Trabajo Fin de Grado
en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Teoría de Juegos Aplicada a Conflictos Bélicos

Autor: Dolores Olmedo Guajardo-Fajardo
Tutor: Manuel Ordoñez Sánchez

Dpto. Matemática Aplicada II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024

Trabajo Fin de Grado
en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Teoría de Juegos Aplicada a Conflictos Bélicos

Autor:

Dolores Olmedo Guajardo-Fajardo

Tutor:

Manuel Ordoñez Sánchez

Profesor titular

Dpto. de Matemática Aplicada II

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024

Trabajo Fin de Grado: Teoría de Juegos Aplicada a Conflictos Bélicos

Autor: Dolores Olmedo Guajardo-Fajardo

Tutor: Manuel Ordoñez Sánchez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2024

El Secretario del Tribunal

A Manuel Ordoñez

A mis familia

A mis amigos

Agradecimientos

Quisiera agradecer en primer lugar a mi tutor Manuel Ordoñez por su ayuda y dedicación.

También quiero agradecer a mi familia, que siempre me ha apoyado y ha confiado en mi capacidad en los momentos en los que yo no lo hacía.

Y a mis amigos porque sin ellos no habría llegado hasta aquí.

Resumen

La Teoría de Juegos es una herramienta útil para analizar situaciones estratégicas con varios participantes en las que las decisiones de cada uno de ellos afectan a las del resto. Particularmente, es muy interesante en el contexto de las relaciones internacionales y los conflictos bélicos, situaciones de gran complejidad que requieren un enfoque estratégico.

En este proyecto, se introduce al lector en los aspectos básicos de la Teoría de Juegos, su aplicación en conflictos internacionales y algunos modelos matemáticos que se han estudiado a lo largo de la historia para establecer estrategias militares.

Se profundizará además en el ejemplo práctico de uno de los conflictos más relevantes en la actualidad: el conflicto palestino-israelí y cómo puede analizarse desde el punto de vista de la Teoría de Juegos.

Abstract

Game Theory is a useful tool for analyzing strategic situations with multiple participants, where each participant's decisions affect the others. It is particularly interesting in the context of international relations and armed conflicts – highly complex situations that require a strategic approach.

This project introduces the reader to the basic aspects of Game Theory, its application in international conflicts and some mathematical models that have been studied throughout history to establish military strategies.

It further explores the practical example of one of the most relevant conflicts currently: the Palestinian-Israeli conflict and how it can be analysed from a Game Theory perspective.

Índice

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

1 INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE JUEGOS

La mejor estrategia para uno mismo es considerar cómo las acciones de los demás dependen de las propias.

- John Forbes Nash -

La teoría de juegos es una rama de las matemáticas aplicadas que examina cómo los individuos, llamados "jugadores", toman decisiones estratégicas en situaciones donde sus acciones afectan a los demás, a la vez que ellos se ven afectados por las acciones ajenas. Cada jugador busca el mayor beneficio posible para sí mismo, y para ello debe tener en cuenta las posibles elecciones de los demás. La teoría de juegos nos permite analizar interacciones en diversas áreas, como la economía, la política y la guerra.

Uno de los aspectos clave de la teoría de juegos es su capacidad para explicar la competencia. Normalmente, cuando queremos ganar, esto significa que tenemos que conseguir que nuestro oponente pierda. Sin embargo, la teoría de juegos no se limita sólo a situaciones competitivas; también es fundamental para entender escenarios donde la cooperación entre los jugadores puede generar mejores resultados colectivos.

Existen distintos conceptos que se deben entender para poder adentrarse en la teoría de juegos:

- Jugadores: Son los participantes en el juego, que toman decisiones. Pueden ser individuos, empresas, o incluso países.
- Estrategias: Son las acciones que cada jugador elige llevar a cabo. Estas pueden ser simples, como hacer una única elección, o complejas, que implican múltiples decisiones a lo largo del tiempo.
- Resultados: Son las consecuencias de las elecciones de los jugadores. Dependiendo de las estrategias elegidas, los resultados pueden variar significativamente.
- Pagos: Representan las recompensas o costos asociados a los resultados. Se utilizan para medir el éxito o fracaso de las decisiones tomadas, es decir, cómo de favorables son los resultados de las estrategias de cada jugador. Es importante no confundir los pagos con los resultados: los resultados son la situación final consecuencia de las estrategias, mientras que los pagos son qué se gana o se pierde al obtener ese resultado.

Los juegos se pueden clasificar de varias maneras según distintos criterios: la colaboración entre los jugadores, el tiempo de decisión, y la información de la que dispone cada una de las partes.

Según la colaboración entre jugadores, podemos distinguir entre juegos cooperativos y no cooperativos. En los juegos cooperativos, los jugadores pueden formar alianzas y trabajar juntos para mejorar sus resultados colectivos. En los no cooperativos, cada jugador actúa de manera independiente, buscando el mejor resultado para sí mismo sin colaborar con los demás, y en muchos casos, a costa de los de ellos. Dentro de los juegos no cooperativos, destacan los juegos de suma cero. En este tipo de juego, lo que un jugador gana, otro lo pierde, manteniéndose constante el beneficio total disponible. Esto significa que las ganancias de un jugador solo pueden lograrse a expensas de los demás.

Según el tiempo de decisión, los juegos pueden ser simultáneos o secuenciales. En los juegos simultáneos, los jugadores toman sus decisiones al mismo tiempo, sin conocer las elecciones de los demás. En los juegos secuenciales, los jugadores toman decisiones en secuencia, lo que les permite observar las acciones de los jugadores anteriores antes de hacer su elección.

Según el nivel de información que tienen los jugadores sobre las decisiones y estrategias de los demás, podemos clasificar en juegos de información perfecta e imperfecta, y en juegos de información completa e incompleta.

En un juego de información perfecta, todos los jugadores tienen acceso a toda la información relevante sobre el juego en todo momento. Esto incluye el conocimiento de las estrategias, decisiones y resultados anteriores de otros jugadores, y la situación actual del juego. La transparencia total permite a los jugadores hacer decisiones informadas y racionales, ya que pueden calcular sus movimientos y contrarrestar las estrategias de los demás de manera efectiva. En los juegos de información imperfecta, los jugadores no tienen acceso a toda la información sobre las decisiones de los demás. Esto significa que no pueden ver las elecciones que han hecho otros jugadores en el mismo momento en que toman sus propias decisiones, por lo que deben hacer suposiciones. Esto puede dar lugar a situaciones de engaño, donde un jugador intenta ocultar su verdadera estrategia.

En los juegos de información completa, todos los jugadores conocen no solo sus propias estrategias y pagos, sino también las posibles estrategias y pagos de los demás, aunque puedan desconocer las decisiones específicas que han tomado. Esto significa que cada jugador tiene un entendimiento claro del juego en su totalidad, permitiéndoles diseñar estrategias. En un juego de información incompleta, los jugadores no tienen un conocimiento total sobre las estrategias, habilidades o intenciones de los demás. Esto significa que no solo desconocen las decisiones que han tomado los otros, sino que también qué opciones están disponibles para ellos mismos. De este modo, aumenta la complejidad de la interacción, ya que los jugadores intentan deducir la información que les falta.

1.1. Juegos Cooperativos

Definición 1-1. *Un juego cooperativo con utilidad transferible es una pareja* (N, v) *donde* $N = \{1, 2, \cdots, n\}$ *representa al conjunto de jugadores y* $v : 2^N \to \boldsymbol{R}$ *es una aplicación de los subconjuntos de N en* $\boldsymbol{R}$ *verificando que* $v(\emptyset) = 0$.

Cada subconjunto de N es llamado coalición y $v(S)$ se interpreta como la ganancia que la coalición puede dar a sus miembros si ningún jugador fuera de S participase en el juego.

Notaremos por s al cardinal de la coalición S y por $S\backslash i$ a la coalción $S\backslash\{i\}$. También denotaremos por G^N al conjunto de todos los juegos definidos sobre las coaliciones de N.

Ejemplo 1-1. Supongamos una comunidad de cualquier tipo formada por un total de 2n individuos. Todos los individuos tienen derecho a voto en cualquier propuesta que se haga en la comunidad. Las propuestas se ganan por mayoría absoluta. Así, en este caso, el juego tiene como jugadores a las $2\mathrm{n}$ personas de la comunidad y como función característica a

$$\mathrm{v(S)} = \begin{cases} 1, & \mathrm{si\ s} \geq \mathrm{n} + 1 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

En este juego, el cual sólo puede tomar valores 0 y 1, a una coalición S de forma que $\mathrm{v(S)} = 1$ la llamaremos ganadora y en otro caso perdedora.

1.1.1 G^N como $(2n-1)$ espacio vectorial sobre R y algunas bases características

Veamos que G^N tiene estructura de espacio vectorial. Sean $(N,v),(N,w) \in G^N$ dos juegos. El juego suma de ambos juegos se define $(v+w)(S)=v(S)+w(S)$ para toda $S \in 2^N$. Así $(N,(v+w)) \in G^N$. Análogamente si $\mu \in \boldsymbol{R}$ se define el juego $(\mu \cdot v)(S)=\mu v(S)$ y por lo tanto $(N,(\mu \cdot v)) \in G^N$. A partir de aquí, G^N es un espacio vectorial.

Una de sus bases más conocidas es la llamada base de unanimidad formada por juegos que se notan como $\{u_S\}_{\{\emptyset \neq S \subseteq N\}}$. Se puede observar que hay un total de 2^n-1 tipos de estos juegos. El hecho de que sea una base del conjunto de juegos es un hecho muy conocido dentro de la literatura asociada a la teoría de juegos y no será demostrado aquí.

Definición 1-2. *Sea $S \subseteq N$ una coalición no vacía. El juego de unanimidad (N,u_S) tiene como función característica*

$$u_S(T)=\begin{cases} 1, & si\, S \subseteq T \\ 0, & otro\ caso. \end{cases}$$

Como base que es de G^N todo juego $v \in G^N$ puede escribirse como un vector de coordenadas en dicha base. Dichas coordenadas se conocen como coordenadas de Harsanyi (Harsanyi, 1959). Dichos números, notados como $\{\Delta_v(S)\}_{\{\emptyset \neq S \subseteq N\}}$ pueden obtenerse mediante la fórmula

$$\Delta_v(S)=\sum_{T\subseteq S}(-1)^{s-t}v(T), \qquad \emptyset \neq S \subseteq N$$

Existe también una fórmula, derivada de la anterior mediante la función de Mobius, que permite calcular el valor de una coalición a partir de los dividendos.

$$v(S)=\sum_{\emptyset \neq T \subseteq S}\Delta_v(T), \qquad \emptyset \neq S \subseteq N$$

Veamos un ejemplo con tres jugadores.

Ejemplo 1-2. Consideremos el juego $(\mathrm{N},\mathrm{v}) \in \mathrm{G}^{\mathrm{N}}$ con $\mathrm{N}=\{1,2,3\}$ donde

$$\mathrm{v}(\mathrm{S})=\begin{cases} \mathrm{s}^2, & \mathrm{si\ s} \geq 2 \\ 0, & \mathrm{otro\ caso} \end{cases}$$

Vamos a calcularlos dividendos del juego $\Delta_{\mathrm{v}}(12)=-\mathrm{v}(1)-\mathrm{v}(2)-\mathrm{v}(3)+\mathrm{v}(12)=4$. En general puede verse que el vector de dividendos es

$$\Delta_{\mathrm{v}}=[0,0,0,4,4,4,-3]$$

y que

$$\mathrm{v}=4(\mathrm{u}_{12}+\mathrm{u}_{13}+\mathrm{u}_{23})-3\mathrm{u}_{123}$$

Introducimos a continuación algunos conceptos importantes asociados a los juegos.

Definición 1-3. *Dado $(N,v) \in G^N$, se define el juego restringido a la coalición S, $(N,v|S)$ al juego sobre N*

$$v|_S(T)=\begin{cases} v(T \cap S), & si\ T \subseteq N \\ 0, & otro\ caso \end{cases}$$

Notaremos entonces $(S,v|_S)$ al juego con fución característica

$$v|_S(T)=v(T), \qquad T \subseteq S$$

Veamos un ejemplo con el juego anterior. Sea $S=\{12\}$ entonces el juego $(S,v|_S)$ es

$$v|_S(1)=v(1); \quad v|_S(2)=v(2); \quad v|_S(3)=v(3); \quad v|_S(12)=v(4),$$

Otras definiciones relacionadas con los juegos serían la de coalición soporte de un juego, la de contribución marginal, la de jugador nulo, la de jugador pasivo y la de jugador necesario. En general estas definiciones de jugadores particulares se emplean en la axiomatización de lo que luego llamaremos reglas de reparto.

Definición 1-4. *Dado* $(N, v) \in G^N$. *Una coalición T se dice que es soporte de* v *si* $v(S \cap T) = v(S)$ *para toda coalición* $S \subseteq N$.

