

# Proyecto Fin de Grado

## Grado en Ingeniería de Organización Industrial

### Simulación compresible del proceso de "bubble bursting" usando CFD

Autor: Álvaro Carrera Jiménez

Tutor: José María López-Herrera Sánchez

Dpto. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de  
Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2025





Proyecto Fin de Carrera  
Grado en Ingeniería de Organización Industrial

# **Simulación compresible del proceso de "bubble bursting" usando CFD**

Autor:

Álvaro Carrera Jiménez

Tutor:

José María López-Herrera Sánchez

Catedrático de US

Dpto. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2025



Proyecto Fin de Carrera: Simulación compresible del proceso de "bubble bursting" usando CFD

Autor: Álvaro Carrera Jiménez

Tutor: José María López-Herrera Sánchez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2025

El Secretario del Tribunal

# Agradecimientos

---

Quiero dedicar estas líneas a mi familia, quien ha sido un pilar fundamental a lo largo de todos estos años de estudio. A mis padres, por su amor incondicional, por creer en mí en los momentos difíciles, y por brindarme siempre su apoyo, no solo económico, sino también emocional. Gracias por su paciencia, por estar siempre ahí, y por recordarme que no hay obstáculo imposible de superar.

A mis hermanos, abuelos, tios y primas, por acompañarme en este camino, por sus consejos, por hacerme reír cuando más lo necesitaba, y por ser una fuente de motivación constante.

Sin el aliento y cariño de todos ustedes, esto no habría sido posible. Este trabajo es tanto mío como de ustedes. ¡Gracias de todo corazón!

Este trabajo de fin de grado tiene como objetivo la simulación del fenómeno de ruptura de burbujas en la interfase fluido-gas teniendo en cuenta los fenómenos de compresibilidad del gas, conocido como "Bubble Bursting", utilizando el software de simulación Ansys. Este fenómeno es relevante en diversas áreas de la ingeniería y la ciencia, como la industria química, la ingeniería de materiales y la meteorología, donde es esencial entender los procesos de ruptura y dispersión de burbujas para mejorar la eficiencia de diversos sistemas.

Para llevar a cabo la simulación, se ha empleado el enfoque de dinámica de fluidos computacional (CFD), utilizando el método de volumen de fluidos (VOF) para modelar de manera precisa la interacción entre las fases de gas y líquido. Este método ha permitido analizar las fuerzas de tensión superficial, la viscosidad y las diferencias de presión que influyen en el proceso de ruptura de la burbuja.

Los resultados obtenidos permiten visualizar y caracterizar las diferentes etapas del fenómeno, así como evaluar la influencia de variables como el tamaño de la burbuja, las propiedades del fluido y las condiciones de presión. Estas simulaciones proporcionan información relevante para el diseño y la optimización de procesos industriales que involucran la ruptura y dispersión de burbujas.

Este estudio contribuye al entendimiento del fenómeno "Bubble Bursting" y su impacto en aplicaciones prácticas, ofreciendo una herramienta útil para la mejora de procesos en distintos ámbitos industriales.

# Abstract

---

This final project aims to simulate the phenomenon of bubble rupture at the fluid-gas interface taking into account the gas compressibility phenomenon, known as "Bubble Bursting", using the Ansys simulation software. This phenomenon is relevant in various areas of engineering and science, such as the chemical industry, materials engineering and meteorology, where it is essential to understand the processes of bubble rupture and dispersion to improve the efficiency of various systems.

To carry out the simulation, the computational fluid dynamics (CFD) approach has been employed, using the volume of fluid (VOF) method to accurately model the interaction between the gas and liquid phases. This method has allowed us to analyze the surface tension forces, viscosity and pressure differences that influence the bubble rupture process.

The results obtained allow us to visualize and characterize the different stages of the phenomenon, as well as evaluate the influence of variables such as bubble size, fluid properties and pressure conditions. These simulations provide relevant information for the design and optimization of industrial processes that involve bubble breaking and dispersion.

This study contributes to the understanding of the "Bubble Bursting" phenomenon and its impact on practical applications, offering a useful tool for process improvement in different industrial settings.

<b>Agradecimientos</b>	<b>6</b>
<b>Resumen</b>	<b>7</b>
<b>Abstract</b>	<b>8</b>
<b>Índice</b>	<b>9</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>10</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>11</b>
<b>Notación</b>	<b>12</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>11</b>
1.1 <i>Conceptos básicos</i>	14
1.2 <i>Interacción entre burbujas e interfases libres</i>	16
1.3 <i>Estabilidad de burbujas</i>	18
1.3.1 <i>Estabilidad de burbujas completamente sumergidas en líquido</i>	19
1.3.2 <i>Estabilidad de burbujas en contacto con entrefase</i>	20
<b>2 Bubble bursting</b>	<b>24</b>
2.1 <i>Antecedentes</i>	24
2.2 <i>Técnicas experimentales para el estudio de la rotura de burbujas</i>	26
2.3 <i>Métodos numéricos y computacionales</i>	27
2.4 <i>Desafíos y limitaciones en la medición de la rotura de burbujas e interfases libres</i>	28
<b>3 Fenómenos de compresibilidad en bubble bursting</b>	<b>31</b>
3.1 <i>Fenómenos de compresibilidad en Bubble Bursting</i>	31
3.2 <i>Simulación de Bubble Bursting en Ansys</i>	31
3.3 <i>Resultados</i>	33
3.4 <i>Comparación de resultado: ANSYS vs Basilisk</i>	37
3.5 <i>Conclusiones</i>	40
<b>4 referencias</b>	<b>42</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

No se encuentran elementos de tabla de ilustraciones.

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Formación de burbujas en el océano.	11
Figura 2. Función de generación de rocío marino. (Fuente: Richter & Veron (2016)).	12
Figura 3. La evolución de la temperatura de una gota (azul) y su radio (rojo). (Fuente: Richter & Veron (2016)).	12
Figura 4. Generación de aerosoles. Se puede observar en la imagen la formación de las burbujas y su posterior estallido. (Fuente: Gañán-Calvo, A. M. (2023)).	16
Figura 5. Evolución de la película cerca del agujero. Se muestran tres simulaciones diferentes con diferentes tamaños de radio del agujero. (Fuente: Vaziri, H. G. (2023)).	22
Figura 6. Evolución de la presión para tres tamaños de agujero diferente. (Fuente: Vaziri, H. G. (2023)).	22
Figura 7. Evolución de la velocidad del gas durante el fenómeno de Bubble Bursting. (a) Evolución respecto a la velocidad. (b) Evolución respecto a la presión. (Fuente: Vaziri, H. G. (2023)).	23
Figura 8. Proceso de formación de chorro	24
Figura 9. Proceso de generación de aerosoles marinos. Imagen generada con IA.	25
Figura 10. Distribución del tamaño de gotas generadas por el estallido de burbujas. Grafico generado en excel a partir del artículo de Lhuissier, H., & Villermaux, E. (2012).	25
Figura 11. Mallado de la burbuja.	32
Figura 12. Captura de la distribución densidad de la fase gaseosa en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 1.	34
Figura 13. Captura de la distribución densidad de la fase gaseosa en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 2.	34
Figura 14. Captura de la distribución Número de Mach en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 1.	35
Figura 15. Captura de la distribución Número de Mach en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 2.	35
Figura 16. Captura de la distribución de temperaturas en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 1.	36
Figura 17. Captura de la distribución de temperaturas en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 2.	36
Figura 18. Captura de la distribución de densidad a través de simulación en Basilisk. Muestra las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros.	38
Figura 19. Captura de la distribución Número de Mach obtenido a través de simulación en Basilisk. Muestra las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros.	39

# Notación

---

$\Delta$	Función incremento
$p$	Presión
$R$	Radio burbuja
$\dot{R}$	Velocidad de cambio del radio de la burbuja
$\ddot{R}$	Aceleración del radio de la burbuja
$\rho$	Densidad del líquido
$p_b$	Presión dentro de la burbuja
$p_0$	Presión del líquido en el infinito (o lejos de la burbuja)
$\sigma$	Tensión superficial del líquido
$\mu$	Viscosidad del líquido
$\gamma$	Tensión superficial del líquido
$R_1$	Radio de la curvatura en una dirección de la superficie
$R_2$	Radio de la curvatura en la dirección perpendicular
$p_1$	Presión del líquido antes de la ruptura de la burbuja
$v_1^2$	Velocidad del líquido antes de la ruptura de la burbuja
$p_2$	Presión del aire después de la ruptura
$v_2^2$	Velocidad del aire después de la ruptura

# 1 INTRODUCCIÓN

Los océanos cubren aproximadamente dos tercios de la superficie de la Tierra, y el intercambio de calor, humedad y energía entre el aire y el mar sobre esta vasta área ejerce una profunda influencia en el estado dinámico y termodinámico de la atmósfera. Estos intercambios afectan no solo a las fluctuaciones estacionales, sino también a las tendencias climáticas a largo plazo. Solo entre el 1% y el 3% de la superficie oceánica está cubierta por espuma blanca creada por las olas rompiendo. Es en estas regiones donde se localizan, eventos a pequeña escala que, acompañados de burbujas, rocío marino y turbulencia, son esenciales para impulsar los flujos de aire-mar y establecer los intercambios arriba mencionados.

A pesar de su importancia, la producción de gotas a partir de olas rompiendo es difícil de captar incluso para los modelos climáticos y meteorológicos más avanzados. Por esta razón, los investigadores deben utilizar características a gran escala, como las temperaturas del agua y del aire y los patrones de viento, para cuantificar los efectos de las gotas. En las últimas décadas, ha habido un progreso significativo en la comprensión de cómo las olas oceánicas conectan el océano con la atmósfera.

Las gotas de rocío marino se generan principalmente de tres maneras, todas asociadas con las olas rompiendo. Primero, cuando el viento es lo suficientemente fuerte, literalmente arranca gotas de agua de la superficie del océano. En el océano abierto, la velocidad umbral del viento para este fenómeno es de aproximadamente 7 m/s. Estas gotas de espuma, que son las más grandes de los tres mecanismos, se producen en la parte frontal de una ola cuando empieza a romper.

Momentos después de que una ola rompe, las burbujas de aire son atrapadas por debajo de la superficie del océano. Estas burbujas suben a la superficie y estallan, creando gotas a partir de la película líquida. Finalmente, cuando la cavidad dejada por una burbuja que estalla se colapsa, produce un chorro de líquido que lanza gotas de chorro al aire.

