

Trabajo de Fin de Grado
Ingeniería de Tecnologías Industriales

PLANIFICACIÓN DE LÍNEAS DE AUTOBUSES

Autor: Fernando Blanco Membrives

Tutor: Alicia de los Santos Pineda

Dpto. Organización Industrial y Gestión de Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024



Trabajo de Fin de Grado
Ingeniería de Tecnologías Industriales

PLANIFICACIÓN DE LÍNEAS DE AUTOBUSES

Autor:

Fernando Blanco Membrives

Tutor:

Alicia de los Santos Pineda
Profesor Titular de Universidad

Dpto. Organización Industrial y Gestión de Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2024

Trabajo de Fin de Grado: PLANIFICACIÓN DE LÍNEAS DE AUTOBUSES

Autor: Fernando Blanco Membrives

Tutor: Alicia de los Santos Pineda

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2024

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me han acompañado a lo largo de mi carrera.

En primer lugar, deseo agradecer profundamente a mi tutora Alicia, por su inestimable orientación, paciencia y apoyo constante. Su experiencia y dedicación han sido fundamentales para el desarrollo de este trabajo. Sin su ayuda, hubiera sido muy complicado llegar hasta aquí.

También quiero agradecer a mi familia, cuyos valores, amor y apoyo incondicional me han acompañado siempre. A mis padres y hermana, por su constante ánimo y por creer en mí en cada paso del camino.

A mis amigos, que siempre han estado a mi lado, ofreciéndome su apoyo y compañía. Y a todos aquellos que de alguna manera han contribuido a la culminación de este proyecto, les estoy profundamente agradecido. Su apoyo ha sido esencial y siempre llevaré con gratitud todo lo que me han brindado.

Resumen

La planificación de líneas de autobuses es fundamental para la movilidad urbana eficiente y sostenible. Este trabajo de fin de grado se centra en la optimización de estas redes, abordando el problema desde dos perspectivas: la del pasajero, con el objetivo de minimizar los tiempos de viaje, y la del operador, buscando maximizar la rentabilidad.

Esta investigación amplía el Trabajo de Fin de Máster de Antía Fernández, incorporando nuevas variables y restricciones para mejorar la viabilidad y eficiencia de las soluciones en contextos reales. Se emplean técnicas de optimización para diseñar redes de autobuses que maximicen la cobertura y optimicen la utilización de recursos. Además, se propone un nuevo modelo cuyo objetivo principal es encontrar redes de autobuses rentables, desde el punto de vista del operador. La función objetivo definida es el beneficio total de la red teniendo en cuenta términos de ingresos y costes.

Para evaluar la efectividad de los modelos propuestos, se realizaron experimentos computacionales utilizando la red de Mandl de 1980, una red bien conocida en la literatura de problemas relativos a redes de autobuses, compuesta por 15 nodos y 21 arcos bidireccionales que representan la conexión entre 15 ciudades suizas. Se analizan diferentes escenarios ajustando diversas combinaciones de parámetros de entrada. En cada caso, se resuelve el modelo matemático y, según el objetivo considerado, las soluciones obtenidas presentaron variaciones significativas en su estructura.

El trabajo se estructura en varias secciones: se definen los objetivos principales, se realiza una revisión bibliográfica, se describe el problema, se presentan los modelos matemáticos con sus datos, variables y restricciones, y se analizan los objetivos desde ambas perspectivas (pasajero y operador). Los resultados ofrecen recomendaciones prácticas para mejorar la calidad y accesibilidad del transporte público mediante una planificación óptima de líneas de autobuses.

Abstract

Bus line planning is essential for efficient and sustainable urban mobility. This undergraduate thesis focuses on optimizing these networks, addressing the problem from two perspectives: passenger-oriented, aiming to minimize travel times, and operator-oriented, seeking to maximize profitability.

Building upon Antía Fernández's Master's thesis, this research incorporates new variables and constraints to enhance the viability and efficiency of solutions in real-world contexts. Optimization techniques are employed to design bus networks that maximize coverage and optimize resource utilization. Furthermore, a new model is proposed with the primary goal of finding profitable bus networks from the operator's perspective. The defined objective function measures the total network profit considering revenue and cost terms.

To evaluate the effectiveness of the proposed models, computational experiments were conducted using the well-known 1980 Mandl network, comprising 15 nodes and 21 bidirectional arcs representing connections between 15 Swiss cities. Different scenarios were analyzed by adjusting various combinations of input parameters. In each case, the mathematical model was solved, and solutions varied significantly in structure depending on the objective considered.

The thesis is structured into several sections: defining primary objectives, conducting a literature review, describing the problem, presenting mathematical models with their data, variables, and constraints, and analyzing objectives from both passenger and operator perspectives. The results provide practical recommendations for improving the quality and accessibility of public transportation through optimal bus line planning.

| | |
|---|-------------------------------|
| Agradecimientos | ixx |
| Resumen | xi |
| Abstract | xiii |
| Índice | xv |
| Índice de Tablas | xvii |
| Índice de Figuras | xixx |
| 1 Introducción | ¡Error! Marcador no definido. |
| 2 Revisión a la bibliografía | ¡Error! Marcador no definido. |
| 2.1 <i>Evaluación y Optimización de Redes de Transporte Público Urbano</i> | 3 |
| 2.2 <i>Metaheurísticas para el Diseño de Redes de Rutas de Transporte Público</i> | 3 |
| 2.3 <i>Algoritmos Genéticos en la Optimización de Redes de Transporte</i> | 3 |
| 2.4 <i>Optimización de Costos para Redes de Transporte Público a Gran Escala</i> | 3 |
| 2.5 <i>Formulaciones Matemáticas para el Diseño de Redes de Transporte Público Bimodale</i> | 3 |
| 2.6 <i>Revisión de Modelos Matemáticos en TNDSP</i> | 3 |
| 2.7 <i>Conclusiones</i> | 4 |
| 3 Descripción del problema | 5 |
| 3.1 <i>Consideraciones previas</i> | 7 |
| 4 Modelo matemático punto de vista pasajero | ¡Error! Marcador no definido. |
| 4.1 <i>Datos y nomenclaturas</i> | 11 |
| 4.2 <i>Variables</i> | 12 |
| 4.3 <i>Variables auxiliares</i> | 13 |
| 4.3 <i>Mejora del modelo</i> | 13 |
| 4.3.1 <i>Restricciones anti-bucles</i> | 13 |
| 4.3.2 <i>Restricción para evitar bifurcaciones de líneas</i> | 14 |
| 4.4 <i>Formulación matemática del modelo para la primera función objetivo</i> | 14 |
| 5 Modelo matemático punto de vista operador | 15 |
| 5.1 <i>Nuevas variables</i> | 15 |
| 5.2 <i>Función objetivo desde el punto de vista del operador</i> | 15 |
| 5.3 <i>Linealización de la variable auxiliar gr</i> | 16 |
| 5.4 <i>Nuevas restricciones</i> | 16 |
| 5.5 <i>Formulación matemática del modelo para la segunda función objetivo</i> | 17 |
| 6 Análisis resultados primer modelo | 19 |
| 6.1 <i>Parámetros de entrada</i> | 21 |
| 6.2 <i>Complejidad del modelo</i> | 21 |
| 6.3 <i>Escenarios propuestos</i> | 22 |
| 6.4 <i>Escenarios con un máximo de 3 líneas</i> | 23 |
| 6.5 <i>Escenarios con un máximo de 5 líneas</i> | 25 |
| 6.6 <i>Escenarios con un máximo de 8 líneas</i> | 27 |
| 6.7 <i>Conclusiones del análisis</i> | 29 |

| | | |
|----------|---|---------------------------------------|
| 7 | Análisis resultados segundo modelo | ¡Error! Marcador no definido.3 |
| 7.1 | <i>Parámetros de entrada</i> | 33 |
| 7.2 | <i>Complejidad del modelo</i> | 33 |
| 7.3 | <i>Escenarios propuestos</i> | 34 |
| 7.4 | <i>Escenarios con un máximo de 3 líneas</i> | 35 |
| 7.5 | <i>Escenarios con un máximo de 5 líneas</i> | 37 |
| 7.6 | <i>Conclusiones del análisis</i> | 39 |
| 8 | Conclusiones generales | 41 |
| 8.1 | <i>Mejoras futuras</i> | 42 |
| | Referencias | 43 |
| | Apéndice | 45 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Tabla 6.1 – Matriz de demanda origen/destino | 20 |
| Tabla 6.2 – Escenarios y parámetros de entrada | 22 |
| Tabla 6.3 – Resultados de los diferentes escenarios | 23 |
| Tabla 6.4 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 3 líneas | 23 |
| Tabla 6.5 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 5 líneas | 25 |
| Tabla 6.6 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 8 líneas | 27 |
| Tabla 7.1 – Escenarios y parámetros de entrada | 34 |
| Tabla 7.2 – Resultados de los diferentes escenarios | 34 |
| Tabla 7.3 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 3 líneas | 35 |
| Tabla 7.4 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 5 líneas | 37 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 3.1 - Red de autobuses | 5 |
| Figura 3.2 - Red peatonal | 5 |
| Figura 3.3 - Red binomial | 5 |
| Figura 3.4 - Trayecto del nodo 17 al nodo 4 | 6 |
| Figura 3.5 - Transbordo en la misma parada | 6 |
| Figura 3.6 - Transbordo en diferentes paradas | 6 |
| Figura 6.1 - Red de autobuses | 19 |
| Figura 6.2 - Red peatonal | 19 |
| Figura 6.3 - Red binomial | 20 |
| Figura 6.4 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 3 líneas | 24 |
| Figura 6.5 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 3 líneas | 24 |
| Figura 6.6 - Solución Escenarios 3 y 9 | 25 |
| Figura 6.7 - Solución Escenario 4 | 25 |
| Figura 6.8 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 5 líneas | 26 |
| Figura 6.9 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 5 líneas | 26 |
| Figura 6.10 - Solución Escenario 12 | 27 |
| Figura 6.11 - Solución Escenario 15 | 27 |
| Figura 6.12 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 8 líneas | 28 |
| Figura 6.13 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 8 líneas | 28 |
| Figura 6.14 - Solución Escenario 21 | 29 |
| Figura 6.15 - Solución Escenario 24 | 29 |
| Figura 7.1 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 3 líneas | 35 |
| Figura 7.2 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 3 líneas | 36 |
| Figura 7.3 - Solución Escenarios 8 y 9 | 36 |
| Figura 7.4 - Solución Escenario 6 | 36 |
| Figura 7.5 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 5 líneas | 37 |
| Figura 7.6 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 5 líneas | 38 |
| Figura 7.7 - Solución Escenarios 17 y 18 | 38 |
| Figura 7.8 - Solución Escenario 15 | 38 |

1 INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el transporte público ha adquirido una relevancia creciente en la planificación urbana sostenible. Los autobuses, como uno de los pilares fundamentales de este sistema, juegan un papel crucial en la movilidad de millones de personas diariamente. La eficiencia y efectividad de las líneas de autobuses no solo impacta la accesibilidad y comodidad de los usuarios, sino también aspectos clave como la congestión vehicular, la calidad del aire y la equidad social en las ciudades.

La planificación de las líneas de autobuses no es una tarea trivial. Requiere considerar múltiples variables y criterios, como la demanda de transporte, la distribución demográfica, las características geográficas y la integración con otros modos de transporte. Además, la creciente disponibilidad de datos de movilidad y los avances en técnicas de análisis y modelado ofrecen nuevas oportunidades para optimizar estas redes de manera más precisa y efectiva que nunca antes.

Este trabajo de fin de grado se centra en abordar los desafíos de la planificación de líneas de autobuses desde dos perspectivas, la del pasajero y el operador. Se explorarán modelos matemáticos de optimización para diseñar redes que maximicen la cobertura, minimicen los tiempos de viaje y optimicen la utilización de recursos.

A través de este estudio, se busca contribuir al campo de la planificación urbana y del transporte, proporcionando recomendaciones prácticas y basadas en evidencia para mejorar la calidad y accesibilidad del transporte público mediante la planificación óptima de líneas de autobuses.

En específico en este trabajo, se han estudiado las redes de autobuses óptimas desde dos perspectivas distintas. Primero, desde el punto de vista del pasajero, se han diseñado redes que minimizan los tiempos involucrados en los viajes entre los nodos de la red. En segundo lugar, se ha considerado la perspectiva del operador, enfocándose en maximizar los beneficios generados por la red para garantizar su rentabilidad. Esta dualidad de enfoques permite una comprensión integral de las necesidades y restricciones tanto de los usuarios como de los operadores de transporte.

Este Trabajo de Fin de Grado es una extensión del citado Trabajo de Fin de Máster de Antía Fernández. Se incorporan nuevas variables al modelo, lo que implica nuevos conjuntos de restricciones y sus correspondientes linealizaciones. Además, también se han incluido nuevas restricciones para mejorar las soluciones que proporciona el modelo de manera que las redes que genera tengan sentido en un contexto real.

La organización de este trabajo está dividida en secciones. En la Sección 1 se comentan los objetivos principales del trabajo. En la Sección 2 se realiza una revisión a la bibliografía de los problemas relativos a la planificación de líneas de redes de autobuses. En la Sección 3 se describe el problema que se aborda en este trabajo. En la Sección 4 se detalla el modelo matemático punto de vista del pasajero, con los datos, y las nuevas variables y restricciones. En la Sección 5 se detalla el modelo matemático desde el punto de vista del operador. En la Sección 6 se analiza el primero de los objetivos desde el punto de vista del pasajero. En la Sección 7 se analiza el segundo de los objetivos desde el punto de vista del operador y finalmente en la Sección 8 se comentan unas conclusiones finales del trabajo realizado.

2 REVISIÓN A LA BIBLIOGRAFÍA

La optimización de redes de transporte, específicamente de autobuses urbanos, es un campo de estudio que ha atraído considerable atención en las últimas décadas. Diversos enfoques y técnicas han sido propuestos y aplicados para mejorar la eficiencia y la calidad del servicio de transporte urbano en autobús. A continuación, se presenta una revisión estructurada de la literatura relevante en este campo.

2.1 Evaluación y Optimización de Redes de Transporte Público Urbano

Mandl (1980) propone un enfoque para evaluar la eficiencia y la efectividad de las redes de transporte público urbano, identificando áreas de mejora y optimización. Este trabajo pone de manifiesto la importancia de la evaluación continua y la optimización en la gestión de las redes de transporte público.

2.2 Metaheurísticas para el Diseño de Redes de Rutas de Transporte Público

Iliopoulou (2019) ofrece una revisión y análisis comparativo de diferentes metaheurísticas utilizadas para el diseño de redes de rutas de transporte público. Este estudio destaca la diversidad de técnicas empleadas y su eficacia en diferentes contextos. Iliopoulou, Durán-Micco y Vansteenwegen (2019) también encuadran las metaheurísticas en el contexto de la optimización de redes de transporte, subrayando la efectividad de enfoques como algoritmos evolutivos, algoritmos genéticos, recocido simulado, algoritmos meméticos y combinaciones híbridas de estos métodos.

2.3 Algoritmos Genéticos en la Optimización de Redes de Transporte

Varios estudios han explorado el uso de algoritmos genéticos en la optimización de redes de transporte. Chew (2013) propone un algoritmo genético para resolver el problema de enrutamiento biobjetivo en el transporte público urbano, buscando minimizar simultáneamente el tiempo de viaje y el costo operativo de las rutas de autobús. Pattnaik y Bielli (1998) también utilizan algoritmos genéticos para optimizar redes de autobuses urbanos, centrándose en la disposición eficiente de rutas y la programación de horarios. Chakroborty (2003) propone el uso de algoritmos genéticos para diseñar redes de transporte público urbano de manera óptima, analizando aspectos como la cobertura del servicio y la minimización de los costos operativos.

2.4 Optimización de Costos para Redes de Transporte Público a Gran Escala

Zhao y Zeng (2006, 2007) se enfocan en la optimización de costos para redes de transporte público a gran escala, proponiendo un enfoque para minimizar tanto los costos para los usuarios como los costos operativos para los operadores de autobuses urbanos.

2.5 Formulaciones Matemáticas para el Diseño de Redes de Transporte Público Bimodales

De-Los-Santos (2021) propone formulaciones matemáticas para el problema de diseño de redes de transporte público bimodales que incluyen tanto autobuses como peatones. Este estudio destaca la importancia de considerar múltiples modos de transporte en la optimización de redes de transporte.

2.6 Revisión de Modelos Matemáticos en TNDSP

Guihaire y Hao (2008), Kepaptsoglou y Karlaftis (2009), Ibarra-Rojas (2015), Iliopoulou y Durán-Micco y Vansteenwegen (2019) proporcionan una revisión detallada de los estudios de TNDSP (Transit Network Design and Frequency Setting Problem). Estos estudios indican que el alcance varía significativamente según los objetivos, enfoques de solución, parámetros y configuraciones de red asumidos. Marwah (1984) genera un conjunto de rutas candidato utilizando un procedimiento heurístico ad-hoc y

proponen un programa matemático lineal para determinar las mejores rutas con el fin de minimizar el número de transferencias. Modelos recientes, como los de De-Los-Santos (2021), construyen rutas desde cero y tratan las transferencias entre diferentes paradas considerando la opción de caminar de los pasajeros. Borndörfer (2007) y Borndörfer y Neumann (2010) incluyen variables de flujo multicommodity y modelos de red de servicio, respectivamente, para abordar la planificación de líneas y frecuencias, aunque con ciertas limitaciones en cuanto a la consideración de transferencias de pasajeros.

