = 1.55 [-120^\circ \text{ (V)}] \quad \tilde{U}_{pc} = 1.55 [120^\circ \text{ (V)}]$$

Las tensiones fase-neutro de secundario tomadas serán nulas por estar en cortocircuito:

$$\tilde{U}_{sa} = 0 \text{ (V)} \quad \tilde{U}_{sb} = 0 \text{ (V)} \quad \tilde{U}_{sc} = 0 \text{ (V)}$$

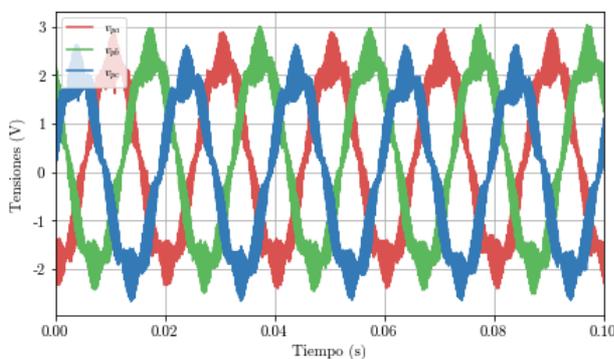


Figura 4 - 3. Tensiones fase-neutro instantáneas (corto).

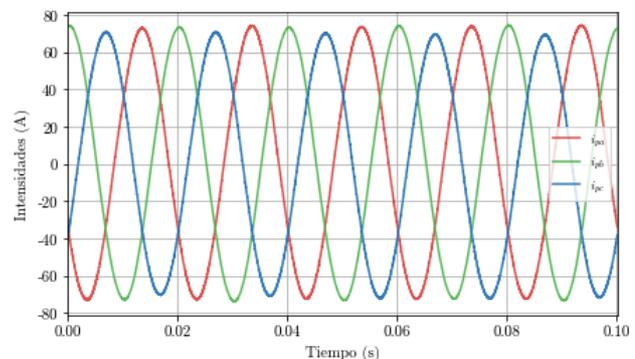


Figura 4 - 4. Intensidades de fase instantáneas (corto).

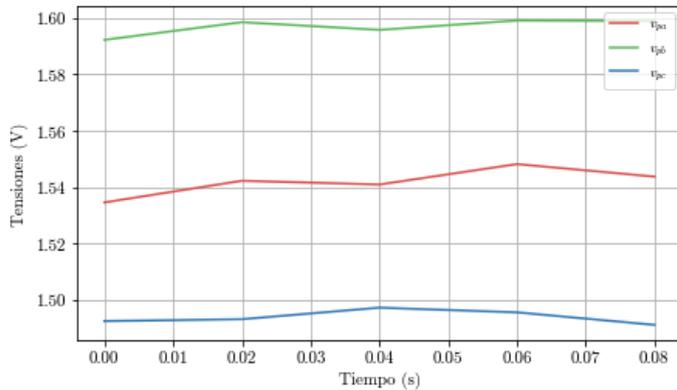


Figura 4 - 5. Tensiones RMS de primario (corto).

Con todo esto, la estructura de ecuaciones incorporada en Matlab debe quedar igual que en el punto anterior, usando nuevamente el modelo de neutro aislado:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{pa} \\ \tilde{I}_{pb} \\ \tilde{I}_{pc} \\ \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = [y_{bus}^{D-Y}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \\ \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix}$$

Finalmente, los valores de las intensidades obtenidos durante la simulación serán los siguientes:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{pa} &= 52.0346 [-52.911^\circ] \text{ (A)} & \tilde{I}_{pb} &= 52.3722 [-173.1235^\circ] \text{ (A)} & \tilde{I}_{pc} &= 52.0361 [66.6608^\circ] \text{ (A)} \\ \tilde{I}_{sa} &= 52.2594 [157.0895^\circ] \text{ (A)} & \tilde{I}_{sb} &= 52.2609 [36.6627^\circ] \text{ (A)} & \tilde{I}_{sc} &= 51.9226 [-83.1253^\circ] \text{ (A)} \end{aligned}$$

4.3.2 Comparación del ensayo de cortocircuito

Las mediciones realizadas del ensayo de cortocircuito en laboratorio de las tensiones e intensidades de primario han sido analizadas mediante un osciloscopio, obteniendo los valores instantáneos de la Fig. (4 – 3) y de la Fig. (4 – 4). Observando los valores de tensión, se ven como a grandes magnitudes de intensidad, corresponden magnitudes de tensión del rango de 3V pico, cosa que como se comentó en el ensayo homopolar, son tensiones que la fuente AC controlable no maneja muy bien, apareciendo una gran cantidad de armónicos, por lo que de nuevo existirá una aproximación de resultados finales.

Por otro lado, al existir carga, el efecto de la reluctancia se encuentra menos presente, obteniendo unas intensidades sinusoidales más puras al ensayo de vacío.