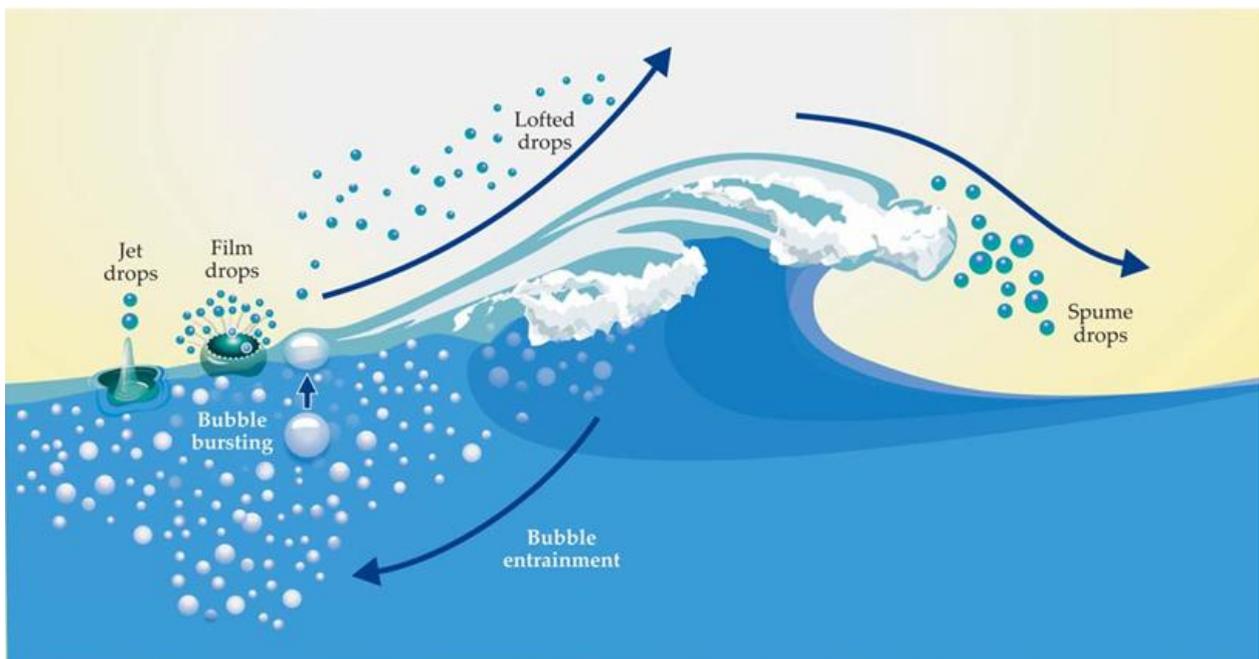


Figura 1. Formación de burbujas en el océano.

Estos tres mecanismos de generación de gotas componen toda la población de rocío marino inyectada en el flujo de aire atmosférico. La concentración de estas gotas se expresa mediante una función de distribución de tamaños, que muestra el número de gotas por volumen de aire a una altura específica y dentro de un rango de tamaños

dado. Una medida más conveniente es la función de generación de rocío marino (SSGF, por sus siglas en inglés), que indica la tasa a la que se producen gotas de un tamaño dado por unidad de área en la superficie del océano. Esta función generalmente se deriva empíricamente de datos como la velocidad del viento y las estadísticas de espuma blanca.

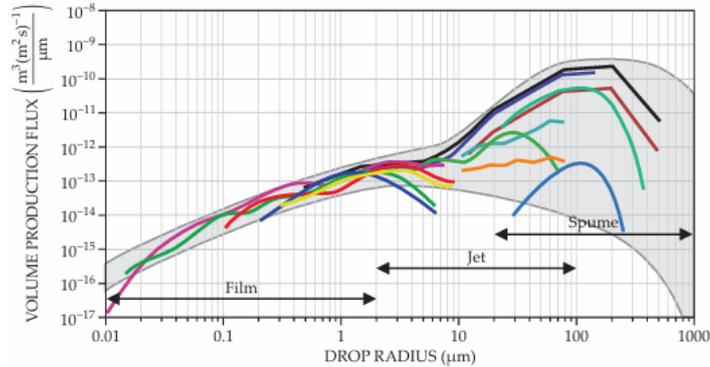


Figura 2. Función de generación de rocío marino. (Fuente: Richter & Veron (2016)).

Una vez lanzada sobre la superficie del océano, una gota interactúa dinámicamente y termodinámicamente con el aire turbulento a su alrededor. Dinámicamente, la gota está sujeta a la gravedad y las fuerzas hidrodinámicas, que determinan cuánto momento intercambia con el aire circundante a través del arrastre friccional. Las gotas pequeñas y ligeras se ajustan rápidamente a la velocidad del aire local debido a su baja inercia, mientras que las gotas grandes, con mayor masa, intercambian más momento con la atmósfera.

Termodinámicamente, las gotas intercambian calor sensible y vapor de agua con la atmósfera durante su vida útil en el aire. Una gota que se eleva desde la superficie del océano se enfría y se evapora, transfiriendo calor y humedad al aire. Este intercambio está influenciado por la salinidad de las gotas de agua de mar, que reduce la tasa de evaporación en comparación con las gotas de agua pura.

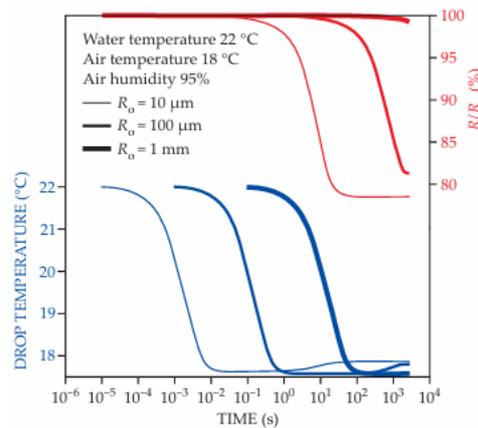


Figura 3. La evolución de la temperatura de una gota (azul) y su radio (rojo). (Fuente: Richter & Veron (2016)).

Para modelar el efecto de las gotas de rocío marino en el clima global, los científicos deben cuantificar su contribución a los flujos de aire-mar de momento, calor y vapor de agua. Estas contribuciones dependen de las propiedades de las gotas, como su tamaño y salinidad, así como de las condiciones atmosféricas y oceánicas. Los modelos climáticos suelen utilizar funciones de generación de rocío marino derivadas de experimentos y observaciones para estimar la producción de gotas a partir de variables como la velocidad del viento.

Además de los efectos directos en los flujos de aire-mar, las gotas de rocío marino también influyen directamente en el clima actuando como núcleos de condensación de nubes. Estas gotas promueven la formación de nubes y afectan a sus propiedades ópticas y de vida útil. Las nubes, a su vez, tienen un impacto significativo en el balance energético de la Tierra, ya que reflejan la radiación solar y atrapan la radiación infrarroja. Por lo tanto, cualquier cambio en la cantidad o las propiedades de las nubes debido al rocío marino puede tener importantes implicaciones para el clima global.

El fenómeno de Bubble Bursting es un proceso clave en la generación de gotas de rocío marino. Cuando una burbuja de aire atrapada en el agua alcanza la superficie y estalla, se producen gotas con origen en la película y el chorro. Estas gotas resultantes son muy importantes para el intercambio de calor y vapor de agua entre el océano y la atmósfera.

El proceso físico del “Bubble Bursting” (estallido de burbujas) implica la ruptura de la película delgada que forma la burbuja en la superficie del agua. Esta ruptura crea un anillo de gotas de película alrededor del borde de la burbuja y un chorro de gotas en el centro cuando el colapso de la cavidad impulsa el líquido hacia arriba. Estas gotas varían en tamaño y composición, dependiendo de factores como la salinidad del agua y las condiciones atmosféricas.

El fenómeno de Bubble Bursting contribuye significativamente a los flujos de momento, calor y vapor de agua entre el océano y la atmósfera. Las gotas generadas por este proceso se enfrían y humedecen el aire, transfiriendo calor sensible y latente desde el océano a la atmósfera. Estudios han mostrado que las burbujas estalladas pueden aumentar la humedad relativa y la temperatura del aire cercano a la superficie del océano, lo que puede influir en la formación y propiedades de las nubes.

Además de los efectos generales en los flujos de aire-mar y la transferencia de calor, es crucial comprender las características específicas de las gotas generadas durante el proceso de “Bubble Bursting”, ya que estas determinan su comportamiento en la atmósfera y, por ende, su impacto en el clima global. Las gotas que se forman en este fenómeno pueden dividirse en gotas de película y gotas de chorro.

Las gotas de película y las gotas de chorro son dos tipos fundamentales de gotas que se forman en distintos contextos de la dinámica de fluidos, particularmente en estudios sobre burbujas, atomización y ruptura de superficies líquidas. Ambas están ligadas al comportamiento de los líquidos en condiciones de inestabilidad y a las propiedades de tensión superficial que gobiernan su formación, evolución y ruptura. Sin embargo, a pesar de compartir ciertos principios subyacentes, presentan diferencias claras en cuanto a su geometría, origen y mecanismos de formación.

Las gotas de película se originan cuando una película delgada de líquido se retrae o se deforma antes de romperse. Este tipo de gotas son características de procesos en los que una capa líquida se interpone entre dos fases distintas, como sucede en la ruptura de burbujas en la superficie de un líquido. Cuando una burbuja explota, la fina capa que la separaba del aire se descompone, formando gotas diminutas a partir de los fragmentos de la película colapsada.

La principal característica de las gotas de película es su tamaño, que tiende a ser mucho menor en comparación con otras gotas formadas por mecanismos diferentes. Debido a la forma de ruptura de la película líquida, estas gotas suelen ser de escalas micrométricas, y su formación está fuertemente influenciada por la tensión superficial del líquido y las fuerzas inerciales que actúan sobre la película cuando esta se desgarra.

Además, las gotas de película están estrechamente relacionadas con fenómenos de evaporación rápida y dispersión en el aire, debido a su pequeño tamaño y gran relación superficie-volumen. Este comportamiento es crucial en la dispersión de aerosoles o partículas líquidas finas en la atmósfera, lo que puede tener aplicaciones en campos como la climatología y la ciencia de los aerosoles, así como en procesos industriales, como la atomización de combustibles.

Por otro lado, las gotas de chorro se forman en situaciones donde un chorro continuo de líquido se desestabiliza y se fragmenta en gotas. Este proceso es típicamente el resultado de la inestabilidad de Rayleigh-Plateau, en la cual un cilindro de líquido tiende a romperse en una serie de gotas de tamaño comparable debido a la acción de la tensión superficial, que actúa para minimizar la energía del sistema al reducir la superficie del líquido.

Una característica distintiva de las gotas de chorro es que, a diferencia de las gotas de película, su tamaño puede variar considerablemente dependiendo de la velocidad del chorro, su diámetro inicial y las propiedades del líquido involucrado. Estas gotas suelen ser más grandes y tienen una distribución de tamaño más amplia, ya que

el chorro se fragmenta en una secuencia de gotas principales y satélites más pequeñas.

La formación de gotas de chorro es clave en numerosos procesos industriales y naturales, como la inyección de combustibles en motores de combustión interna, el rompimiento de olas en el océano, y la atomización de líquidos en aerosoles controlados. En estos casos, el control preciso del tamaño y distribución de las gotas es crucial para optimizar procesos como la combustión o la diseminación de partículas.

A pesar de las diferencias de origen y características geométricas, tanto las gotas de película como las gotas de chorro comparten algunos principios fundamentales. Ambas están gobernadas por las propiedades de la tensión superficial, la cual actúa como el principal mecanismo que induce la fragmentación del líquido en gotas. La tendencia de la tensión superficial a minimizar el área superficial libre es clave para la formación de ambas, ya sea en el contexto de la ruptura de una película líquida o de la desestabilización de un chorro.

Asimismo, las fuerzas inerciales y viscosas juegan un papel importante en la dinámica del sistema. La competencia entre la inercia del líquido, que tiene a mantener el fluido cohesionado, y la tensión superficial, que favorece la ruptura y la formación de gotas, es un factor clave que determina el tamaño final de las gotas. La interacción entre estos dos factores está bien documentada en estudios como los de Eggers (1997), que describen los patrones de formación de gotas en diferentes escenarios de inestabilidad hidráulica.