Definición 1-5. *Dado* $(N, v) \in G^N$, $i \in N$ *y* $S \subseteq N \setminus \{i\}$, *llamaremos contribución marginal del jugador* i *a la coalición* S *en el juego* v, *a la diferencia*

$$v(S \cup \{i\}) - v(S)$$

Si la contribución maginal de un jugador a cualquier coalición S *en el juego es cero le llamaremos jugador nulo y si es* $v(\{i\})$ *jugador pasivo ya que la función característica no le da nada al coaligarse con otros jugadores.*

Otras dos definiciones importantes son las de jugador necesario y la de jugadores simétricos en un juego v.

Definición 1-6. *Dado* $(N, v) \in G^N$, $i \in N$. *El jugador i se dirá necesario si para toda* $S \subseteq N$, *coalición,*

$$v(S) = 0 \ si \ i \notin S$$

Es decir, toda coalición que no contenga al jugador i *tiene valor nulo.*

Definición 1-7. *Dado* $(N, v) \in G^N$, $i \in N$. *Dos jugadores* i *se dicen simétricos si*

$$v(S \cup i) = v(S \cup j), \qquad para\ todo\ S \subseteq N \setminus \{i, j\}$$

1.1.2 Tipos de Juegos

La función característica de un juego, como aplicación que es, puede gozar de ciertas propiedades. Dichas propiedades permiten dar una primera clasificación de los tipos de juegos. A continuación, introducimos algunos de dichos tipos.

Definición 1-.8 *Un juego* $(N, v) \in G^N$ *es monótono si para todo* $T, S \subseteq N$ *con* $S \subseteq T$, *se tiene que* $v(S) \leq v(T)$. *Observar que para los juegos monótonos las contribuciones marginales de un jugador respecto al juego son no negativas.*

Definición 1-9. *Un juego* $(N, v) \in G^N$ *es convexo si para todo* $T, S \subseteq N$ *se verifica que*

$$v(S \cup T) + v(S \cap T) \geq v(S) + v(T)$$

Los juegos que verifican esta propiedad cuando S y T son disjuntos se dicen superaditivos. Es decir, la unión de las coaliciones da mayor valor que la suma de los valores de las coaliciones por separado. Observar que convexo implica superaditivo.

A continuación, vamos a ver un subespacio vectorial de los juegos llamado subespacio de juegos cero-normalizados.

Definición 1-.10 *Un juego* $(N, v) \in G^N$ *es cero-normalizado si se verifica que* $v(\{i\}) = 0$, *para todo* $i \in N$. *Además todo juego admite una versión 0-normalizada,* (N, v_0), *con*

$$v_0(S) = v(S) - \sum_{i \in S} v(\{i\})$$

Ejemplo 1-3. Consideremos el juego $(\mathrm{N}, \mathrm{v}) \in \mathrm{G}^{\mathrm{N}}$ con $\mathrm{N} = \{1, 2, 3\}$. Supongamos que su función característica es

$$v(S) = \begin{cases} a, & \text{si } S = \{1,2\} \\ b, & \text{si } S = \{1,3\} \\ c, & \text{si } S = \{1,2,3\} \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

con $a > 0, b > 0, c = a + b$, Este juego puede escribirse como

$$v = au_{12} + bu_{13}$$

Este juego es monótono, convexo y cero-normalizado.

Definición 1-11. *Diremos que un juego* $(N, v) \in G^N$ *es simple si para todo* $S \subseteq N$, *se verifica que* $v(S) \in \{0,1\}$. *En este tipo de juego una coalición es ganadora si su valor es 1 y perdedora en otro caso. Un juego de votación es un juego simple monótono. Es decir, dadas cualesquiera dos coaliciones* $S, T \subseteq N$ *entonces si* $S \subset T$ *y* S *ganadora, entonces* T *es también ganadora.*

Finalmente definimos los juegos aditivos y simétricos.

Definición 1-12. *Un juego* (N, v) *se dice aditivo o inesencial si* $v(S) = \sum_{i\in S} v(\{i\})$. *Un juego* (N, v) *se dice simétrico si existe* $f : N \cup \{0\} \rightarrow \boldsymbol{R}$ *tal que, para tdo* $S \subseteq N, v(S) = f(s)$.

Observar que en un juego simétrico, dos jugadores cualesquiera son simétricos ya que el valor

$$v(S \cup i) = v(S \cup j) = f(s+1)$$

1.1.3 Concepto de Solución

En esta sección vamos a introducir el concepto de solución o regla de reparto asociada a un juego (N, v) y nos detendremos en dos solucione muy conocidas, el valor Shapley y el de Myerson. El problema radica en que si tenemos un juego $(N, v) \in G^N$ y todos los jugadores deciden cooperar, como repartimos el valor total $V(N)$ entre todos. Formalmente

Definición 1-13. *Una regla de asignación, reparto o solución puntual para juegos cooperativos con un conjunto de jugadores N es una aplicación* $\Phi : G^N \rightarrow \boldsymbol{R}^n$, *en la que* $\Phi i(N, v)$ *representa el beneficio o pago que recibe el jugador i en el juego* (N, v).

La regla más conocidad y relevante el la introducida por Shapley (1953) que aplica a cada jugador una combinación lineal convexa de sus contribuciones marginales de las distintas coaliciones.

Definición 1-14. *El valor de Shapley, Sh, es la regla de asignación definida en* G^N *por*

$$Sh_i(N, v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{(n-s-1)!\, s!}{n!} [v(S \cup i) - v(S)], \qquad i \in N$$

Alternativamente, el valor de Shapley se puede expresar en términos de los dividendos como sigue:

$$Sh_i(N, v) = \sum_{S \subseteq N : i \in S} \frac{\Delta_v(S)}{s}, \qquad i \in N$$

Shapley (1953) axiomatizó su valor de la siguiente manera:

a) Eficiencia: Una solución $\Psi : G^N \rightarrow \boldsymbol{R}^n$ satisface eficiencia si $\sum_{i\in N} \Phi_i(N, v) = v(N)$.

b) Simetría: Una solución $\Psi : G^N \rightarrow \boldsymbol{R}^n$ satisface simetría para todo juego $(N, v) \in G^N$ y para todo permutación π de N, se verifica que

$$\Psi_{\pi(i)}(N, v) = \Psi_i(N, \pi v), \forall i \in N$$

donde el juego $\pi v(S) = v(\pi(S))$.

c) Aditividad: Una solución $\Psi : G^N \rightarrow \boldsymbol{R}^n$ satisface aditividad si para todo par de juegos $(N, v1), (N, v2) \in G^N$ se tiene que

$$\Psi(N, v1 + v2) = \Psi(N, v1) + \Psi(N, v2)$$

Existen, debidos a otros autores, diversas axiomatizaciones del valor de Shapley. Dichas parametrizaciones pasan por axiomas del tipo

1. Shubik (1962). Jugador nulo: Una solución $\Psi : G^N \rightarrow \boldsymbol{R}^n$ satisface jugador nulo si para todo juego $(N, v) \in G^N$ y para todo jugador i en (N, v) se verifica que

$$\Psi_i(\mathrm{N}, \mathrm{v}) = 0$$

2. Myerson (1980) Contribuciones equilibradas. Una solución $\Psi : G^N \to \boldsymbol{R}^n$ satisface el axioma de las contribuciones equilibradas si para todo $(N, v) \in G^N$ y para todo $i, j \in N$,

$$\Psi_i(N, v) - \Psi_i(N, v|_{N\setminus\{j\}}) = \Psi_j(N, v) - \Psi_j(N, v|_{N\setminus\{i\}})$$

3. Por último Young (1985) axiomatiza el valor de Sapley usando la monotonía fuerte. Una solución $\Psi : G^N \to \boldsymbol{R}^n$ satisface monotonía fuerte si para todo par de juegos $(N, v), (N, w) \in G^N$ y para todo jugador *i* en *N* tal que

$$v(S \cup i) - v(S) \geq w(S \cup i) - w(S), \qquad si\, S \subseteq N \setminus \{i\}$$

se tiene que

$$\Psi_i(N, v) \geq \Psi_i(N, w).$$

Una alternativa a los indices de poder se estudian como una alternativa para resolver un juego cooperativo. El índice de Banzhaf-Coleman (1965) viene definido para juegos simples y se base en el cálculo de los swings de un jugador. Una coalición $S \subseteq N, i \in S$ es un swing para un jugador i si S es ganadora para el juego simple y $S \setminus i$ es perdedora. Es decir, el jugador *i* es necesario para que la coalición pueda ganar.

Definición 1.15. *Sea (N, v) un juego simple sea V_i el numero de pivotaciones para el jugador i en juego v, definimos elindice de Banzhaf-Coleman como*

$$\beta_i(N, v) = \frac{V_i}{\sum_{j\in N} V_j}$$

Observar que $Vi = \sum_{i\in S\subseteq N}[v(S) - v(S\setminus i)]$ donde esta expresión permite introducir, como lo hace Shapley, las contribuciones marginales de los jugadores respecto al juego v. Otra ventaja de esta notación es que nos permite extender el valor de Banzhaf a juegos con ya no son simples.

Definición 1.16. *Para un juego $v \in G^N$ el valor de Banzhaf viene definido como*:

$$\beta_i(N, v) = \sum_{i\in S\subseteq N} \frac{1}{2^{n-1}}[v(S) - v(S\setminus i)]$$

donde 2^{n-1} es el número de posibles coaliciones en las que el jugador i puede estar presente.

Este valor verifica jugador nulo, linealidad y simetría pero no es eficiente. Por ello se define el valor de Banzhaf normalizado que es

$$\hat{\beta}_i(N, v) = \frac{\beta_i(N, v)}{\sum_{j\in N} \beta_j(N, v)}$$

aunque esto hace que el valor pierda otras propiedades como la linelidad.

1.1.4 Grafos, situaciones de comunicación y reglas de reparto

Exponemos a continuación conceptos relacionados con grafos que nos serán de utilidad en el resto de la memoria.

Definición 1.17. *Un grafo es un par (N, g) donde $N = \{1, 2, \cdots, n\}$ es un conjunto de nodos y g es un conjunto de aristas entre esos nodos. Si definimos g^N como $g^N = \{\{i, j\} : i, j \in N, i \,/\!= j\}$ entonces g es un subconjunto de G^N. Aquí cada arista $\{i, j\}$ representa una relación entre los nodos i y j. Llamaremos Γ^N al conjunto de todos los grafos con conjunto de nodos N.*

Dos nodos *i, j* se dice que están conectados si existe una sucesión de nodos $\{i1, \cdots, ik\}$ de manera que $i_1 = i,\; i_2 = j$ y de forma que $\{i_l, i_{l+1}\} \in g$ para $l = 1, \cdots, k - 1$.

Para cualquier subconjunto $S \subseteq N$ se define $(S, g|S)$ a la restricción del grafo g al conjunto *S*. En particular *S* es conexo si cualesquiera dos de sus nodos están conectados en $(S, g|S)$.

Definición 1.18. *Una componente conexa, C, en el grafo* (N, g) *es un subconjunto de nodos conexo maximal, es decir, C es conexo en el grafo y no existe ningún subconjunto conexo de N que contenga a C. Las componentes maximales generan una partición del conjunto N que llamaremos* N/g*, la cual es la partición de N en componentes conexas inducida por* (N, g).

Esta definición se puede extender a cualquier subconjunto de *N*. Sea $S \subseteq N$, el conjunto de componentes conexas de *S* en el grafo $(S, g|S)$ se denota por S/g.

Definición 1.19. *Sea* (N, g) *un grafo e i* $\in$*N un nodo. Llamaremos* $gi = \{l \in g / i \in l\}$*, es decir, el conjunto de aristas que inciden en i. Llamaremos entonces* $(N, g - i)$ *al subgrafo de* (N, g) *cuyas aristas están formadas por* $g - i = g \setminus gi$*. Si sólo eliminamos una artista le denotaremos* $g \setminus l$ *donde l es la arista a eliminar.*

1.1.5 Situaciones de comunicación y reglas de reparto

Una situación de comunicación es un modelo para juegos cooperativos en los cuales los jugadores tienen restricciones en la comunicación dadas por las aristas de un grafo.

Definición 1.20. *Una situación de comunicación es una terna (N, v, g), donde (N, v) es un juego cooperativo y (N, g) es un grafo. Los nodos son los jugadores. Denotaremos por* CS^N *a todas las situaciones de comunicación con conjunto de jugadores N.*

Uno de los valores, junto al de Shapley, más importantes es el de Myerson que introducimos a continuación.

Fijada una situación de comunicación (*N, v, g*) Myerson (1977) definió el *juego restringido al grafo* (N, v^g), en el cual la función la característica viene dada por:

$$v^g(S) = \sum_{C \in S/g} v(C), S \subseteq N$$

Este juego se llama de Myerson y representa los beneficios de una coalición bajo la restricción de comunicación del grafo.

Definición 1-21. *Una regla de reparto* Ψ *en* CS^N *es una aplicación* $\Psi : CS^N \rightarrow \boldsymbol{R}^n$*, donde* $\Phi_i(N, v, g)$ *representa el valor que consigue el jugador i en la situación de comunicación* (N, v, g).