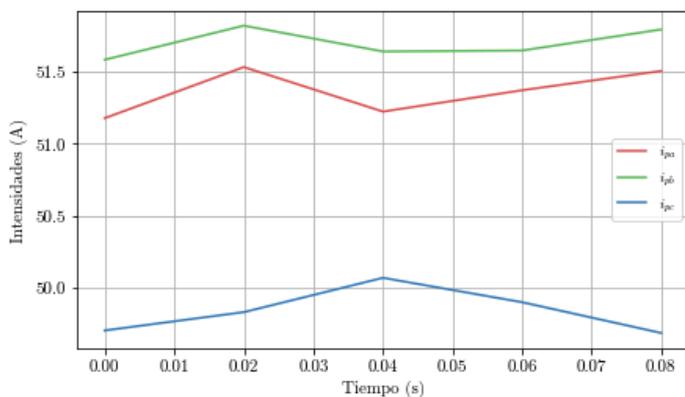


Figura 4 - 6. Intensidades RMS de primario (corto).

Finalmente, calculando los valores eficaces de la Fig. (4 – 6) a partir de las intensidades instantáneas anteriores, se obtienen las magnitudes finales necesarias para comparar con las intensidades previamente calculadas.

A pesar de la aproximación de la tensión, viendo la Tabla (4 – 2), se puede observar que los errores relativos mostrados de intensidad son suficientemente aceptables, manteniéndose mayoritariamente por debajo del 5%.

Tabla 4 - 2. Comparación de resultados de corto.

Intensidad	Valor de simulación (A)	Valor de ensayo (A)	Error relativo (%)
I_{pa}	52.0346	51.2613	1.5085
I_{pb}	52.3722	49.9354	4.8799
I_{pc}	52.0361	51.7212	0.6088

4.4 Simulación de una red con cargas resistivas

En este caso, se conectará al transformador una serie de resistencias para simular una conexión de red, que en este primer ensayo será equilibrada. Las resistencias usadas serán de 100Ω y $2500W$, las cuales se conectarán hasta 8 resistencias en paralelo por fase con conexión en triángulo, llegando a demandar una potencia máxima aproximada de $40kW$. Se comenzará conectando 3 resistencias en paralelo, y se irán incrementando poco a poco, generando casos intermedios desequilibrados.

Además, también se ensayará que sucede cuando a la tensión de primario del transformador se le aplica un desequilibrio del 5%, modificando la magnitud de una de sus fases.

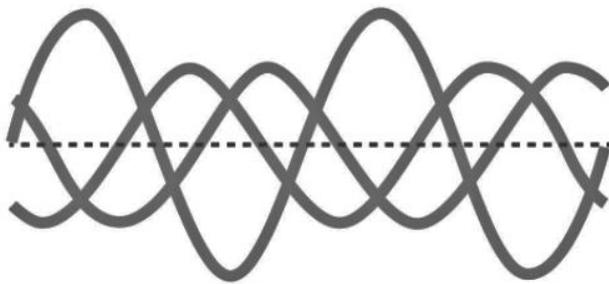


Figura 4 - 8. Tensión trifásica desequilibrada.

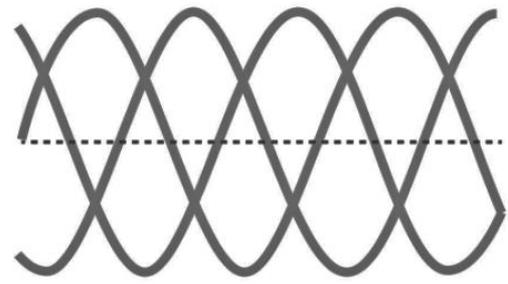


Figura 4 - 7. Tensión trifásica equilibrada.

Todos estos ensayos se realizarán sólo para el modelo de conexión del transformador estudiado D-Y (neutro aislado), debido a no disponer de puesta a tierra en el laboratorio, comparando tensiones e intensidades de primario y secundario simulados con los valores obtenidos en el laboratorio.

El esquema de conexiones de dichas cargas resistivas será el de la Fig. (4 - 9), donde R_{ab} , R_{bc} , R_{ca} son las resistencias equivalentes entre fases (resistencias en paralelo). Todas las tensiones e intensidades serán medidas mediante dos analizadores de red: uno en el primario y otro en el secundario. Dichas medidas serán obtenidas como magnitudes de fase, configurando el primer analizador para el triángulo del transformador y el segundo para la estrella.

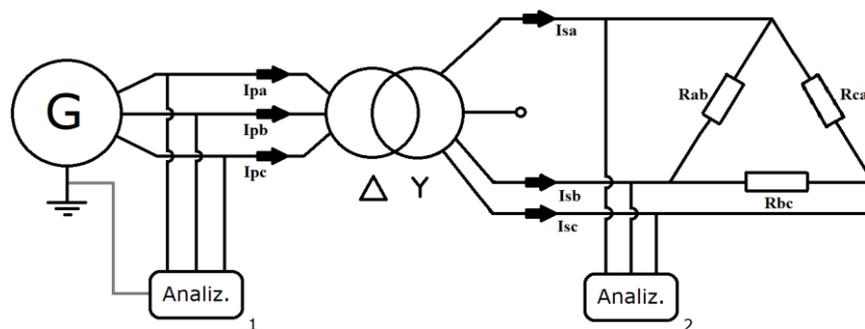


Figura 4 - 9. Esquema de conexión de cargas resistivas.