Otra similitud es que ambas tienden a experimentar un proceso de coalescencia bajo ciertas condiciones, es decir, cuando las gotas individuales entran en contacto, pueden fusionarse para formar una gota más grande, lo cual es otro fenómeno controlado por la tensión superficial.

A pesar de las similitudes comentadas, las diferencias entre las gotas de película y las de chorro son notables. La primera gran diferencia radica en el mecanismo de formación. Las gotas de película surgen del colapso de una capa delgada de líquido, mientras que las gotas de chorro se generan por la fragmentación de un volumen de líquido en movimiento, como un chorro continuo o una columna líquida.

Otra diferencia significativa está relacionada con el tamaño de las gotas. Las gotas de película, debido a su origen en películas delgadas, son considerablemente más pequeñas y homogéneas en tamaño en comparación con las gotas de chorro, las cuales pueden presentar una distribución de tamaños más variadas, dependiendo de las condiciones del flujo.

Además, el contexto en el que se forman estas gotas también difiere. Las gotas de película se asocian a menudo con la ruptura de burbujas en superficies líquidas, procesos de atomización fina o la formación de aerosoles, mientras que las gotas de chorro son comunes en la atomización de líquidos a mayor escala, como en la inyección de combustibles, la irrigación o la pulverización.

Desde una perspectiva dinámica, las gotas de chorro pueden formarse a mayores velocidades debido a la naturaleza del flujo que las genera, lo que da lugar a una gama más amplia de comportamientos dinámicos, como la formación de patrones regulares o caóticos dependiendo de la estabilidad del chorro original.

## 1.1 Conceptos básicos

Las burbujas son pequeñas esferas de gas atrapadas en un líquido. Estas presentan su forma esférica que se mantiene gracias a la tensión superficial, que es la fuerza que minimiza la superficie de la burbuja siempre que los efectos de tensión superficial dominen sobre los gravitatorios. Las burbujas pueden encontrarse en diversas situaciones, como en bebidas gaseosas, procesos de fermentación y fenómenos naturales como las olas del mar.

La tensión superficial es una propiedad fundamental de las interfases libres que influyen en la forma y estabilidad de las burbujas. Es una propiedad física que se manifiesta en las interfases entre dos fases, típicamente entre un líquido y un gas, o entre dos líquidos inmiscibles.

Esta propiedad surge debido a las fuerzas de cohesión entre las moléculas del líquido, las cuales son más intensas en la superficie, ya que las situadas en esta región experimentan una atracción neta hacia el interior del líquido. Como resultado, la superficie del líquido tiende a minimizar su área, creando una especie de película que es responsable de su resistencia a ser deformada. Esta tendencia a minimizar la superficie libre es lo que permite que ciertos objetos floten sobre el agua o que pequeñas gotas adopten una forma esférica.

La tensión superficial desempeña un papel crucial en la formación y estabilidad de burbujas. Cuando se forma

una burbuja en un líquido, la capa delgada que delimita la interfase gas-líquido está sujeta a las fuerzas de tensión superficial. Estas fuerzas actúan tratando de contraer la burbuja hacia una forma esférica, ya que la esfera es la geometría que minimiza el área de superficie para un volumen dado, optimizando así la energía superficial.

Además, la tensión superficial es responsable de la presión interna adicional en las burbujas, un fenómeno conocido como Ley de Laplace, que describe cómo la presión dentro de una burbuja o gota es inversamente proporcional a su radio. De esta manera, la tensión superficial influye tanto en la forma que adoptan las burbujas como en su estabilidad, ya que determina la presión y el tamaño que pueden tener antes de romperse.

Este fenómeno también es relevante en numerosos procesos industriales y biológicos. En el caso de los pulmones humanos, por ejemplo, la tensión superficial del líquido que recubre los alveolos pulmonares es un factor clave para la mecánica respiratoria. Si bien, facilita el colapso de los alveolos al final de la exhalación, su efecto se contrarresta mediante la producción de surfactante, una sustancia que reduce la tensión superficial y previene un colapso alveolar completo.

En términos más generales, la tensión superficial es una propiedad determinante en la formación de emulsiones, espumas y otros sistemas coloidales, donde la interacción entre las diferentes fases líquidas o gaseosas puede ser controlada para diseñar materiales con propiedades específicas, en este contexto, numerosos estudios han investigado las relaciones entre la tensión superficial, el tipo de líquido y las condiciones ambientales, tales como la temperatura o la presencia de impurezas, para optimizar los procesos que involucran interfaces.

Como señaló Young en su artículo pionero sobre la capilaridad (1805), la tensión superficial es un aspecto fundamental para comprender cómo las superficies líquidas interactúan con los sólidos y con el aire, y cómo estas interacciones determinan fenómenos naturales tan cotidianos como la formación de gotas de agua sobre una superficie impermeable, hasta aplicaciones de alta tecnología como el desarrollo de microfluidos o el diseño de nanopartículas.

La presencia de burbujas en líquidos tiene implicaciones significativas en distintos campos. En la ingeniería química, por ejemplo, las burbujas son cruciales en la operación de columnas de gases y reactores biológicos. En la oceanografía, las burbujas generadas por las olas del mar afectan a la solubilidad de gases como el oxígeno y el dióxido de carbono, influyendo en el ciclo del carbono y en la vida marina. En el campo de la biotecnología, las burbujas se utilizan en sistemas de aireación para el cultivo de microorganismos.

Existen modelos que permiten conocer la distribución de tamaño de burbujas en el seno del líquido. Entre los más comunes cabe citar:

El modelo de Escala Multitamaño (Population Balance Model, PBM) de burbujas es una técnica utilizada para describir y predecir la distribución de tamaño de partículas o burbujas en un sistema, generalmente en procesos químicos o biológicos donde se involucran burbujas, gotas, o partículas sólidas. Este modelo es particularmente útil en aplicaciones como reactores de lecho fluidizado, columnas de burbujeo, reactores biológicos, y procesos de separación donde la dinámica de las burbujas es crítica para el rendimiento del sistema.

Modelo de Crecimiento y Ruptura. Este modelo describe el ciclo de vida de una burbuja, desde su formación y crecimiento hasta su eventual ruptura. La coalescencia, es decir, la unión de burbujas más pequeñas, juega un papel importante en este proceso, que consta de dos etapas:

- Crecimiento: las burbujas pequeñas se fusionan para formar burbujas más grandes.
- Ruptura: cuando una burbuja alcanza un tamaño crítico, la turbulencia del líquido o las fluctuaciones de presión pueden causar su ruptura.

Siempre es posible acudir a la mecánica de fluidos computacional (es decir a las simulaciones numéricas) para modelar el comportamiento dinámico de las burbujas en líquidos. Este enfoque permite un análisis detallado de los fenómenos de interacción entre burbuja y fluido, incluyendo las fuerzas de arrastre y la transferencia de masa entre la burbuja y el líquido. En el caso de burbujas en el seno gaseoso, las causas que pueden originar su fragmentación pueden ser causado por:

Las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre una burbuja inmersa en un flujo de gas. La rotura ocurre cuando las fuerzas de arrastre aerodinámico exceden la resistencia ofrecida por la tensión superficial de la burbuja. Este modelo es especialmente relevante en la dinámica de fluidos y en aplicaciones donde el control del tamaño de las partículas es crítico, como la pulverización de líquidos para la formación de aerosoles.

La expansión rápida del gas interno, puede ser desencadenada por un aumento repentino de temperatura o

presión. Este fenómeno es crucial en la formación de aerosoles marinos, donde las burbujas de aire atrapadas en el agua explotan al alcanzar la superficie, liberando partículas al aire.

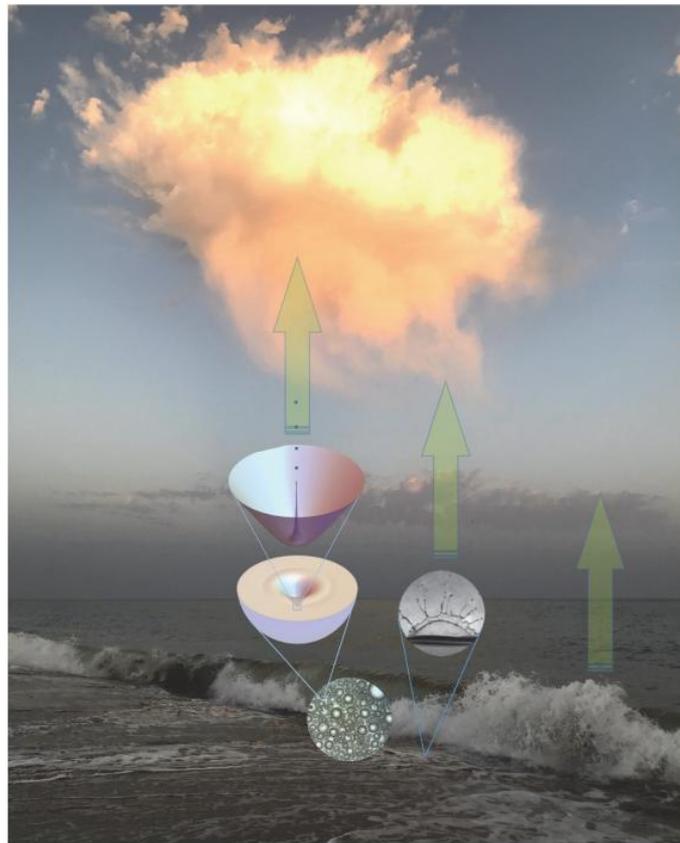


Figura 4. Generación de aerosoles. Se puede observar en la imagen la formación de las burbujas y su posterior estallido. (Fuente: Gañán-Calvo, A. M. (2023)).

La fragmentación por colisión, ya sea entre ellas mismas o con partículas presentes en el gas. Las tensiones generadas por estas colisiones pueden superar la tensión superficial de las burbujas, resultando en su ruptura. Este modelo es particularmente útil en la pulverización de líquidos para formar aerosoles, donde la dinámica de colisiones influyen en el tamaño de las gotas y la distribución del aerosol resultante.

La viscosidad del gas es un factor determinante en la estabilidad de las burbujas. Un gas con alta viscosidad amortigua las perturbaciones, mientras que uno con baja viscosidad permite la formación de ondas y tensiones que pueden llevar a la ruptura.

## 1.2 Interacción entre burbujas e interfaces libres

Una interfase libre es la superficie que separa dos fases inmiscibles, como el aire y el agua. En el contexto en el que nos encontramos, la interfase libre es la capa límite entre el gas contenido en la burbuja y el líquido circundante. Esta interfase está caracterizada por una tensión superficial, que es la fuerza que actúa para minimizar el área de la interfase.

La tensión superficial es un factor determinante en la estabilidad de las burbujas. Actúa como una fuerza de restauración que resiste la deformación de la burbuja. La magnitud de la tensión superficial depende de la naturaleza de los líquidos y gases involucrados, y de la presencia de agentes tensioactivos o surfactantes que puedan reducirla. Esta tensión produce unos efectos:

- Estabilidad de las burbujas: una alta tensión superficial tiende a estabilizar la burbuja manteniéndola

esférica y resistiendo su ruptura.

- Fragmentación: una tensión superficial baja facilita la deformación y fragmentación de la burbuja, haciendo que sea más propensa a romper.