Debido a la importancia del valor de Shapley, Myerson propuso como regla de reparto para situaciones de comunicación (N, v, g) al valor de Shapley del juego v^g. Esta regla es conocida como valor de Myerson

$$\mu_i(N, v, g) = Sh_i(N, v^g) = \sum_{S \subset N : i \in S} \frac{\Delta_{v^g}(S)}{S}, i \in N$$

Myerson (1977) propuso una axiomatización de su valor via eficiencia por componentes y equidad y más adelante (1980) sustituyó la equidad por las contribuciones equilibradas. Dichas propiedades son las siguientes:

Eficiencia por componentes: Una regla de asignación Ψ sobre CS^N verfica eficiencia por componentes si, para todo $(N, v, g) \in CS^N$ y todo $C \in N/g$ se tiene que

$$\sum_{i \in C} \Psi_i(N, v, g) = v(C)$$

Equidad: Una regla de asignación Ψ sobre CS^N verfica equidad si, para todo $(N, v, g) \in CS^N$ y toda $l = \{i, j\} \in g$

$$\Psi_i(N, v, g) - \Psi_i(N, v, g \backslash l) = \Psi_j(N, v, g) - \Psi_j(N, v, g \backslash l)$$

Contribuciones equilibradas: Una regla de asignación Ψ sobre CS^N verfica contribuciones equilibrada si, para todo $(N, v, g) \in CS^N$ y todo $i, j \in N$

$$\Psi_i(N, v, g) - \Psi_i\big(N, v, g_{-j}\big) = \Psi_j(N, v, g) - \Psi_j(N, v, g_{-i})$$

1.1.6 Juegos cooperativos con ponderación

Uno de los axiomas del valor de Shapley es la simetría, sin embargo hay situaciones donde esto no es realista. Por ejemplo en un juego de votación donde los jugadores sean partidos políticos y dichos partidos tengan distinto peso en el parlamento o cualquier situación donde los jugadores no tengan que poner el mismo esfuerzo para jugar. Es el propio Shapley quien para salvar dicha situación introduce el valor de Shapley ponderado. En general, para calcular dicho valor, Sh^{ω}, se asocia un peso real positivo λ_i, a cada jugador $i \in N$ en un juego cooperativo, (N, v). Shapley propuso dividir la unidad de beneficio que se consigue por una coalición en un juego de unanimidad de manera proporcional a los pesos de los jugadores, es decir, si $i \in N$

$$Sh_i^{\omega}(N, u_S, \{\lambda_i\}_{i \in N}) = \frac{\lambda_i}{\sum_{j \in S} \lambda_j}, \qquad i \in S$$

En otro caso valdría cero. Ahora extendiendo por linealidad a partir de la base de juegos de unanimidad tendríamos el valor para cualquier juego v.

2 Aplicaciones de la Teoría de Juegos en Conflictos Militares

La capacidad para amenazar eficazmente, así como la capacidad para evitar conflictos, depende de la habilidad para entender cómo interactúan las expectaticas y decisiones de las partes involucradas.

- Thomas Schelling -

Uno de los contextos en los que puede resultar más interesante aplicar la teoría de juegos es el ámbito militar. Una guerra es, en esencia, una situación en la que distintos jugadores, en este caso naciones, buscan su máximo beneficio en una interacción en la que sus acciones afectan al contrario y viceversa, lo que los lleva a crear estrategias y anteponerse a las elecciones del oponente. Esta es la base de la teoría de juegos, como hemos explicado anteriormente.

A medida que los conflictos se vuelven más complejos, es interesante aplicar un análisis que ayude en la elección de la estrategia más acertada. De ahí surge el estudio de distintos modelos matemáticos para mejorar las tácticas militares.

2.1. Aplicación Histórica en Conflictos Militares

La aplicabilidad de la teoría de juegos en los conflictos militares ha hecho que sea objeto de estudios que buscan explicar cómo las interacciones estratégicas influyen en las decisiones bélicas, y cómo se podría optimizar la estrategia para ganar la guerra. Esto puede crear cierta controversia al estar utilizando las matemáticas para desarrollar tácticas para matar de forma más eficiente. Sin embargo, se podría argumentar que el uso de la teoría de juegos en la guerra no tiene por qué ser necesariamente negativo, ya que también puede servir como una herramienta para evitar escaladas innecesarias.

A lo largo de los siglos XX y XXI, la teoría de juegos ha sido un recurso interesante para analizar conflictos y formular estrategias militares. Durante la Primera Guerra Mundial, Thomas Edison, conocido por sus aportaciones a la tecnología eléctrica, creó lo que podemos considerar el primer modelo de juego de una situación militar real. Buscando cómo conseguir que los cargueros británicos sortearan los submarinos alemanes para llegar a puerto, ideó un juego de emboscada, dividiendo un gráfico de las aguas del puerto en cuadrados y analizando las distintas rutas de entrada. De este modo pudo concluir qué ruta resultaba más segura.

El estallido de la Segunda Guerra Mundial provocó un avance en la aplicación de la teoría de juegos en situaciones militares. Durante esta época se llevaron a cabo algunos de los primeros estudios completos sobre problemas estratégicos, como es el caso del modelo de patrullas antisubmarinas de Morse y Kimball (1946) con el que el bando aliado pudo analizar la probabilidad de detectar submarinos alemanes basándose en cuándo tendrían que salir a la superficie a recargar sus baterías. Gracias a esto las patrullas aliadas pudieron optimizar sus tácticas de búsqueda y ataque, y así obtener una ventaja en la Batalla del Atlántico Norte.

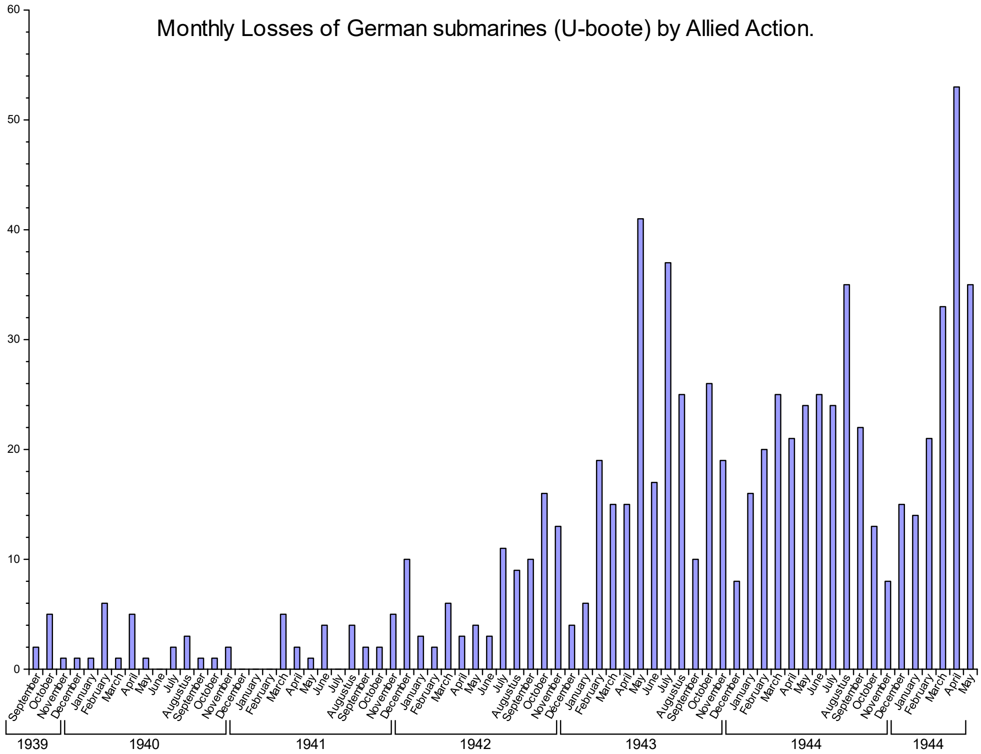

Figura 2-1. Destrucción de Submarinos Alemanes en la Batalla del Atlántico Norte.

El desarrollo de la bomba atómica y el bombardeo de Hiroshima hicieron que, al finalizar la guerra, la preocupación global pasase a ser las armas nucleares. Durante la Guerra Fría, la teoría de juegos tomó relevancia en el análisis de técnicas de disuasión y confrontación de las potencias que poseían armas nucleares.

Investigadores de la corporación RAND en colaboración con las Fuerzas Armadas estadounidenses desarrollaron la teoría de los duelos: dos personas se acercan con pistolas cargadas y deben decidir si disparar al otro. Si uno de ellos cree que el otro disparará, seguramente elegirá disparar primero. Sin embargo, si confía en que el otro no dispare, o teme que, si él dispara, el otro lo haga también en represalia, ambos sobrevivirán. Esto es directamente aplicable a la disuasión nuclear: tanto la Unión Soviética como Estados Unidos invirtieron en armamento nuclear para disuadir al contrario de utilizar el suyo y así evitar la Destrucción Mutua Asegurada.

Continuando en el contexto de la Guerra Fría, la firma del Tratado de No Proliferación Nuclear en 1968 es un claro ejemplo de juego colaborativo, donde los distintos jugadores toman una estrategia que lleva al beneficio común: la estabilidad.

En la transición entre el siglo XX y XXI, los conflictos internacionales se volvieron aún más complejos, lo que hace que la teoría de juegos sea aún más importante para entenderlos. En conflictos prolongados como la intervención de Estados Unidos en Afganistán (2001-2021) e Irak (2003-2011), encontramos un juego de información incompleta en la que se debían anticipar a las tácticas menos predecibles de distintas partes regionales e internacionales.

A día de hoy, la teoría de juegos nos sigue sirviendo para comprender los conflictos de la actualidad. La guerra entre Ucrania y Rusia, el conflicto indio-pakistaní, o el palestino-israelí, se pueden comprender desde un punto de vista estratégico en el que las negociaciones de paz son juegos colaborativos y los ataques y tácticas de cada parte son estrategias en las que cada jugador debe analizar las decisiones del otro y sus posibles resultados.

De este modo, la teoría de juegos nos ayuda a comprender los conflictos pasados y actuales, así como también ayuda a las partes involucradas a analizar la situación para tomar decisiones estratégicas más eficientes. En este contexto, podemos analizar modelos de juego específicos que se han desarrollado con el objetivo de ser aplicados en la guerra.

2.2. Modelos Matemáticos de Teoría de Juegos en Conflictos Militares

En el ámbito militar, el desarrollo de modelos matemáticos específicos permite a las naciones mejorar sus estrategias de defensa y ataque, así como optimizar sus recursos y tomar decisiones complejas.

2.2.1 Modelo de Prim-Read de Ataque y Defensa con Misiles

La teoría juegos aplicada a la defensa contra misiles ha tenido un gran impacto en la política de armamento. El modelo más destacado es el de Prim-Read, desarrollado por Robert Prim y Thomas Read en la década de 1950. Un atacante lanza misiles para destruir un conjunto de objetivos fijos, mientras que un defensor intenta proteger esos objetivos utilizando interceptores, que también son misiles. El defensor distribuye sus interceptores entre los objetivos fijos, decidiendo cuántos enviar desde cada uno para protegerlos de los misiles entrantes. El atacante, que conoce la distribución y los planes de lanzamiento del defensor, reparte sus misiles entre los objetivos y los lanza de forma secuencial hacia cada uno. Si un misil logra atravesar la defensa, automáticamente destruye el objetivo; sin embargo, cada interceptor sólo tiene una probabilidad de éxito limitada. No se permite la reasignación, es decir, si un objetivo es destruido por el atacante, los misiles adicionales dirigidos a él no pueden ser redirigidos a otro, así como tampoco pueden trasladarse los interceptores para defender otro objetivo que aún no haya sido alcanzado. El pago para el atacante es la suma de los valores de los objetivos que ha destruido, mientras que para el defensor es la suma de los valores de los objetivos que ha logrado proteger. Estos valores $v(i) > 0$ se asignan en función de la importancia estratégica, política o humana que tengan las ubicaciones de estos objetivos.

Ejemplo 2-1. Se define una estrategia de defensa d como una matriz:

$$d = \begin{bmatrix} d(1,1) & d(1,2) & \cdots & d(1,T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(i,1) & d(i,2) & \cdots & d(i,T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(T,1) & d(T,2) & \cdots & d(T,T) \end{bmatrix}$$

donde T es el número de objetivos a defender, y $d(i,j) \geq 0$ es el número de interceptores asignados a un objetivo i que serán direccionados a un misil atacante j.

Del mismo modo se define una estrategia de ataque a como un vector

$$a = \begin{bmatrix} a(1) \\ \vdots \\ a(i) \\ \vdots \\ a(T) \end{bmatrix}$$

donde $a(i) \geq 0$ es el número de misiles atacantes dirigidos a un objetivo i.

Recordamos que en primer lugar el defensor decidirá su matriz d, y después el atacante, conociendo d, decidirá su vector a.

Se define $q \in [0,1]$ como la probabilidad de que un interceptor no logre destruir el misil atacante que le ha sido asignado, asumiendo que los interceptores asignados a un mismo misil atacante son independientes entre sí, y por tanto el mismo q es válido para cada enfrentamiento, sin importar el número de interceptores ataquen a cada misil. Recordamos que si un misil atacante consigue superar la línea de defensa, la probabilidad de que destruya su objetivo es 1.