4.4.1 Método de resolución

Tal y como se dijo inicialmente, para poder resolver las ecuaciones nodales finales se deberán conocer a priori todas las tensiones del transformador. Para la simulación con cargas resistivas, se alimentará el transformador mediante la fuente AC controlable, conociendo así desde un principio cuales serán las tensiones de primario fase-neutro \tilde{U}_{pi} .

Dado que el ensayo realizado en el laboratorio es conectando el transformador por su secundario a unas cargas resistivas con un tipo de conexión de modelo D-Y (neutro aislado), se conocen las impedancias de las resistencias, pudiendo relacionar las tensiones de secundario \tilde{U}_{si} con las intensidades de secundario \tilde{I}_{si} , tomando referencias activas respecto a la carga de las resistencias, mediante las siguientes correlaciones:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = [y_{sp}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \end{bmatrix} + [y_{ss}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde{I}_{sa} \\ \tilde{I}_{sb} \\ \tilde{I}_{sc} \end{bmatrix} = -[y_R] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix}$$

Donde y_{sp} , y_{ss} son las submatrices que componen la matriz de admitancias principal y_{bus}^{D-Y} del modelo de conexión D-Y; y donde y_R es una matriz diagonal de las resistencias conectadas a cada fase en estrella:

$$[y_{bus}^{D-Y}] = \begin{bmatrix} [y_{pp}] & [y_{ps}] \\ [y_{sp}] & [y_{ss}] \end{bmatrix} \quad [y_R] = \begin{bmatrix} 1/R_a & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_b & 0 \\ 0 & 0 & 1/R_c \end{bmatrix}$$

Dado que las resistencias se han conectado en triángulo para una mayor demanda de carga, las relaciones de las resistencias entre fases (conexión en triángulo) vistas en la Fig. (4 – 8) con las resistencias de fase (conexión en estrella) de la matriz de admitancias resistiva anterior, serán las siguientes:

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

Por lo tanto, como el transformador estará conectado en su primario a una red de tensión conocida, se conocen las tensiones de primario, mientras que las tensiones de secundario serán deducibles.

$$-[y_R] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} = [y_{sp}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \end{bmatrix} + [y_{ss}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix}$$

Despejando \tilde{U}_s de la expresión anterior, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_{sa} \\ \tilde{U}_{sb} \\ \tilde{U}_{sc} \end{bmatrix} = -([y_R] + [y_{ss}])^{-1} [y_{sp}] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{pa} \\ \tilde{U}_{pb} \\ \tilde{U}_{pc} \end{bmatrix}$$

Una vez conocidas todas las tensiones, se pueden conocer todas las intensidades aplicando las ecuaciones nodales finales (2 – 11) del modelo D-Y.

4.4.2 Cargas equilibradas: Ensayo Dyn11 tensión y carga equilibradas

- Tensión equilibrada: $\frac{400}{\sqrt{3}}$ V por fase.
- Carga equilibrada: 3, 6 y 8 resistencias en paralelo por fase (configuración 3, 3, 3 – 6, 6, 6 – 8, 8, 8 respectivamente). La configuración refiere al número de resistencias en paralelo que hay en R_{ab} , R_{bc} y R_{ca} respectivamente.

Tabla 4 - 3. Comparación de resultados cargas equilibradas.

Configuración	Fase	Tensiones (V)			Intensidades (A)		
		Simulación	Ensayo	$E_{relativo}(\%)$	Simulación	Ensayo	$E_{relativo}(\%)$
3, 3, 3 $R_{ab} = 33.3\Omega$ $R_{bc} = 33.3\Omega$ $R_{ca} = 33.3\Omega$	A	230.9401	229.8	0.4961	21.9805	22.75	3.3824
	B	230.9401	230.2	0.3215	21.9805	21.28	3.2918
	C	230.9401	229.7	0.5399	21.9805	22.82	3.6788
	a	230.4885	240.6	4.2026	20.7440	20.82	0.3650
	b	230.4885	229.8	0.2996	20.7440	20.92	0.8143
	c	230.4885	230.1	0.1688	20.7440	21.05	1.4537
6, 6, 6 $R_{ab} = 16.6\Omega$ $R_{bc} = 16.6\Omega$ $R_{ca} = 16.6\Omega$	A	230.9401	229.5	0.6275	42.5829	43.44	1.9731
	B	230.9401	229.7	0.5399	42.5829	41.83	1.7999
	C	230.9401	229.4	0.6714	42.5829	43.45	1.9956
	a	230.1173	244.2	5.7669	41.4211	41.32	0.2447
	b	230.1173	224.2	2.6393	41.4211	41.32	0.2447
	c	230.1173	230.1	0.0075	41.4211	41.67	0.5973
8, 8, 8 $R_{ab} = 12.5\Omega$ $R_{bc} = 12.5\Omega$ $R_{ca} = 12.5\Omega$	A	230.9401	229.1	0.8032	56.3104	56.38	0.1234
	B	230.9401	229.4	0.6714	56.3104	54.95	2.4757
	C	230.9401	229.2	0.7592	56.3104	56.49	0.3179
	a	229.8699	246.7	6.8221	55.1688	54.22	1.7499
	b	229.8699	224.2	2.5289	55.1688	54.32	1.5626
	c	229.8699	226.0	1.7123	55.1688	54.54	1.1529

Tal y como se muestra en la Tabla (4 – 3), para casos de tensión nominal equilibrada y cargas equilibradas, los resultados para los tres niveles de carga ensayados son bastante similares, con un error relativo máximo del 4% respecto al valor real medido en el laboratorio, siendo en la mayoría de los casos inferior al 1%. Sin embargo, no se puede decir lo mismo respecto a las tensiones de secundario ensayadas debido a un error técnico en la medición del transformador real (valores de tensión de color gris claro).