La rotura de las burbujas en entrefases libres puede ocurrir debido a varios mecanismos, que incluyen:

- Variación de presión en la entrefase: las variaciones de presión en la entrefase, como las causadas por ondas de choque o fluctuaciones de presión en el líquido, pueden inducir la ruptura de burbujas. Un incremento repentino en la presión puede comprimir la burbuja, mientras que una disminución abrupta puede causar su expansión rápida y eventual ruptura.
- Interacciones hidrodinámicas: las corrientes y turbulencias en el líquido pueden generar tensiones de cizallamiento en la interfase libre de la burbuja, contribuyendo a su deformación y ruptura. Estas fuerzas hidrodinámicas son particularmente relevantes en sistemas con altos grados de turbulencia, como en reactores y procesos de mezcla.
- Coalescencia y fragmentación: en medios con alta densidad de burbujas, las burbujas pueden coalescer para formar burbujas más grandes. Estas burbujas más grandes tienen mayor superficie interfásica y son más susceptibles a la fragmentación debido a las inestabilidades en la interfase.
- Presencia de surfactantes: son compuestos que reducen la tensión superficial, pueden estabilizar temporalmente las burbujas, pero también pueden facilitar su ruptura al disminuir la energía necesaria para deformar la interfase. Los surfactantes pueden concentrarse en la interfase y alterar las propiedades de la tensión superficial localmente.

La dinámica de la interfase libre durante la ruptura de burbujas es un proceso altamente no lineal que involucra la interacción de fuerzas capilares, inerciales y viscosas. Este proceso se compone de las siguientes etapas:

1. Formación de inestabilidades: las perturbaciones en la interfase, como ondas capilares, pueden crecer y amplificarse, llevando a la formación de picos y valles en la superficie de la burbuja. Estas inestabilidades son precursoras de la ruptura.
2. Alargamiento y estiramiento: a medida que las inestabilidades crecen, la burbuja puede estirarse y deformarse. Las fuerzas de tensión superficial intentan restaurar la forma esférica, pero si las perturbaciones son suficientemente grandes, la burbuja se alarga y forma un cuello fino.
3. Pinch-off y ruptura: el cuello de la burbuja se adelgaza progresivamente hasta que no puede sostener la tensión superficial y se rompe, dividiendo a la burbuja en varias más pequeñas. Este fenómeno se conoce como "pinch-off".
4. Dispersión de fragmentos: los fragmentos resultantes de la ruptura pueden dispersarse rápidamente debido a la energía liberada durante la ruptura. Estos fragmentos pueden formar nuevas burbujas o integrarse en la fase líquida circundante.

La influencia de las interfases libres en la rotura de burbujas es crucial en diversas aplicaciones industriales y ambientales, como, por ejemplo:

- Procesos de flotación: en la minería y el tratamiento de aguas, la rotura de burbujas afecta a la eficiencia de la flotación, donde se utilizan burbujas para separar partículas sólidas del líquido.
- Producción de aerosoles: en la industria farmacéutica y de productos de consumo, la rotura controlada de burbujas es esencial para producir aerosoles con tamaños de partícula específicos.
- Transferencia de oxígeno: en biorreactores, la rotura de burbujas mejora la transferencia de oxígeno a cultivos celulares o microorganismos, optimizando el rendimiento del proceso biotecnológico.
- Efectos climáticos: en la oceanografía, la rotura de burbujas en la superficie del mar contribuye a la formación de aerosoles marinos, que tienen un impacto significativo en el clima y la formación de las nubes.

La interacción entre burbujas e interfases libres es un fenómeno dinámico y complejo que depende de varios factores, incluyendo la tensión superficial, la viscosidad del líquido y la forma y tamaño de las burbujas. Algunas de las interacciones más importantes incluyen:

Ascenso de burbujas hacia la superficie: Las burbujas ascienden debido a la fuerza de flotación. La velocidad de ascenso está determinada por el equilibrio entre la fuerza de flotación y la resistencia viscosa del líquido. Factores como la viscosidad del líquido y el tamaño de las burbujas influyen en esta dinámica.

Deformación de la interfase: A medida que la burbuja se acerca a la interfase libre, puede deformarla. Esta deformación puede provocar la fusión de la burbuja con la interfase y su eventual ruptura. Este fenómeno es relevante en procesos industriales donde la eficiencia de separación y mezcla de fases depende de la estabilidad de las interfaces.

La influencia de las interfaces libres en la rotura de burbujas es un aspecto fundamental que afecta a múltiples procesos y aplicaciones. La comprensión de los mecanismos y factores que influyen en este fenómeno permite optimizar y controlar diversos sistemas en ingeniería y ciencias ambientales:

Formación de aerosoles: La rotura de burbujas es el proceso mediante el cual una burbuja de gas atrapada en un líquido estalla al contacto de una superficie libre, liberando el gas al ambiente. Este fenómeno ocurre cuando la burbuja alcanza la superficie del líquido y su capa delgada se rompe debido a la tensión superficial. La rotura de burbujas puede generar salpicaduras y aerosoles, lo que tiene implicaciones importantes en diversas áreas.

En la transmisión de enfermedades, las burbujas en la saliva pueden romperse y formar aerosoles que contienen patógenos, facilitando la propagación de enfermedades infecciosas. En la atmósfera, la rotura de burbujas en los océanos contribuye a la transferencia de gases como el dióxido de carbono y el oxígeno, influyendo en el ciclo del carbono y el clima global. En la industria, procesos como la fermentación y el tratamiento de aguas residuales dependen de la dinámica de burbujas para mejorar la transferencia de oxígeno y la eficiencia del proceso.

Coalescencia de burbujas: En ciertos casos, dos o más burbujas pueden fusionarse antes de alcanzar la superficie. La coalescencia afecta al tamaño y la dinámica de las burbujas resultantes y, por ende, su interacción con la interfase libre. Este fenómeno es importante en la industria de alimentos y bebidas, donde la estabilidad de espumas y emulsiones depende de la coalescencia de burbujas.

Transferencia de masa y energía: Las burbujas pueden transportar gases disueltos y calor entre el líquido y la atmósfera. La eficiencia de esta transferencia depende de la interacción entre la burbuja y la interfase libre, afectando a procesos como la aireación en acuicultura y la desgasificación en el tratamiento de aguas residuales.

En resumen, las burbujas y su interacción con las interfaces libres son fenómenos esenciales en la comprensión de numerosos procesos físicos, químicos y biológicos, tanto en aplicaciones industriales como en fenómenos naturales. La investigación en este campo sigue siendo de gran importancia para optimizar procesos industriales y entender mejor los fenómenos naturales que afectan nuestro entorno.

### 1.3 Estabilidad de burbujas

Determinar la estabilidad de las burbujas es el primer paso para comprender y analizar la dinámica de la rotura de burbujas. Existen varios criterios que permiten establecer los umbrales de estabilidad de las gotas. Uno, primero, viene dado por el análisis del balance de fuerzas existente:

- Tensión superficial: actúa para minimizar la superficie de la burbuja, siendo una fuerza que tiende a mantener la burbuja intacta.
- Presión interna y externa de la burbuja: la diferencia de presiones causa su expansión o contracción.
- Fuerzas viscosas: resisten el movimiento de la burbuja a través del líquido.

Estas fuerzas combinadas determinan la estabilidad y eventual ruptura de la burbuja.

Otros procedimientos pasan por evaluar la energía necesaria para la ruptura de una burbuja. Se considera la energía superficial de la burbuja y la energía requerida para superar las fuerzas cohesivas del líquido circundante. La energía superficial está relacionada con la tensión superficial y el área de la burbuja, mientras que la energía de ruptura se refiere a la necesaria para romper la estructura cohesiva del líquido que rodea la burbuja.

### 1.3.1 Estabilidad de burbujas completamente sumergidas en líquido

El estudio de la estabilidad de burbujas completamente sumergidas en medios fluidos es clave para comprender fenómenos como la fragmentación de burbujas y su impacto en diferentes procesos industriales y naturales.

Una de las teorías fundamentales en esta área es la inestabilidad de Rayleigh, la cual explica por qué una burbuja o gota suspendida en un fluido puede romperse en estructuras más pequeñas en lugar de mantenerse como una única esfera. Esta inestabilidad, descrita por primera vez por Lord Rayleigh en 1878, surge de la competencia entre la tensión superficial, que busca mantener la burbuja en su forma esférica, y las fuerzas de presión y viscosidad en el fluido circundante, que tiende a deformarla.

En situaciones donde la burbuja es perturbada ligeramente, la diferencia de presión entre las regiones comprimidas y estiradas, generada por la tensión superficial, amplifica la deformación. Este proceso, si se desarrolla suficientemente, conduce a la ruptura de la burbuja en burbujas más pequeñas. Esta fragmentación es relevante en una variedad de aplicaciones, desde procesos de cavitación en turbinas hasta la formación de aerosoles en la superficie de mares y océanos.

El artículo de Andrea Prosperetti (1997) proporciona una visión integral sobre la dinámica de las burbujas y su interacción con las superficies libres de los líquidos. Prosperetti se enfoca particularmente en los mecanismos que permiten la captura de burbujas de aire por la superficie libre de un líquido cuando ésta es perturbada, investigando cómo factores como la tensión superficial, la viscosidad del fluido y las fuerzas inerciales juegan un papel crucial en este fenómeno.

El estudio de Prosperetti no solo aborda la teoría de la inestabilidad de Rayleigh, sino que también introduce ecuaciones y modelos que permiten cuantificar los efectos de estas perturbaciones. En concreto su trabajo destaca el uso de la ecuación de Navier-Stokes, fundamentalmente para describir el movimiento de fluidos, y la ecuación de Laplace-Young, que detalla la diferencia de presión en la superficie de una burbuja debido a la tensión superficial. Esta última, establece que:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$$

La diferencia de presión entre el interior y el exterior de una burbuja esférica es inversamente proporcional al radio de la burbuja y directamente proporcional a la tensión superficial. Esto significa que:

- A cuanto mas pequeña es la burbuja (menor R), mayor es la diferencia de presiones.
- Cuanto mayor es la tensión superficial, mayor es la diferencia de presiones.

Un elemento crucial en la dinámica de burbujas es la descripción de su comportamiento oscilatorio bajo perturbaciones. Prosperetti analiza cómo las burbujas pueden entrar en oscilación al ser perturbadas, y cómo estas oscilaciones pueden llevar a la inestabilidad y ruptura de la burbuja. Para modelar este fenómeno, utiliza la ecuación de Rayleigh-Plesset, una ecuación diferencial no lineal que describe cómo varía el radio de una burbuja con el tiempo bajo la influencia de fuerzas internas y externas:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}R\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho}(p_b(t) - p_0 - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu\frac{\dot{R}}{R})$$

Esta ecuación considera no solo la presión interna de la burbuja, sino también la tensión superficial y la viscosidad del fluido circundante. Describe cómo las burbujas pueden expandirse o colapsar bajo la influencia de fluctuaciones en la presión y velocidad del fluido, lo cual es clave para entender la fragmentación y comportamiento dinámico de burbujas sumergidas. En el fenómeno de la cavitación, por ejemplo, las burbujas experimentan rápidos cambios en su radio debido a variaciones bruscas de presión, lo que puede llevar a su colapso violento.

El trabajo de Prosperetti también pone un fuerte énfasis en cómo la viscosidad del fluido afecta a la estabilidad de las burbujas. En fluidos con alta viscosidad, las fuerzas viscosas disipan la energía de las oscilaciones de la

burbuja, lo que tiende a estabilizar la burbuja y prevenir su colapso o fragmentación inmediatamente. En contraste, en fluidos de baja viscosidad, la tensión superficial domina y acelera el proceso de fragmentación.