Por tanto, para una defensa d y un ataque a, la probabilidad de que el objetivo i sea destruido es

$$1 - \prod_{j=1}^{a(i)} \left(1 - q^{d(i,j)}\right)$$

Se cumple que

$$a(i) = 0 \Rightarrow \prod_{j=1}^{0}(.) = 1,$$

de modo que la probabilidad de destrucción es 0.

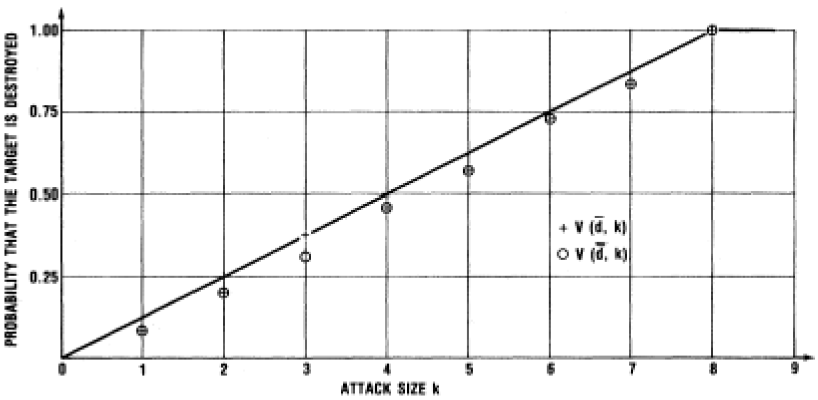

Figura 2-2. Probabilidad de destrucción del objetivo vs magnitud del ataque.

Entonces el pago para el atacante es

$$V(d,a) = \sum_{i=1}^{T} v(i)\left[1 - \prod_{j=1}^{a(i)}(1 - q^{d(i,j)}\right]$$

El atacante intentará maximizarlo para un *d* conocido, estando limitado por el número de misiles que puede utilizar.

2.2.2 Modelos de Lanchester de Control de Fuego

Tradicionalmente, se han dividido las fuerzas en proporciones fijas y se han mantenido a lo largo de la batalla, pero esto puede resultar ineficiente si el oponente concentra todas sus fuerzas en una sola unidad de combate de nuestro ejército, eliminándolas una a una. Para resolver este problema, surge el concepto de la asignación dinámica del fuego como un juego diferencial, donde las decisiones de asignación de recursos de ataque y defensa se modelan con ecuaciones diferenciales de Lanchester. Esto nos permite describir como dos fuerzas en combate se destruyen mutuamente a lo largo del tiempo en situaciones de combate más realistas y complejas, como aquellas que involucran fuerzas heterogéneas, es decir, unidades de combate de distintos tipos.

En un primer estudio, Weiss (1957) propone un modelo en el que cada ejército puede usar su artillería para atacar tanto a la infantería como a la artillería del adversario, mientras que las infanterías solo pueden atacarse entre sí. Más adelante Taylor (1974) perfeccionó este trabajo desde un punto de vista matemático y junto a Brown (1978) introdujo el concepto de fuego de área: en este nuevo modelo, la infantería del atacante se va acercando a las líneas del defensor sin dejar de disparar, creando un fuego de área que, aunque es menos efectivo que los disparos dirigidos, permite mantener la presión mientras se acercan a las líneas enemigas. Cuando los dos bandos se encuentran, ambos cesan el bombardeo de artillería por lo que cada uno intentará llegar a este momento con la mayor proporción posible de sus fuerzas.

Se tienen una fuerza *x* y una fuerza *y* que se enfrentan, siendo *x(t)* e *y(t)* el número de combatientes de cada fuerza en un instante determinado. La evolución de *x(t)* e *y(t)* viene determinada por las ecuaciones de Lanchester.

2.2.2.1 Modelos de Lanchester con Fuerzas Convencionales

Ejemplo 2-2. En un combate de fuego directo, asumimos que todos los miembros de la fuerza *x* están al alcance de la fuerza *y*, y que cuando *x* sufre pérdidas, el fuego *y* es concentrado en los combatientes *x* restantes, y viceversa para el ataque de *x* a *y*.

Entonces definimos las pérdidas de *x* y de *y* a lo largo del combate como

$$\frac{dx}{dt} = -ay(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx(t)$$

donde *a* y *b* son los coeficientes de efectividad de las fuerzas *y* e *x* respectivamente.

Si durante el combate se introducen refuerzos o se retiran tropas, tenemos que

$$\frac{dx}{dt} = -ay(t) + f(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx(t) + g(t)$$

donde *f(t)* y *g(t)* son las funciones que definen los refuerzos o retiradas de tropas durante la batalla.

Si consideramos el caso de combatientes aislados sin refuerzos, al resolver el sistema de ecuaciones obtenemos una ecuación cuadrática

$$-b(x(t)^2 - x(0)^2) = -a(y(t)^2 - y(0)^2) = K$$

Si $K < 0$ significa que gana *x* mientras que si $K > 0$ significa que gana *y*.

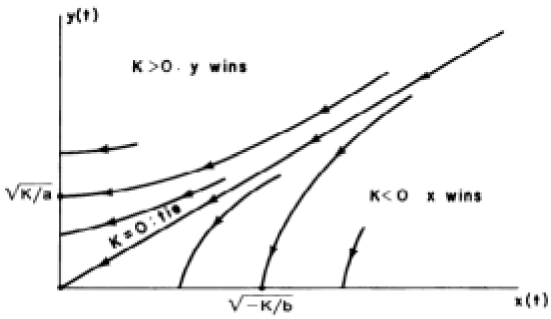

Figura 2-3. Familia de hipérbolas definidas por la ecuación cuadrática de fuerzas convencionales.

2.2.2.2 Modelos de Lanchester con Fuerzas No Convencionales

Ejemplo 2-3. En un combate en el que hay fuegos concentrados en áreas como los de la artillería, o invisibles al enemigo como las guerrillas, las pérdidas que sufre una fuerza son también proporcionales al tamaño de la misma, puesto que cuanto mayor sea este, mayor será la probabilidad de acierto del enemigo.

En este caso definimos las pérdidas de *x* y de *y* a lo largo del combate como

$$\frac{dx}{dt} = -ay(t)x(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx(t)y(t)$$

a los que de nuevo se añadirían las variables *f(t)* y *g(t)* si se introducen refuerzos o se hacen retiradas.

Si consideramos el caso de combatientes aislados sin refuerzos, al resolver el sistema de ecuaciones obtenemos una ecuación lineal

$$-b\big(x(t) - x(0)\big) = -a\big(y(t) - y(0)\big) = M$$

Si $M < 0$ significa que gana *x* mientras que si $M > 0$ significa que gana *y*.

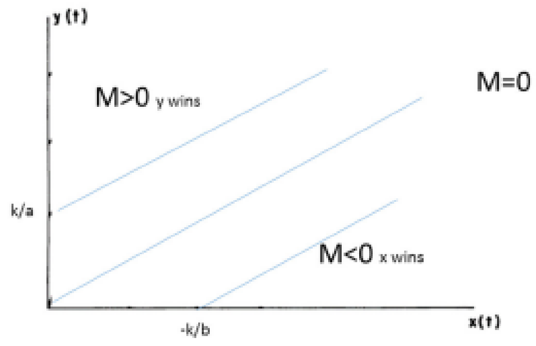

Figura 2-4. Familia de rectas definidas por la ecuación lineal de fuerzas no convencionales.

2.2.2.3 Modelos de Lanchester con Fuerzas Mixtas

Ejemplo 2-4. En un combate con fuerzas mixtas, en el que por ejemplo la fuerza *x* sea convencional y la fuerza *y* sea de guerrilla, definimos las pérdidas de *x* y de *y* a lo largo del combate como

$$\frac{dx}{dt} = -ay(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx(t)y(t)$$

a los que de nuevo se añadirían las variables *f(t)* y *g(t)* si se introducen refuerzos o se hacen retiradas.

Si consideramos el caso de combatientes aislados sin refuerzos, al resolver el sistema de ecuaciones obtenemos una ecuación parabólica

$$-\frac{1}{2}bx(t)^2 + ay(t) = -\frac{1}{2}bx(0)^2 + ay(0) = M$$

Si $M < 0$ significa que gana *x* mientras que si $M > 0$ significa que gana *y*.

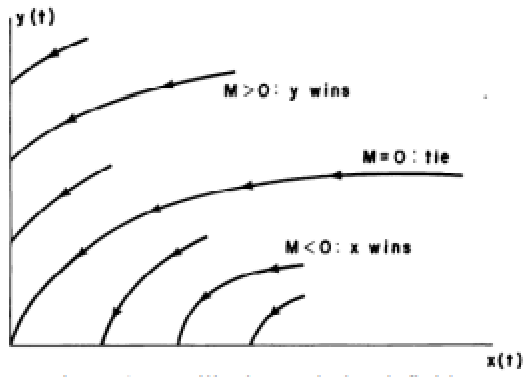

Figura 2-5. Familia de parábolas definidas por la ecuación parabólica de fuerzas mixtas.

2.2.3 Táctica de Búsqueda y Emboscada

Los juegos de búsqueda se comenzaron a investigar durante la Segunda Guerra Mundial, como hemos visto anteriormente. En ellos, un buscador intenta localizar un objeto escondido en el menor tiempo posible. Este objeto puede estar en movimiento, como un submarino, o fijo, como una mina. El ejemplo más simple es el del cazador y el pájaro, en el que si el pájaro vuela dentro del área de alcance del cazador, será cazado, y si logra evitar el área, escapará.

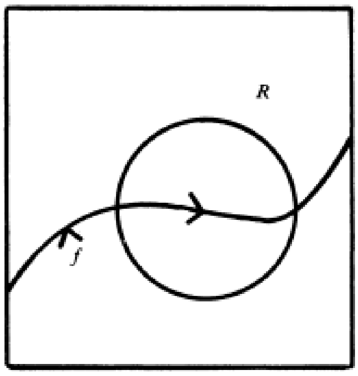

Figura 2-6. Juego del cazador y el pájaro: el pájaro es cazado.

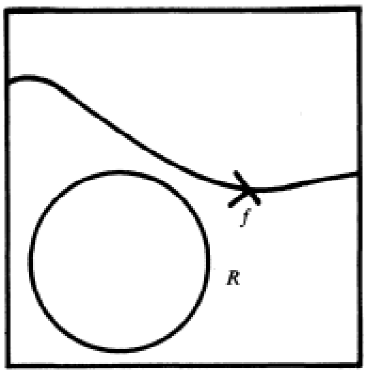

Figura 2-7. Juego del cazador y el pájaro: el pájaro escapa.

En relación con los juegos de búsqueda están tambien los juegos de emboscada continuos, investigados por Ruckle (1979). En estos juegos, se representan las posiciones de los jugadores con formas geométricas y el emboscador permanece estático, lo cual facilita la resolución del juego.

Ejemplo 2-5. Un ejemplo simple sería un evasor E que se desplaza de un lado a otro de un cuadrado de lado L con una trayectoria continua $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$ donde $x(t), y(t)$ son las coordenadas del evasor en el tiempo t. El emboscador B se posiciona quieto en un área de forma geométrica y tamaño determinado dentro del cuadrado, por ejemplo un rectángulo $a \times b$. La recompensa R para el emboscador es la integral de la longitud del recorrido del evasor dentro de esta área.

$$R = \int_{\tau} 1_A(\vec{r}(\tau)) \left\| \dot{\vec{r}}(\tau) \right\| d\tau$$

donde $1_A(\vec{r}(\tau))$ vale 1 si el evasor está dentro del área del emboscador, y 0 si no lo está; $\left\| \dot{\vec{r}}(\tau) \right\|$ es la velocidad del evasor en el tiempo τ y τ es el parámetro temporal del tiempo del juego.

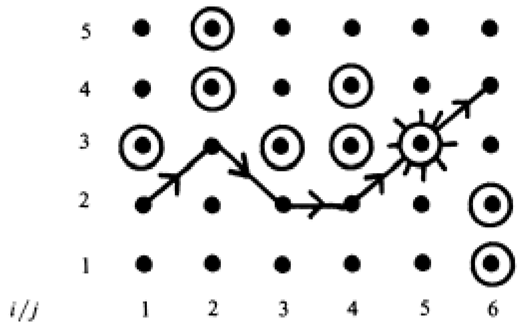

Figura 2-8. Juego de emboscada continuo en geometría rectangular.

2.2.4 Modelos de Negociación en Contextos de Guerra

La Teoría de Juegos puede utilizarse también para tratar de resolver conflictos con modelos de negociación. De este modo las partes involucradas pueden alcanzar acuerdos que minimicen los costes para cada una de ellas. En la mayoría de los casos, serán modelos de negociación no cooperativa, pues en una guerra cada parte busca maximizar su beneficio a costa de la otra.

Ejemplo 2-6. Un ejemplo simple sería adaptar el dilema del prisionero a un conflicto entre dos naciones A y B. Lo ideal para cada una sería atacar, pero no ser atacada, de forma que obtendría la máxima ganancia a costa de la otra nación. Sin embargo, si ambas atacan y se desencadena una guerra, ambas naciones tendrían una ganancia menor que si no se atacan mutuamente.