Las tensiones de secundario medidas del ensayo en el laboratorio no son válidas, dado que el dispositivo de medida usado (analizador de red), no ha sido correctamente conectado, faltando una conexión del analizador al neutro de la estrella del transformador. Es por ello, que no exista una referencia para la medida de tensión fase-neutro, dando unos resultados cuya magnitud ronda en todo momento prácticamente los mismos valores para todos los ensayos realizados. El esquema de conexiones corregido será el de la Fig. (4 – 9).

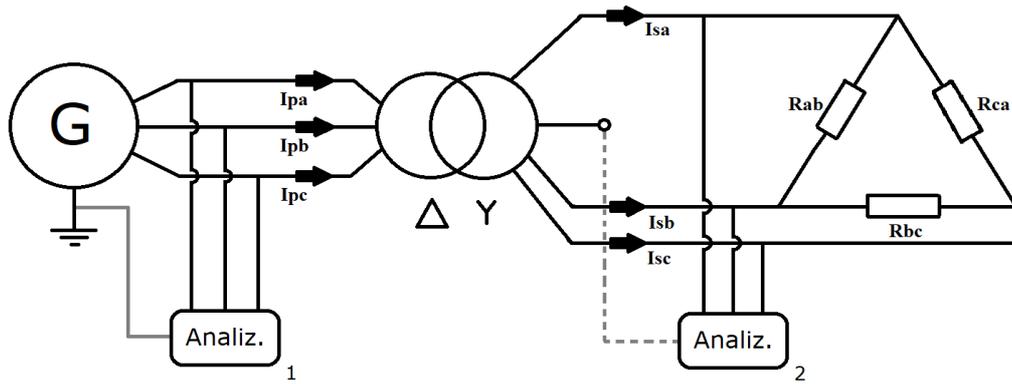


Figura 4 - 10. Esquema de conexión de cargas resistivas corregido.

Debido a este defecto, no se tendrán en cuenta en ningún momento dichas tensiones de secundario medidas, analizando, por lo tanto, el resto de los valores de tensiones e intensidades.

4.4.3 Cargas desequilibradas: Ensayo Dyn11 tensión equilibrada y carga desequilibrada

- Tensión equilibrada: $\frac{400}{\sqrt{3}}$ V por fase.
- Carga desequilibrada: configuración 6, 3, 3 – 6, 6, 3 – 8, 6, 6 – 8, 8, 6 respectivamente.

Tabla 4 - 4. Comparación de resultados cargas desequilibradas.

Configuración	Fase	Tensiones (V)			Intensidades (A)		
		Simulación	Ensayo	$E_{relativo}(\%)$	Simulación	Ensayo	$E_{relativo}(\%)$
6, 3, 3 $R_{ab} = 16.6\Omega$ $R_{bc} = 33.3\Omega$ $R_{ca} = 33.3\Omega$	A	230.9401	230.6	0.1475	25.5246	26.09	2.1671
	B	230.9401	229.9	0.4524	35.7134	34.90	2.3307
	C	230.9401	229.3	0.7153	35.7134	27.31	30.7704
	a	211.1360	249.7	15.4441	31.6704	31.62	0.1594
	b	210.9513	221.5	4.7624	31.6427	31.55	0.2938
	c	276.5862	229.1	20.7273	20.7440	21.11	1.7338
6, 6, 3 $R_{ab} = 16.6\Omega$ $R_{bc} = 16.6\Omega$ $R_{ca} = 33.3\Omega$	A	230.9401	229.8	0.4961	28.8437	29.59	2.5221
	B	230.9401	230.4	0.2344	39.2279	38.44	2.0497
	C	230.9401	228.7	0.9795	39.9638	40.56	1.4699
	a	263.9787	243.3	8.4993	31.6774	31.64	0.1182
	b	172.5880	227.1	24.0035	41.4211	41.26	0.3905
	c	263.6102	228.6	15.3150	31.6332	31.72	0.2736

8, 6, 6 $R_{ab} = 12.5\Omega$ $R_{bc} = 16.6\Omega$ $R_{ca} = 16.6\Omega$	A	230.9401	229.6	0.5837	44.8392	45.66	1.7976
	B	230.9401	229.6	0.5837	51.7368	51.00	1.4447
	C	230.9401	228.8	0.9354	45.2520	45.99	1.6047
	a	220.3540	242.4	9.0949	48.4779	48.35	0.2645
	b	220.1942	230.3	4.3881	48.4427	48.20	0.5035
	c	251.0370	225.0	11.5720	41.4211	41.66	0.5735
8, 8, 6 $R_{ab} = 12.5\Omega$ $R_{bc} = 12.5\Omega$ $R_{ca} = 16.6\Omega$	A	230.9401	229.4	0.6714	47.1608	48.05	1.8506
	B	230.9401	229.9	0.4524	53.9997	53.39	1.1420
	C	230.9401	228.6	1.0237	54.3360	55.06	1.3149
	a	242.4068	243.3	0.3671	48.4814	48.44	0.0855
	b	206.8829	225.0	8.0520	55.1688	54.95	0.3982
	c	242.1939	229.0	5.7615	48.4388	48.52	0.1674