Otro factor relevante es la turbulencia en el fluido. En entornos turbulentos, las fluctuaciones de presión y velocidad en el fluido circundante pueden generar perturbaciones adicionales en las burbujas. Estas perturbaciones, si son lo suficientemente grandes, pueden hacer que la burbuja se vuelva inestable más rápidamente. Prosperetti examina este fenómeno utilizando la teoría de la estabilidad lineal, que analiza cómo pequeñas perturbaciones en la forma de la burbuja pueden amplificarse con el tiempo.

Prosperetti también aborda la interacción de las burbujas con superficies libres. En muchas aplicaciones, como el fenómeno de “Bubble Bursting”, las burbujas interactúan con la interfase entre el líquido y el aire. Al alcanzar la superficie, las burbujas pueden generar aerosoles al romperse, un fenómeno que tiene implicaciones tanto en la formación de gotas marinas como en la dispersión de partículas en la atmósfera.

Además del enfoque teórico, Prosperetti también incorpora simulaciones numéricas para investigar el comportamiento de las burbujas bajo diferentes condiciones de perturbación. Estas simulaciones utilizan las ecuaciones fundamentales descritas anteriormente.

A través de estas simulaciones, Prosperetti fue capaz de analizar situaciones prácticas donde la interacción entre burbujas y superficies libres juega un papel crucial. Un ejemplo de aplicación es la cavitación controlada, un proceso utilizado en la ingeniería de turbinas, donde las burbujas se forman y colapsan rápidamente, generando intensas ondas de presión. Al comprender mejor cómo las burbujas pueden estabilizarse o fragmentarse bajo ciertas condiciones, es posible mejorar la eficiencia de estos sistemas y reducir el desgaste de materiales. También es relevante en el contexto de la industria farmacéutica y en procesos de separación de gases y líquidos, donde el control del tamaño y estabilidad de las burbujas es esencial para optimizar la producción y eficiencia de ciertos procesos.

La teoría de la inestabilidad de Rayleigh y los estudios avanzados de Prosperetti proporcionan una base sólida para entender el comportamiento de las burbujas completamente sumergidas en líquidos. La combinación de análisis teórico, como las ecuaciones de Navier-Stokes y Rayleigh-Plesset, con simulaciones numéricas avanzadas, permite un enfoque integral para abordar fenómenos como la fragmentación de burbujas, su interacción con superficies libres y su estabilidad en entornos turbulentos o viscosos.

El trabajo de Prosperetti tiene aplicaciones prácticas significativas en industrias como la ingeniería de fluidos, la optimización de procesos industriales, el control de cavitación y la generación de aerosoles. La capacidad de modelar y prever el comportamiento de burbujas bajo diversas condiciones ha permitido una comprensión más profunda de estos fenómenos, lo que a su vez contribuye al desarrollo de tecnologías más eficientes en una amplia variedad de campos industriales.

### **1.3.2 Estabilidad de burbujas en contacto con interfase**

El comportamiento de las burbujas en contacto con una interfase es un fenómeno que involucra procesos complejos de interacción entre el gas, el líquido y la tensión superficial. Para comprender la estabilidad de burbujas es fundamental estudiar las propiedades de la película líquida que rodea a la burbuja y cómo esta película se comporta bajo ciertas condiciones. La dinámica de agujeros en películas líquidas, tal y como se aborda en la tesis de Hamed Vaziri (2023), ofrece una comprensión profunda de los mecanismos de ruptura y sanación que afectan directamente la estabilidad de las burbujas en contacto con una interfase.

Cuando una burbuja está en contacto con una interfase, la fina película líquida que la separa del exterior actúa como una barrera que controla el intercambio de gases y líquidos entre la burbuja y su entorno. Esta película, en función de su espesor, viscosidad y tensión superficial, puede mantener la estabilidad de la burbuja o, por el contrario, colapsar y provocar la ruptura de la misma. Este tipo de comportamiento es similar al fenómeno descrito en la tesis, donde las burbujas que se forman en la superficie del océano experimentan un adelgazamiento progresivo de su película hasta que eventualmente ocurre la ruptura.

Este proceso de drenaje de la película en las burbujas es de gran importancia, ya que, al igual que se explica en la tesis, la película adelgaza debido a fuerzas como la gravedad, la presión dentro de la burbuja y las fuerzas capilares. Estas mismas fuerzas son responsables de la ruptura eventual de la película, permitiendo que la burbuja se desintegre y libere su contenido, ya sea en forma de gotas o aerosoles en el caso de las burbujas oceánicas.

Este proceso también se observa en burbujas que se encuentran en contacto con interfases en diferentes entornos como el contacto entre líquidos inmiscibles, donde la estabilidad de la burbuja depende del comportamiento de la película delgada que la rodea.

Un aspecto crucial en la estabilidad de las burbujas es la formación de agujeros en la película delgada que las recubre. En la tesis de Vaziri, se describe cómo la formación de agujeros en una película puede llevar a su expansión, y finalmente, a la ruptura de la película si el agujero es lo suficientemente grande. Este fenómeno es directamente aplicable al estudio de las burbujas en interfases, ya que cuando la película de una burbuja experimenta un adelgazamiento crítico, es probable que se formen pequeños agujeros o irregularidades que pueden actuar como puntos de ruptura.

El análisis realizado en la tesis sobre la dinámica de sanación de agujeros es particularmente relevante aquí. En la tesis se muestra que, dependiendo de la tensión superficial y la viscosidad de la película, un agujero puede sanarse si es lo suficientemente pequeño, evitando la ruptura de la película y, por lo tanto, preservando la integridad de la burbuja. Esta dinámica está gobernada por la Ecuación de Young-Laplace, que relaciona la presión interna de la burbuja con la curvatura de la película:

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

La estabilidad de una película líquida que rodea una burbuja está determinada por varios factores físicos, como la tensión superficial, la viscosidad del líquido y el espesor de la película, los cuales juegan un papel fundamental en la sanación de los agujeros y, por lo tanto, en la estabilidad de la burbuja. En la tesis se estudia cómo el número de Laplace, que relaciona las fuerzas de tensión superficial y viscosas, afecta el comportamiento de los agujeros en películas líquidas. Se muestra que, al aumentar la tensión superficial, el umbral de sanación de los agujeros aumenta, haciendo que sea más probable que la película cierre un agujero pequeño antes de que se expanda y cause una ruptura.

Este principio es aplicable directamente a las burbujas en contacto con una interfase. Una mayor tensión superficial en la película que rodea la burbuja actúa como una fuerza estabilizadora, ayudando a la película a resistir la formación y expansión de agujeros. Como se puede ver en las figuras 4 y 5, la evolución de la interfase de la película y la distribución del campo de presión cerca del agujero son factores determinantes para la estabilidad de la burbuja.

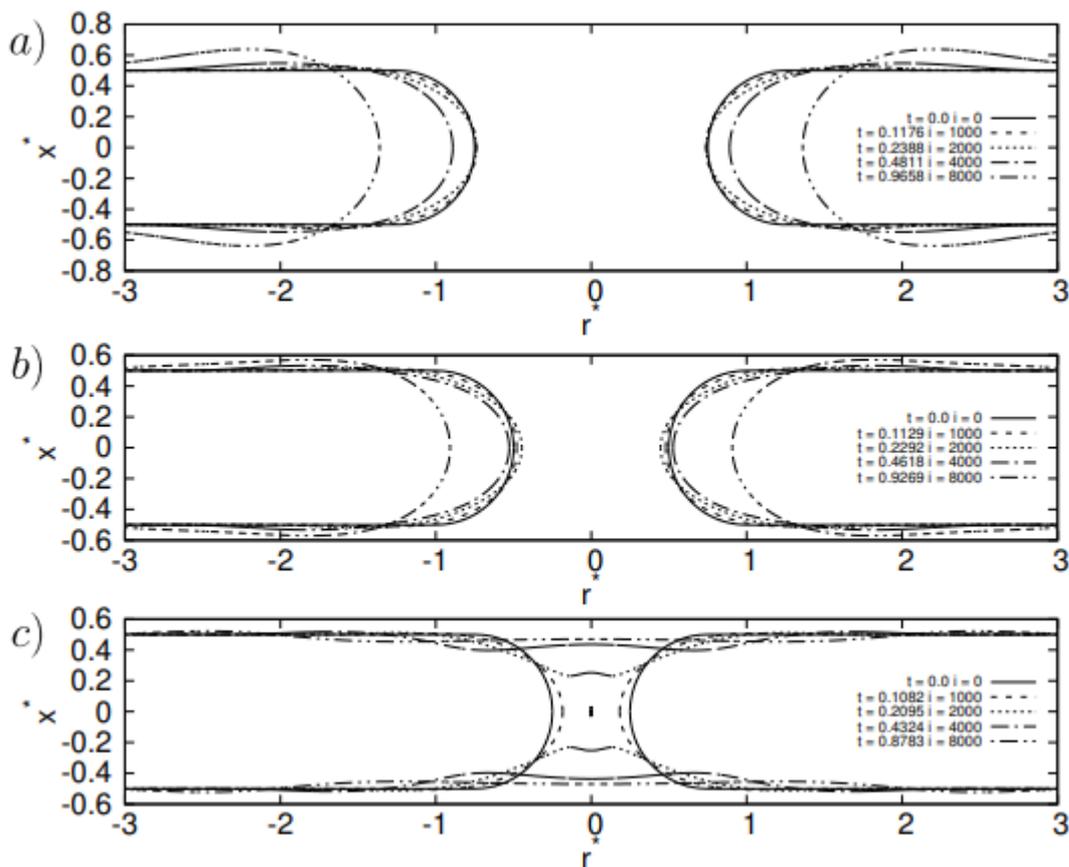


Figura 5. Evolución de la película cerca del agujero. Se muestran tres simulaciones diferentes con diferentes tamaños de radio del agujero. (Fuente: Vaziri, H. G. (2023)).

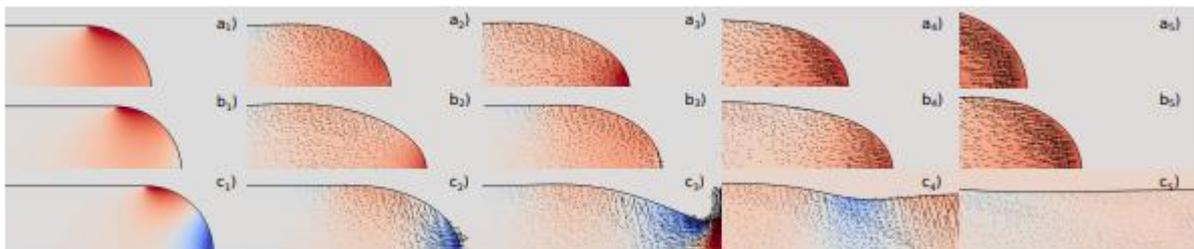


Figura 6. Evolución de la presión para tres tamaños de agujero diferente. (Fuente: Vaziri, H. G. (2023)).

Además, la densidad relativa entre el líquido y el gas en la burbuja es otro factor importante, ya que influye en la presión interna de la burbuja y en cómo la película responde a las perturbaciones externas. La tesis también examina el impacto de la viscosidad y la densidad en la sanación de agujeros en películas, proporcionando un marco cuantitativo que puede aplicarse al análisis de burbujas en interfaces.