2.7 Conclusiones

La literatura revisada demuestra la complejidad del problema de optimización de redes de transporte y la diversidad de enfoques y técnicas utilizadas. Los métodos varían desde algoritmos genéticos hasta metaheurísticas y formulaciones matemáticas. Esta diversidad refleja la necesidad de soluciones innovadoras para mejorar la eficiencia y la calidad del servicio de transporte urbano en autobús. A medida que las ciudades continúan creciendo y evolucionando, la optimización de las redes de transporte seguirá siendo un área de investigación crucial. Además, como señalan Durán-Micco y Vansteenwegen (2019), la mayoría de los estudios hacen muchas suposiciones simplificadoras, lo que sugiere una necesidad continua de modelos más realistas que puedan manejar problemas del mundo real de manera efectiva

3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los sistemas de transporte público, en su esencia, pueden describirse como un conjunto de líneas. Cada línea está compuesta por un punto de origen, un destino, un conjunto de paradas y las conexiones entre ellas. Este concepto es aplicable a diversos sistemas como autobuses, trenes o tranvías. En el diseño de redes de transporte público, se parte de una red subyacente que incluye información sobre las paradas potenciales y sus conexiones.

En este estudio, se examina una red bimodal formada por una red de autobuses y una red peatonal. La red de autobuses puede considerarse como la red de carreteras teniendo en cuenta las paradas. Por otro lado, la red peatonal representa las calles por donde se desplazan los pasajeros a pie.

La Figura 3.1 ilustra un tramo de la red de autobuses de Sevilla mientras que la Figura 3.2 representa los correspondientes tramos pedestres de esa misma zona:

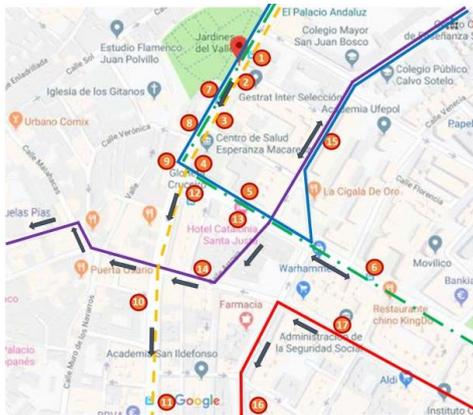


Figura 3.1 - Red de autobuses

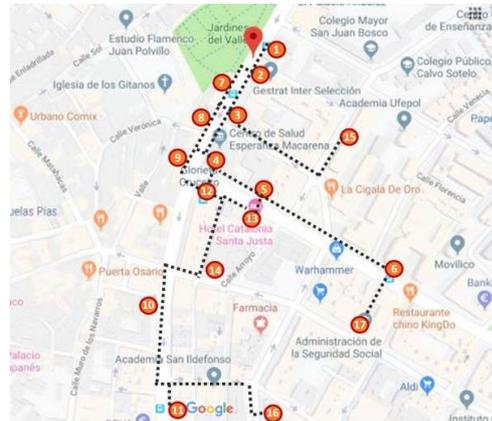


Figura 1.2 - Red pedestre

Estas dos redes se pueden representar conjuntamente mediante una red bimodal, en la que se consideran tanto la red de autobús como la red pedestre para describir los trayectos de los pasajeros tal como se muestra en la Figura 3.3:

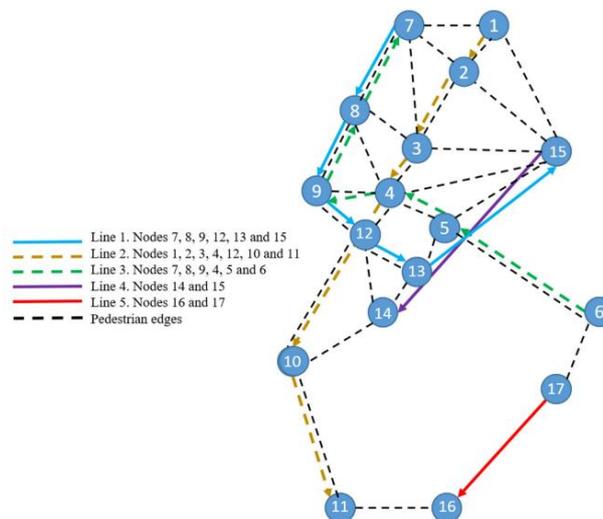


Figura 3.3 - Red bimodal

Como mencionamos en la introducción, uno de los principales objetivos del pasajero es realizar viajes lo más rápido posible, sin transbordos y, en el caso que los hubiera, con el menor tiempo de espera posible. En este trabajo se han considerado dos tipos de transbordos: los llamados **transbordos en la misma parada** y los **transbordos que requieren un desplazamiento por la red peatonal**.

Por ejemplo, si se quiere realizar un viaje desde el nodo 17 al nodo 4, no habrá transbordo entre líneas sino una combinación de modos: los pasajeros pueden caminar desde el nodo 17 al 6 en la red peatonal y luego pueden desplazarse en autobús hasta llegar al destino por la red de autobuses, haciendo una combinación de modos sin hacer transbordo entre líneas (ver **Figura 3.4**).

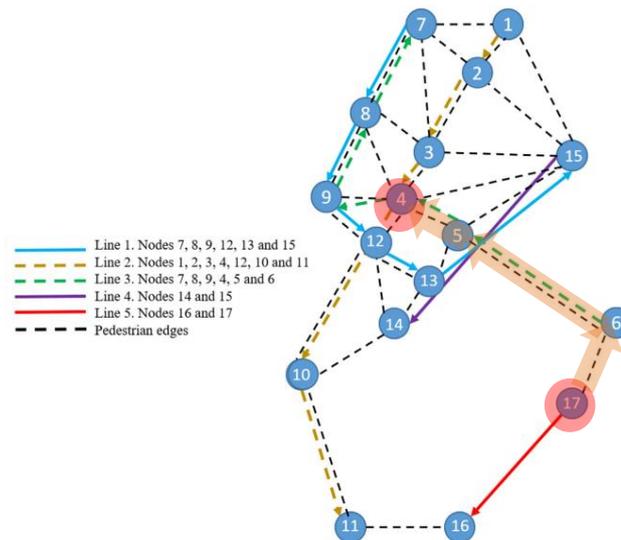


Figura 3.4 - Trayecto del nodo 17 al nodo 4

En caso de ir del nodo 7 al nodo 10, una ruta posible consistiría en ir del nodo 7 al nodo 12 en la línea de autobús 1 (azul) y hacer un transbordo a la línea de autobús 2 (amarilla) en el nodo 12 (ver **Figura 3.5**). Este ejemplo ilustra un trayecto en el que se ha realizado un **transbordo en la misma parada**.

Un trayecto que involucra un transbordo del segundo tipo, es decir, un **transbordo que requiere un desplazamiento por la red peatonal**, sería un desplazamiento del nodo 6 al 15. Para ir del nodo 6 al nodo 15, el pasajero puede usar la línea de autobús 3 (verde) desde el nodo 6 hasta el nodo 5, caminar desde el nodo 5 hasta el nodo 13 y, finalmente tomar la línea 1 (azul) de autobús hasta llegar al nodo 15 (ver **Figura 3.6**).

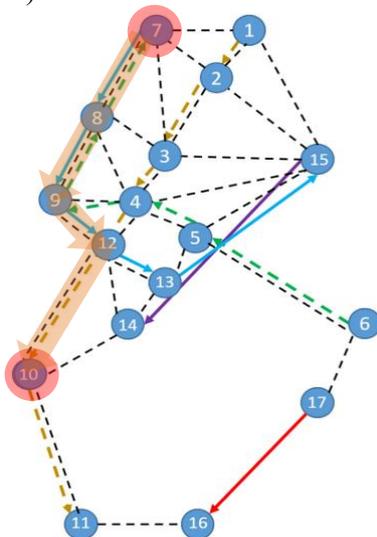


Figura 3.5 - Transbordo en la misma parada

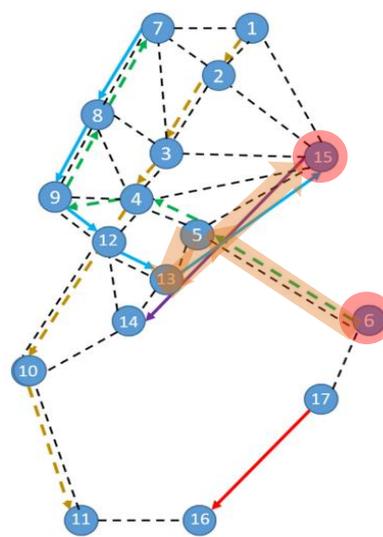


Figura 3.6 - Transbordo en diferentes paradas

Uno de los objetivos de este trabajo es encontrar, a partir de una red subyacente (que representa paradas y conexiones por carreteras y calles peatonales entre las paradas), una combinación de líneas que minimicen los tiempos de los pasajeros teniendo en cuenta movimientos en la red bimodal y los dos tipos de transbordos.

El pasajero podrá optar para ir desde su origen a su destino, por el modo de transporte de autobuses de manera directa o combinarlo con el modo peatonal, según su conveniencia, creando así una red de transporte bimodal. Con la finalidad de representar esta situación, se definen dos capas de red: una con los movimientos permitidos en modo peatonal y otra denotando la subestructura vial por la que circulan los buses. La capa de autobús se describe a través de un grafo $G = G(S, A)$ que representa la subestructura vial definida por un conjunto de nodos S de posibles paradas de autobuses y un conjunto de arcos A que representa las posibles conexiones entre los nodos. La capa peatonal se representa con otro grafo $G' = G(S', E)$, donde S' es el conjunto de localizaciones centroides o paradas de autobús y E es el conjunto de aristas representando las conexiones entre nodos de S' . De la superposición de ambas capas (autobús y peatonal) se obtiene la red bimodal cuyo grafo se representa como $BG = G(S \cup S', E \cup A)$. Sobre este grafo se busca la ruta más corta y directa (si es posible) teniendo en cuenta tramos peatonales, tramos en autobús y tramos correspondientes a transbordos.

Este trabajo puede considerarse una extensión del trabajo de Antía. El principal objetivo del modelo planteado en su trabajo es orientado al pasajero, minimizando el tiempo total de la red (teniendo en cuenta todos los desplazamientos que se realizan desde cada par Origen-Destino (OD)): considerando el tiempo de recorrido desde el origen hasta la primera parada, el tiempo de espera del autobús, el tiempo de recorrido en autobús, el tiempo de recorrido desde la parada de bajada del autobús al destino y si lo hubiera, el tiempo de transbordo entre autobuses (incluyendo el desplazamiento andando -si hay- y la espera para subir al autobús de transbordo). En este trabajo se incorporan mejoras en el modelo de Antía, tales como la inclusión de restricciones de eliminación de subtours y se define un nuevo modelo que tiene en cuenta preferencias del operador a través del beneficio de la red y costes de operación. Las principales variables del problema se pueden clasificar en:

- Variables de diseño, necesarias para la descripción de las líneas (conjunto de paradas y sus conexiones)
- Variables de flujo; describiendo los movimientos de los pasajeros en la red bimodal
- Variables de transbordo: denotando los dos tipos de transbordos (en misma parada o distinta)
- Variables de operación de la red: frecuencia (número de autobuses por hora), headways (tiempo entre dos autobuses consecutivos)
- Variables de flota: describiendo la dimensión de la flota, tipo de autobús

Las frecuencias más altas influyen directamente en los costos del operador, afectando el total de la flota requerida. Sin embargo, también contribuyen a un sistema de transporte más eficiente y, por lo tanto, más atractivo para los pasajeros, ya que reducen el tiempo de espera. El número de autobuses necesarios para operar en la red es crucial tanto para transportar a los pasajeros como para representar el costo del operador.

3.1 Consideraciones previas

Para el desarrollo del problema se han considerado las siguientes suposiciones:

- Las líneas son bidireccionales, puesto que los nodos son paradas físicas y las paradas cambian según el sentido de recorrido de las carreteras
- No se considera un conjunto dado de líneas, no hay líneas candidatas predefinidas, sino que se construyen a partir de arcos y nodos
- La red bimodal se representa con el grafo $BG = G(S, E \cup A)$, resultado de la unión de las capas de autobuses y peatonal. Se asume que los nodos en la red peatonal son

precisamente las paradas de autobuses

- Cada arco del conjunto A de la capa autobús (direccional), tiene asociado un tiempo de viaje, teniendo en cuenta la velocidad media a la que se mueve el autobús
- Cada arista del conjunto E de la capa peatonal (bidireccional), tiene asociado un tiempo de viaje, en el que se considera la velocidad media a la que se mueve caminando un peatón
- Para cada par origen-destino OD , los pasajeros se desplazan por el bigrafo BG siguiendo el camino con las combinaciones más convenientes de transporte y transbordo, de acuerdo con la función objetivo
- Los pasajeros que solo usan el modo peatonal se consideran demanda no atendida por el sistema de transporte de autobuses
- En cada experimento, se presupone un número máximo de líneas candidatas
- Para cada OD debe existir un camino que conecte el origen y el destino a través de la red bimodal
- Si la capacidad de la línea no es suficiente para satisfacer la demanda, la demanda puede realizar el trayecto mediante la red pedestre.

4 MODELO MATEMÁTICO PUNTO DE VISTA PASAJERO

En esta sección se describen los datos de entrada y notaciones, variables del modelo. La descripción de la función objetivo, restricciones y linealizaciones de variables proporcionado por el trabajo de Antía, se encuentra en el Apéndice.

4.1 Datos y nomenclaturas

- $S = \{1 \dots n\}$, conjunto de posibles nodos (paradas) de autobuses
- $A = \{(i, j): i, j \in S\}$, conjunto de posibles arcos de la red de autobuses
- d_{ij} , longitud de cada arco $(i, j) \in A$, en kilómetros.
- $E = \{(i, j): i, j \in S\}$, conjunto de posibles aristas peatonales entre las paradas
- $G = G(S, A)$, grafo dirigido que representa la capa de la red de transporte de autobuses
- $G' = G(S, E)$, grafo no dirigido describiendo la capa peatonal
- $BG = G(S, E \cup A)$, grafodirigido describiendo la red bimodal formada por las capas de autobuses y peatonal
- $\Theta = \{\theta_1 \dots \theta_{|\Theta|}\} \subset S \times S$, conjunto de pares origen-destino OD describiendo los orígenes y destinos de los viajes a realizar sobre la red. Cada elemento $\theta = (\theta^o, \theta^d) \in \Theta$ está definido por un origen θ^o y un destino θ^d .
- f_1, \dots, f_k lista de posibles frecuencias candidatas para cada línea
- \mathcal{F}^{max} , frecuencia máxima que puede tener una línea de autobús
- h_1, \dots, h_k , lista de headway para una línea de autobús, tiempo entre dos autobuses consecutivos de una línea
- fl^{max} , número máximo de autobuses posibles en la red
- f_1^{max} , número máximo de autobuses de tipo 1
- f_2^{max} , número máximo de autobuses de tipo 2
- C_1 , número de pasajeros (sentados y de pie) que pueden viajar en un autobús de tipo 1
- C_2 , número de pasajeros que pueden viajar en un autobús de tipo 2
- p_θ , número de pasajeros por hora que viajan desde el origen θ^o hasta el destino θ^d del par OD θ
- ℓ , índice genérico para denotar una línea de autobuses
- \mathcal{L} , conjunto de posibles líneas de autobuses
- \mathcal{L}^{max} , número máximo de líneas de autobús posibles en la red

- S_{min} , número mínimo de paradas que debe tener una línea de autobuses
- S_{max} , número máximo de paradas que debe tener una línea de autobuses
- M , longitud máxima permitida para la línea de autobús
- v_{ped} , velocidad media de los peatones, en kilómetros/ hora
- v_{bus} , velocidad media del autobús, en kilómetros/ hora

4.2 Variables

- Variables de diseño:

- $m^\ell = 1$, si existe la línea de bus, 0 en caso contrario
- $s_i^l = 1$, si la parada i pertenece a la línea l , 0 en caso contrario
- $u^l = 1$, si el arco $(i, j) \in A$ es utilizado por la línea l , 0 en caso contrario

- Variables de flujo y transbordo

- $r_{ij}^{\theta\ell} = 1$, si el flujo del par θ atraviesa el arco $(i, j) \in A$ usando la línea l , 0 en caso contrario
- $t_{ij}^{\theta} = 1$, si el par θ atraviesa la arista peatonal $\{i, j\} \in E$, 0 en caso contrario
- $v_i^{\theta\ell\ell'} = 1$, si los pasajeros correspondientes al par θ hacen transbordo en la parada i de la línea l hacia la línea l' , 0 en caso contrario
- $w_i^{\theta\ell} = 1$, si pasajeros correspondientes al par θ cambian del modo peatonal al modo autobús de la línea l' en la parada i

- Variables de operación de la red

- fr^ℓ , frecuencia de la línea l , variable entera
- hw^ℓ , headway correspondiente a la frecuencia de la línea l , variable entera

- Variables de determinación de la flota

- z^ℓ , flota requerida para cumplir la demanda de la línea l , variable entera
- z_1^ℓ , flota de la línea l del tipo de autobús simple, variable entera
- z_2^ℓ , flota de la línea l del tipo de autobús doble, variable entera
- $\delta_1 = 1$, si el autobús es simple, 0 en caso contrario
- $\delta_2 = 1$, si el autobús es doble, 0 en caso contrario

Respecto al modelo matemático previamente estudiado en el trabajo de Antía Fernández, en este trabajo se han añadido restricciones para mejorar las soluciones que genera el modelo, ya que previamente a la realización de este trabajo las soluciones carecían de lógica en lo que respecta a una línea de autobús, debido a que contaban con numerosos subbucles y con divergencias en las rutas.

En este apartado comentaremos las nuevas restricciones añadidas al modelo.