Para los casos de tensión nominal equilibrada y cargas desequilibradas, los resultados para las diferentes configuraciones probadas son bastantes similares a los valores calculados en las simulaciones. Tal y como se muestra en la Tabla (4 – 4), el error relativo entre dichos resultados se mantiene por debajo del 3% en todo momento, a excepción de un caso puntual, donde se ha obtenido un error del 30% en la intensidad I_{pc} para la configuración 6, 3, 3. Aun así, nuevamente, el error relativo obtenido es inferior al 1% en la mayoría de los casos.

Comparando las tensiones e intensidades para cada y una de las configuraciones ensayadas, se observa como las tensiones de primario (A, B, C) se aproximan correctamente, con un error relativo igual o inferior del 1% en todo momento, al igual que las intensidades de secundario (a, b, c), mientras que las intensidades de primario se alcanza un error algo mayor, aunque siempre se encuentra por debajo del 3%.

Sin embargo, a pesar de no poder comparar tensiones de secundario por el fallo cometido y explicado en el punto anterior (valores de tensión de color gris claro), las ecuaciones nodales obtenidas para el transformador estudiado aproximan bien la solución real ante desequilibrios de cargas, teniendo en cuenta que la carga máxima sometida del transformador no supera en ningún momento el 32% de la capacidad del transformador.

4.4.4 Tensión desequilibrada: Ensayo Dyn11 tensión desequilibrada y carga equilibrada

- Tensión desequilibrada: $\frac{400}{\sqrt{3}}V$ en fase A, $\frac{400 \cdot 0.95}{\sqrt{3}}V$ en fase B, $\frac{400 \cdot 0.95}{\sqrt{3}}V$ en fase C.
- Carga equilibrada: configuración 3, 3, 3 – 6, 6, 6 – 8, 8, 8 respectivamente.

Tabla 4 - 5. Comparación de resultados tensiones desequilibradas.

Configuración	Fase	Tensiones (V)			Intensidades (A)		
		Simulación	Ensayo	$E_{relativo}(\%)$	Simulación	Ensayo	$E_{relativo}(\%)$
3, 3, 3 $R_{ab} = 33.3\Omega$ $R_{bc} = 33.3\Omega$ $R_{ca} = 33.3\Omega$	A	230.9401	230.0	0.4087	21.6142	22.28	2.9883
	B	219.3931	218.8	0.2711	21.0670	20.37	3.4217
	C	219.3931	218.8	0.2711	21.0670	21.82	3.4510
	a	224.7509	244.0	7.8890	20.2276	20.29	0.3075
	b	218.9641	214.9	1.8912	19.7068	19.85	0.7214
	c	224.7509	219.0	2.6260	20.2276	20.50	1.3288
6, 6, 6 $R_{ab} = 16.6\Omega$ $R_{bc} = 16.6\Omega$ $R_{ca} = 16.6\Omega$	A	230.9401	229.3	0.7153	41.8731	42.64	1.7985
	B	219.3931	218.4	0.4547	40.8132	40.13	1.7025
	C	219.3931	218.0	0.6390	40.8132	41.63	1.9620
	a	224.3889	238.4	5.8771	40.3900	40.29	0.2482
	b	218.6114	220.0	0.6312	39.3501	39.26	0.2295
	c	224.3889	216.9	3.4527	40.3900	40.60	0.5172
8, 8, 8 $R_{ab} = 12.5\Omega$ $R_{bc} = 12.5\Omega$ $R_{ca} = 12.5\Omega$	A	230.9401	228.9	0.8913	55.3719	55.51	0.2488
	B	219.3931	218.1	0.5929	53.9703	52.86	2.1005
	C	219.3931	217.7	0.7777	53.9703	54.30	0.6072
	a	224.1477	236.6	5.2630	53.7954	53.00	1.5008
	b	218.3764	219.9	0.6929	52.4103	51.80	1.1782
	c	224.1477	217.4	3.1038	53.7954	53.30	0.9295

Finalmente, los resultados de la Tabla (4 – 5) para casos de tensión desequilibradas y cargas equilibradas, muestran una buena aproximación de los resultados de las ecuaciones con el ensayo real, existiendo un error máximo del 3%, dando como conclusión la validez de los resultados para todas las configuraciones ensayadas en situación de desequilibrio, tanto de tensión como de carga.

5 CONCLUSIONES

A lo largo de este estudio, se ha visto como obtener un modelo eléctrico para transformadores trifásicos el cual sea válido ante situaciones de desequilibrio. Se han hecho ensayos para obtener los parámetros de este modelo, entre ellos el ensayo de vacío, cortocircuito y ensayo de homopolar. También se ha validado el modelo con resultados de interés.