Un factor adicional que se explora en la tesis y que tiene implicaciones directas en la estabilidad de las burbujas es el papel de la curvatura de la película. Las burbujas en contacto con interfaces a menudo presentan películas curvas, en las cuales la tensión superficial actúa de manera diferente que en películas planas. La tesis muestra que, en películas curvas, como las que se encuentran en burbujas, el efecto Venturi en el flujo de gas dentro de

la burbuja puede aumentar el umbral de sanación de los agujeros, reduciendo así la probabilidad de que la película colapse.

Para las burbujas en contacto con una interfase, esto significa que la presencia de curvatura en la película puede mejorar la estabilidad de la burbuja, ya que la curvatura aumenta la presión capilar dentro de la película, lo que a su vez favorece la sanación de los agujeros pequeños. Este fenómeno se ve amplificado por el efecto Venturi, como se muestra en la figura 6, que ilustra la evolución del flujo de gas a través del agujero, afectando la presión y velocidad en el sistema.

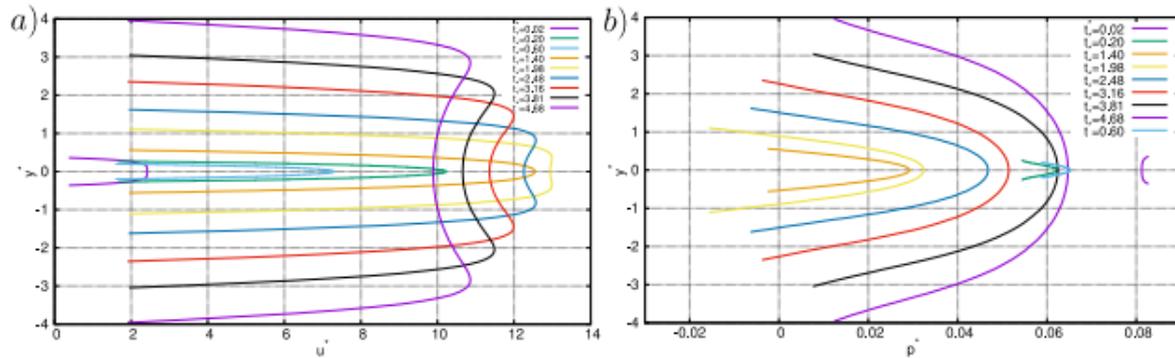


Figura 7. Evolución de la velocidad del gas durante el fenómeno de Bubble Bursting. (a) Evolución respecto a la velocidad. (b) Evolución respecto a la presión. (Fuente: Vaziri, H. G. (2023)).

La tesis de Vaziri aborda de manera detallada la dinámica de los agujeros en películas líquidas delgadas, ofreciendo un marco teórico relevante para entender la estabilidad de las burbujas cuando están en contacto con una interfase. Este fenómeno, que puede observarse tanto en sistemas naturales como en aplicaciones industriales, está determinado por factores como la tensión superficial, la viscosidad del fluido y las presiones involucradas. Un aspecto especialmente relevante es cómo los agujeros que se forman en estas películas pueden expandirse y conducir a su ruptura, lo que afecta directamente la integridad de las burbujas.

Estos mecanismos tienen implicaciones prácticas en múltiples contextos. En el ámbito industrial, por ejemplo, comprender y modelar el comportamiento de estas películas permite optimizar procesos en los que las burbujas juegan un papel clave, como la transferencia de gases o la producción de aerosoles. En entornos naturales, como la superficie del océano, estos mismos principios ayudan a explicar la generación de aerosoles marinos, que desempeñan un papel fundamental en los intercambios entre la atmósfera y el océano. La capacidad de modelar estos procesos, apoyándose en herramientas como la Ecuación de Young-Laplace, no solo amplía nuestra comprensión teórica, sino que también ofrece soluciones prácticas para escenarios reales.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

## 2 BUBBLE BURSTING

### 2.1 Antecedentes

El fenómeno de Bubble Bursting (estallido de burbujas) es de gran interés en el estudio de la dinámica de fluidos debido a sus múltiples implicaciones, desde la transferencia de gases entre el océano y la atmósfera hasta la formación de aerosoles con efectos directos en el clima. Este proceso ocurre cuando una burbuja que ha ascendido en un líquido estalla en la superficie, generando un chorro de líquido y gotas que se dispersan en el aire. El estudio de este fenómeno ha sido abordado desde distintas perspectivas: mecánica, climática y experimental.

Uno de los aspectos más importantes del estallido de burbujas es la dinámica de la formación de chorros que ocurre en la superficie del líquido. Investigaciones como la de Duchemin et al. (2002) han detallado cómo la ruptura de la burbuja genera un chorro vertical que se desintegra en gotas finas. Este chorro, conocido como jet drop, se forma cuando la cavidad de la burbuja colapsa tras el estallido, expulsando el líquido en forma de un chorro que puede fragmentarse en aerosoles.

En la Figura 7, se muestra el proceso de formación de un chorro y su posterior fragmentación en gotas pequeñas. Este tipo de formación es dependiente de factores como la tensión superficial, el tamaño de la burbuja y la viscosidad del líquido circundante, factores descritos en detalle por Duchemin y sus colaboradores en sus simulaciones numéricas y experimentos.

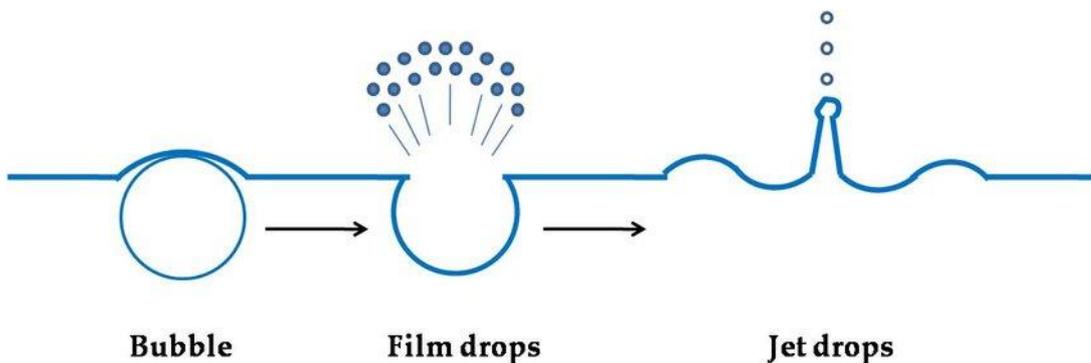


Figura 8. Proceso de formación de chorro

El estallido de burbujas tiene consecuencias importantes en la transferencia de masa y la formación de aerosoles, especialmente en el contexto marino. Los aerosoles producidos por este proceso influyen directamente en la formación de nubes y el balance radiativo terrestre, como destacaron Law y Tindale (1999). Estos autores señalan que las burbujas que estallan en la superficie del océano son responsables de la emisión de partículas finas al aire, llamadas film drops y jet drops, que desempeñan un papel crucial en la interacción océano-atmósfera.

A lo largo de su estudio, Law y Tindale explican cómo los aerosoles generados por las burbujas no solo afectan el balance de gases, sino que también tienen la capacidad de enfriar la Tierra al reflejar la radiación solar. La Figura 8, muestra un diagrama que ilustra la producción de aerosoles marinos a partir del estallido de burbujas y su dispersión en la atmósfera.

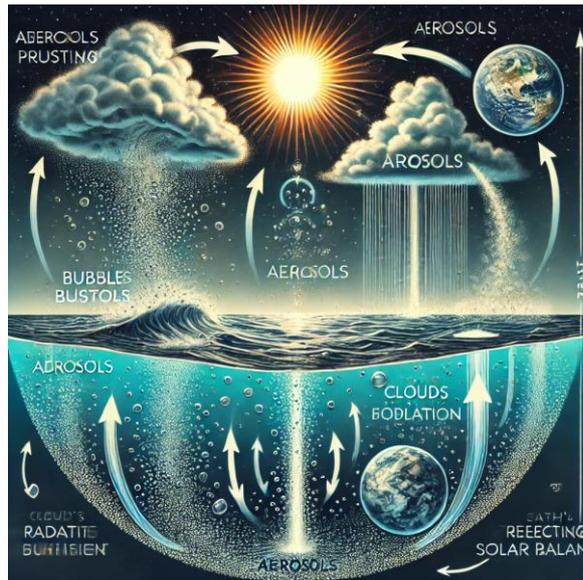


Figura 9. Proceso de generación de aerosoles marinos. Imagen generada con IA.

La generación de aerosoles en el estallido de burbujas ha sido objeto de estudios tanto teóricos como experimentales. Lhuissier y Villermaux (2012) profundizan en la física del proceso y destacan cómo el tamaño de las burbujas y las propiedades del líquido determinan el tipo y cantidad de aerosoles formados. A través de experimentos controlados, demuestran que las burbujas pequeñas, al romperse, crean aerosoles extremadamente finos que pueden ser transportados largas distancias por el viento, mientras que las burbujas más grandes producen gotas mayores, con menos movilidad.

La Figura 9 presenta un gráfico con la distribución de tamaño de gotas observadas en estos experimentos, comparando los resultados teóricos y experimentales. Este tipo de análisis es clave para comprender cómo se forman los aerosoles marinos y su variabilidad en función de las condiciones del océano.

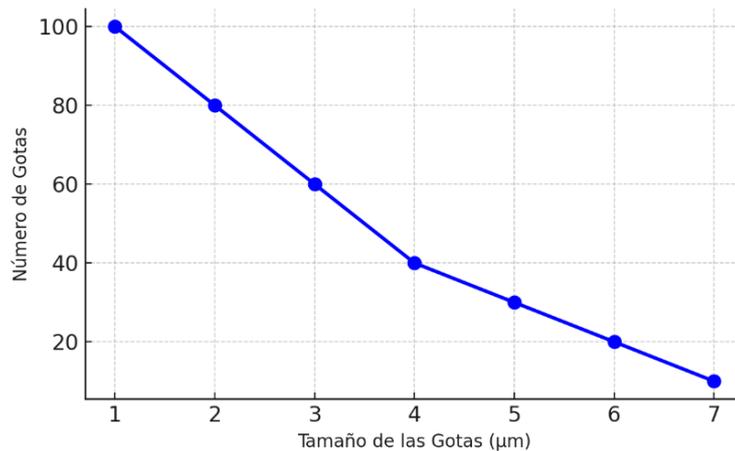


Figura 10. Distribución del tamaño de gotas generadas por el estallido de burbujas. Grafico generado en excel a partir del artículo de Lhuissier, H., & Villermaux, E. (2012).

La combinación de estudios teóricos y experimentales ha permitido una comprensión profunda del fenómeno del estallido de burbujas y su impacto en la atmósfera terrestre. Investigaciones como las de Duchemin et al. (2002), Law y Tindale (1999) y Lhuissier y Villermaux (2012) ofrecen perspectivas complementarias que ayudan a entender tanto la microfísica de la formación de chorros y aerosoles, como sus efectos a escala climática. Este conjunto de trabajos proporciona un marco sólido para continuar explorando cómo procesos aparentemente simples en la interfase entre los océanos y la atmósfera pueden influir en fenómenos globales,

como el cambio climático.