4.3 Mejora del modelo

En la descripción del problema, cada línea de la red se define como una línea circular, ya que las paradas de ida y vuelta suelen ser diferentes. Esto provoca que en las soluciones del modelo aparezcan incoherencias, como la aparición de líneas formadas por la unión de subbucles desconectados. En este apartado analizaremos las restricciones implementadas en el anterior modelo de optimización de redes de transporte público, diseñadas para mejorar la eficiencia y la viabilidad de estas redes. Se han introducido diversas restricciones que abordan problemas específicos como la formación de bucles innecesarios y bifurcaciones de líneas de autobuses. Estas restricciones son fundamentales para garantizar que las rutas de los autobuses sean prácticas, coherentes y efectivas, contribuyendo así a una mejor planificación y operación del sistema de transporte público.

4.3.1 Restricciones anti-bucles

Para garantizar la eficiencia y la viabilidad de las redes de transporte público, se han introducido restricciones específicas en el modelo de optimización lineal. Estas restricciones están diseñadas para prevenir la formación de subbucles en las líneas de autobuses, lo que podría resultar en rutas redundantes o poco prácticas. Se han definido restricciones distintas según el número de nodos implicados en el subtour

El algoritmo utilizado para las restricciones antibucles es conocido como el algoritmo de Dantzig–Fulkerson–Johnson (DFJ).

Para evitar bucles entre dos nodos consecutivos en una línea de autobús, se ha implementado la siguiente restricción (Eq 51):

$$u_{ij}^{\ell} + u_{ji}^{\ell} \leq 1, \quad i, j \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (51)$$

Para evitar bucles entre tres nodos consecutivos en una línea de autobús, se ha implementado la siguiente restricción (Eq 52):

$$u_{ij}^{\ell} + u_{jk}^{\ell} + u_{ki}^{\ell} \leq 2, \quad i, j, k \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (52)$$

Por último, para prevenir bucles entre cuatro nodos consecutivos en una línea de autobús, se han establecido la siguiente restricción (Eq 53):

$$u_{ij}^{\ell} + u_{jk}^{\ell} + u_{km}^{\ell} + u_{mi}^{\ell} \leq 3, \quad i, j, k, m \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (53)$$

Estas restricciones contribuyen significativamente a la optimización de las redes de transporte público, al eliminar posibles ineficiencias asociadas con la formación de bucles en las rutas de autobuses.

En el caso de nuestro modelo al estar trabajando con una red de pocos nodos implementamos las tres restricciones anti-bucles siempre que resolvemos el modelo, pero si quisiéramos resolver una red más grande sería conveniente implementar las restricciones a medida que se crean los bucles para no añadir complejidad al problema. El algoritmo 1 muestra los pasos del procedimiento como funcionaría de forma general:

Algoritmo 1: Eliminación de subbucles

Paso 0: Se resuelve el modelo matemático sin las restricciones (51), (52) y (53)

Si hay subbucles en la solución, se procede a eliminarlos mediante la incorporación de las restricciones de eliminación de subtours:

Paso 1: Se añade las restricciones (51) para evitar bucles entre dos nodos y se resuelve.

Paso 3: En caso de no haber subbucles en la solución se termina el proceso, sino se continúa al siguiente paso

Paso 4: Se añade las restricciones (52) para evitar bucles entre tres nodos y se resuelve

Paso 5: En caso de no haber subbucles en la solución se termina el proceso, sino se continúa al siguiente paso.

Paso 6: Se añade las restricciones (53) para evitar bucles entre cuatro nodos y se resuelve

Paso 7: Mientras que el número de aristas implicado en el ciclo de los bucles sea menor que la dimensión de S_{min} estaremos ante una solución no aceptable y se tendrá que seguir añadiendo restricciones del tipo eliminación de subtours con más nodos consecutivos implicados

4.3.2 Restricciones para evitar bifurcaciones de líneas

Para garantizar la coherencia en la circulación de las líneas de autobuses en cada nodo de la red, se ha introducido una restricción específica en el modelo de optimización lineal. Esta restricción se asegura de que, si una línea de autobús entra a un nodo, debe salir de ese nodo a través de un único arco perteneciente a esa misma línea. De este modo, se evita que la ruta de la línea se bifurque en el nodo.

La restricción se expresa matemáticamente como (Eq 54):

$$\sum_{k \in S} u_{ik}^{\ell} = \sum_{k \in S} u_{ki}^{\ell}, \quad i \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (54)$$

4.4 Formulación matemática del modelo para la primera función objetivo

Teniendo en cuenta las variables y las restricciones explicadas en los apartados anteriores, el modelo final sería:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \xi_{bus} \cdot z_{bus} + \xi_{walk} \cdot z_{walk} + \xi_{trans} \cdot z_{trans} + \xi_{wait} \cdot z_{wait} \\ & + \xi_{change} \cdot z_{change} \end{aligned}$$

s. a:

Diseño de red: (15) — (25)

Transbordo: (26) — (27)

Asignación: (28)

Conservación de flujo: (29) — (31), (54)

Frecuencia y headway: (32) — (37)

Flota: (38) — (43)

Capacidad: (44) — (50)

Anti-bucles: (51) — (53)

Como la función objetivo busca minimizar el tiempo de viaje, el modelo tenderá a asignar a los pasajeros por el camino más rápido siempre que las restricciones de capacidad lo permitan. Para los pares OD que solo usan el método peatonal se considera demanda no atendida.

5 MODELO MATEMÁTICO PUNTO DE VISTA OPERADOR

En este capítulo se define una nueva versión del modelo del capítulo anterior teniendo en cuenta la perspectiva del operador. Así, dada una red subyacente; conteniendo información sobre un conjunto de paradas potenciales y sus conexiones, una matriz origen-destino; describiendo los potenciales viajes en la red, datos relativos a costes y parámetros, el problema consiste en determinar la configuración de líneas óptima, cada línea entendida como un conjunto de paradas y sus conexiones (infraestructura), frecuencia y tamaño y tipo de la flota, maximizando el beneficio de la red (ingresos de pasajeros menos costes de operación).

Dependiendo del tiempo de viaje en el modo de transporte de autobuses (tiempo de recorrido autobús, tiempo de transbordos y tiempos de espera, tal como se definió en el modelo anterior) los pasajeros se asignarán o no a dicho transporte y, por tanto, esto influirá en el beneficio de la red.

Las soluciones en este tipo de problemas actúan como un balance entre las preferencias de los pasajeros (cuanto más rápido, sistema de transporte más atractivo) y las del operador, mover al máximo de pasajeros al menor coste (aunque eso implique pérdida de pasajeros).

Por tanto, aunque en un principio se ha planteado el problema como perspectiva del operador, puede verse también como un balance de ambos. En los siguientes apartados detallaremos las nuevas variables definidas en el modelo, nuevas restricciones y nueva función objetivo.

5.1 Nuevas variables

$g_\theta = 1$ si en el par origen-destino θ se asigna al modo autobús, 0 en caso contrario

$gr_{ij}^{\theta\ell}$ variable entera, sirve para linealizar el producto entre $g_\theta \times r_{ij}^{\theta\ell}$

5.2 Función objetivo punto de vista del operador

Como comentamos, en problemas de transporte público en general, existen distintos puntos de vista: operador, pasajero y comunidad. En el modelo del capítulo anterior se ha tratado el punto de vista del pasajero al considerar como objetivo principal el minimizar los tiempos de viaje. En esta sección nos centraremos en el punto de vista del operador, concretamente, consideraremos como principal objetivo el beneficio de la red entendido como la diferencia entre ingresos y costes de operación. Para ello, se han añadido los siguientes términos.

En primer lugar, los **ingresos de la red** se obtienen a través de la venta de tickets de autobús y el número de pasajeros que usan el modo de transporte de autobuses (variable g_θ). La restricción (Eq 55) describe los ingresos percibidos por parte de los pasajeros que usan la red, siendo c una constante que representa el precio del ticket que aporta el pasajero.

$$Ingresos = \sum_{\theta \in \Theta} g_\theta \cdot p_\theta \cdot c \quad (55)$$

Por otro lado, hemos de tener en cuenta los **costes de operación** de la red, los cuáles varían según el tipo de autobús utilizado y la flota requerida.

La ecuación (Eq 56) describe el coste de operación total de todos los autobuses de la red, teniendo en cuenta el tipo de autobús, la flota de autobuses requerida por cada tipo de autobús y el coste de operar cada tipo de autobús $Cost_1$ y $Cost_2$ (varían puesto que las dimensiones de los autobuses de diferente tipo son distintos):

$$Costes = \sum_{\ell \in \mathcal{L}} z_1^\ell \cdot v_{bus} \cdot Cost_1 + z_2^\ell \cdot v_{bus} \cdot Cost_2 \quad (56)$$

En el caso del punto de vista del operador, la función objetivo se define como la diferencia entre los ingresos totales (Eq 55) y los costes de operación de la red (Eq 56)

5.3 Linealización de la variable auxiliar $gr_{ij}^{\theta l}$

La variable $gr_{ij}^{\theta l} = g_\theta \times r_{ij}^{\theta l}$ es el producto de una variable binaria y otra entera, lo cual hace que el modelo sea no lineal. Para evitar esta no linealidad, se introduce un conjunto de nuevas restricciones al modelo, que representa de forma lineal el producto de dichas variables:

$$gr_{ij}^{\theta l} = g_\theta, \quad i, j \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (57)$$

$$gr_{ij}^{\theta l} \leq M \cdot r_{ij}^{\theta l}, \quad i, j \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (58)$$

$$gr_{ij}^{\theta l} \geq g_\theta - M \cdot (1 - r_{ij}^{\theta l}), \quad i, j \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (59)$$

5.4 Nuevas restricciones

Se han añadido dos nuevas restricciones para asegurar que la variable g_θ funcione como se propone (asigne pasajeros del par θ cuando el tiempo en autobús sea mejor), para ello se han modificado las variables z_{bus} , z_{trans} , z_{walk} , z_{wait} y z_{change} para que también dependan de θ , de esta forma podemos comparar en cada arco si es más conveniente el ir andando o en autobús, comparando los tiempos que conllevaría, dando lugar a la siguiente restricción (Eq 60, Eq 61):

$$T_\theta^{bus} - z_\theta^{walk} - M(1 - g_\theta) \leq 0 \quad (60)$$

$$T_\theta^{bus} = z_\theta^{bus} + z_\theta^{trans} + z_\theta^{change} + z_\theta^{wait} \quad (61)$$

De esta forma si la suma de los tiempos involucrados en el viaje en autobús es mayor que el tiempo que conllevaría ir andando, la variable g_θ valdrá 0, en cambio si el tiempo que requiere ir en autobús es menor que el de ir andando la variable valdrá 1.

Además, se ha añadido también un conjunto de restricciones que ligan los valores de g_θ a los de $r_{ij}^{\theta l}$ para el correcto funcionamiento del modelo. De manera que para que se asigne el par θ al modo autobús (se active la variable g_θ) ha de haberse activado alguna variable de flujo del modo autobús tal como se establece en la Ecuación (Eq 62):

$$g_\theta \leq \sum_{i,j} \sum_l r_{ij}^{\theta l}, \quad i, j \in S, \ell \in \mathcal{L} \quad (62)$$

5.5 Formulación matemática del modelo para la segunda función objetivo

Para el caso de la segunda función objetivo incluyendo todas las variables y restricciones ya previamente comentadas el modelo quedaría formulado de la siguiente manera.

$$\text{Maximizar } (\sum_{\theta \in \Theta} g_{\theta} \cdot p_{\theta} \cdot c) - (\sum_{\ell} z_1^{\ell} \cdot v_{bus} \cdot Cost_1 + z_2^{\ell} \cdot v_{bus} \cdot Cost_2)$$

s. a:

Diseño de red: (15) — (25)

Transbordo: (26) — (27)

Asignación: (28)

Conservación de flujo: (29) — (31), (54)

Frecuencia y headway: (32) — (37)

Flota: (38) — (43)

Capacidad: (44) — (50)

Anti-bucles: (51) — (53)

Nuevas restricciones: (60) — (62)

6 ANÁLISIS RESULTADOS PRIMER MODELO

En esta sección se realiza experimentos computacionales del primer modelo implementado en usando Gurobi. Para nuestro análisis, se ha utilizado la red de referencia de Mandl de 1980 (ver Figura 3.1), que consta de 15 nodos y 21 arcos bidireccionales, representando la conexión entre 15 ciudades suizas. Esta red es ampliamente usada en la literatura de transporte de redes de autobuses, aunque en este caso, se han escalado las distancias para hacerlas compatibles con la red peatonal. La Figura 3.1 representa la red de Mandl a través de un grafo $G = G(S, A)$, donde cada nodo de S es una parada y cada arco de A describe una conexión entre dos paradas. Los atributos de los arcos indican la distancia d_{ij} de viaje entre paradas consecutivas (sin el reescalado). En nuestra experimentación la red peatonal se ha considerado la misma red de Mandl, pero con distinta velocidad.

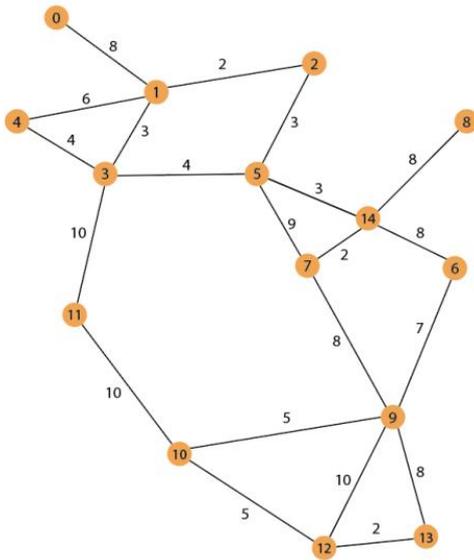


Figura 6.1 – Red de autobuses

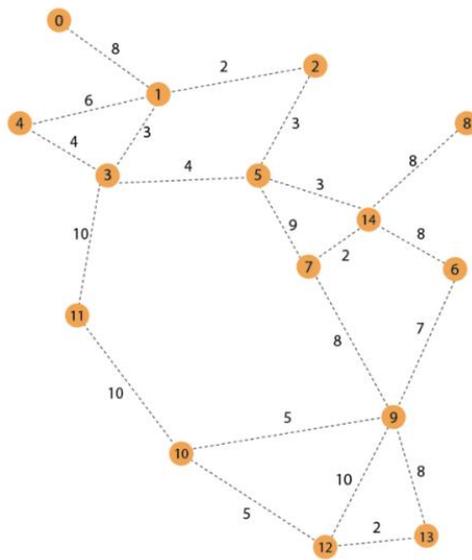


Figura 6.2 – Red peatonal

La unión de ambas capas da lugar a la red bimodal, donde se tiene en cuenta tanto los movimientos de la red de autobús como la pedestre. Está representada como $BG = G(S, E \cup A)$, como se muestra en la siguiente figura

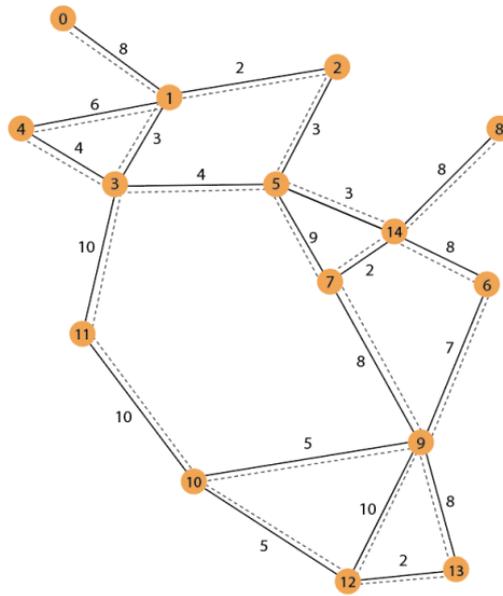


Figura 6.3 – Red binomial

Los experimentos computacionales realizados permiten evaluar la precisión del modelo propuesto. La implementación del modelo se lleva a cabo utilizando el lenguaje Python y empleando Gurobi para obtener resultados óptimos. Todos los cálculos se llevan a cabo en un ordenador estándar.