Partiendo de un modelo primitivo lineal no saturado, se han realizado simplificaciones, sobre todo, referidas al circuito magnético del transformador, considerando una reluctancia magnética del núcleo no nula pero igual para todas las fases en un transformador de tres columnas. Por otro lado, se ha tenido en cuenta también parámetros como la resistencia de pérdidas del hierro y la reluctancia del aire y del tanque del transformador, aproximando mejor la solución final del modelo. Todos estos factores repercuten directamente sobre varios aspectos a comentar:

- En el ensayo de vacío, las intensidades no son sinusoidales (saturación del paquete magnético), existiendo diferencias de magnitud entre intensidades debido a una reluctancia magnética del núcleo no equitativa para cada fase. Sin embargo, la implementación de la resistencia de pérdidas en el hierro es clave para obtener soluciones adecuadas en este ensayo.
- En el ensayo de corto, el efecto de la reluctancia magnética y las pérdidas en el hierro no son tan apreciables, obteniendo soluciones más similares a la realidad. Este es el motivo de que otros modelos propuestos en las publicaciones [1] y [2] simplifiquen estos factores, despreciando toda reluctancia magnética y pérdidas del núcleo.
- Dado que el modelo se basa en sistemas de energía del nivel de baja y media tensión, y puesto que precisamente la mayoría de los transformadores correspondientes a dicho nivel suelen estar muy descargados, es conveniente mantener todos estos factores y no simplificarlos, con el fin de conseguir una solución más precisa.

Todo esto da como resultado unas ecuaciones nodales que permiten aproximar eficientemente el comportamiento de un transformador real ante situaciones de desequilibrio, a pesar de las limitaciones técnicas que se han tenido. Es por ello, que se propone en un futuro mejorar el trabajo en varios aspectos, destacando entre ellos los siguientes:

- Mejorar los ensayos: probar otras configuraciones de conexiones de neutro, tomar más medidas...
- Tener en cuenta la precisión de los equipos de medida.
- Nuevas configuraciones de puesta a tierra.
- Mayor diversidad de transformadores, y no sólo un modelo.
- Ensayar cargas que incluyan bobinas o condensadores.

REFERENCIAS

- [1] F. CÓRCOLES, L. SÁINZ, J. PEDRA, J. SÁNCHEZ-NAVARRO, M. SALICHS, *Three-phase transformer modelling for unbalanced conditions (Part I)*, IET Electr. Power Appl., 2008, Vol. 2, No. 2
- [2] F. CÓRCOLES, L. SÁINZ, J. PEDRA, J. SÁNCHEZ-NAVARRO, M. SALICHS, *Three-phase transformer modelling for unbalanced conditions (Part II)*, IET Electr. Power Appl., 2009, Vol. 3, No. 1
- [3] ING. GUSTABO ADOLFO GÓMEZ RAMÍREZ, *Medición de impedancia de secuencia cero en transformadores de potencia*, ICE-LIMAT, 2015
- [4] <https://clarkia1.net/transformadores-de-media-tension-a-baja-tension/>
- [5] https://www.torytrans.com/fileadmin/user_upload/Catalogo_General_v4_ES.pdf
- [6] <http://ingenieriaelectricafravedsa.blogspot.com/2014/12/ensayos-transformador.html>
- [7] <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-electrica/circuitos-magneticos-y-transformadores/practicas-de-laboratorio/Practica3.pdf>
- [8] https://es.wikipedia.org/wiki/Ensayo_de_vac%C3%ADo
- [9] <https://www.irem.it/es/power-quality-desequilibrios-tension/>
- [10] F.R. QUINTELA, J.M.G. ARÉVALO, N.R. MELCHOR, “*Desequilibrio y pérdidas en las instalaciones eléctricas*” ETSII, Universidad de Salamanca

ANEXO 1: Análisis de Valores Instantáneos con Spyder

Tal y como se vió en el punto 3.1 “Ensayos del transformador”, los datos tomados en laboratorio de tensión e intensidad trifásicos se realizaron usando un osciloscopio. Dicho equipo recapitula todos los valores instantáneos medidos tanto de tensión como de intensidad durante un periodo de tiempo específico (por ejemplo, 0.1s) y los almacena en un archivo .csv el cual será interpretado por un lenguaje de programación. En este caso, Spyder.

Asignando cada señal medida con una variable (*data.current.a* / *data.current.b* / *data.current.c* para las intensidades; *data.voltage.a* / *data.voltage.b* / *data.voltage.c* para las tensiones), se obtendrá un vector compuesto por todos los valores medidos (*number.sample.times*) para el periodo de tiempo configurado, en función del paso establecido (por ejemplo, una muestra cada 5×10^{-6} s).