## 2.2 Técnicas experimentales para el estudio de la rotura de burbujas

El estudio de la rotura de burbujas es un campo de gran interés en la física de fluidos, con importantes aplicaciones en la industria y la investigación científica. Para entender este fenómeno, se utilizan varias técnicas experimentales avanzadas que permiten observar y medir la dinámica de las burbujas con alta precisión.

Una técnica esencial es la cinematografía de alta velocidad es una de las técnicas más utilizadas. Esta técnica emplea cámaras capaces de capturar imágenes a miles o incluso millones de cuadros por segundo. La cinematografía de alta velocidad es esencial para observar la rápida secuencia de eventos que ocurren durante la rotura de una burbuja, la cual puede descomponerse en milisegundos. Por ejemplo, en el estudio de Thoroddsen, S.T., Takehara, K., y Etoh, T. G. (2000), se utilizaron cámaras de alta velocidad para analizar la liberación de microburbujas a partir de burbujas de cavitación en flujos de cizallamiento. Este estudio reveló detalles críticos sobre cómo las burbujas se descomponen y liberan pequeñas burbujas, proporcionando una visión detallada de la dinámica de rotura.

Otra técnica fundamental es la interferometría, que utiliza la interferencia de ondas de luz para medir cambios en la superficie de las burbujas con alta precisión. Esta técnica se basa en la superposición de ondas de luz reflejadas en diferentes partes de la superficie de la burbuja, creando un patrón de interferencia que puede ser analizado para obtener datos precisos sobre la tensión superficial y la deformación de la burbuja antes de su ruptura. Un ejemplo de como realizar esta aplicación podemos encontrarlo en el trabajo de Zhang, X., y Sander, D. (2000), quienes usaron interferometría para medir la tensión superficial utilizando la técnica de la gota colgante. Este estudio proporcionó datos precisos sobre cómo las fuerzas de superficie afectan a la estabilidad y ruptura de las burbujas.

La espectroscopia de dispersión de luz (SLS) mide cómo la luz se dispersa al interactuar con partículas pequeñas, como las gotas formadas durante la rotura de burbujas. Esta técnica puede proporcionar información detallada sobre el tamaño y la distribución de estas partículas. Específicamente útil en el estudio de aerosoles formados por la rotura de burbujas, SLS puede revelar información sobre la distribución de tamaños de las gotas y su dinámica de formación. En el trabajo de Preobrazhenskii, M. P. (2011), se utiliza esta técnica para estudiar la dinámica de colapso de burbujas obteniendo datos sobre la distribución de tamaños de gotas resultantes y su impacto en la formación de aerosoles.

Además, el uso de dispositivos de microfluidos ha permitido estudiar la rotura de burbujas en entornos controlados. Estos dispositivos confinan las burbujas en microcanales, donde se pueden reproducir de manera precisa los patrones de colapso y fragmentación bajo condiciones bien definidas. Esto resulta especialmente útil para estudiar las interacciones en pequeñas escalas, como las que se presentan en sistemas biológicos o industriales.

Finalmente, la microscopía de fuerza atómica (AFM) utiliza una sonda muy fina para medir fuerzas a nivel nanométrico. La sonda recorre la superficie de la burbuja, detectando cambios en la topografía y en las fuerzas de interacción. Esta técnica proporciona información sobre las interacciones a nivel molecular en la superficie de la burbuja, lo cual es crucial para entender la física subyacente en la ruptura de burbujas. Butt, H.-J., Capella, B., y Kappl, M. (2005) utilizaron AFM para medir las fuerzas de interacción en superficies, ofreciendo datos detallados sobre las fuerzas que actúan en las interfases de burbujas y su relevancia para la estabilidad y ruptura.

Un artículo que aborda de manera detallada las técnicas experimentales para el estudio de la rotura de burbujas es el de Bolanos-Jimenez, R., Sevilla, A., Martinez-Bazan, C., y Gordillo, J. M. (2008). En su estudio titulado "Axisymmetric bubble collapse in a quiescent liquid pool. Part 1. Experimental study", publicado en el *Journal of Fluid Mechanics*, los autores utilizaron cinematografía de alta velocidad para capturar el colapso y las secuencias de ruptura de burbujas. Este estudio proporcionó una comprensión detallada de la dinámica involucrada, explorando la formación de jets y las características de la rotura.

Estas técnicas experimentales, al ser combinadas, proporcionan una comprensión profunda de los mecanismos detrás de la rotura de burbujas, ayudando a optimizar procesos industriales y a comprender fenómenos naturales.

Existe otro artículo, "Bursting Bubble Aerosols" de Lhuissier y Villermaux, publicado en el *Journal of Fluid*

*Mechanics* en 2012, que acoge una investigación exhaustiva que analiza el proceso de ruptura de burbujas y la subsecuente formación de aerosoles. Este trabajo es particularmente relevante debido a su enfoque multidisciplinario y su uso de múltiples técnicas experimentales avanzadas, proporcionando una visión detallada y completa de los mecanismos involucrados en este fenómeno.

Lhuissier y Villermaux exploran cómo las burbujas al romperse en la superficie de un líquido generan aerosoles, pequeñas gotas que se dispersan en el aire. Este proceso es significativo en diversos contextos, como la formación de aerosoles marinos que afectan el clima y la dispersión de partículas en aplicaciones industriales. Los autores combinan varias técnicas experimentales para desentrañar los detalles finos del estallido de burbujas y la generación de gotas, logrando una comprensión integral de estos fenómenos

El artículo de Lhuissier y Villermaux ofrece una visión comprensiva y detallada de los mecanismos involucrados en la ruptura de burbujas y la formación de aerosoles. Al combinar cinematografía de alta velocidad, interferometría, espectroscopia de dispersión de luz y análisis de imagen digital, los autores lograron desentrañar los complejos procesos físicos que gobiernan estos fenómenos. Este estudio no solo avanza el conocimiento científico en el campo de la física de fluidos, sino que también tiene importantes aplicaciones prácticas en diversas industrias y en el ámbito ambiental.

La combinación de técnicas experimentales permitió a los autores obtener una visión multidimensional del proceso de ruptura de burbujas, algo que no sería posible utilizando una sola técnica. La cinematografía de alta velocidad proporcionó datos visuales y temporales precisos, la interferometría brindó información sobre las tensiones superficiales y las deformaciones, y la espectroscopia de dispersión de luz permitió analizar las propiedades de las gotas resultantes. Este enfoque multidisciplinario es crucial para comprender completamente los mecanismos complejos que subyacen en la ruptura de burbujas y la formación de aerosoles.

En conclusión, el artículo "Bursting Bubble Aerosols" de Lhuissier y Villermaux es un ejemplo destacado de cómo la combinación de técnicas experimentales avanzadas puede proporcionar una comprensión profunda y detallada de fenómenos complejos. La cinematografía de alta velocidad, la interferometría y la espectroscopia de dispersión de luz, utilizadas en conjunto, permitieron a los autores desentrañar los mecanismos precisos de la rotura de burbujas y la formación de aerosoles. Este estudio no solo avanza el conocimiento científico en el campo de la física de fluidos, sino que también tiene importantes aplicaciones prácticas en diversas industrias y en el ámbito ambiental.

## 2.3 Métodos numéricos y computacionales

El estudio de la rotura de burbujas es un fenómeno crucial en diversos campos científicos e industriales, incluyendo la ingeniería química, la oceanografía y la tecnología médica. Comprender y modelar este proceso requiere una combinación de métodos numéricos y computacionales avanzados debido a la complejidad de las interacciones fluidas y las superficies libres involucradas. Este apartado se centrará en los métodos numéricos empleados para estudiar la rotura de burbujas, proporcionando una visión detallada de las técnicas computacionales más utilizadas y los avances recientes en el campo.

La rotura de una burbuja se produce cuando la delgada película líquida que la rodea se desintegra. Este proceso involucra varias etapas: el adelgazamiento de la película líquida entre la burbuja y el medio circundante debido a procesos de drenaje, la desestabilización de la película cuando alcanza un grosor crítico, la ruptura final de la película, formando un agujero que se expande rápidamente, y la fragmentación del borde de la burbuja que colapsa y puede dividirse en gotitas más pequeñas. Estas etapas complejas requieren una modelización precisa para ser comprendidas adecuadamente.

Para modelar estos procesos complejos, se emplean diversas técnicas numéricas. El método de los volúmenes finitos es ampliamente utilizado para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes que describen el comportamiento de los fluidos. Este método discretiza el dominio en pequeños volúmenes y aplica las leyes de conservación de masa, momento y energía, siendo robusto para problemas de dinámica de fluidos y permitiendo la implementación de condiciones de contorno complejas. Sin embargo, puede ser computacionalmente costoso y requiere mallas finas para capturar detalles de la interfase.

Por otro lado, el método de los elementos finitos es otro enfoque poderoso para resolver ecuaciones diferenciales

parciales, especialmente útil en problemas con geometrías complejas. Este método ofrece alta precisión y flexibilidad en la modelización de geometrías complicadas, aunque su implementación es más compleja y demanda más recursos computacionales.

El método de la frontera inmersa es particularmente útil para problemas con interfases móviles, como la rotura de burbujas, permitiendo el modelado de la entrefase sin necesidad de remallado dinámico, aunque puede presentar dificultades en la imposición de condiciones de contorno precisas en la entrefase.

En algunos estudios, se ha utilizado el método de la superficie libre para modelar la evolución de interfases entre fluidos. Este método se centra en la representación precisa de la dinámica de la interfase, permitiendo capturar deformaciones complejas en escenarios específicos. Sin embargo, su uso presenta limitaciones notables en sistemas donde las propiedades del fluido y las tensiones superficiales juegan un papel crucial, ya que requiere técnicas avanzadas de refinamiento numérico para manejar las complejas interacciones en la interfase. Por esta razón, su aplicación suele combinarse con otros enfoques numéricos más robustos, como el método de la ecuación de nivel o el de la frontera inmersa, que ofrecen una mayor estabilidad y precisión en simulaciones dinámicas complejas.

Los modelos de película delgada se centran en la dinámica de la película delgada de líquido que rodea la burbuja, involucrando la solución de ecuaciones de película delgada junto con las ecuaciones de Navier-Stokes. Los modelos de fragmentación se utilizan para predecir la distribución de tamaños de gotitas resultantes de la rotura de la burbuja, basándose en teorías estadísticas o en simulaciones directas de dinámica molecular.

En términos de técnicas computacionales avanzadas, el método de la ecuación de nivel es robusto para rastrear interfases móviles y complejas, utilizando una función nivel para representar la entrefase y resolviendo una ecuación de transporte para esta función. El método de Lattice Boltzmann, basado en la teoría cinética de los gases, se adapta para simular dinámicas de fluidos y fenómenos de superficie libre, siendo especialmente útil para modelar flujos con interfases complejas y fenómenos de transporte. La dinámica de fluidos computacional de alta resolución emplea mallas extremadamente finas y esquemas numéricos avanzados para capturar detalles minuciosos del proceso de rotura de burbujas, ofreciendo una precisión sin precedentes.

Los estudios de la rotura de burbujas en oceanografía afectan a la transferencia de gases entre el océano y la atmósfera, ayudando a comprender mejor el ciclo del carbono y el cambio climático. En la ingeniería de reactores, la rotura de burbujas influye en la eficiencia de los procesos de transferencia de masa y calor, y las simulaciones numéricas permiten optimizar estos procesos. En la tecnología médica, la rotura de microburbujas se utiliza para mejorar la entrega de medicamentos y la terapia dirigida, siendo crucial modelar estos procesos para desarrollar tratamientos más efectivos.