La matriz de demanda de tránsito origen/destino de los pasajeros para la hora pico se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 6.1 – Matriz de demanda origen/destino

| Origin/ Destination | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Sum by Destination |
|------------------------|------|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|----|--------------------|
| 1 | 0 | 400 | 200 | 60 | 80 | 150 | 75 | 75 | 30 | 160 | 30 | 25 | 35 | 0 | 0 | 1320 |
| 2 | 400 | 0 | 50 | 120 | 20 | 180 | 90 | 90 | 15 | 130 | 20 | 10 | 10 | 5 | 0 | 1140 |
| 3 | 200 | 50 | 0 | 40 | 60 | 180 | 90 | 90 | 15 | 45 | 20 | 10 | 10 | 5 | 0 | 815 |
| 4 | 60 | 120 | 40 | 0 | 50 | 100 | 50 | 50 | 15 | 240 | 40 | 25 | 10 | 5 | 0 | 805 |
| 5 | 80 | 20 | 60 | 50 | 0 | 50 | 25 | 25 | 10 | 120 | 20 | 15 | 5 | 0 | 0 | 480 |
| 6 | 150 | 180 | 180 | 100 | 50 | 0 | 100 | 100 | 30 | 880 | 60 | 15 | 15 | 10 | 0 | 1870 |
| 7 | 75 | 90 | 90 | 50 | 25 | 100 | 0 | 50 | 15 | 440 | 35 | 10 | 10 | 5 | 0 | 995 |
| 8 | 75 | 90 | 90 | 50 | 25 | 100 | 50 | 0 | 15 | 440 | 35 | 10 | 10 | 5 | 0 | 995 |
| 9 | 30 | 15 | 15 | 15 | 10 | 30 | 15 | 15 | 0 | 140 | 20 | 5 | 0 | 0 | 0 | 310 |
| 10 | 160 | 130 | 45 | 240 | 120 | 880 | 440 | 440 | 140 | 0 | 600 | 250 | 500 | 200 | 0 | 4145 |
| 11 | 30 | 20 | 20 | 40 | 20 | 60 | 35 | 35 | 20 | 600 | 0 | 75 | 95 | 15 | 0 | 1065 |
| 12 | 25 | 10 | 10 | 25 | 15 | 15 | 10 | 10 | 5 | 250 | 75 | 0 | 70 | 0 | 0 | 520 |
| 13 | 35 | 10 | 10 | 10 | 5 | 15 | 10 | 10 | 0 | 500 | 95 | 70 | 0 | 45 | 0 | 815 |
| 14 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 10 | 5 | 5 | 0 | 200 | 15 | 0 | 45 | 0 | 0 | 295 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Sum by Origin | 1320 | 1140 | 815 | 805 | 480 | 1870 | 995 | 995 | 310 | 4145 | 1065 | 520 | 815 | 295 | 0 | 15570 |

6.1 Parámetros de entrada

Los requisitos de entrada del modelo son los siguientes:

- **Red de autobús/peatonal:** 15 nodos y 21 arcos bidireccionales
- **Matriz origen/destino** representando los viajes entre los nodos
- **Velocidad media del autobús,** $v_{\text{bus}}=20$ km/h
- **Velocidad media peatonal,** $v_{\text{ped}}=3$ km/h
- **Límite inferior del número de paradas de una línea de autobús,** $S_{\text{min}}=4$
- **Límite superior del número de paradas de una línea de autobús,** $S_{\text{max}}=14$
- **Longitud máxima permitida de la línea de autobús,** $M=50$ km
- **Capacidad máxima de los autobuses tipo 1 (dobles),** $C_1=110$
- **Capacidad máxima de los autobuses tipo 2 (simples),** $C_2=81$

6.2 Complejidad del modelo

El modelo una vez implementado en Gurobi cuenta con, 126 restricciones cuadráticas y 48.975 variables que se dividen de la siguiente manera:

- 6 son variables continuas
- 29.691 son variables enteras
- 19.278 son variables binarias

Expresando los datos de esta manera se puede apreciar la gran complejidad del modelo.

6.3 Escenarios propuestos

Para analizar la influencia de los parámetros de entrada en la solución, se han definido un total de 27 escenarios distintos variando los parámetros: número de líneas máximo, frecuencia de autobuses, número máximo de flota y número máximo de flota de cada tipo tal como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 6.2 – Escenarios y parámetros de entrada

| Escenarios | Num max de líneas | Lista de frecuencias | Num max flota | Num max flota tipo 1 | Num max flota tipo 2 | GAP | CPU |
|------------|-------------------|----------------------|---------------|----------------------|----------------------|------------|------------|
| 1 | 3 | [12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00857962 | 135,645 |
| 2 | 3 | [12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00977968 | 33,595 |
| 3 | 3 | [12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00960241 | 15,9680002 |
| 4 | 3 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 3 | 0,00999495 | 39,073 |
| 5 | 3 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 5 | 0,00999777 | 43,4719999 |
| 6 | 3 | [2, 4, 6] | 15 | 10 | 10 | 0,00939746 | 32,1729999 |
| 7 | 3 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00998471 | 195,984 |
| 8 | 3 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00973679 | 71,4219999 |
| 9 | 3 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00956558 | 33,0549998 |
| 10 | 5 | [12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00897637 | 275,552 |
| 11 | 5 | [12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00991431 | 132,918 |
| 12 | 5 | [12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00999843 | 78,1819999 |
| 13 | 5 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 3 | 0,00999768 | 52,0969999 |
| 14 | 5 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 5 | 0,00915157 | 84,5480001 |
| 15 | 5 | [2, 4, 6] | 15 | 10 | 10 | 0,00971416 | 68,664 |
| 16 | 5 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00998861 | 1557,741 |
| 17 | 5 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00998905 | 753,119 |
| 18 | 5 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00988654 | 54,2459998 |
| 19 | 8 | [12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00876766 | 626,872 |
| 20 | 8 | [12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00989363 | 1586,327 |
| 21 | 8 | [12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,13439579 | 5438,87 |
| 22 | 8 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 3 | 0,00992266 | 593,734 |
| 23 | 8 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 5 | 0,00887016 | 175,328 |
| 24 | 8 | [2, 4, 6] | 15 | 10 | 10 | 0,00998792 | 855,952 |
| 25 | 8 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,07676175 | 2000,16 |
| 26 | 8 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,02291693 | 2000,362 |
| 27 | 8 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,0099905 | 794,195 |

En la primera columna de esta tabla se muestra una numeración de los 27 escenarios, en las siguientes se muestra el número máximo de líneas que se pueden utilizar en la red, las diferentes frecuencias con las que funcionan los autobuses, que varía entre frecuencias altas [12,20], frecuencias bajas [2,4,6], y todas las frecuencias, seguidamente la máxima flota disponible de vehículos, y la flota máxima disponible de ambos tipos de autobús, por último se muestran los resultados de GAP y CPU de cada escenario que representan la proximidad al óptimo y el tiempo requerido para llegar a esa solución respectivamente.

Se puede apreciar cómo, para la misma lista de frecuencia [12, 20], el tiempo en resolver el modelo incrementa considerablemente de los escenarios con 3 líneas máximas de autobús a los escenarios con 8 líneas máximas. Como consecuencia de aumentar la complejidad del problema el CPU aumenta considerablemente con el número de líneas máximas.

Tabla 6.3 – Resultados de los diferentes escenarios

| Escenarios | Num viajes directos | Num transbordos | tiempo en bus | tiempo andando | tiempo transbordando | tiempo esperando | tiempo espera cambio modos | valor de la f.o. |
|------------|---------------------|-----------------|---------------|----------------|----------------------|------------------|----------------------------|------------------|
| 1 | 210 | 0 | 4326 | 153344 | 0 | 4470 | 0 | 162140 |
| 2 | 124 | 86 | 8508 | 132016 | 9000 | 6182,5 | 0 | 155706,5 |
| 3 | 124 | 86 | 9049,5 | 130692 | 7725 | 5970 | 150 | 153586,5 |
| 4 | 210 | 0 | 6678 | 144544 | 0 | 17550 | 0 | 168772 |
| 5 | 210 | 0 | 6816 | 143624 | 0 | 18300 | 0 | 168740 |
| 6 | 210 | 0 | 6816 | 143624 | 0 | 18300 | 0 | 168740 |
| 7 | 202 | 8 | 7096,5 | 142354 | 225 | 10860 | 0 | 160535,5 |
| 8 | 136 | 74 | 7912,5 | 134726 | 7050 | 6182,5 | 0 | 155871 |
| 9 | 124 | 86 | 9049,5 | 130692 | 7725 | 5970 | 150 | 153586,5 |
| 10 | 210 | 0 | 4326 | 153344 | 0 | 4470 | 0 | 162140 |
| 11 | 210 | 0 | 7503 | 139652 | 0 | 8145 | 0 | 155300 |
| 12 | 182 | 28 | 8217 | 134892 | 1110 | 8385 | 0 | 152604 |
| 13 | 210 | 0 | 7557 | 139292 | 0 | 21450 | 0 | 168299 |
| 14 | 210 | 0 | 7557 | 139292 | 0 | 21450 | 0 | 168299 |
| 15 | 210 | 0 | 7449 | 140012 | 0 | 20850 | 0 | 168311 |
| 16 | 210 | 0 | 6939 | 142804 | 0 | 10860 | 0 | 160603 |
| 17 | 210 | 0 | 7503 | 139652 | 0 | 8145 | 0 | 155300 |
| 18 | 182 | 28 | 8931 | 134132 | 1110 | 8570 | 0 | 152743 |
| 19 | 210 | 0 | 4326 | 153344 | 0 | 4470 | 0 | 162140 |
| 20 | 210 | 0 | 7502,999975 | 139651,9997 | 0 | 8144,999894 | 0 | 155299,9996 |
| 21 | 210 | 0 | 7995 | 136372 | 0 | 8385 | 0 | 152752 |
| 22 | 210 | 0 | 7557 | 139292 | 0 | 21450 | 0 | 168299 |
| 23 | 210 | 0 | 7557 | 139292 | 0 | 21450 | 0 | 168299 |
| 24 | 210 | 0 | 7557 | 139292 | 0 | 21450 | 0 | 168299 |
| 25 | 210 | 0 | 6939 | 142804 | 0 | 10860 | 0 | 160603 |
| 26 | 210 | 0 | 7503 | 139652 | 0 | 8145 | 0 | 155300 |
| 27 | 210 | 0 | 8613 | 136252 | 0 | 7760 | 0 | 152625 |

Se puede observar cómo los niveles de frecuencia y flota afectan en gran medida al rendimiento de la función objetivo, ya que independientemente del número de líneas la función objetivo es peor en los escenarios con parámetros de entrada de frecuencias bajas y escasa flota, mientras que cuando se dan como parámetros de entrada frecuencias altas y una mayor flota la función objetivo mejora en todos los escenarios.

En cualquier caso, esta no es la única conclusión que se puede sacar de estos resultados, también hemos de tener en cuenta aspectos como los transbordos, los tiempos de espera o el porcentaje de pasajeros que usan las líneas para determinar qué soluciones son mejores que otras, para ello vamos a realizar un análisis más exhaustivo de los resultados en función del número de líneas.

6.4 Escenarios con un máximo de 3 líneas

En la siguiente tabla se muestra el análisis de los resultados de los escenarios que pueden disponer con 3 líneas como máximo para la solución propuesta.

Tabla 6.4 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 3 líneas

| Escenario | Frecuencias | Max Flota | Número de líneas | Frecuencia media | Porcentaje de pasajeros | Num transbordos | Tiempo andando | Otros tiempos | Valor f.o |
|-----------|-------------------|-----------|------------------|------------------|-------------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------|
| 1 | [12, 20] | 6 | 2 | 20 | 19,1% | 0 | 153344 | 8796 | 162140 |
| 2 | [12, 20] | 10 | 3 | 17,33 | 42,9% | 86 | 132016 | 23690,5 | 155706,5 |
| 3 | [12, 20] | 15 | 3 | 20 | 42,1% | 86 | 130692 | 22894,5 | 153586,5 |
| 4 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 6 | 22,5% | 0 | 144544 | 24228 | 168772 |
| 5 | [2, 4, 6] | 10 | 3 | 6 | 23,5% | 0 | 143624 | 25116 | 168740 |
| 6 | [2, 4, 6] | 15 | 3 | 6 | 23,5% | 0 | 143624 | 25116 | 168740 |
| 7 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 12,66 | 25,9% | 8 | 142354 | 18181,5 | 160535,5 |
| 8 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 3 | 17,33 | 38,8% | 74 | 134726 | 21145 | 155871 |
| 9 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 3 | 20 | 42,1% | 86 | 130692 | 22894,5 | 153586,5 |

Se pueden observar como a medida que aumenta tanto la frecuencia como la flota disponible los valores de la

función objetivo mejoran, el siguiente gráfico muestra los resultados del valor de la función objetivo de los distintos escenarios:

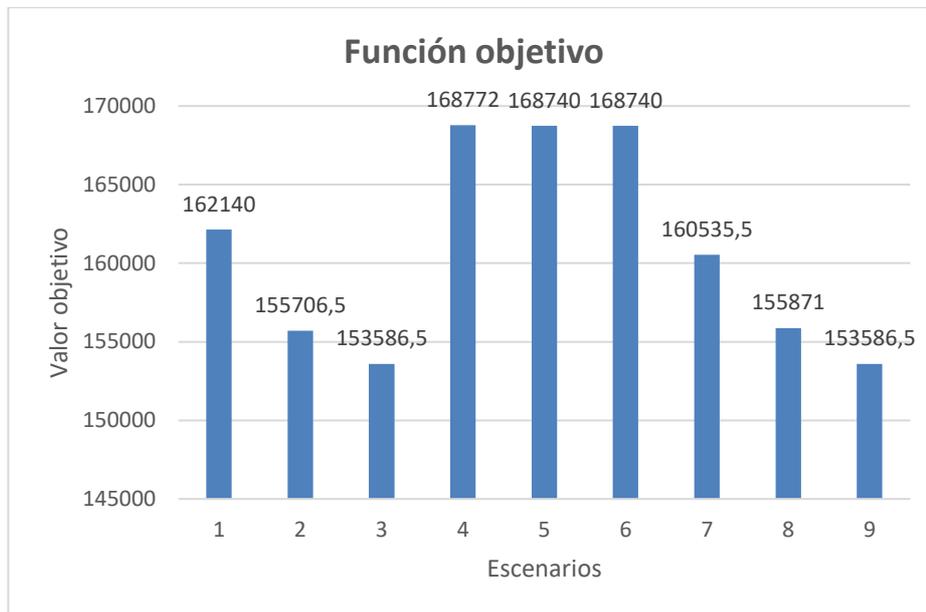


Figura 6.4 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 3 líneas

Es evidente como la función objetivo empeora en los escenarios 4, 5 y 6 ya que en ellos solo se pueden utilizar frecuencias bajas y pese a no hacer uso de ningún transbordo siguen dando peores resultados que los demás escenarios.

También se puede observar el rendimiento de las soluciones dependiendo del porcentaje de pasajeros que utilizan la red de autobuses planteada, en la siguiente gráfica podemos ver cómo evoluciona este aspecto en los distintos escenarios:

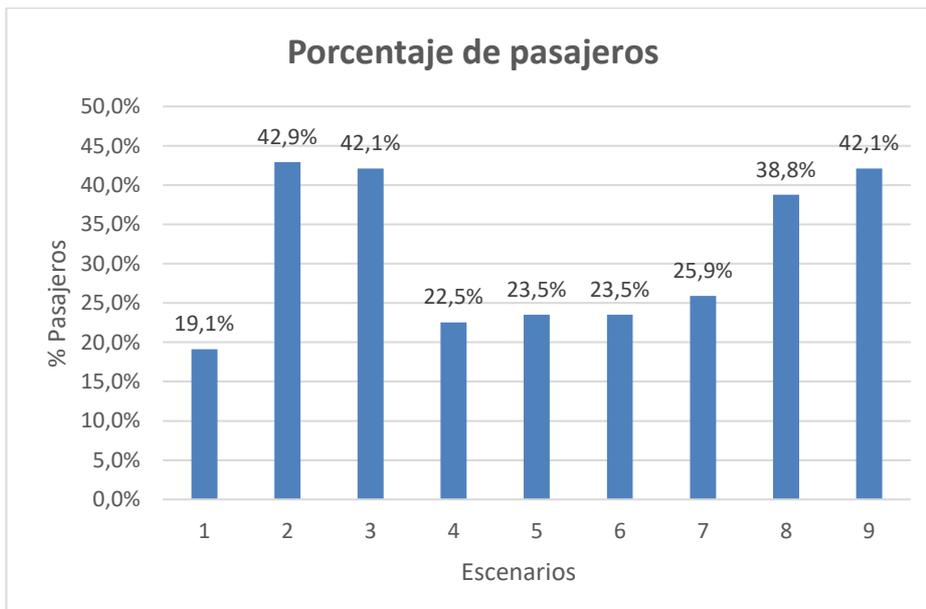


Figura 6.5 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 3 líneas

Una vez más los escenarios con bajas frecuencias obtienen los peores resultados con un porcentaje de uso

rondando el 24%, mientras que los escenarios con frecuencias altas son capaces de abastecer a más del 40% de los pasajeros.

En los escenarios con un máximo de 3 líneas de autobuses, la mejor solución se encuentra en los escenarios 3 y 9. En ambos casos, se llega a la misma solución, con una frecuencia media de 20 autobuses por hora en cada línea y una flota de hasta 15 autobuses.

Estos escenarios presentan el mejor resultado en la función objetivo y destacan por tener uno de los porcentajes de utilización de las líneas más altos.

En el lado opuesto se encuentra la solución obtenida en el escenario 4, la cual obtiene el peor resultado de la función objetivo y uno de los peores porcentajes de utilización de la red.

La solución obtenida en estos escenarios es la siguiente:

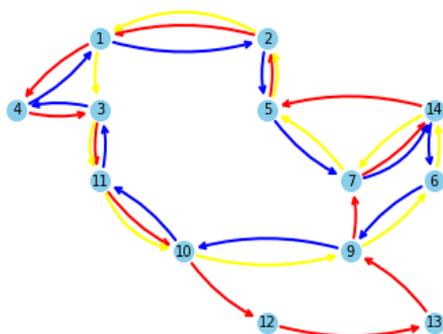


Figura 6.6 - Solución Escenarios 3 y 9

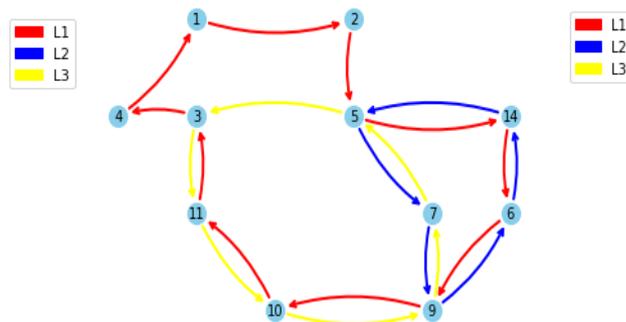


Figura 6.7 - Solución Escenario 4

Se puede observar como la mejor solución abastece a más nodos y además busca que por los nodos más demandantes pasen el mayor número de líneas posibles, de manera que siempre estén abastecidos.

6.5 Escenarios con un máximo de 5 líneas

En la siguiente tabla se muestra el análisis de los resultados de los escenarios que pueden disponer con 5 líneas como máximo para la solución propuesta.