- Cálculo de tensión e intensidad RMS

Para calcular la magnitud RMS de tensión e intensidad, se calculará la media de la suma en valor absoluto de todos los valores de tensión e intensidad registrados en el osciloscopio. Para ello, primero se elevarán todas las variables al cuadrado multiplicando cada valor consigo mismo:

$$\text{*squared.current.a*} = \text{*data.current.a*} \times \text{*data.current.a*}$$

$$\text{*squared.voltage.a*} = \text{*data.voltage.a*} \times \text{*data.voltage.a*}$$

Posteriormente, se sumarán todos los valores del vector, creando las nuevas variables:

$$\text{*suma.squared.current.a*}$$

$$\text{*suma.squared.voltage.a*}$$

A continuación, se calculará la media de las variables anteriores con respecto al número de todos los valores medidos:

$$\text{*mean.squared.current.a*} = \text{*suma.squared.current.a*} / \text{*number.sample.times*}$$

$$\text{*mean.squared.voltage.a*} = \text{*suma.squared.voltage.a*} / \text{*number.sample.times*}$$

Finalmente, se deshace el cuadrado realizando la raíz a los valores anteriores:

$$\text{*root.mean.squared.current.a*} = \text{sqrt}(\text{*mean.squared.current.a*})$$

$$\text{*root.mean.squared.voltage.a*} = \text{sqrt}(\text{*mean.squared.voltage.a*})$$

Realizando este mismo procedimiento con las fases b y c, la media de las variables anteriores entre las tres fases, dará lugar al valor de tensión e intensidad RMS buscados, los cuales corresponderán a los parámetros de V_{10} e I_0 vistos en el ensayo de vacío, o a los valores de V_{cc} e I_{cc} vistos en el ensayo de cortocircuito.

- Cálculo de potencia trifásica activa y reactiva:

Para calcular la potencia activa y reactiva, se seguirá un procedimiento algo distinto al anterior. Partiendo de los valores de tensión e intensidad registrados en el osciloscopio, el cálculo de la potencia trifásica activa será la suma del producto entre los valores instantáneos de tensión e intensidad:

$$act.power = data.current.a \times data.voltage.a + data.current.b \times data.voltage.b + data.current.c \times data.voltage.c$$

Con este cálculo, se ha obtenido un vector de longitud igual a la variable *number.sample.times*, es decir, se ha obtenido la potencia trifásica activa para cada instante de tiempo medido. Calculando la media de todos esos valores se obtendrá la potencia activa buscada.

Por otro lado, el cálculo de la potencia trifásica reactiva será la suma del producto entre la intensidad de una fase y la diferencia de tensiones de las dos fases siguientes, todo esto dividido entre la raíz de 3:

$$react.power = 1/\sqrt{3}\{data.current.a \times (data.voltage.b - data.voltage.c) + data.current.b \times (data.voltage.c - data.voltage.a) + data.current.c \times (data.voltage.a - data.voltage.b)\}$$

Al igual que antes, se ha obtenido la potencia trifásica reactiva para cada instante de tiempo medido, por lo que nuevamente, se calculará la media de todos estos valores, obteniendo la potencia reactiva buscada.

Finalmente, estas potencias corresponderán a los parámetros de P_0 y Q_0 vistos en el ensayo de vacío, o a los valores de P_{cc} y Q_{cc} vistos en el ensayo de cortocircuito.

ANEXO 2: Transformada de Fortescue Aplicada a las Ecuaciones Nodales

La transformada de Fortescue T y su inversa T^{-1} , se definen como dos matrices que relacionan el dominio de las fases con el dominio de las secuencias:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & b & b^2 \end{bmatrix} \quad T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & b^2 & b \end{bmatrix} \quad \text{donde } b = e^{j(2\pi/3)}.$$

Para transformar las ecuaciones dadas por la matriz de admitancias específica y_{bus}' (2 – 5), primero se deberán expresar las tensiones e intensidades que la componen como componentes simétricas a partir de la transformada de Fortescue.

$$\begin{bmatrix} [T] & \begin{bmatrix} \tilde{I}_{p0} \\ \tilde{I}_{p1} \\ \tilde{I}_{p2} \end{bmatrix} \\ [T] & \begin{bmatrix} \tilde{I}_{s0} \\ \tilde{I}_{s1} \\ \tilde{I}_{s2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = [y_{bus}'] \begin{bmatrix} [T] & \begin{bmatrix} \tilde{U}_{p0} \\ \tilde{U}_{p1} \\ \tilde{U}_{p2} \end{bmatrix} \\ [T] & \begin{bmatrix} \tilde{U}_{s0} \\ \tilde{U}_{s1} \\ \tilde{U}_{s2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Agrupando las matrices de las transformadas en una matriz independiente, se obtiene una relación entre tensiones e intensidades en componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix} [T] & [0] \\ [0] & [T] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_{p0} \\ \tilde{I}_{p1} \\ \tilde{I}_{p2} \\ \tilde{I}_{s0} \\ \tilde{I}_{s1} \\ \tilde{I}_{s2} \end{bmatrix} = [y_{bus}'] \begin{bmatrix} [T] & [0] \\ [0] & [T] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{p0} \\ \tilde{U}_{p1} \\ \tilde{U}_{p2} \\ \tilde{U}_{s0} \\ \tilde{U}_{s1} \\ \tilde{U}_{s2} \end{bmatrix}$$

Invirtiendo la matriz de transformadas que acompaña a las intensidades y llevandola al otro lado de la igualdad, se obtiene la siguiente expresión, correspondiente a las ecuaciones nodales expresada en secuencias:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_{p0} \\ \tilde{I}_{p1} \\ \tilde{I}_{p2} \\ \tilde{I}_{s0} \\ \tilde{I}_{s1} \\ \tilde{I}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [T^{-1}] & [0] \\ [0] & [T^{-1}] \end{bmatrix} [y_{bus}'] \begin{bmatrix} [T] & [0] \\ [0] & [T] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{p0} \\ \tilde{U}_{p1} \\ \tilde{U}_{p2} \\ \tilde{U}_{s0} \\ \tilde{U}_{s1} \\ \tilde{U}_{s2} \end{bmatrix}$$