Tabla 2-1. Dilema del prisionero adaptado a un conflicto entre dos naciones.

	A ataca	A no ataca
B ataca	(2 , 2)	(1 , 4)
B no ataca	(4 , 1)	(3 , 3)

Sin embargo, este modelo considera que el coste de la guerra y la capacidad militar son iguales para ambas naciones y no tiene en cuenta la naturaleza asimétrica de los conflictos bélicos en la vida real. Por este motivo, es más exacto considerar modelos de negociación que sí tengan en cuenta estos factores, ya que un mayor poder de negociación por parte de uno de los dos participantes afectará a las decisiones que se toman y por tanto al resultado.

3 EJEMPLO PRACTICO: CONFLICTO PALESTINO-ISRAELÍ

El poder depende del control del territorio, pues quien posee la tierra, posee el futuro.

- Napoleón Bonaparte-

El conflicto entre Palestina e Israel se trata de uno de los enfrentamientos más complejos de la historia reciente, y que se caracteriza por una combinación de tensiones territoriales, religiosas, políticas y sociales que han evolucionado durante un siglo hasta llegar a la situación actual.

Una característica fundamental del conflicto palestino-israelí es su naturaleza asimétrica. Israel tiene una capacidad militar y económica mucho más fuerte que los grupos palestinos con los que se enfrenta, pero estos recurren a estrategias adaptadas a su situación de desventaja. Un conflicto asimétrico como este es especialmente interesante de analizar desde la perspectiva de la teoría de juegos, pues ambas partes deben tomar decisiones estratégicas bajo condiciones de incertidumbre.

También se puede analizar la situación como un juego de suma cero, donde el control territorial en juego. De este modo, cualquier avance de una de las partes supone una reducción de control, y por tanto una pérdida, del otro, lo cual refuerza la idea de que no es posible un beneficio mutuo.

Además, ha habido múltiples intentos de negociación y treguas temporales, lo que nos da ejemplos de juegos de cooperación en una situación de desconfianza entre dos bandos con objetivos contradictorios.

3.1 Contexto Histórico

Para comprender la aplicación de la teoría de juegos al conflicto entre Israel y Palestina, debemos primero comprender el mismo conociendo su historia.

3.1.1 Orígenes del Conflicto

Los orígenes del conflicto palestino-israelí se remontan a finales del siglo XIX y principios del XX. Desde finales del siglo XIX, ganaba fuerza el movimiento sionista, que defendía que los judíos no se trataban únicamente de un grupo étnico-religioso sino de una nación, y como tal tenían derecho a crear su propio Estado en el que consideraban su territorio histórico, Palestina. Paralelamente, huyendo del antisemitismo europeo se fueron produciendo sucesivas oleadas migratorias, llamadas Aliyá, a este territorio.

Tabla 3-1. Evolución de la población judía en el territorio Palestino.

Año	Población judía	Población no judía	% judío en la población
1800	6700	268000	2.4%
1880	24000	525000	4.4%
1915	87500	590000	12.9%
1931	174000	837000	17.2%
1947	630000	1310000	32.5%

Ya en el siglo XX, durante la Primera Guerra Mundial, el Imperio Británico buscaba consolidar su influencia en Oriente Medio y asegurar el apoyo de la comunidad judía internacional. De este modo, el 2 de noviembre de 1917 el gobierno británico emitió la Declaración Balfour, un comunicado oficial en el que se expresaba su apoyo a la creación de "un hogar nacional para el pueblo judío" en Palestina. Los árabes palestinos vieron esta declaración como una traición a las promesas anteriores de autodeterminación hechas por los británicos.

En 1920, la Sociedad de Naciones estableció el Mandato Británico sobre Palestina con objetivo de administrar el territorio e implementar la Declaración Balfour. Esta etapa estuvo marcada por un aumento de las tensiones entre las comunidades judía y árabe. El descontento del pueblo árabe ante las crecientes migraciones judías se vio reflejado en varios enfrentamientos violentos, como las revueltas de 1920 y 1929.Esta situación se fue intensificando durante la década de 1930, culminando en la Gran Revuelta Palestina de 1936-1939.

Las políticas nazis y el Holocausto causaron un éxodo masivo del pueblo judío. A partir de 1945, con el fin de la Segunda Guerra Mundial, muchos de los supervivientes decidieron asentarse en el territorio palestino. El Mandato Británico se volvió insostenible y en 1947, Gran Bretaña decidió retirar su administración y pasar el control a las Organización de Naciones Unidas, que propuso un Plan de Partición para dividir Palestina en un estado judío y otro árabe, manteniendo Jerusalén como una ciudad internacional. Este fue aceptado por los lideres sionistas, pero rechazado por los árabes palestinos y de países vecinos.

Figura 3-1. División del territorio según el Plan de Partición de la ONU.

3.1.2 Creación del Estado de Israel y Guerra de Independencia

La aprobación del Plan de Partición de la ONU supuso un aumento de las tensiones entre las comunidades judía y palestina. El 14 de mayo de 1948, David Ben-Guirion, líder de la Agencia Judía, proclamó la independencia del Estado de Israel, aludiendo a su pertenencia histórica a la región y a la necesidad de un lugar seguro para los judíos tras el holocausto. Esta declaración fue recibida con entusiasmo por la comunidad judía internacional, pero con rechazo por el mundo árabe, que anunció su apoyo a los árabes palestinos.

La guerra de 1948, conocida en Israel como “Guerra de Independencia” y como la “Nakba” (catástrofe) en el mundo árabe, estalló cuando los países árabes Egipto, Jordania, Siria, Líbano e Irak intervinieron militarmente en el nuevo estado. Aunque inicialmente eran superadas en número, las fuerzas israelíes lograron resistir el ataque utilizando estrategias efectivas y aprovechando el apoyo de países occidentales. La guerra concluyó en 1949 con el establecimiento de las fronteras del nuevo Estado de Israel, que consiguió expandir su territorio más allá de lo propuesto inicialmente en el Plan de Partición de la ONU. Esto resultó también un éxodo masivo de árabes palestinos, con miles de ellos convirtiéndose en refugiados. Estos eventos marcaron un punto de inflexión en la historia de la región, sentando las bases para los conflictos futuros.

3.1.3 Guerras Árabes-Israelíes

Tras la guerra de 1948 el clima entre árabes y judíos se mantuvo tenso, dando lugar a varios conflictos armados. En 1956, Egipto nacionalizó el Canal de Suez, una ruta crucial para el comercio y el petróleo, provocando una respuesta militar por parte de Israel, Francia y Reino Unido. La Crisis de Suez acabó en una victoria táctica para Israel, que ocupó la Península de Sinaí, aunque se acabó retirando bajo presión internacional.

En mayo de 1967, Egipto movilizó tropas en la frontera con Israel, y en respuesta, Israel lanzó un ataque el 5 de junio de 1967. El conflicto, llamado la Guerra de los Seis Días debido a su duración, finalizó con una victoria decisiva para Israel, que capturó el territorio de la Franja de Gaza, la Península del Sinaí, Jerusalén Este y los Altos del Golán. Esto significó un nuevo cambio en el mapa de la región y un aumento de palestinos refugiados, y con ello de las tensiones.

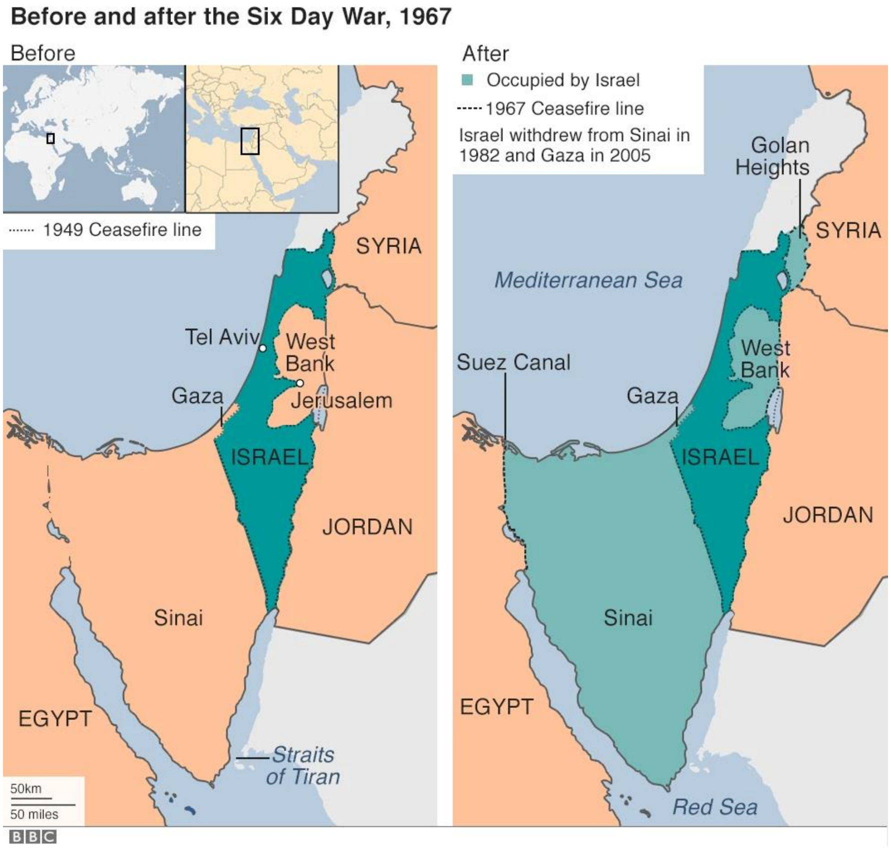

Figura 3-2. Mapa de Israel antes y después de la Guerra de los Seis Días.

El 6 de octubre de 1973, Egipto y Siria coordinaron un ataque sorpresa durante la festividad judía de Yom Kipur, atacando desde el Canal de Suez y los Altos del Golán. Israel contraatacó y la llamada Guerra de Octubre acabó en un alto al fuego, aunque dejando ver que Israel podía ser vulnerable lo cual la llevó a reevaluar sus estrategias. Más adelante, se iniciarían esfuerzos de paz entre Egipto e Israel como los Acuerdos de Camp David en 1978.

3.1.4 Nacimiento del Movimiento Nacional Palestino

Paralelamente, a raíz del descontento del pueblo palestino tras los eventos de 1948, en las décadas de los 50 y 60 empezaron a surgir organizaciones civiles para defender sus intereses. El Movimiento Nacional Palestino comenzó a tomar forma a través de organizaciones como la Organización para la Liberación de Palestina (OLP) fundada en 1964, que se convertiría en la principal representación política de los palestinos. En 1974, esta organización fue reconocida por la Liga Árabe como “el único representante legítimo del pueblo palestino” y obtuvo además el estatus de observador en la ONU.

Así mismo, nacieron grupos de guerrilla que buscaban la liberación palestina a través de resistencia armada. El grupo Fatah fundado en 1959 por Yasser Arafat fue uno de los primeros movimientos y llegó a dominar la OLP en la década de los 70. En 1970 surgió una facción más radical llamada “Septiembre Negro” que fue responsable de atentados como el secuestro y asesinato de deportistas israelíes en los Juegos Olímpicos de Múnich de 1972. Tuvo también gran influencia el Frente Popular para la Liberación de Palestina, fundado en 1967 y caracterizado por un enfoque marxista y una postura militar radical.

En 1987, en el contexto de la Primera Intifada, un levantamiento popular contra la presencia israelí en los territorios palestinos, se creó Hamas como una extensión de la Hermandad Musulmana. A diferencia de los grupos mencionados anteriormente, se caracteriza por un enfoque religioso, promoviendo la idea de un Estado palestino basado en la ley islámica, y por tanto lejos del enfoque laico de la OLP.

Tabla 3–2. Creación de los principales movimientos nacionales palestinos

Año	Grupo
1948	Al-Nakba
1959	Fatah
1964	OLP
1967	FPLP
1970	Septiembre Negro
1987	Hamas

3.1.5 Acuerdos de Oslo y Procesos de Paz

Tras décadas de conflicto, en la década de 1990 se iniciaron conversaciones secretas en Oslo, Noruega, que llevaron a los Acuerdos de Oslo en 1993, firmados por Yasser Arafat, que en ese momento lideraba la OLP, e Isaac Rabin, primer ministro de Israel. En estos acuerdos, la OLP reconocía el derecho del Estado de Israel a existir, mientras que Israel reconocía a la OLP como representante del pueblo palestino. Además, se planeaba una concesión de cierta autonomía palestina en áreas de Cisjordania y Gaza a través de la creación de la Autoridad Nacional Palestina (ANP).