Tabla 6.5 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 5 líneas

| Escenario | Frecuencias | Max Flota | Número de líneas | Frecuencia media | Porcentaje de pasajeros | Num transbordos | Tiempo andando | Otros tiempos | Valor f.o |
|-----------|-------------------|-----------|------------------|------------------|-------------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------|
| 10 | [12, 20] | 6 | 2 | 20 | 19,1% | 0 | 153344 | 8796 | 162140 |
| 11 | [12, 20] | 10 | 4 | 16 | 28,6% | 0 | 139652 | 15648 | 155300 |
| 12 | [12, 20] | 15 | 5 | 20 | 37,1% | 28 | 134892 | 17712 | 152604 |
| 13 | [2, 4, 6] | 6 | 5 | 6 | 27,6% | 0 | 139292 | 29007 | 168299 |
| 14 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 6 | 27,6% | 0 | 139292 | 29007 | 168299 |
| 15 | [2, 4, 6] | 15 | 5 | 6 | 26,8% | 0 | 140012 | 28299 | 168311 |
| 16 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 12,6 | 25,4% | 0 | 142804 | 17799 | 160603 |
| 17 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 4 | 16 | 28,6% | 0 | 139652 | 15648 | 155300 |
| 18 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 5 | 18,4 | 33,8% | 28 | 134132 | 18611 | 152743 |

Se puede observar el mismo patrón que en el caso anterior, a medida que aumenta la frecuencia y la flota, la función objetivo mejora considerablemente, se puede apreciar muy fácilmente gráficamente:

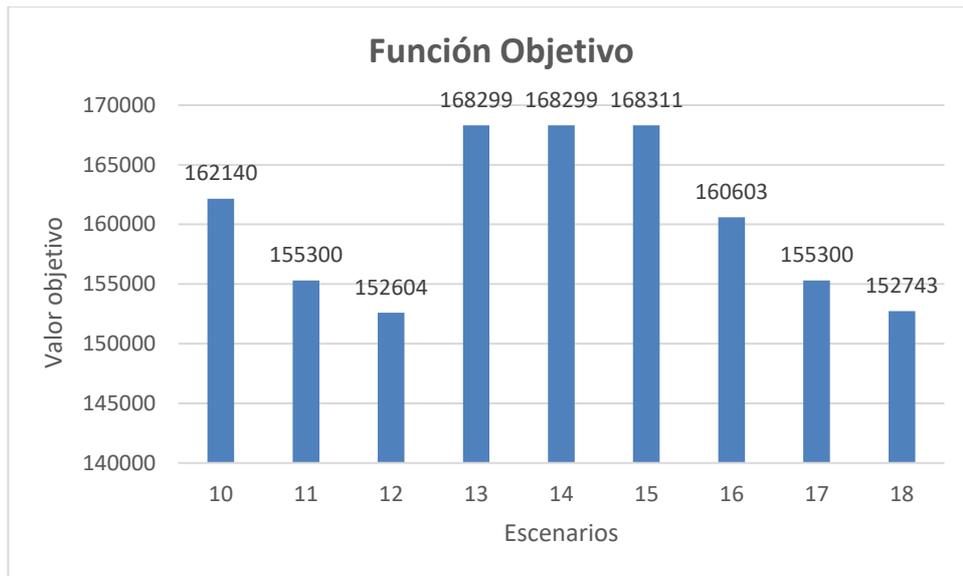


Figura 6.8 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 5 líneas

Una vez más los escenarios que presentan los peores resultados son los que solo pueden trabajar con frecuencias bajas de autobuses, es decir, los escenarios 13, 14 y 15, mientras que el escenario 3 que solo trabaja con frecuencias altas y la máxima flota posible obtiene el mejor resultado a pesar de contar con varios transbordos.

Respecto al porcentaje de utilización de las líneas se pueden sacar conclusiones parecidas.

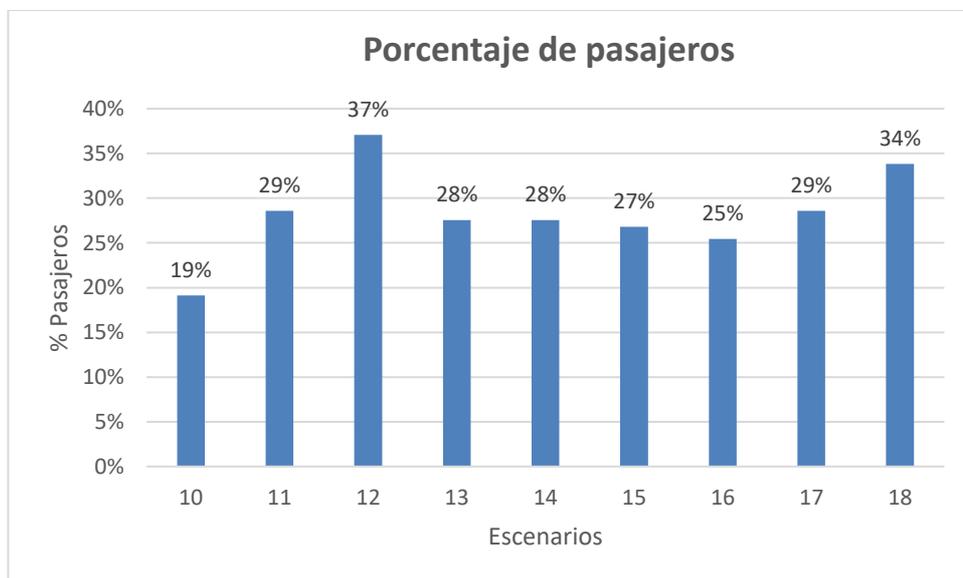


Figura 6.9 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 5 líneas

En este caso, no varía tanto el porcentaje de uso de la red entre los distintos escenarios, pero los escenarios 13, 14 y 15 siguen obteniendo los peores resultados del estudio, y como en el apartado anterior el escenario 3 destaca por ser el que mejor resultado obtiene.

Teniendo en cuenta esto, el escenario 12 se puede considerar el mejor para el caso de 5 líneas como máximo en la red, mientras que el escenario 15 obtiene el peor valor de la función objetivo y peor porcentaje de utilización que otros escenarios con menor número de líneas.

Estas son las soluciones que se obtienen en ambos escenarios:

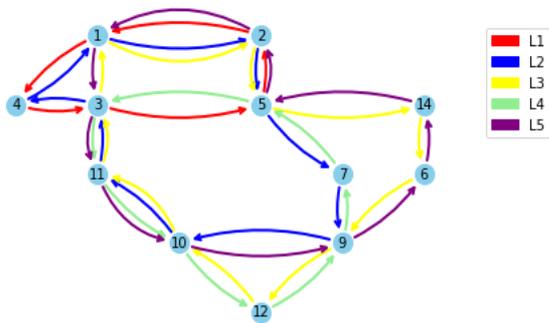


Figura 6.10 - Solución Escenario 12

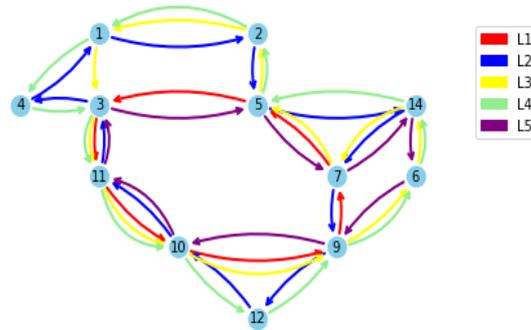


Figura 6.11 - Solución Escenario 15

Curiosamente, la distribución de las líneas en ambas soluciones es muy parecida, debido al hecho de que ambos escenarios cuentan con la misma flota de 15 autobuses, pero el hecho de que en el escenario 12 la frecuencia de todas las líneas es de 20 autobuses por hora mientras que en el escenario 15 es de tan solo 6 autobuses por hora, hace que los resultados que obtiene sean mucho peores.

6.6 Escenarios con un máximo de 8 líneas

En la siguiente tabla se muestra el análisis de los resultados de los escenarios que pueden disponer con 8 líneas como máximo para la solución propuesta.

Tabla 6.6 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 8 líneas

| Escenario | Frecuencias | Max Flota | Número de líneas | Frecuencia media | Porcentaje de pasajeros | Num transbordos | Tiempo andando | Otros tiempos | Valor f.o |
|-----------|-------------------|-----------|------------------|------------------|-------------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------|
| 19 | [12, 20] | 6 | 2 | 20 | 19,1% | 0 | 153344 | 8796 | 162140 |
| 20 | [12, 20] | 10 | 4 | 16 | 28,6% | 0 | 139652 | 15648 | 155300 |
| 21 | [12, 20] | 15 | 5 | 20 | 35,9% | 0 | 136372 | 16380 | 152752 |
| 22 | [2, 4, 6] | 6 | 5 | 6 | 27,6% | 0 | 139292 | 29007 | 168299 |
| 23 | [2, 4, 6] | 10 | 8 | 6 | 27,6% | 0 | 139292 | 29007 | 168299 |
| 24 | [2, 4, 6] | 15 | 8 | 6 | 27,6% | 0 | 139292 | 29007 | 168299 |
| 25 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 12,66 | 25,4% | 0 | 142804 | 17799 | 160603 |
| 26 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 4 | 16 | 28,6% | 0 | 139652 | 15648 | 155300 |
| 27 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 5 | 17,2 | 32,2% | 0 | 136252 | 16373 | 152625 |

Una vez más son la frecuencia y la flota los parámetros más significativos para determinar la optimalidad de la solución, lo curioso de este caso de estudio es que muy pocos escenarios han hecho uso del máximo número de líneas disponibles.

El siguiente gráfico muestra la evolución de la función objetivo en los distintos escenarios:

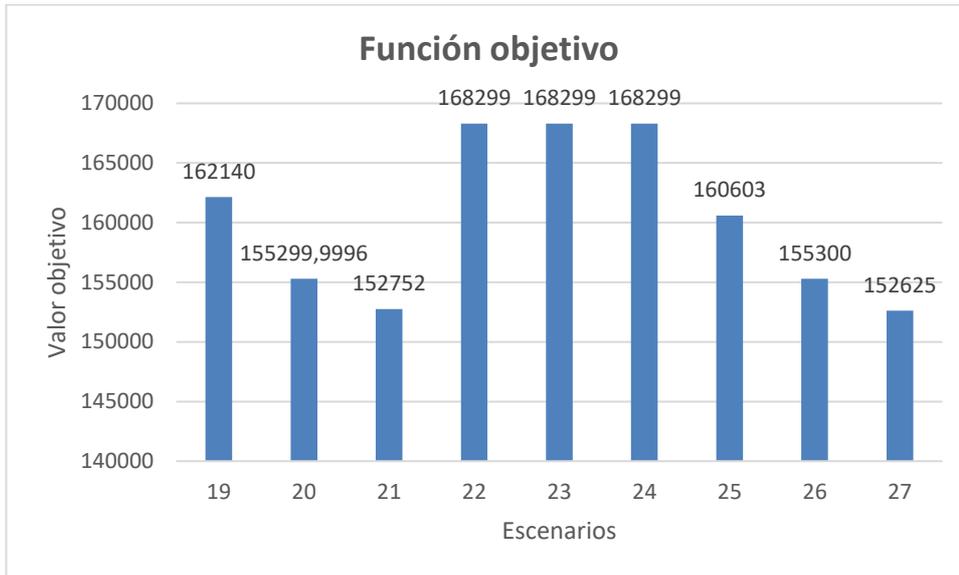


Figura 6.12 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 8 líneas

Las soluciones de los escenarios 22, 23 y 24 han sido muy parecidas y han dado lugar a los peores resultados, como ya hemos visto en los apartados anteriores estos escenarios son los que trabajan con las frecuencias más bajas y han dado lugar siempre a los peores resultados.

En el siguiente gráfico podemos ver el porcentaje de uso de las redes de autobuses en los distintos escenarios:

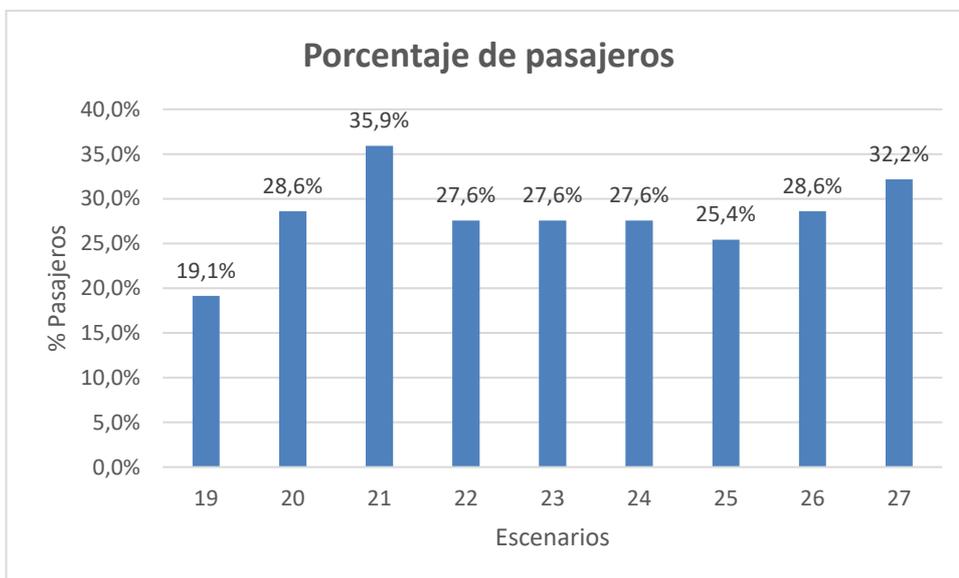


Figura 6.13 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 8 líneas

En este caso los resultados han sido bastante similares, pero destaca el escenario 21 como el que obtiene un mejor porcentaje de utilización de la red.

Para los escenarios con un máximo de 5 líneas de autobuses, los patrones observados son consistentes con los de 3 líneas:

- **Mejor Escenario (12):**
 - **Frecuencia y Flota:** Trabaja con frecuencias altas y la máxima flota disponible, logrando los mejores resultados incluso con varios transbordos.
 - **Rendimiento:** Obtiene el mejor valor de la función objetivo y una alta utilización de las líneas.
- **Peores Escenarios (13, 14 y 15):**
 - **Frecuencia Baja:** Similar al caso de 3 líneas, estos escenarios trabajan con frecuencias bajas, obteniendo peores resultados.
 - **Rendimiento:** Aunque el porcentaje de uso de la red no varía tanto, estos escenarios siguen teniendo los peores resultados.

Escenarios con un Máximo de 8 Líneas

Al analizar los escenarios con un máximo de 8 líneas, los resultados siguen una tendencia similar:

- **Mejor Escenario (21):**
 - **Frecuencia y Flota:** Este escenario destaca por tener una frecuencia alta (20 autobuses por hora) y una flota adecuada, obteniendo los mejores resultados en términos de la función objetivo y utilización de la red.
 - **Rendimiento:** Pese a tener menos líneas, es capaz de abastecer a más pasajeros en menos tiempo comparado con otros escenarios.
- **Peor Escenario (24):**
 - **Frecuencia Baja:** Limita la circulación a 6 autobuses por hora, lo que se traduce en peores resultados en la función objetivo y menor porcentaje de utilización de la red.
 - **Rendimiento:** A pesar de tener la misma flota que el mejor escenario, la baja frecuencia afecta negativamente su rendimiento.

Conclusiones Generales

1. **Importancia de la Frecuencia:** La frecuencia de los autobuses es un factor crucial que influye significativamente en la calidad del servicio y la eficiencia de la red. Escenarios con frecuencias más altas consistentemente obtienen mejores resultados.
2. **Optimización de la Flota:** La disponibilidad de una flota adecuada es esencial para mejorar el rendimiento de la red. Sin embargo, la combinación de alta frecuencia con una flota suficiente es clave para maximizar los beneficios.
3. **Eficiencia y Utilización:** Los escenarios que mejoran la utilización de las líneas y abastecen efectivamente los nodos con mayor demanda son los que logran los mejores resultados en la función objetivo.

4. **Patrones Consistentes:** Independientemente del número máximo de líneas permitidas (3, 5 u 8), los escenarios que combinan alta frecuencia y una flota bien distribuida sobresalen en términos de rendimiento y eficiencia.
5. **Diferencias en el Rendimiento:** Los escenarios con frecuencias bajas, a pesar de tener menos transbordos, tienden a rendir peor en comparación con aquellos que maximizan la frecuencia de los autobuses.

Estas conclusiones indican que, para mejorar la eficiencia de una red de autobuses, es fundamental priorizar escenarios que permitan una alta frecuencia de servicio y una adecuada distribución de la flota.

7 ANÁLISIS RESULTADOS SEGUNDO MODELO

En esta sección se realiza experimentos computacionales con el segundo modelo usando Gurobi y la red de Mandl como en el caso del primer modelo. En este caso nos centraremos en el punto de vista del operador, para ver que parámetros obtienen los mayores beneficios.

7.1 Parámetros de entrada

En este caso trabajaremos con los mismos parámetros de entrada que en los experimentos del primer modelo, pero añadiendo algunos términos necesarios para el estudio de la función objetivo.