ANEXO 3: Cálculo de Desfase entre Tensión e Intensidad

Dado que los datos tomados en el laboratorio de tensión e intensidad del ensayo de homopolar se realizaron usando un osciloscopio, los valores obtenidos son instantáneos, de la misma forma que en el ANEXO 1. Como el desfase viene dado por la diferencia de tiempos entre el inicio de un periodo de una magnitud respecto a otra tomada como referencia, este desfase se podrá calcular analizando el tiempo que difieren dichas dos magnitudes a su paso por cero (corte con el eje de abscisas).

Interpretando esta idea, se iniciará tomando la magnitud de referencia. En este caso, será la tensión, considerando el inicio de su periodo cuando pasa de un valor negativo a un valor positivo. Sin embargo, tal y como se vió en el punto 3.1.3 “Ensayo de homopolar”, los valores de la tensión contienen gran cantidad de armónicos, limitando la obtención del instante de paso por cero a una aproximación.

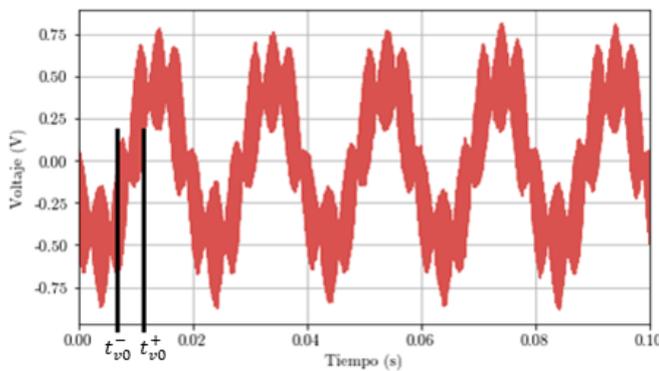


Figura A3 - 1. Instantes inicial y final de paso por cero.

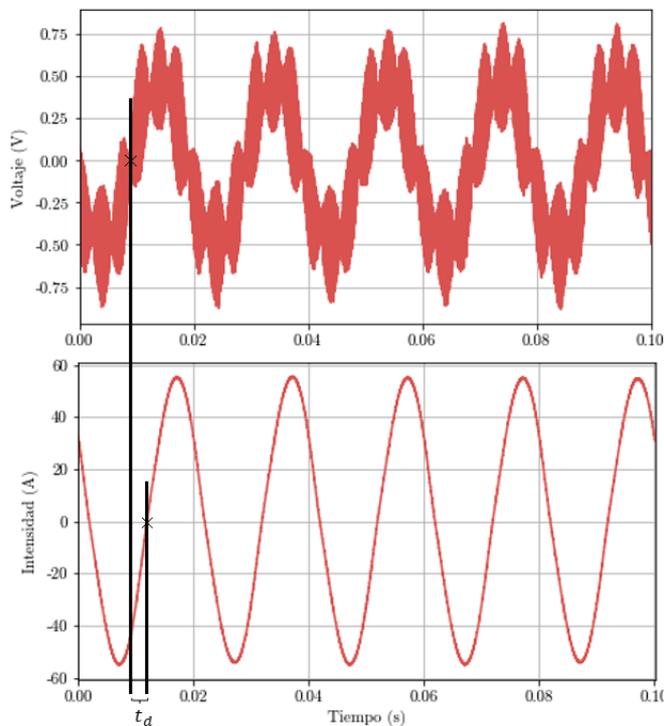


Figura A3 - 2. Tiempo de desfase tensión - intensidad.

Para obtener este tiempo de paso por cero, primero se deberá conocer el primer instante de tiempo que el valor de tensión pasa de un valor negativo a un valor positivo, t_{v0}^- , y el último instante de tiempo donde el valor de la tensión pasa a ser solo positivo, t_{v0}^+ , tal y como se muestra en la Fig. (A2 - 1). La media entre estos dos instantes será el tiempo de paso por cero.

Por otro lado, los valores de la intensidad tienen un comportamiento más adecuado, resultando una onda sinusoidal bastante limpia, siendo trivial la obtención del paso por cero (primer instante de tiempo que el valor de la intensidad pasa de ser negativo a positivo).

Finalmente, el tiempo del desfase buscado, t_d , será la diferencia entre los instantes de paso por cero de la tensión y la intensidad, tal y como se muestra en la Fig. (A2 - 2). Sabiendo que la frecuencia de la onda son 50Hz, el periodo será $T = 0.02s$, y durante ese periodo habrá un desfase de 360° . Mediante regla de tres, se podrá obtener el desfase de la intensidad respecto la tensión:

$$\delta = \frac{t_d \cdot 360}{0.02} (^\circ)$$

Además, viendo a Fig. (A2 - 2), hay que tener en cuenta que la tensión adelanta a la intensidad, por lo que el desfase es inductivo. Si el desfase de la tensión es nulo por ser la referencia, el desfase de la intensidad, δ , debe ser negativo.