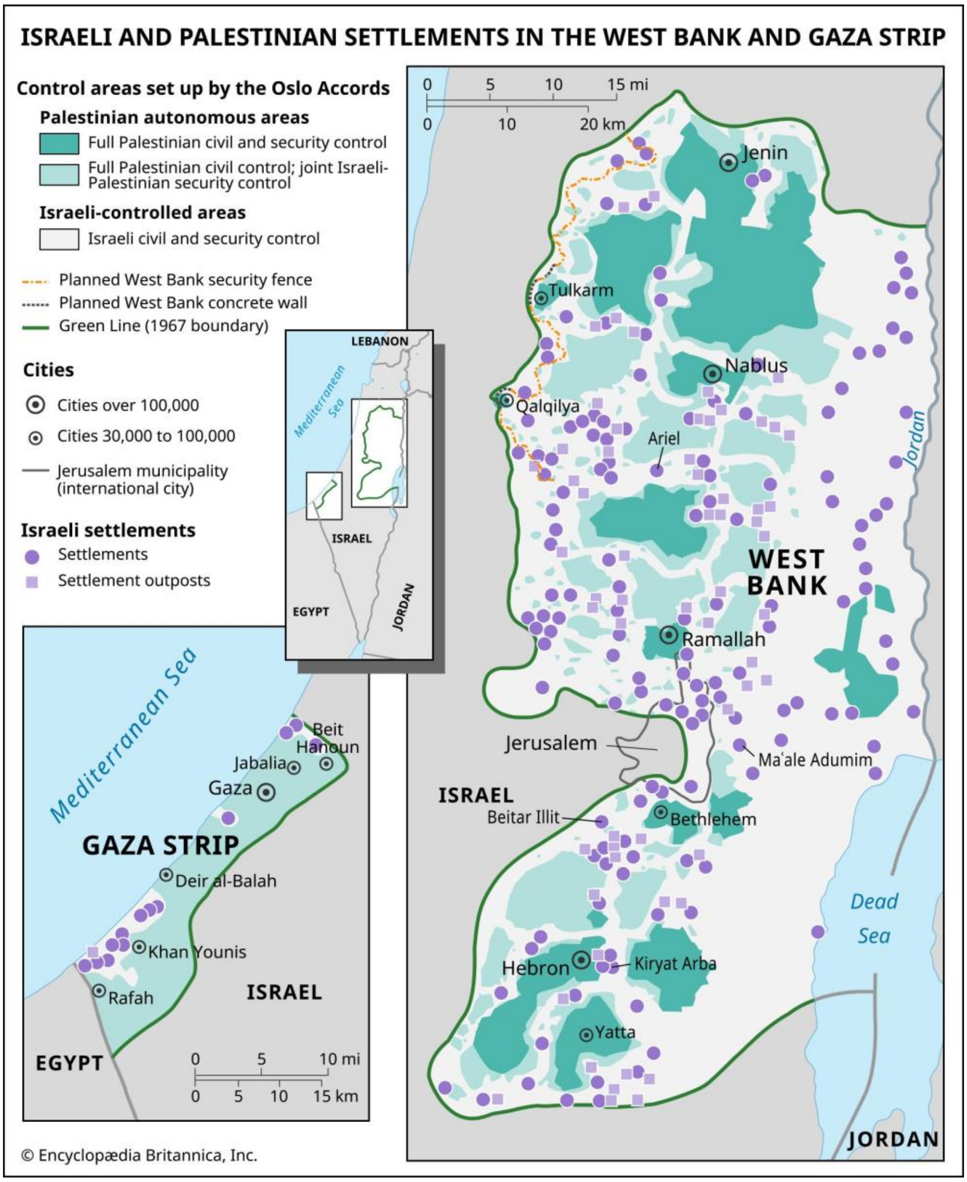

Figura 3-3. División del territorio tras los Acuerdos de Oslo.

En los años siguientes, se firmaron acuerdos adicionales para complementar los Acuerdos de Oslo, pero el proceso sufrió obstáculos como la falta de consenso en temas críticos, el crecimiento de la ocupación israelí y los ataques extremistas de ambos lados, entre ellos el asesinato de Isaac Rabin en 1995, que significó un retroceso en las negociaciones de paz al ser él uno de sus mayores defensores. Todo esto hizo que no se lograra alcanzar una paz duradera, y el proceso se paralizó con el estallido de la Segunda Intifada en el año 2000.

3.1.6 Segunda Intifada y Escalada de la Violencia

En septiembre del 2000, tras el fracaso de la cumbre en Camp David para negociar la paz, el líder de la oposición conservadora israelí, Ariel Sharon, visitó la Explanada de las Mezquitas de Jerusalén. Muchos palestinos vieron esto como una amenaza a sus derechos sobre su lugar sagrado, lo cual llevó a protestas que rápidamente se convirtieron en violentas. La ANP perdió control interno, mientras que grupos como Hamas y la Yihad Islámica ganaban poder y lanzaban ataques contra Israel. La Segunda Intifada, o Intifada de Al-Aqsa, finalizó en 2005 y dejó miles de muertos y heridos, y un mayor clima de tensión.

Después de esto, Israel retiró sus tropas y colonos de la franja de Gaza, donde Hamas tomó el control tras un conflicto con la ANP, gobernando con un enfoque islamista radical. Por su lado, Israel siguió ejerciendo control a través de puntos de separación y expansión de asentamientos, principalmente en Cisjordania. Estas medidas, junto con el bloqueo a la franja de Gaza, afectaron la vida de los palestinos, aumentando el resentimiento.

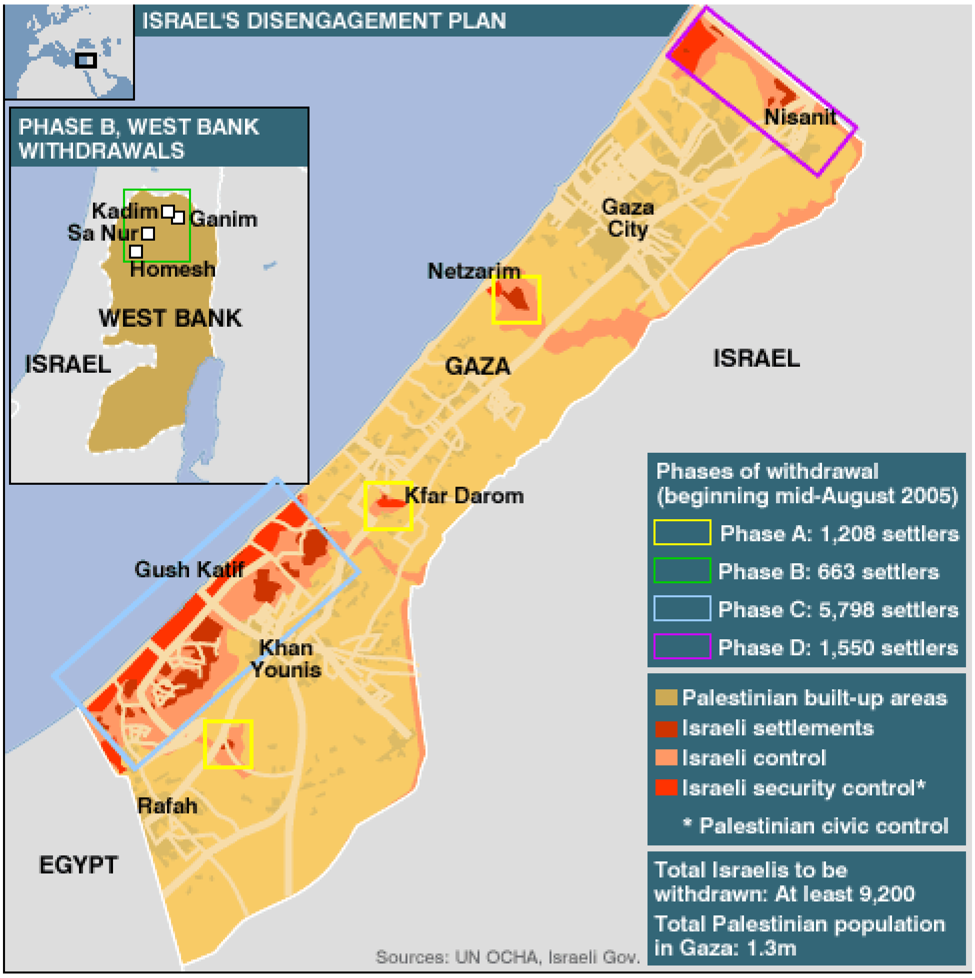

Figura 3-4. Plan de retirada israelí de la franja de Gaza en 2005.

La violencia no cesó por ninguna de las dos partes, con intercambio de ataques aéreos desde Israel y lanzamiento de cohetes desde Gaza. Los grupos radicales continuaron con ataques mientras Israel intensificaba su represión militar. Los esfuerzos internacionales por mediar para conseguir la paz fueron un fracaso.

3.1.7 Atentado del 7 de Octubre y Situación Actual

Tras décadas de tensiones, el 7 de octubre de 2023 marcó un punto de inflexión en el conflicto palestino-israelí cuando Hamas lanzó un ataque coordinado desde Gaza. Miles de cohetes impactaron en territorio israelí y grupos armados cruzaron la frontera dirigiéndose a áreas civiles. El ataque más devastador fue en un festival de música en una zona desértica cercana a Gaza, donde decenas de personas fueron asesinadas y otras secuestradas. En total, casi 1200 personas fueron asesinadas y 254 secuestradas.

En respuesta al atentado, Israel lanzó bombardeos masivos contra Gaza, afectando gravemente a áreas civiles. El Ministerio de Salud palestino da datos de más de 43000 fallecimientos a causa de los ataques israelíes desde el 7 de octubre, y 1.9 millones de personas se han visto obligadas a ser desplazadas. Además, el bloqueo de suministros básicos ha dejado a la población en una situación de precariedad extrema, agravando la crisis.

De esta forma, y a pesar de los esfuerzos de mediación de organismos internacionales, las esperanzas de una solución pacífica se han debilitado hasta ser casi nulas.

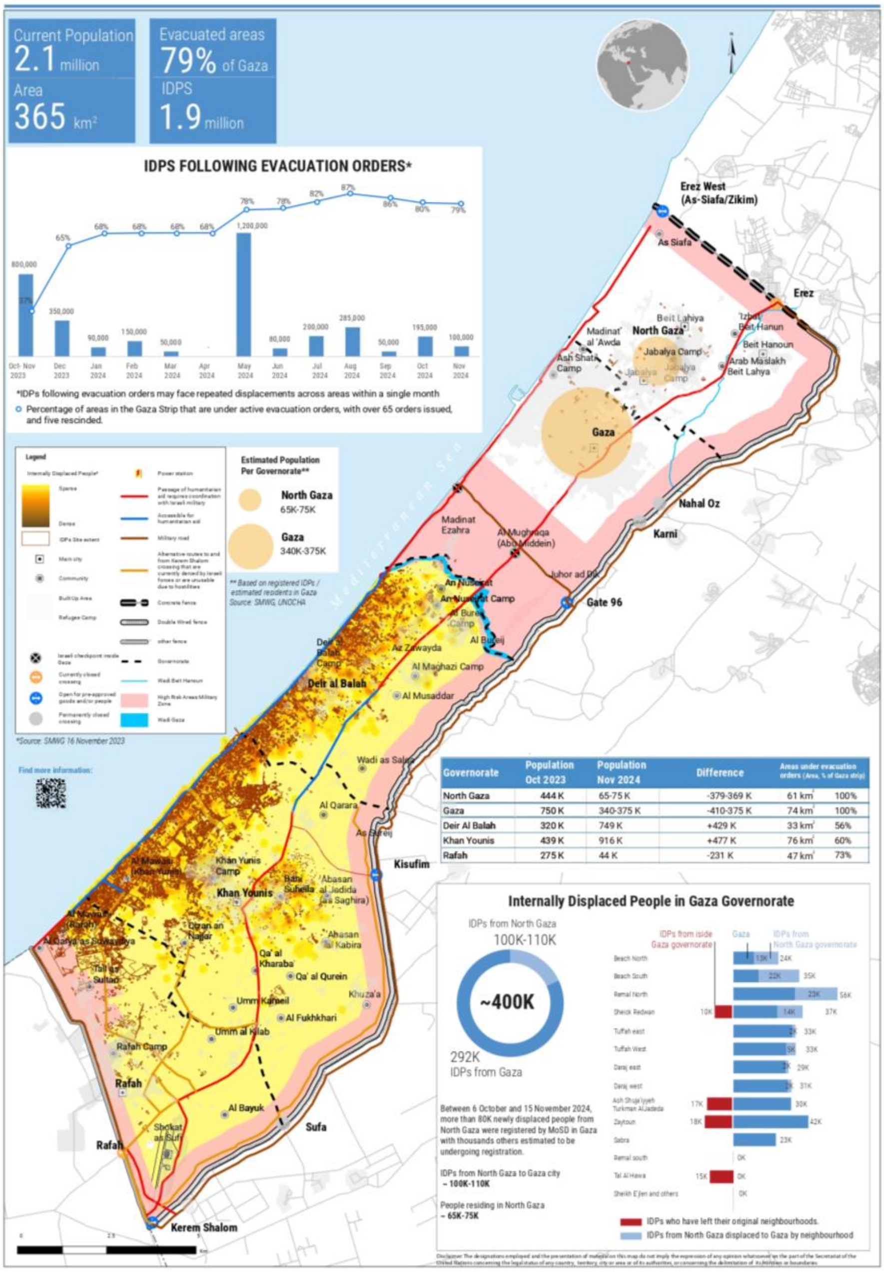

Figura 3-5. Evolución ituación en la franja de Gaza desde el 7 de octubre de 2023.