Los requisitos de entrada del modelo son los siguientes:

- **Red de autobús/peatonal:** 15 nodos y 21 arcos bidireccionales.
- **Matriz origen/destino** representando los viajes entre los nodos.
- **Velocidad media del autobús,** $v_{bus}=20$ km/h
- **Velocidad media peatonal,** $v_{ped}=3$ km/h
- **Límite inferior del número de paradas de una línea de autobús,** $S_{min}=4$
- **Límite superior del número de paradas de una línea de autobús,** $S_{max}=1$
- **Longitud máxima permitida de la línea de autobús,** $M=50$ km
- **Capacidad máxima (número de pasajeros) de los autobuses tipo 1 (dobles),** $C_1=110$
- **Capacidad máxima (número de pasajeros) de los autobuses tipo 2 (simples),** $C_2=81$
- **Precio tickets de autobús,** $c=1,5$ €
- **Precio consumo de autobuses tipo 1 (dobles),** $Cost_1=1,2$ €/km
- **Precio consumo de autobuses tipo 2 (simples),** $Cost_2=0,8$ €/km

7.2 Complejidad del modelo

El modelo una vez implementado en Gurobi cuenta con, 210 restricciones cuadráticas y 101.588 variables que se dividen de la siguiente manera:

- 1.263 son variables continuas
- 62.075 son variables enteras
- 38.250 son variables binarias

Puede observarse como en comparación con el otro objetivo ha aumentado la complejidad significativamente, ya que contamos con 84 nuevas restricciones y más del doble de variables que en el anterior análisis.

7.3 Escenarios propuestos

En este caso hemos decidido hacer un estudio sobre 18 escenarios diferentes, utilizando los mismos parámetros de entrada que los usados en el estudio del primer modelo, pero esta vez no se han estudiado los casos de los escenarios con 8 líneas, ya que tras el anterior estudio se ha llegado que añadir más líneas no mejora las soluciones, y simplemente añade complejidad al modelo. Los escenarios propuestos por tanto han sido los siguientes:

Tabla 7.1 – Escenarios y parámetros de entrada

| Escenarios | Num max de líneas | Lista de frecuencias | Num max flota | Num max flota tipo 1 | Num max flota tipo 2 | GAP | CPU |
|------------|-------------------|----------------------|---------------|----------------------|----------------------|------------|----------|
| 1 | 3 | [12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00577602 | 186,436 |
| 2 | 3 | [12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00437549 | 103,931 |
| 3 | 3 | [12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00984158 | 108,754 |
| 4 | 3 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 3 | 0,00648962 | 307,708 |
| 5 | 3 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 5 | 0,00222977 | 419,809 |
| 6 | 3 | [2, 4, 6] | 15 | 10 | 10 | 0,00865282 | 367,011 |
| 7 | 3 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00426803 | 230,504 |
| 8 | 3 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,00887303 | 236,685 |
| 9 | 3 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00531395 | 155,232 |
| 10 | 5 | [12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,00995704 | 1667,488 |
| 11 | 5 | [12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,01270814 | 600,186 |
| 12 | 5 | [12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,00979533 | 224,616 |
| 13 | 5 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 3 | 0,0701435 | 600,159 |
| 14 | 5 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 5 | 0,06910581 | 1044,06 |
| 15 | 5 | [2, 4, 6] | 15 | 10 | 10 | 0,07840926 | 600,184 |
| 16 | 5 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 3 | 0,01890898 | 600,148 |
| 17 | 5 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 5 | 0,01196154 | 600,165 |
| 18 | 5 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 10 | 10 | 0,0098639 | 574,392 |

Los resultados del estudio de los distintos escenarios aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 7.2 – Resultados de los diferentes escenarios

| Escenarios | tiempo en bus | tiempo andando | tiempo transbordando | tiempo esperando | tiempo espera cambio modos | valor de la f.o. |
|------------|---------------|----------------|----------------------|------------------|----------------------------|------------------|
| 1 | 1628959,5 | 53825100 | 12355875 | 1160775 | 2409750 | 19390,5 |
| 2 | 1915263 | 120091440 | 16753800 | 1151325 | 3764250 | 19883,5 |
| 3 | 1869084 | 61704720 | 30485700 | 1057875 | 2299500 | 19915,5 |
| 4 | 1395891 | 30350880 | 15634500 | 3596250 | 2509500 | 15024 |
| 5 | 1358973 | 38515260 | 25866750 | 4016250 | 5433750 | 15024 |
| 6 | 1299847,5 | 31183740 | 18306750 | 3638250 | 3171000 | 15024 |
| 7 | 1932525 | 47003880 | 13568100 | 1502550 | 1762425 | 19915,5 |
| 8 | 1853712 | 41170920 | 20325375 | 1738800 | 2529450 | 19947,5 |
| 9 | 1862721 | 33219060 | 8548575 | 1743000 | 1042650 | 19947,5 |
| 10 | 1853901 | 91370160 | 41023500 | 2094750 | 4764375 | 19785 |
| 11 | 1883763 | 31413060 | 18790800 | 2151975 | 1228500 | 19908,5 |
| 12 | 1968750 | 71201760 | 24631425 | 1678425 | 1396500 | 19958,5 |
| 13 | 1433817 | 38240580 | 32508000 | 3549000 | 740250 | 16480,5 |
| 14 | 1563723 | 139216140 | 103136250 | 4168500 | 16742250 | 16467,5 |
| 15 | 1413405 | 44161740 | 30093000 | 4074000 | 955500 | 16407,5 |
| 16 | 1662412,5 | 100741620 | 26428500 | 2478000 | 1514625 | 19990,5 |
| 17 | 1800036 | 31339560 | 24958500 | 3323250 | 1249500 | 20022,5 |
| 18 | 1671642 | 50991360 | 28145250 | 2643375 | 968625 | 20022,5 |

Se puede observar cómo en este caso, los tiempos involucrados en los viajes han aumentado significativamente respecto con el anterior estudio. Como veremos más adelante, esto es debido a que el número de pasajeros que usan el transporte público es mayor. Recordemos que la asignación al transporte de autobuses se realiza a través de una nueva variable g_{θ} , que, dependiendo del tiempo de viaje en autobús asigna la demanda del par a un modo u otro.

Para analizar las soluciones de los distintos escenarios tendremos en cuenta no solo el valor de beneficios que obtiene cada escenario sino también otros parámetros como el porcentaje de uso que los pasajeros de la red le dan a los autobuses o la flota utilizada.

Realizaremos el análisis de los escenarios como en el apartado anterior en función del número máximo de líneas permitido para los escenarios.

7.4 Escenarios con un máximo de 3 líneas

En la siguiente tabla se muestra el análisis de los resultados de los escenarios que pueden disponer con 3 líneas como máximo para la solución propuesta.

Tabla 7.3 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 3 líneas

| Escenario | Frecuencias | Max Flota | nº autobuses dobles | nº autobuses simples | Número de líneas | Frecuencia media | Porcentaje de pasajeros | Valor f.o |
|-----------|-------------------|-----------|---------------------|----------------------|------------------|------------------|-------------------------|-----------|
| 1 | [12, 20] | 6 | 3 | 2 | 3 | 14,66 | 83,8% | 19390,5 |
| 2 | [12, 20] | 10 | 4 | 2 | 3 | 17,33 | 86,1% | 19883,5 |
| 3 | [12, 20] | 15 | 6 | 0 | 3 | 17,33 | 86,1% | 19915,5 |
| 4 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 0 | 3 | 6 | 69,7% | 15024 |
| 5 | [2, 4, 6] | 10 | 3 | 0 | 3 | 6 | 72,4% | 15024 |
| 6 | [2, 4, 6] | 15 | 3 | 0 | 3 | 6 | 68,2% | 15024 |
| 7 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 2 | 3 | 15,33 | 86,1% | 19915,5 |
| 8 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 0 | 3 | 15,33 | 86,1% | 19947,5 |
| 9 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 5 | 0 | 3 | 15,33 | 86,1% | 19947,5 |

Se puede observar cómo una vez más el uso de frecuencias más altas proporciona mejores resultados en la función objetivo. La siguiente gráfica la evolución de este valor en los distintos escenarios:

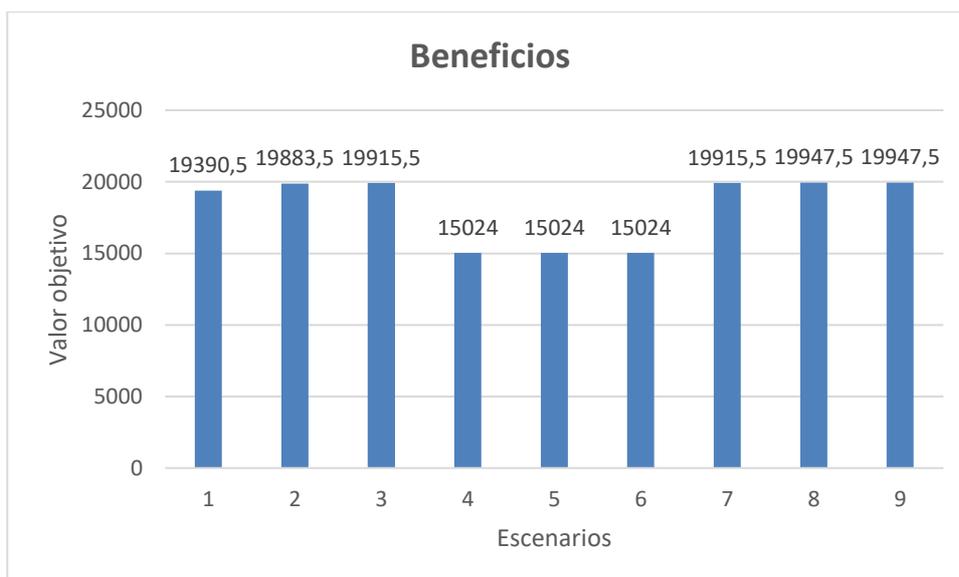


Figura 7.1 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 3 líneas

Los escenarios 4, 5 y 6 obtienen los peores beneficios por hora ya que solo pueden trabajar con 6 autobuses por hora, mientras que el resto de los escenarios sí que pueden utilizar una mayor frecuencia, lo que se ve reflejado en los resultados.

Con el porcentaje de uso de la red pasa algo parecido, como puede observarse en el siguiente gráfico:

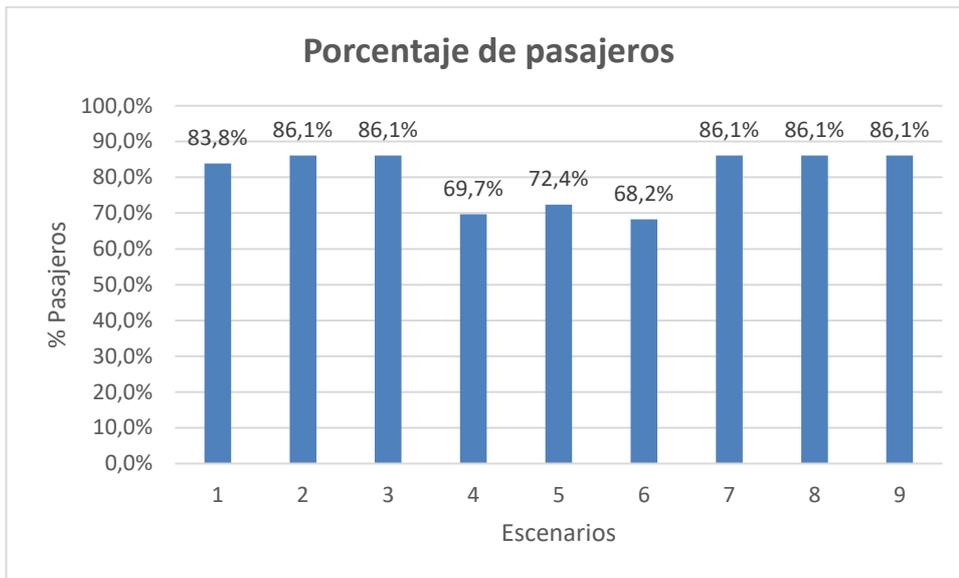


Figura 7.2 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 3 líneas

Aunque no es muy notable los escenarios 4, 5 y 6 también obtiene peores resultados en este aspecto, por lo que podemos determinar que la frecuencia tiene una vez más un importante peso a la hora de determinar la optimalidad de una solución.

Igualmente se puede observar cómo el porcentaje de uso medio de la red ha aumentado de manera significativa con respecto al estudio del anteriormodelo en el que tan solo alcanzábamos unos máximos entorno al 40% mientras que en este caso se alcanzan valores de casi 90% de utilización de la red.

De entre estos escenarios el peor resultado lo obtiene el escenario 6 con el peor porcentaje de uso y de los peores beneficios por hora, y el mejor puede ser difícil de determinar ya que tanto los porcentajes de uso como beneficios que obtienen los mejores escenarios son muy parecidos, pero la solución obtenida en los escenarios 8 y 9 la cuál es la misma para ambos, podría considerarse la mejor ya que obtiene los mayores beneficios y porcentajes de uso haciendo uso de únicamente autobuses dobles y 1 autobús menos, y una menor frecuencia que la de los escenarios 1, 2 y 3.

Las soluciones obtenidas estos escenarios son las siguientes:

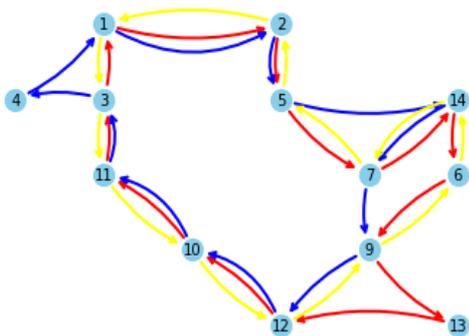


Figura 7.3- Solución escenarios 8 y 9

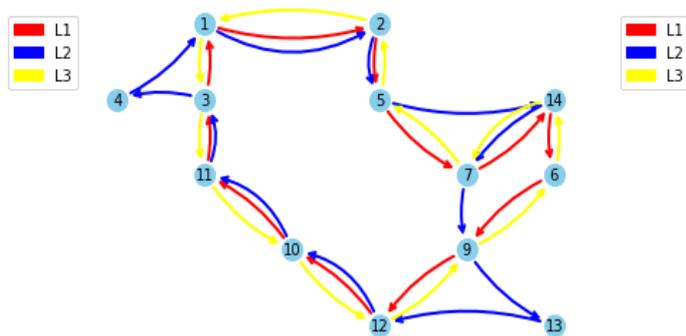


Figura 7.4 - Solución escenarios 6

Las soluciones obtenidas por ambos escenarios son muy parecidas, siendo la única diferencia la línea que visita el nodo 13, que para el escenario 6 es la línea 2 mientras que en los escenarios 8 y 9 es la línea 1.

Aunque la forma de la red sea muy parecida son el resto de los parámetros los que influyen para determinar las mejores soluciones, teniendo en cuenta que en ninguno de los escenarios se supera una flota de 6 autobuses, la frecuencia predomina sobre el resto de los parámetros.

7.5 Escenarios con un máximo de 5 líneas

En la siguiente tabla se muestra el análisis de los resultados de los escenarios que pueden disponer con 5 líneas como máximo para la solución propuesta.

Tabla 7.4 – Resultados específicos escenarios con un máximo de 5 líneas

| Escenario | Frecuencias | Max Flota | nº autobuses dobles | nº autobuses simples | Número de líneas | Frecuencia media | Porcentaje de pasajeros | Valor f.o |
|-----------|-------------------|-----------|---------------------|----------------------|------------------|------------------|-------------------------|-----------|
| 10 | [12, 20] | 6 | 3 | 3 | 5 | 12 | 85,7% | 19785 |
| 11 | [12, 20] | 10 | 5 | 3 | 5 | 13,6 | 86,5% | 19908,5 |
| 12 | [12, 20] | 15 | 7 | 0 | 5 | 13,6 | 86,4% | 19958,5 |
| 13 | [2, 4, 6] | 6 | 3 | 2 | 5 | 6 | 71,4% | 16480,5 |
| 14 | [2, 4, 6] | 10 | 5 | 0 | 5 | 6 | 73,0% | 16467,5 |
| 15 | [2, 4, 6] | 15 | 5 | 0 | 5 | 6 | 70,9% | 16407,5 |
| 16 | [2, 4, 6, 12, 20] | 6 | 3 | 2 | 5 | 9,6 | 86,4% | 19990,5 |
| 17 | [2, 4, 6, 12, 20] | 10 | 5 | 0 | 5 | 9,6 | 86,4% | 20022,5 |
| 18 | [2, 4, 6, 12, 20] | 15 | 5 | 0 | 5 | 9,6 | 86,4% | 20022,5 |

Se puede apreciar a simple vista como el patrón se vuelve a repetir, siendo los escenarios con frecuencias más altas los que obtienen los mayores beneficios, aunque en este caso al contar con más líneas de autobús en las soluciones, los beneficios por hora han aumentado de forma general respecto a los escenarios con un máximo de 3 líneas.

El siguiente gráfico muestra la evolución de los valores de la función objetivo para estos escenarios:

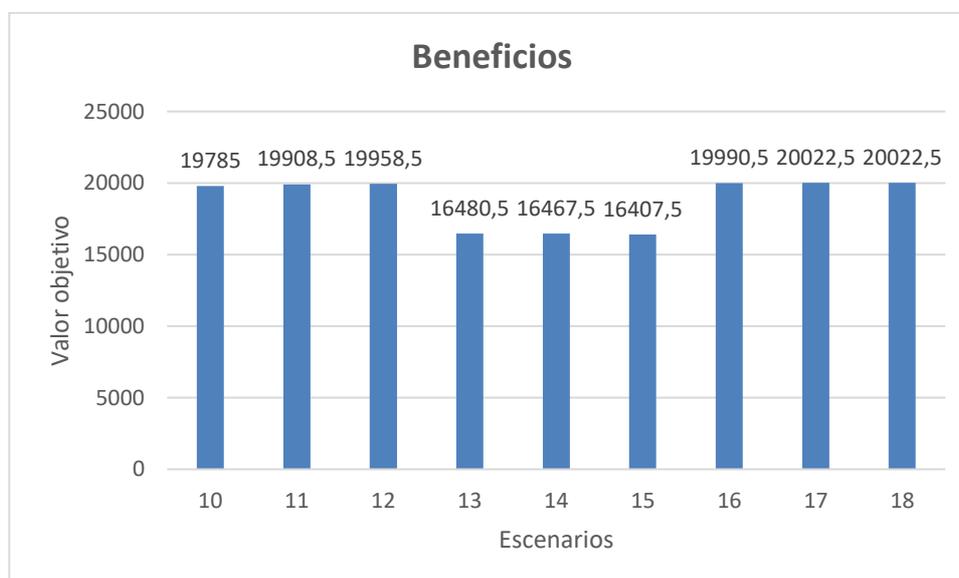


Figura 7.5 – Gráfica valores de objetivo de escenarios con un máximo de 5 líneas

Como ya hemos comentado, los beneficios decaen en los escenarios que cuentan con frecuencias bajas, aunque buscan utilizar la máxima que pueden, que en su caso es una frecuencia de 6 autobuses por hora (no pueden competir con los demás escenarios que son capaces de utilizar hasta 20 autobuses por hora en alguna línea).

Con el porcentaje de uso vuelve a ocurrir algo similar, el siguiente gráfico muestra su evolución:

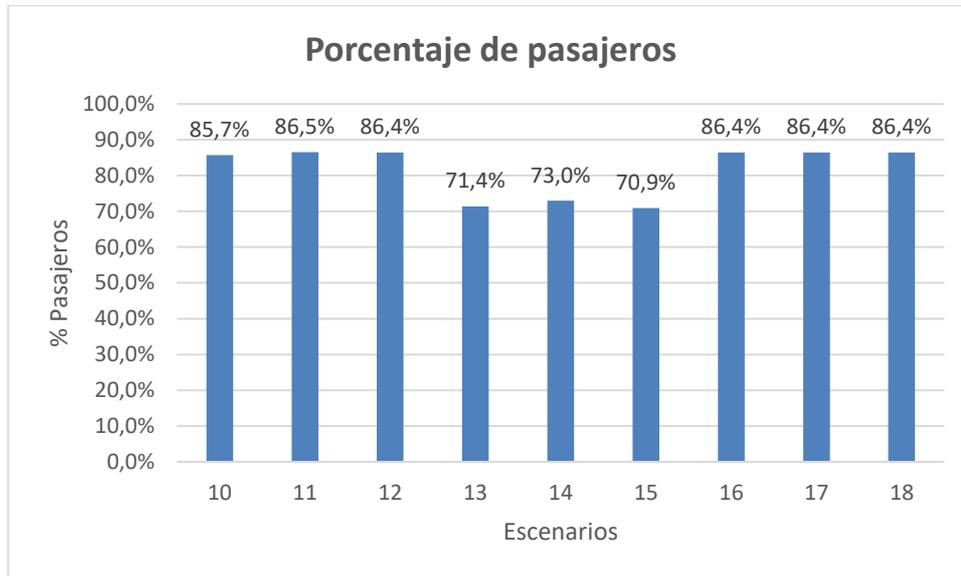


Figura 7.6 – Gráfica porcentaje de pasajeros de escenarios con un máximo de 5 líneas

Se puede observar cómo los escenarios con frecuencias más bajas son los que también obtienen peores resultados en este aspecto.

En este caso parece que coinciden los mejores y peores escenarios con el anterior análisis, siendo el escenario 15 el que obtiene peores beneficios y porcentaje de uso, y los escenarios 17 y 18 coinciden en la misma y mejor solución, obteniendo los mayores beneficios y porcentajes de uso utilizando la menor flota de todos los escenarios y una menor frecuencia media que los escenarios 10, 11 y 12.

Las soluciones obtenidas en estos escenarios son las siguientes:

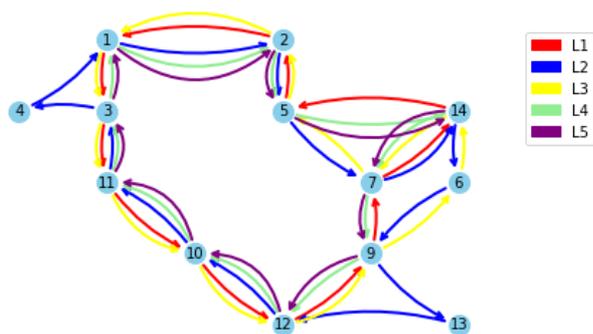


Figura 7.7 – Solución escenarios 17 y 18

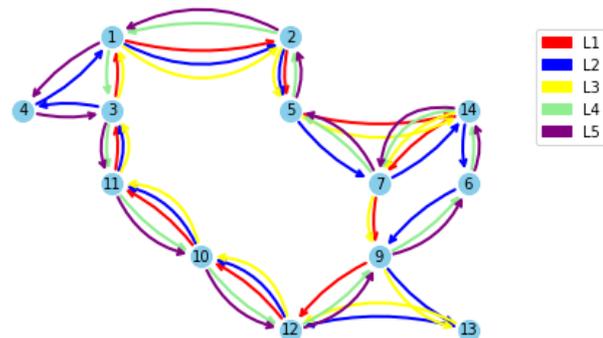


Figura 7.8 – Solución escenario 15

Las soluciones son bastante parecidas una vez más ya que buscan abastecer los nodos de mayor demanda para satisfacer al mayor número de pasajeros posible, igualmente se pueden observar algunas diferencias entre el recorrido de las líneas.

Aunque éste sigue sin ser el aspecto más determinante, como hemos visto a lo largo de ambos análisis, queda claro que el parámetro de la frecuencia de las líneas es el más importante para obtener las mejores soluciones, pero no el único a tener en cuenta.

7.6 Conclusiones del análisis

En conclusión, el análisis de los resultados obtenidos con la implementación de la segunda función objetivo revela varios hallazgos significativos. A través de la evaluación de 18 escenarios distintos, hemos observado que la frecuencia de los autobuses juega un papel crucial en la optimización de la red de transporte. Los escenarios que permiten una frecuencia más alta de autobuses por hora han mostrado consistentemente mayores beneficios por hora y un mayor porcentaje de uso de la red, alcanzando niveles cercanos al 90%. Este incremento en la frecuencia conlleva un aumento en la eficiencia percibida por los usuarios y una mejor utilización de los recursos disponibles, aunque con el desafío adicional de mantener una flota operativa eficiente y rentable.

Asimismo, se ha observado que los escenarios con limitaciones más estrictas en el número máximo de líneas de autobús, aunque intentan maximizar su frecuencia dentro de esas restricciones, no logran competir con aquellos que pueden desplegar más líneas y, por ende, una mayor frecuencia. Esto se refleja en una mejora general de los beneficios por hora cuando se aumenta el número máximo de líneas permitidas.

En términos de configuración específica, los escenarios 8º y 9º han surgido como los más óptimos en múltiples métricas, logrando altos beneficios y porcentajes de uso con una flota relativamente menor y una frecuencia ligeramente reducida en comparación con otros escenarios destacados como los 1, 2 y 3. Esta eficiencia en la asignación de recursos sugiere que la optimización de la red no solo depende de la frecuencia, sino también de cómo se distribuyen los recursos disponibles en términos de capacidad de los autobuses y costo operativo.

En resumen, el estudio ha demostrado que la configuración óptima de la red de transporte no es solo una cuestión de incrementar la frecuencia de los autobuses, sino de encontrar el equilibrio adecuado entre frecuencia, capacidad de los vehículos y costos operativos para maximizar tanto los beneficios como la satisfacción del usuario. Estos hallazgos proporcionan una base sólida para futuras mejoras en el diseño y la gestión de sistemas de transporte urbano eficientes y sostenibles.

8 CONCLUSIONES GENERALES

Los problemas de planificación de transporte público, y, en particular los sistemas de autobuses son problemas de enorme complejidad, hecho por el cual se subdividen tradicionalmente en varias subetapas como son la de diseño de la red, la de diseño de líneas y la determinación de la flota. Esta descomposición en etapas hace que los problemas de transportes sean más manejables desde el punto de vista computacional, pero al mismo tiempo, las soluciones obtenidas se alejan del óptimo global del problema, ya que hay una cierta dependencia entre las etapas y suelen estar entrelazadas. Actualmente, hay una fuerte tendencia a considerar la integración de las diferentes etapas para evitar obtener soluciones subóptimas. En especial, este Trabajo Fin de Grado se ha centrado en la integración del problema de diseño de líneas, determinación de frecuencias y tamaño de la flota.

Los sistemas de transporte público se describen como un conjunto de líneas, cada una compuesta por dos paradas terminales (origen y destino), un conjunto de paradas intermedias y las conexiones entre ellas. En este trabajo, se ha examinado una red bimodal formada por una red de autobuses y una red peatonal, considerando paradas de autobuses y sus conexiones tanto peatonales como por carreteras para describir los trayectos de los pasajeros. Así, el problema que se ha considerado en este proyecto consiste en lo siguiente. Dada una red suyacente, red bimodal de paradas potenciales y conexiones entre las paradas tanto en la capa pedestre como de autobuses, se trata de determinar un conjunto de líneas, la frecuencia de cada una de ellas, el tipo de autobús y el tamaño de la flota, teniendo en cuenta al mismo tiempo las posibles trayectorias de los pasajeros. Este problema se ha abordado desde dos perspectivas complementarias: la del pasajero, enfocada en minimizar los tiempos de viaje, y la del operador, centrada en maximizar los beneficios y la rentabilidad de la red.

Siguiendo el Trabajo de Fin de Máster de Antía Fernández, que describe el problema desde el punto de vista del pasajero, se han diseñado redes que minimizan los tiempos involucrados en los viajes entre los nodos de la red. Este Trabajo de Fin de Grado puede considerarse una extensión del citado Trabajo de Fin de Máster de Antía Fernández, ya que se han incorporado nuevas variables al modelo, nuevos conjuntos de restricciones y sus correspondientes linealizaciones que mejoran las soluciones que proporciona el modelo, de manera que las redes que genera tengan sentido en un contexto real y puedan ser aplicables. Estas mejoras incluyen la introducción de restricciones específicas para eliminar subbucles y evitar bifurcaciones en las líneas de autobuses, mejorando significativamente la coherencia y viabilidad de las soluciones generadas. Las restricciones anti-bucles, basadas en el algoritmo de Dantzig–Fulkerson–Johnson (DFJ), aseguran que las rutas propuestas no contengan subbucles innecesarios, mientras que las restricciones para evitar bifurcaciones garantizan que las líneas de autobuses mantengan trayectorias coherentes sin desviaciones inapropiadas

En segundo lugar, se ha propuesto un nuevo modelo en el que se ha considerado la perspectiva del operador, enfocándose en maximizar los beneficios generados por la red para garantizar su rentabilidad. Esta dualidad de enfoques permite una comprensión integral de las necesidades y restricciones tanto de los usuarios como de los operadores de transporte.

Por último, se han realizado experimentos computacionales sobre la red de Mand's considerando tanto el modelo matemático perspectiva del pasajero como la del operador. Los resultados indican que la frecuencia de los autobuses es un factor determinante para la eficiencia y efectividad de la red. Escenarios con frecuencias más altas lograron consistentemente mejores resultados en términos de rendimiento, utilización de la red y satisfacción del usuario. Además, la disponibilidad de una flota adecuada y bien distribuida es esencial para maximizar los beneficios y optimizar el servicio. La optimización de la red no solo depende de la frecuencia de los autobuses, sino también de una asignación eficiente de los recursos disponibles. Escenarios con una combinación óptima de frecuencia alta y una flota suficiente demostraron

ser los más eficaces, permitiendo mejorar tanto los beneficios económicos para los operadores como la calidad del servicio percibida por los usuarios.

Independientemente del número máximo de líneas permitidas (3, 5 u 8), los escenarios que combinan una alta frecuencia con una adecuada distribución de la flota mostraron el mejor desempeño. Sin embargo, se observó que escenarios con un mayor número de líneas permitidas tienden a superar a aquellos con limitaciones más estrictas en cuanto al número de líneas, debido a la mayor flexibilidad y capacidad para atender la demanda. Los escenarios destacados por su eficiencia, como los escenarios 8 y 9 en el segundo análisis, lograron altos beneficios y un alto porcentaje de uso de la red con una flota relativamente menor y una frecuencia ligeramente reducida en comparación con otros escenarios. Esto sugiere que la optimización no solo se basa en aumentar la frecuencia, sino en cómo se distribuyen y gestionan los recursos en términos de capacidad y costos operativos.

Los patrones observados a lo largo del estudio indican que, para mejorar la eficiencia de una red de autobuses, es fundamental priorizar escenarios que permitan una alta frecuencia de servicio y una adecuada distribución de la flota. Además, es crucial encontrar un equilibrio entre la frecuencia, la capacidad de los vehículos y los costos operativos para maximizar los beneficios y la satisfacción del usuario. Este trabajo destaca la relevancia de una estrategia bien fundamentada y basada en datos para la optimización de redes de autobuses. Las conclusiones experimentales obtenidas, junto con las mejoras implementadas en el modelo matemático, proporcionan una base sólida para futuras mejoras en el diseño y la gestión de sistemas de transporte urbano eficientes y sostenibles, alineándose con los objetivos de accesibilidad, equidad y sostenibilidad en la planificación urbana moderna.

8.1 Mejoras futuras

Integración de la variable g_{θ} en el modelo del pasajero

Para futuros trabajos, sería beneficioso integrar la variable g_{θ} , que se utilizó en el modelo desde la perspectiva del operador, también en el primer modelo desde la perspectiva del pasajero. Actualmente, el primer modelo selecciona el modo de transporte una vez resuelto el problema, lo que puede no ser la forma más eficiente de asignar modos de transporte. Al incluir g_{θ} directamente en el modelo del pasajero, podríamos mejorar la eficiencia del sistema y obtener soluciones más óptimas, ya que esta variable permite decidir de manera más precisa y dinámica el modo de transporte para cada par origen-destino.

Análisis de una función objetivo que maximice cobertura de viaje

Otra dirección interesante para investigaciones futuras sería desarrollar y analizar una función objetivo que busque maximizar el número de pasajeros de la red de autobuses, a través de la variable g_{θ} . Esta variable, al estar directamente relacionada con la preferencia por el transporte en autobús, podría ofrecer nuevas perspectivas y resultados valiosos si se convierte en el objetivo principal. Un modelo que intenta captar al mayor número de pasajeros posibles, podría ayudar a entender mejor las condiciones y estrategias necesarias para aumentar el uso de este modo de transporte, lo que sería especialmente relevante para diseñar políticas que fomenten el uso del transporte público y reduzcan la dependencia de vehículos privados.

Optimización Multiobjetivo

Explorar enfoques de optimización multiobjetivo también podría ser una mejora significativa. En lugar de enfocarse únicamente en la minimización del tiempo de viaje o en la maximización del beneficio, un modelo multiobjetivo podría balancear varios factores como la satisfacción del usuario, los costos operativos y los beneficios generados. Esto permitiría obtener soluciones más completas que consideren de manera equilibrada las distintas perspectivas y necesidades de todos los actores involucrados.

REFERENCIAS

- Mandl, C. E. (1980). Evaluation and optimization of urban public transportation networks. *European Journal of Operational Research*, 5(6), 396-404. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(80\)90126-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(80)90126-5)
- Fernández Olveira, A. (2023). Diseño de redes de autobuses y establecimiento de la flota. (Trabajo Fin de Máster Inédito). Universidad de Sevilla, Sevilla.
- Iliopoulou, C., Kepaptsoglou, K., & Vlahogianni, E. (2019). Metaheuristics for the transit route network design problem: A review and comparative analysis. *Public Transport*, 11(3), 487-521. <https://doi.org/10.1007/s12469-019-00211-2>
- Chew, J. S. C., Lee, L. S., & Seow, H. V. (2013). Genetic Algorithm for Biobjective Urban Transit Routing Problem. *Journal of Applied Mathematics*, 2013, Article 698645. <https://doi.org/10.1155/2013/698645>
- Pattnaik, S. B., Mohan, S., & Tom, V. M. (1998). Urban Bus Transit Route Network Design Using Genetic Algorithm. *Journal of Transportation Engineering*, 124(4), 368-375. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-947X\(1998\)124:4\(368\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(1998)124:4(368))
- Bielli, M., Caramia, M., & Carotenuto, P. (2002). Genetic algorithms in bus network optimization. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 10(1), 19-34. [https://doi.org/10.1016/S0968-090X\(00\)00048-6](https://doi.org/10.1016/S0968-090X(00)00048-6)
- Chakroborty, P. (2003). Genetic Algorithms for Optimal Urban Transit Network Design. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 18(3), 184-200. <https://doi.org/10.1111/1467-8667.00309>
- Zhao, F., & Zeng, X. (2006). Simulated Annealing–Genetic Algorithm for Transit Network Optimization. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 20(1), 57-68. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(2006\)20:1\(57\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(2006)20:1(57))
- Zhao, F., & Zeng, X. (2007). Optimization of User and Operator Cost for Large-Scale Transit Network. *Journal of Transportation Engineering*, 133(4), 240-251. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-947X\(2007\)133:4\(240\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(2007)133:4(240))
- Borndörfer, R., Grötschel, M., & Pfetsch, M. E. (2007). A Path-Based Model for Line Planning in Public Transport. *Transportation Science*, 41(1), 123-132. <https://doi.org/10.1287/trsc.1060.0161>
- De-Los-Santos, A., Canca, D., & Barrena, E. (2021). Mathematical formulations for the bimodal bus-pedestrian social welfare network design problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 145, 302-323. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2021.01.010>
- Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1(1), 269-271. <https://doi.org/10.1007/BF01386390>
- Benli, A., & Akgün, İ. (2023). A multi-objective mathematical programming model for transit network design and frequency setting problem. *Mathematics*, 11(21), Article 4488. <https://doi.org/10.3390/math11214488>

- Durán-Micco, J., & Vansteenwegen, P. (2021). A survey on the transit network design and frequency setting problem. *Public Transport*, 14, 155-190. <https://doi.org/10.1007/s12469-021-00227-2>
- Guihaire, V., & Hao, J.-K. (2008). Transit network design and scheduling: A global review. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 42, 1251-1273. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2008.05.002>
- Kepaptsoglou, K., & Karlaftis, M. (2009). Transit route network design problem: Review. *Journal of Transportation Engineering*, 135, 491-505. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-947X\(2009\)135:7\(491\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(2009)135:7(491))
- Ibarra-Rojas, O., Delgado, F., Giesen, R., & Muñoz, J. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, 77, 38-75. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.04.005>
- Marwah, B. R., Umrigar, F. S., & Patnaik, S. B. (1984). Optimal design of bus routes and frequencies for Ahmedabad. *Transportation Research Record*, 941, 41-47.
- Borndörfer, R., & Neumann, M. (2010). Models for line planning with transfers. Retrieved April 23, 2022, from https://opus4.kobv.de/opus4-zib/files/1174/ZR_10_11.pdf

Variables auxiliares

A la hora de resolver el problema mediante programación lineal, hay que tener en cuenta la diferencia entre las variables binarias y las enteras. Para poder realizar los cálculos, se crean las siguientes variables auxiliares:

- $f\gamma^\ell = 1$, si se activa la frecuencia, 0 en caso contrario.
- ψ_{ij}^ℓ , variable entera, sirve para linealizar el producto entre $u_{ij}^\ell \times f\gamma^\ell$.
- $\rho_i^{\theta\ell'}$, variable entera, sirve para linealizar el producto entre $w_i^{\theta\ell'} \times hw^\ell$.
- $\eta_i^{\theta\ell'}$, variable entera, sirve para linealizar el producto entre $v_i^{\theta\ell'} \times hw^\ell$.
- $\sigma_{ij}^{\theta\ell}$, variable entera, sirve para linealizar el producto entre $r_{ij}^{\theta\ell} \times hw^\ell$.