3.2 Aplicación de la Teoría de Juegos en el Conflicto Palestino-Israelí

En el contexto del conflicto palestino-israelí, a menudo se ha utilizado la expresión "Territorio por paz" para nombrar una posible resolución en la que Israel cede los territorios ocupados a cambio relaciones pacíficas y garantías de seguridad con Palestina. Sin embargo, al analizar la historia del conflicto se observa que esta resolución es muy difícil de alcanzar debido a los intereses estratégicos de ambas partes.

La política de asentamientos de Israel demuestra claramente un objetivo de control sobre los territorios ocupados, no como una simple respuesta a la violencia palestina sino como inversión a largo plazo. Las preocupaciones de seguridad de Israel van más allá de la seguridad física, buscan también mantener la dominancia de la población judía, lo cual únicamente se consigue con la soberanía sobre el territorio. Si conceden soberanía palestina, corren el riesgo de fortalecer las demandas de retorno y de concesiones de territorio.

Por otro lado, para Palestina la solución de "Territorio por paz" tampoco es viable ya que significa renunciar a la soberanía total sobre su territorio y el derecho al retorno de los refugiados. Además, no garantiza la independencia plena.

Dados estos intereses opuestos, la relación entre Israel y Palestina se puede ver desde el punto de vista de la teoría de juegos como un escenario de negociación no cooperativa. Cada parte actúa de forma estratégica para maximizar sus intereses, de forma que las decisiones de uno afectan negativamente al otro y sin la posibilidad de alcanzar un acuerdo de beneficio mutuo.

3.2.1 Modelo de Negociación No Cooperativa

Israel y Palestina tienen intereses opuestos sobre un objeto especifico: el territorio. Cada parte busca maximizar sus ganancias a expensas de la otra. En un proceso de negociación, una de las dos partes ofrece una división del territorio, y la otra parte acepta o rechaza la propuesta, lo cual se repite durante periodos potencialmente infinitos. Además, existe una opción externa que da la posibilidad de acabar el juego e imponer una división de otra forma: una guerra. La parte que tenga una mejor opción externa, es decir, la que sea más capaz de ganar la guerra, tendrá un poder de negociación más fuerte, ya que la amenaza de la escalada violenta influye el proceso de negociación. Esto hace que la negociación sea asimétrica.

Además, los territorios no sólo son la recompensa del proceso de negociación actual, sino que también aumentarán el poder de negociación a futuro. Tener el control sobre más territorios significa tener más bases militares, una población local que de apoyo, y una red de inteligencia más amplia. De hecho, se ha argumentado que la ubicación de asentamientos en lo alto de colinas cumple una función de seguridad e inteligencia para Israel. De este modo

$$c_{1,t+1} = c_1(x_t) \text{ donde } c_1 < 0$$

$$c_{2,t+1} = c_2(x_t) \text{ donde } c_2' > 0$$

es decir, para cada participante, el coste de ir a la guerra disminuye al aumentar su control sobre el territorio y aumenta al aumentar el control sobre el territorio de su adversario.

Para reflejar la naturaleza asimétrica del conflicto, se ilustra el modelo de negociación con un "lo tomas o lo dejas", es decir, la parte con más poder de negociación (Israel) hace una propuesta cada cierto tiempo, y la otra parte (Palestina) puede aceptar o recurrir a la opción externa: la guerra. Que Palestina acepte una propuesta de Israel no significa que estén satisfechos con ella, es decir, no supone un beneficio, sino significa que no están dispuestos a pagar el precio de la guerra.

Asumimos que la cantidad de territorio es 1, donde la parte de Israel es x y la parte de Palestina es $1-x$, y la utilidad o beneficio de cada jugador N en el instante t se expresa como u_{Nt}. Las utilidades se reducen con un valor de descuento δ cada periodo, es decir el valor de los beneficios futuros se reduce con el tiempo de forma que

$$u_{Nt}' = \delta \cdot u_{Nt}$$

Al comienzo del proceso de negociación, el Estado 1 (Israel) tiene

$$u_{10} = x_0$$

y el Estado 2 (Palestina) tiene

$$u_{20} = 1 - x_0$$

E1 hace una propuesta x_1 a E2 en el instante t_1. Si E2 la acepta, el periodo t_1 acaba con las utilidades correspondientes

$$(x_1, 1 - x_1)$$

E1 hace una nueva propuesta x_2 en el instante t_2. Si E2 acepta de nuevo, las utilidades se ven reducidas con el descuento δ, de modo que tenemos

$$[\delta x_2, \delta(1 - x_2)]$$

E1 vuelve a hacer una nueva propuesta x_3 en el instante t_3, y las nuevas utilidades si E2 vuelve a aceptar se ven reducidas con δ^2, de modo que tenemos

$$[\delta^2 x_3, \delta^2(1 - x_3)]$$

De este modo, si E1 sigue haciendo propuestas que E2 sigue aceptando, el resultado de la propuesta x_n en el instante t_n será

$$[\delta^{n-1} x_n, \delta^{n-1}(1 - x_n)].$$

Por otro lado, si E2 rechaza la propuesta de E1, se finaliza el juego con una guerra total. Si esto ocurre, E1 tiene probabilidad p de llevarse todo el territorio, y $1 - p$ de no llevarse nada (es decir, que se lo lleve E2), de modo que

$$p(1) + (1 - p)(0) = p$$

Esta opción se repite en cada periodo, de modo que en t_2 la probabilidad para E1 de hacerse con todo el territorio será δp, en t_3 serán $\delta^2 p$, y en t_n serán $\delta^{n-1} p$. Si sumamos estas probabilidades hasta el infinito obtenemos

$$\frac{p}{1 - \delta}$$

a lo que habría que restarle el coste de la guerra para E1, c_1.

Por su lado para E2, las probabilidades son de la forma $1 - p$, de modo que al sumarlas hasta el infinito se obtiene

$$\frac{1 - p}{1 - \delta}$$

a lo que habría que restarle el correspondiente coste de la guerra, c_2.

De este modo, las utilidades totales esperadas de la guerra en el instante t_1 son

$$[\frac{p(x_0)}{1-\delta} - c_1(x_0)\,, \frac{1-p(x_0)}{1-\delta} - c_2(x_0)]$$

y se irán reduciendo en cada período con el factor δ de modo que en t_n tendremos

$$\{\, \delta^{n-1}\left[\frac{p(x_{n-1})}{1-\delta} - c_1(x_{n-1})\right],\ \delta^{n-1}[\frac{1-p(x_{n-1})}{1-\delta} - c_2(x_{n-1})]\}$$

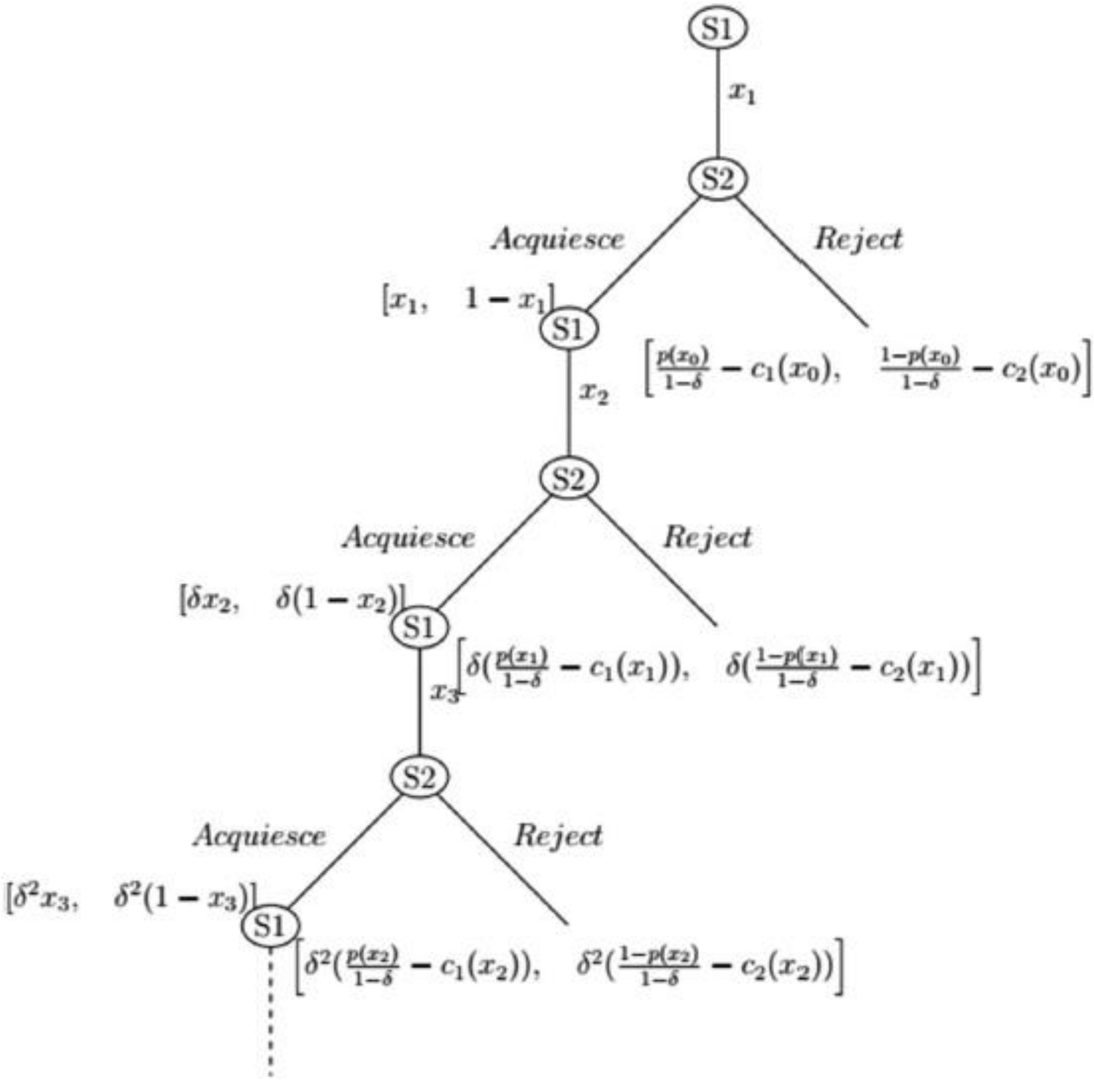

Figura 3-6. Arbol de negociación del modelo.

Si E1 acepta las condiciones de E2 en cada período, su utilidad esperada será:

$$EU(S2) = (1 - x_1) + \delta(1 - x_2) + \cdots + \delta^{n-2}(1 - x_{n-1}) + \delta^{n-1}(1 - x_n) + \delta^n(1 - x_{n+1}) + \cdots$$
$$= \sum_{i=1}^{\infty} \delta^{i-1}(1 - x_i)$$

Pero si E1 acepta las condiciones hasta t_{n-1} y en t_n decide luchar, su utilidad esperada será:

$$EU(S2) = (1 - x_1) + \delta(1 - x_2) + \cdots + \delta^{n-2}(1 - x_{n-1}) + \delta^{n-1}\left[\frac{1 - p(x_{n-1})}{1 - \delta} - c_2(x_{n-1})\right]$$

Por tanto, E2 sólo aceptará las condiciones de E1 en t_n si la utilidad que espera obtener de la guerra es la misma que la que espera obtener si sigue aceptando las condiciones de E1 en adelante, es decir:

$$\delta^{n-1}(1 - x_n) + \delta^n(1 - x_{n+1}) + \delta^{n+1}(1 - x_{n+2}) + \cdots = \delta^{n-1}\left[\frac{1 - p(x_{n-1})}{1 - \delta} - c_2(x_{n-1})\right]$$

Dividiendo por δ^{n-1} tenemos:

$$(1 - x_n) + \delta(1 - x_{n+1}) + \delta^2(1 - x_{n+2}) + \cdots = \left[\frac{1 - p(x_{n-1})}{1 - \delta} - c_2(x_{n-1})\right]$$

Simplificando:

$$(1-x_n)+\delta\sum_{i=n+1}^{\infty}\delta^{i-(n+1)}(1-x_i)=\left[\frac{1-p(x_{n-1})}{1-\delta}-c_2(x_{n-1})\right]$$

Esto debe cumplir que todo lo que hay dentro del operador suma, es decir, todas las utilidades de seguir aceptando las condiciones a partir de t_{n+1}, son equivalentes a las utilidades esperadas de una guerra en t_{n+1}, ya que si no E2 optaría por luchar. Es decir:

$$\sum_{i=n+1}^{\infty}\delta^{i-(n+1)}(1-x_i)=\left[\frac{1-p(x_n)}{1-\delta}-c_2(x_n)\right]$$

Al sustituir en la fórmula anterior obtenemos la condición de paz:

$$(1-x_n)+\left[\frac{1-p(x_n)}{1-\delta}-c_2(x_n)\right]=\left[\frac{1-p(x_{n-1})}{1-\delta}-c_2(x_{n-1})\right]$$

En cada periodo *i,* E1 ofrecerá la propuesta $(x_i,1-x_i)$ que más le beneficie, pero cumpliendo siempre la condición de paz de modo que E2 no prefiera ir a la guerra.