Función objetivo

La función objetivo tiene en cuenta el tiempo total del viaje, contando los tiempos de desplazamiento, de espera, de traslado y de transbordo, en caso de haberlo. Minimizar el tiempo corresponde al punto de vista del pasajero, pero como también se busca considerar el punto de vista del operario, se deben respetar las limitaciones de éste. Por lo tanto, habrá limitación en el número de líneas de bus, el número de nodos permitidos por línea y la longitud permitida de cada línea, teniendo en cuenta que cuanto mayor sea el número y la longitud de las líneas, mayor será el costo ocasionado para el operador del servicio y el número de autobuses disponibles.

Se define el tiempo total de viaje en autobús z_{bus} como la suma del tiempo de viaje considerando todos los pares OD que viajan por los arcos seleccionados de la red de autobús (Eq. 1).

$$z_{bus} = \frac{60}{v_{bus}} \cdot \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{(i,j) \in A} r_{ij}^{\theta\ell} \cdot d_{ij} \cdot p_\theta \quad (1)$$

El tiempo de viaje a pie z_{walk} de todos los pares OD que utilizan el modo peatonal se define de forma similar (Eq 2).

$$z_{walk} = \frac{60}{v_{ped}} \cdot \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{\{i,j\} \in E} t_{ij}^{\theta\ell} \cdot d_{ij} \cdot p_\theta \quad (2)$$

El tiempo de espera z_{wait} en la parada de origen de todos los pares, viene dado a través el producto $r^{\theta\ell} \times hw^\ell$ representado por la variable $\sigma^{\theta\ell}$ y el número de pasajeros del par (Eq 3).

$$z_{wait} = \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{\substack{(i,j) \in A \\ i = \theta_o}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} p_\theta \cdot \frac{\sigma_{ij}^{\theta\ell}}{2} \quad (3)$$

El tiempo de espera transbordando z_{trans} entre la línea de autobús ℓ y la línea de autobús ℓ' , se calcula con el producto del tiempo de espera medio (headway entre dos) y la demanda de todos los pares que pasan (Eq 4).

$$z_{trans} = \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{\substack{i \neq \theta_o \\ i \neq \theta_d}} \sum_{\ell' \neq \ell} \sum_{\ell} p_{\theta} \cdot \frac{\eta_i^{\theta \ell \ell'}}{2} \quad (4)$$

El tiempo de cambio de modos z_{change} en la parada i de la línea ℓ se calcula a través de la variable $\rho_i^{\theta \ell \ell'}$ que denota el producto $w_i^{\theta \ell'} \times h w^{\ell}$, (tiempo de espera medio si hay cambios) y del número de pasajeros del par p_{θ} (Eq 5).

$$z_{change} = \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{i \in \mathbb{N}_{ped}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}} p_{\theta} \cdot \frac{\rho_i^{\theta \ell \ell'}}{2} \quad (5)$$

Linealización de la variable auxiliar $\sigma_{ij}^{\theta \ell}$

La variable $\sigma_{ij}^{\theta \ell} = r_{ij}^{\theta \ell} \times h w^{\ell}$ que aparece en la (Eq 3) es el producto de una variable binaria y otra entera, lo cual hace que el modelo sea no lineal. Para evitar esta no linealidad, se introduce un conjunto de nuevas restricciones al modelo, que representa de forma lineal el producto de dichas variables:

$$\sigma_{ij}^{\theta \ell} \leq h w^{\ell}, \quad (i, j) \in A, \ell \in \mathcal{L}, \forall \theta \quad (6)$$

$$\sigma_{ij}^{\theta \ell} \leq \frac{60}{\mathcal{F}^{min}} \cdot r_{ij}^{\theta \ell}, \quad (i, j) \in A, \ell \in \mathcal{L}, \forall \theta \quad (7)$$

$$\sigma_{ij}^{\theta \ell} \geq h w^{\ell} - \frac{60}{\mathcal{F}^{min}} \cdot (1 - r_{ij}^{\theta \ell}), \quad (i, j) \in A, \ell \in \mathcal{L}, \forall \theta \quad (8)$$

Linealización de la variable auxiliar $\eta_i^{\theta \ell \ell'}$

La linealización del parámetro $\eta_i^{\theta \ell \ell'} = v_i^{\theta \ell \ell'} \times h w^{\ell}$ se realiza de forma similar.

$$\eta_i^{\theta \ell \ell'} \leq h w^{\ell}, \quad \forall \ell, \ell', \ell \neq \ell', i \in \mathbb{N}, i \neq \theta_o, i \neq \theta_d, \forall \theta \quad (9)$$

$$\eta_i^{\theta \ell \ell'} \leq \frac{60}{\mathcal{F}^{min}} \cdot v_i^{\theta \ell \ell'}, \quad \forall \ell, \ell', \ell \neq \ell', i \in \mathbb{N}, i \neq \theta_o, i \neq \theta_d, \forall \theta \quad (10)$$

$$\eta_i^{\theta \ell \ell'} \geq h w^{\ell} - \frac{60}{\mathcal{F}^{min}} \cdot (1 - v_i^{\theta \ell \ell'}), \quad \forall \ell, \ell', \ell \neq \ell', \quad (11)$$

$$i \in \mathbb{N}, i \neq \theta_o, i \neq \theta_d, \forall \theta$$

Linealización de la variable auxiliar $\rho_i^{\theta \ell \ell'}$

La linealización del parámetro $\rho_i^{\theta \ell \ell'} = w_i^{\theta \ell \ell'} \times h w^{\ell}$ cumple lo siguiente.

$$\rho_i^{\theta \ell \ell'} \leq h w^{\ell}, \quad \ell \neq \ell' \quad (12)$$

$$\rho_i^{\theta \ell \ell'} \leq \frac{60}{\mathcal{F}^{min}} \cdot z_k^{\theta \ell \ell'}, \quad \ell \neq \ell' \quad (13)$$

$$\rho_i^{\theta \ell \ell'} \geq h w^{\ell} - \frac{60}{\mathcal{F}^{min}} \cdot (1 - z_k^{\theta \ell \ell'}), \quad \ell \neq \ell' \quad (14)$$

Restricciones del diseño de red

Se selecciona un arco A que forma parte de la línea ℓ solo si ya se han seleccionado previamente las paradas adyacentes (Eq 15, Eq 16).

$$u_{ij}^{\ell} \leq s_i^{\ell}, \quad (i, j) \in A, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (15)$$

$$u_{ij}^{\ell} < s_j^{\ell}, \quad (i, j) \in A, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (16)$$

Solo se activa la parada i de la línea ℓ si existe un arco activo entrando o saliendo en el nodo i de la línea ℓ (Eq 17, Eq 18).

$$s_j^{\ell} = \sum_{(i,j) \in A} u_{ij}^{\ell}, \quad j \in S, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (17)$$

$$s_j^{\ell} = \sum_{(j,i) \in A} u_{ji}^{\ell}, \quad j \in S, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (18)$$

Las líneas deben ser circulares (Eq 19). Cada línea tiene al menos un mínimo de paradas S_{min} y un máximo S_{max} siempre que se cree la línea de autobús (Eq 20). Cada línea debe tener una longitud máxima (Eq 21).

$$\sum_{(i,j) \in A} u_{ij}^{\ell} = \sum_{i \in S} s_i^{\ell}, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (19)$$

$$m^{\ell} \cdot S_{min} \leq \sum_{i \in S} s_i^{\ell} \leq S_{max} \cdot m^{\ell}, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (20)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} u_{ij}^{\ell} \cdot d_{ij} \leq \mathcal{M}, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (21)$$

Solo se puede transbordar en el nodo k de la línea $\ell \in \mathcal{L}$ a la línea $\ell' \in \mathcal{L}$ si el nodo k se ha activado para ambas líneas (Eq 22, Eq 23).

$$v_k^{\theta \ell \ell'} \leq s_k^{\ell}, \quad \ell \neq \ell' \quad (22)$$

$$v_k^{\theta \ell \ell'} \leq s_k^{\ell'}, \quad \ell' \neq \ell \quad (23)$$

La línea ℓ se activa si existe un arco $(i, j) \in A$ activo para esa línea en la capa de autobús (Eq 24, Eq 25).

$$m^{\ell} \leq \sum_{(i,j) \in A} u_{ij}^{\ell}, \quad \ell \in \mathcal{L} \quad (24)$$

$$v_i^{w \ell \ell'} \leq 1/2 \cdot (m^{\ell} \cdot m^{\ell'}) \quad (25)$$

Restricciones de transbordo

La siguiente restricción obliga a que solo pueda hacerse transbordo en la parada k de la línea $\ell \in \mathcal{L}$ a la línea $\ell' \in \mathcal{L}$ si la variable $v_k^{\theta\ell\ell'}$ se activa para ese par θ (Eq 26).

$$\sum_{(i,k) \in A} r_{ik}^{\theta\ell} + \sum_{\ell' \neq \ell} \sum_{(k,i) \in A} r_{kj}^{\theta\ell'} \leq 1 + v_k^{\theta\ell\ell'}, \quad k \in S, \ell \in \mathcal{L}, \theta \in \Theta \quad (26)$$

Si un par OD θ entra en la parada $k \in S$ usando una arista peatonal y sale de k usando un arco de bus, se realiza un cambio de modos en esa parada k (Eq 27).

$$\sum_{k \neq i} \sum_{(i,k) \in A} t_{ik}^{\theta} + \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{(k,i) \in A} r_{kj}^{\theta\ell} \leq 1 + w_k^{\theta\ell'}, \quad k \in S, \theta \in \Theta \quad (27)$$

Restricción de asignación

Para cada par OD θ , si la línea no tiene seleccionado el arco (i,j) , el flujo de pasajeros que atraviesa ese arco no puede activarse (Eq 28):

$$r_{ij}^{\theta\ell} \leq u_{ij}^{\ell}, \quad \ell \in \mathcal{L}, \theta \in \Theta, (i,j) \in A \quad (28)$$

Restricciones de conservación de flujo

El siguiente conjunto de restricciones representan la conservación de flujo, (Eq 29) impone que, del origen de cada par, se tenga que ir o bien por un arco de autobús o por una arista pedestre. Similarmente, (Eq 30) obliga a entrar en el destino o bien en autobús o bien andando. (Eq 31) representa el balance en los nodos intermedios que no son ni origen ni destino.

$$\sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{(\theta^o, k) \in A} r_{\theta^o k}^{\theta\ell} + \sum_{\{\theta^o, k\} \in E} t_{\theta^o k}^{\theta} = 1, \quad \theta = (\theta^o, \theta^d) \in \Theta \quad (29)$$

$$\sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{(i, \theta^d) \in A} r_{i\theta^d}^{\theta\ell} + \sum_{\{i, \theta^d\} \in E} t_{i\theta^d}^{\theta} = 1, \quad \theta = (\theta^o, \theta^d) \in \Theta \quad (30)$$

$$\sum_{(i,k) \in A} r_{ik}^{\theta\ell} + \sum_{\{i,k\} \in E} t_{ik}^{\theta} = \sum_{(k,i) \in A} r_{kj}^{\theta\ell} + \sum_{\ell \neq \ell'} \sum_{(k,j) \in A} r_{kj}^{\theta\ell'} + \sum_{\{k,j\} \in E} t_{kj}^{\theta} \quad (31)$$

Restricciones de frecuencia y headway

La frecuencia es el número de veces que un autobús de la línea ℓ pasa por una determinada parada en un tiempo establecido (que suponemos 60 minutos). La frecuencia de la línea ℓ fr^{ℓ} se define como una combinación lineal convexa de variables binarias fr_k^{ℓ} (Eq 32). El headway es el tiempo que pasa entre un autobús y el siguiente. Si la línea se activa, el producto headway y frecuencia es igual a 60 (Eq 33, Eq 34).

$$\sum_{k=1}^{|F|} fr_k^{\ell} = 1, \quad fr^{\ell} \in \mathbb{Z}, \quad fr_k^{\ell} \in \mathbb{B} \quad (32)$$

$$\sum_{k=1}^{|F|} f_k \cdot fr_k^{\ell} = fr^{\ell} \quad (33)$$

$$\sum_{k=1}^{|F|} f_k \cdot \varepsilon_k^{\ell} = 60 \cdot m^{\ell}, \quad \varepsilon_k^{\ell} \in \mathbb{Z} \quad (34)$$

Linealización de la variable auxiliar ε_k^ℓ

La variable auxiliar $\varepsilon_k^\ell = hw_k^\ell \cdot fr_k^\ell$ necesita ser linealizada puesto que el producto de dos variables es no lineal (Eq 35, Eq 36, Eq 37):

$$\varepsilon_k^\ell \leq hw_k^\ell, \quad \forall \ell, k = 1..|F| \quad (35)$$

$$\varepsilon_k^\ell \leq \frac{60}{f_v} \cdot fr_k^\ell, \quad \forall \ell, k = 1..|F| \quad (36)$$

$$\varepsilon_k^\ell \geq hw_k^\ell - \frac{60}{f_k} \cdot (1 - fr_k^\ell), \quad \forall \ell, k = 1..|F| \quad (37)$$

Restricciones de flota

La flota requerida por todas las líneas de autobús debe ser menos que la flota máxima de la que se dispone (Eq 38). La flota debe ser suficiente para cubrir las líneas de autobús (Eq 39, Eq 40).

$$\sum_{\ell=1}^{|\mathcal{L}|} z^\ell \leq fl^{max} \quad (38)$$

$$z^\ell \geq \sum_{ij} \frac{d_{ij}}{v_{bus}} \cdot \psi_{ij}^\ell \quad (39)$$

$$z^\ell \geq 1 + \sum_{ij} \frac{d_{ij}}{v_{bus}} \cdot \psi_{ij}^\ell \quad (40)$$

Linealización de la variable auxiliar ψ_{ij}^ℓ

La linealización del parámetro auxiliar $\psi_{ij}^\ell = u_{ij}^\ell \cdot fr_{ij}^\ell$ se obtiene de la siguiente manera (Eq 41, Eq 42, Eq 43):

$$\psi_{ij}^\ell \leq fr^\ell, \quad (i, j) \in A, \forall \ell \quad (41)$$

$$\psi_{ij}^\ell \leq \mathcal{F}^{max} \cdot u_{ij}^\ell, \quad (i, j) \in A, \forall \ell \quad (42)$$

$$\psi_{ij}^\ell \geq fr^\ell - \mathcal{F}^{max} \cdot (1 - u_{ij}^\ell), \quad (i, j) \in A, \forall \ell \quad (43)$$

Restricciones de capacidad

El número total de pasajeros de la línea ℓ por hora no debe ser menor que la capacidad de la línea (Eq 44). Si la línea se activa, solo puede asignarse un tipo de autobús (Eq 45).

$$\sum_{\theta} p_{\theta} \cdot r_{ij}^{\theta\ell} \leq fr^\ell \cdot (C_1 \cdot \delta_1^\ell + C_2 \cdot \delta_2^\ell), \quad \forall (i, j), \quad \forall \ell \quad (44)$$

$$\delta_1^\ell + \delta_2^\ell \leq 1, \quad \forall \ell \quad (45)$$

La suma de todos los autobuses de un tipo (simple o doble) deben ser menor que el máximo de la flota de su mismo tipo (Eq 46, Eq 47). La flota total, será entonces, la suma de la flota de ambos tipos (Eq 48).

$$\sum_{\ell=1}^{|\mathcal{L}|} z_1^\ell \leq fl_1^{max} \quad (46)$$

$$\sum_{\ell=1}^{|\mathcal{L}|} z_2^\ell \leq fl_2^{max} \quad (47)$$

$$z^\ell = z_1^\ell + z_2^\ell \quad (48)$$

Para cada hora, la flota de autobuses de la línea de un tipo debe ser menor que el máximo de la flota del mismo tipo (Eq 49, Eq 50).

$$z_1^\ell \leq fl_1^{max} \cdot \delta_1^\ell \quad (49)$$

$$z_2^\ell \leq fl_2^{max} \cdot \delta_2^\ell \quad (50)$$