Para resolver, definimos como varían linealmente algunos parámetros relacionados con el poder de negociación de cada participante.

En primer lugar, la probabilidad de que E1 gane la guerra aumenta con su porción de territorio, x:

$$p(x_n)=\beta x_n+\frac{1}{2}(1-\beta)$$

donde $\beta>0$ representa el grado en que x aumenta las posibilidades de E1 de ganar la guerra y por tanto su poder de negociación.

En segundo lugar, el coste de la guerra para E2 también aumenta con la porción de territorio de E1, x:

$$c_2(x_n)=\phi x_n+c_2$$

donde $\phi>0$ representa el grado en el que x aumenta el coste de la guerra para E2 y por tanto disminuye su poder de negociación.

Sustituyendo en la ecuación de condición de paz y reordenando, obtenemos una expresión que define x_n en función de x_{n-1}:

$$x_n=\frac{\beta+(1-\delta)\phi}{\delta\beta+(1-\delta)(1+\delta\phi)}x_{n-1}+\frac{(1-\delta)^2c_2+\frac{1}{2}(1-\beta)(1-\delta)}{\delta\beta+(1-\delta)(1+\delta\phi)}$$

Se llegaría a un equilibrio cuando

$$x_n=x_{n-1}=x^*$$

es decir, cuando se alcanzara una solución de dos Estados con una división del territorio concreta. Una cuestión importante es si el equilibrio es estable, es decir, si tanto Israel como Palestina estarían satisfechos con la solución alcanzada y por tanto no tendrían incentivos para cambiar su estrategia con el objetivo de obtener un nuevo resultado.

Esta ecuación es estable en el sentido de que las propuestas convergen al equilibrio $(x^*,1-x^*)$, si el coeficiente sobre el reparto inmediatamente anterior x_{n-1},

$$\frac{\beta+(1-\delta)\phi}{\delta\beta+(1-\delta)(1+\delta\phi)}<1$$

Por tanto, una propuesta de división de territorios será estable si

$$\beta+(1-\delta)\phi<1$$

de forma que, si el equilibrio alcanzado altera significativamente el poder de negociación de uno de los dos Estados, este equilibrio será inestable y se acabará rompiendo.

Si el equilibrio no fuese estable, la forma en la que variará el reparto de territorio dependerá de las condiciones iniciales $(x_0, 1 - x_0)$, de forma que si E1 empieza con una posición más favorable $x_0 > x^*$ y por tanto mayor poder de negociación, obtendrá mayor territorio en cada iteración de forma que

$$x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n$$

hasta alcanzar

$$x_n \to 1 \text{ cuando } n \to \infty$$

es decir, que finalmente E1 obtendrá el control total del territorio.

De la condición de estabilidad podemos deducir los límites de estabilidad para β y ϕ:

$$\forall \phi\ ;\ \beta \geq 1 \Rightarrow \beta + (1 - \delta)\phi \geq 1 \text{ y por tanto el equilibrio es inestable}$$

$$\forall \beta\ ; \phi \geq \frac{1}{(1-\delta)} \Rightarrow \beta + (1 - \delta)\phi \geq 1 \text{ y por tanto el equilibrio es inestable}$$

Por tanto, serán estables todos los escenarios que garanticen

$$\beta < 1\ \cap\ \phi < \frac{1}{(1 - \delta)}$$

Es decir, si tenemos una gráfica en la que el eje x representa ϕ y el eje y representa β, serán estables los puntos que queden por debajo de la recta que une los puntos

$$(\phi = \frac{1}{(1-\delta)}\ , \beta = 0)$$

$$(\phi = 0\ , \beta = 1\ )$$

Si se cumple esta condición, el reparto de territorio tenderá a alcanzar un equilibrio estable $(x^*, 1 - x^*)$. Por el contrario, si un punto N quedase por encima de la recta, el equilibrio sería inestable y uno de los dos Estados acabaría haciéndose con el control total del territorio o el conflicto acabaría en una guerra. Por tanto, lo que determina si un equilibrio es estable o inestable es el grado en el que el territorio controlado afecta al poder de negociación futuro.

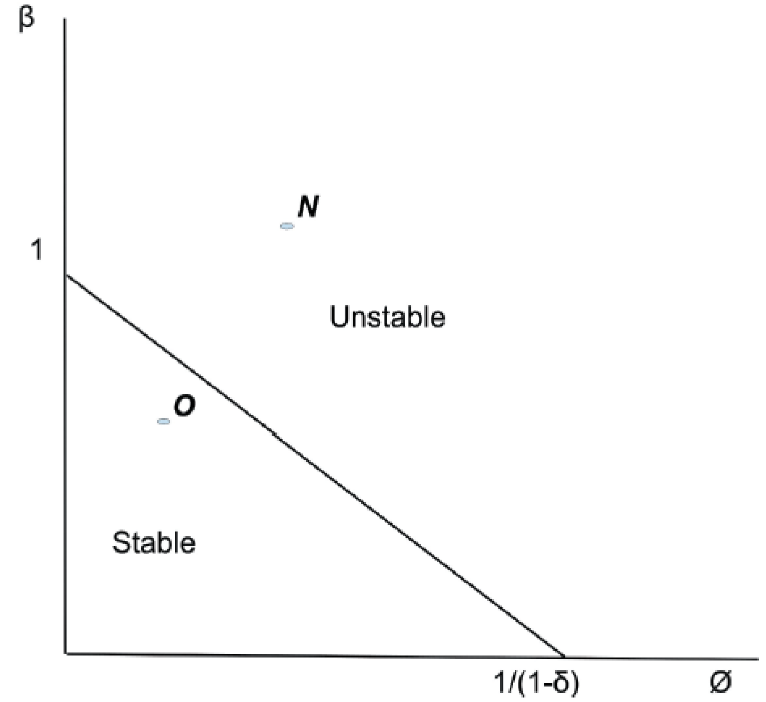

Figura 3-7. Representación de los límites de estabilidad del equilibrio en el modelo.

3.2.2 Análisis del Modelo

Este modelo nos muestra la importancia del territorio en el conflicto palestino-israelí no sólo como la recompensa final que ambos Estados buscan obtener, sino como un activo que aumenta el poder de negociación, y por tanto la capacidad de conseguir una división cada vez más favorable. Es importante tener en cuenta que estamos considerando todo el territorio como una unidad, por lo que sucesos como la retirada de asentamientos israelíes de la franja de Gaza durante la Segunda Intifada no serían significativos ya que a la vez aumentaban los asentamientos en otras áreas como Cisjordania, y por tanto el total de territorio controlado por Israel x no variaba de forma relevante.

Se puede argumentar que el modelo tiene ciertas limitaciones, principalmente en considerar tan sólo dos jugadores, lo cual reduce la situación política heterogénea de ambos Estados. Sin embargo, esta simplificación permite enfocar el análisis en los intereses estratégicos fundamentales y las dinámicas de poder entre Israel y Palestina.

Si bien no son mencionados explícitamente, los numerosos episodios violentos en el conflicto pueden verse como intentos de aumentar el poder de negociación de cada parte, y por tanto podrían considerarse estrategias para mejorar su posición dentro del modelo.

Además, se debe tener en cuenta que cuando hablamos de propuestas de Israel a Palestina no nos referimos únicamente a aquellas en el marco de una negociación política formal, sino también a acciones sobre el terreno como pueden ser la expansión de asentamientos. Asimismo, cuando decimos que Palestina acepta los términos, nos estamos refiriendo también a la falta de respuesta violenta definitiva que lleve a la guerra total.

En conclusión, este modelo de negociación no cooperativa nos muestra la dificultad de alcanzar una solución pacífica para el conflicto palestino-israelí y nos da una perspectiva útil para entender el fracaso de los esfuerzos internacionales como los Acuerdos de Oslo o las negociaciones de Camp David, al reflejar la inestabilidad de un posible acuerdo. Si observamos los eventos más recientes en el conflicto, dentro del marco de nuestro modelo se podría considerar que se ha optado por la opción externa y los dos Estados ya no se encuentran en etapa de negociación sino de guerra.

4 CONCLUSIÓN

A lo largo de este trabajo, se ha demostrado cómo la Teoría de Juegos es una herramienta valiosa para analizar los conflictos bélicos con un enfoque estratégico, ofreciendo distintas perspectivas para comprender situaciones complejas entre varias partes involucradas.

Se han analizado distintas aplicaciones históricas y contemporáneas que permiten tanto optimizar las tácticas de guerra como tratar de evitar precisamente la misma. Por ejemplo, se han destacado estrategias tomadas durante conflictos históricos como la Guerra Fría, donde el uso de estrategias de disuasión evitó una escalada nuclear, y en conflictos actuales como el palestino-israelí.

Aunque la Teoría de Juegos no puede prevenir por sí misma las guerras, sí puede ayudar a las naciones a comprender sus decisiones de forma más racional, disminuyendo las probabilidades de una escalada violenta. En este ámbito, se ha explorado un modelo de negociación no cooperativa en un ejemplo práctico aplicado a un conflicto de gran relevancia actual, el conflicto entre Israel y Palestina. Comprendiendo el contexto histórico del conflicto como una situación en la que los intereses opuestos sobre el control del territorio complican la obtención de un beneficio mutuo, se ha planteado un modelo de negociación no cooperativa con la opción externa de la guerra. Este ejemplo demuestra cómo las dinámicas asimétricas de poder y los incentivos estratégicos influyen en las decisiones.

Por último, este trabajo demuestra que, aunque analizar las situaciones estratégicamente con ayuda de la Teoría de Juegos puede guiar a las partes involucradas a tomar mejores decisiones y evitar la violencia, existen factores políticos, sociales y emocionales que en muchos casos van más allá de las matemáticas y pueden determinar la resolución o prolongación de un conflicto. Por tanto, es fundamental al desarrollar modelos comprender en profundidad todos los factores que afectan al conflicto, prestando especial atención a la situación sociopolítica, para así poder desarrollar herramientas más completas que permitan analizar conflictos como el palestino-israelí.

.

REFERENCIAS

[1] Barry O'Neill, *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Chapter 29: Game Theory Models of Peace and War, 1994.

[2] Stefan A. Burr, James E. Falk, Alan F. Karr, Integer Prim-Read Solutions to a Class of Target Defense Problems, *Operations Reasearch Vol. 33*, p.726-745, 1985.

[3] Gerardo Minguela Castro, Carlos Cerrada, José A. Cerrada, *Estudio del modelo de combate de Lanchester como soporte para la construcción de un Decisor Estratégico Operacional Militar mediante bloques retroalimentados*, 2019.

[4] William H. Ruckle, Geometric Games of Search and Ambush, *Mathematics Magazine Vol. 52 No. 4*, pp. 195-206, 1979.

[5] Pierre Lemieux, Prisoner's Dilemma: A Simple Model of War, *Econlib*, 2024.

[6] Yosef Gorny, *Zionism and the Arabs 1882-1948: a study of Ideology,* 1987.

[7] Bruce Hoffman, The Origins of the Israeli-Palestinian Conflict., *RAND Corporation*, 2001.

[8] Avi Shlaim, The Debate about 1948, *Israel Affairs Vol.. 6*, p. 5-21, 2000.

[9] https://www.bbc.com/news/world-middle-east-54116567

[10] Gawdat Bahgat, The Arab-Israeli Conflict: A Historical Perspective, *Middle East Policy Vol. 13 No.4*, p. 88-100, 2006.

[11] Avi Shlaim, The Politics of the 1967 War, *International Affairs Vol. 70*, p. 425-439, 1994.

[12] Ben Shalom, The Yom Kippur War and its Aftermath, *Israeli Affairs Vol. 23*, p. 285-303, 2017.

[13] https://cdn.britannica.com/56/74456-050-EEBFAFF3/Interim-Agreement-West-Bank-Gaza-Strip-B-1993.jpg

[14] https://www.state.gov/anniversary-of-october-7th-attack/

[15] https://www.ochaopt.org/content/reported-impact-snapshot-gaza-strip-29-october-2024

[16] On Barak, Review of *HOLLOW LAND: ISRAEL'S ARCHITECTURE OF OCCUPATION*, by E. Weizman, *The Arab Studies Journal Vol. 18, p. 402-406, 2010.*

[17] Amal Ahmad, Land for Peace? Game Theory and the Strategic Impediments to a Resolution in Israel-Palestine, *Defence and Peace Economics Vol. 34 No. 4*, p. 385-409, 2023.

GLOSARIO

RAND: Research and Development	10
ONU: Organización de las Naciones Unidas	19
OLP: Organización para la Liberación de Palestina	20
FPLP: Frente Popular para la Liberación de Palestina	20
ANP: Autoridad Nacional Palestina	20
E1: Estado 1 (Israel)	24
E1: Estado 2 (Palestina)	25