La rotura de burbujas es un fenómeno complejo que requiere el uso de diversos métodos numéricos y técnicas computacionales avanzadas para su estudio y comprensión. Desde el método de los volúmenes finitos hasta técnicas más sofisticadas como el método de la ecuación de nivel y la dinámica de fluidos computacional de alta resolución, cada enfoque tiene sus propias ventajas y limitaciones. La elección del método adecuado depende de la naturaleza específica del problema y de los recursos computacionales disponibles. Los avances en este campo no solo mejoran nuestra comprensión fundamental de la física de las burbujas, sino que también tienen importantes aplicaciones prácticas en diversas industrias.

## 2.4 Desafíos y limitaciones en la medición de la rotura de burbujas e interfases libres

La medición de la rotura de burbujas e interfases libres es un campo de estudio crucial en diversas aplicaciones industriales y científicas, como la ingeniería química, la oceanografía y la ciencia de materiales. Sin embargo, esta medición presenta varios desafíos y limitaciones que dificultan la obtención de datos precisos y fiables. A continuación se describen algunos de estos desafíos y limitaciones.

Uno de los principales desafíos en la medición de la rotura de burbujas es la naturaleza altamente dinámica y rápida del proceso. La formación, crecimiento y eventual colapso de burbujas ocurre en escalas de tiempo muy cortas y a menudo involucra fenómenos no lineales y turbulentos. Capturar estos eventos requiere equipos de alta velocidad y alta resolución, como cámaras de alta velocidad y sistemas de imagen por rayos X. Además, las condiciones experimentales deben estar cuidadosamente controladas para evitar perturbaciones que puedan alterar el comportamiento natural de las burbujas.

Otro desafío significativo es la interferencia óptica causada por la presencia de múltiples burbujas y partículas en el medio. En sistemas donde la concentración de burbujas es alta, las técnicas ópticas tradicionales pueden fallar debido a la dispersión y refracción de la luz. Esto limita la precisión de las mediciones y puede requerir el uso de métodos avanzados de procesamiento de imágenes y algoritmos de corrección. Alternativamente, técnicas no ópticas como la tomografía de impedancia eléctrica pueden ser empleadas, aunque estas también tienen sus propias limitaciones en términos de resolución espacial y temporal.

Las interfases libres, como las superficies de líquidos, presentan sus propios desafíos en términos de medición. La dinámica de las interfases libres es compleja, influenciada por factores como la tensión superficial, la viscosidad del líquido y las fuerzas externas. La medición precisa de estos parámetros requiere un cuidadoso diseño experimental y el uso de técnicas como la velocimetría de imagen de partículas (PIV) y la interferometría. Sin embargo, la implementación de estas técnicas puede ser costosa y requerir un alto nivel de especialización técnica.

Además, la simulación numérica de la rotura de burbujas e interfases libres también enfrenta limitaciones significativas. Los modelos matemáticos deben resolver las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos con superficies libres, lo cual es computacionalmente intensivo y puede requerir el uso de supercomputadoras. La precisión de las simulaciones depende en gran medida de la calidad de las condiciones iniciales y de frontera, así como de los modelos subgrid utilizados para capturar fenómenos a escalas menores que la resolución de la malla computacional.

La medición de la rotura de burbujas e interfases libres enfrenta desafíos y limitaciones considerables debido a la naturaleza rápida y dinámica de estos fenómenos, las interferencias ópticas, la complejidad de las interfases libres y las limitaciones en la simulación numérica. Superar estos desafíos requiere el uso de técnicas avanzadas de medición y simulación, así como una comprensión profunda de los principios físicos subyacentes. Estudios recientes como los de Chu et al. (2021) y Li et al. (2019) han avanzado significativamente en este campo, proporcionando nuevas metodologías y enfoques para abordar estos problemas.

El artículo de Chu y Liu (2021), titulado "High-speed imaging techniques for bubble dynamics" y publicado en *Journal of Fluid Mechanics*, es una referencia clave en el estudio de la dinámica de burbujas mediante técnicas de imagen de alta velocidad. Este artículo proporciona una visión detallada de los métodos experimentales utilizados para capturar y analizar el comportamiento rápido y complejo de las burbujas en diferentes medios y condiciones.

Comienzan destacando la importancia de comprender la dinámica de las burbujas debido a sus numerosas aplicaciones en la ingeniería, la biología y la física. La rotura de burbujas, su coalescencia y fragmentación son fenómenos fundamentales que influyen en procesos industriales como la transferencia de calor, la mezcla de fluidos y las reacciones químicas. El estudio detallado de estos fenómenos requiere técnicas de medición avanzadas capaces de capturar eventos que ocurren en escalas de tiempo muy cortas.

El núcleo del artículo se centra en las técnicas de imagen de alta velocidad, que son esenciales para observar la dinámica rápida de las burbujas. Chu y Liu describen diversos métodos, desde cámaras de alta velocidad hasta técnicas más avanzadas como la imagen de rayos X y la velocimetría por imágenes de partículas (PIV). Las cámaras de alta velocidad permiten captar imágenes a miles o incluso millones de cuadros por segundo, lo que es crucial para estudiar fenómenos que ocurren en microsegundos. La imagen de rayos X, por otro lado, ofrece la capacidad de visualizar el interior de las burbujas y las interfases, proporcionando información detallada sobre la estructura interna.

Uno de los desafíos más significativos en el uso de técnicas de imagen de alta velocidad es la gestión de la gran cantidad de datos generados. La captura de eventos rápidos produce volúmenes masivos de datos que requieren procesamiento y almacenamiento eficientes. Chu y Liu discuten las estrategias para manejar estos datos, incluyendo el uso de algoritmos avanzados de procesamiento de imágenes y técnicas de compresión de datos.

A pesar de los avances significativos, Chu y Liu reconocen varias limitaciones en las técnicas actuales. La resolución espacial y temporal aún puede ser insuficiente para ciertos estudios, y la interferencia óptica sigue siendo un problema en sistemas con alta densidad de burbujas. Los autores sugieren que futuras investigaciones deberían enfocarse en mejorar la resolución de las técnicas existentes y desarrollar nuevas metodologías para superar estas limitaciones.

El artículo de Chu y Liu (2021) es una contribución crucial al campo de la dinámica de burbujas, proporcionando

una revisión exhaustiva de las técnicas de imagen de alta velocidad y sus aplicaciones. A través de una discusión detallada de los métodos, desafíos y estudios de caso, los autores destacan la importancia de estas técnicas para avanzar en la comprensión de los complejos fenómenos interfaciales. Este trabajo no solo sirve como una guía para los investigadores actuales, sino que también señala direcciones futuras para el desarrollo de nuevas tecnologías y metodologías en el estudio de la dinámica de burbujas.

# 3 FENÓMENOS DE COMPRESIBILIDAD EN BUBBLE BURSTING

---

## 3.1 Fenómenos de compresibilidad en Bubble Bursting

En el estudio de la dinámica de fluidos, la compresibilidad juega un papel fundamental cuando se analizan fenómenos que involucran variaciones significativas de presión y velocidad, como es el caso de “Bubble Bursting”.

La compresibilidad se refiere a la capacidad de un fluido para experimentar cambios en su volumen cuando se somete a variaciones de presión. En este contexto, su influencia es clave para comprender cómo el gas y el líquido interactúan durante el colapso de una burbuja, especialmente en escenarios donde se alcanzan altas velocidades y se generan ondas de presión.

La importancia de la compresibilidad radica en que afecta directamente la dinámica del fluido durante la ruptura. En particular, cuando el proceso involucre movimientos rápidos o cercanos a la velocidad del sonido, los efectos de compresibilidad se vuelven críticos, ya que pueden modificar la distribución de presión entorno a la burbuja y, por ende, la formación del chorro de líquido y la generación de gotas.

Dado que el análisis experimental de estos fenómenos es complejo, tanto por las escalas de tiempo extremadamente cortas como por la dificultad de capturar los detalles del proceso, las simulaciones numéricas se han convertido en una herramienta indispensable. Los programas de simulación como ANSYS y Basilisk, permiten modelar de forma precisa los efectos de compresibilidad y visualizar el comportamiento del fluido con un alto grado de detalle.

ANSYS es un software ampliamente utilizado en la simulación de dinámica de fluidos. Su capacidad para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma compresible lo hace ideal para estudiar fenómenos como la ruptura de burbujas, donde las variaciones de presión juegan un rol determinante. ANSYS permite simular el comportamiento del fluido tanto en dos como en tres dimensiones, ofreciendo flexibilidad para adaptar el modelo a las necesidades del estudio.

## 3.2 Simulación de Bubble Bursting en Ansys

La simulación del fenómeno de “bubble bursting”, o ruptura de burbujas, se llevó a cabo utilizando Ansys Fluent, una herramienta ampliamente reconocida en el campo de la dinámica de fluidos computacional (CFD). Este fenómeno es particularmente relevante en aplicaciones industriales y medioambientales, donde la interacción entre fases gaseosas y líquidas juega un papel crítico. El objetivo principal de esta simulación fue analizar la dinámica de la burbuja durante su colapso y evaluar las implicaciones en la transferencia de energía, la estabilidad del sistema y los fenómenos asociados en la interfase gas-líquido.

Para realizar esta simulación, se diseñó un procedimiento orientado a reproducir con la mayor precisión posible los fenómenos físicos involucrados, abarcando desde la configuración del dominio hasta la selección de los modelos físicos y las condiciones de simulación. La simulación se desarrolló en un dominio tridimensional que representa el comportamiento de una burbuja de gas al romperse en la interfase con un líquido. El dominio adoptó una geometría rectangular con dimensiones de 10 metros de ancho, alto y profundidad, permitiendo capturar tanto el comportamiento de la burbuja como la interacción con el fluido circundante. Esta configuración se eligió por su simplicidad computacional, facilitando la generación de la malla y la aplicación de condiciones de contorno.

El modelo incluyó dos fluidos inmiscibles: aire y agua. El aire, con una densidad de  $1.225 \text{ kg/m}^3$  y una viscosidad dinámica de  $1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , fue seleccionado por su relevancia en simulaciones industriales, mientras que el agua, con una densidad de  $998.2 \text{ kg/m}^3$  y una viscosidad dinámica de  $0.001003 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , representó un fluido líquido común. Estas propiedades físicas se definieron bajo condiciones estándar de temperatura y presión ( $20^\circ\text{C}$  y  $1 \text{ atm}$ ).

En las condiciones de contorno, la base del dominio se definió como una pared rígida e impermeable, simulando una superficie física como el fondo de un recipiente. Las paredes laterales se trataron como planos de simetría, simplificando el cálculo al reducir el tamaño del dominio sin afectar los resultados. En la frontera superior se aplicó una condición abierta, permitiendo que el aire escapara libremente una vez que la burbuja se rompiera. Estas condiciones reprodujeron un entorno más realista para el fenómeno.

La configuración inicial colocó una burbuja de aire completamente sumergida bajo la superficie del líquido, con un diámetro de  $15.4 \mu\text{m}$ . Este tamaño se eligió para representar condiciones específicas y facilitar la observación de fenómenos clave. En todo el dominio se mantuvo una presión uniforme de  $1 \text{ atm}$  y una temperatura constante de  $20^\circ\text{C}$ .

El diseño de la malla fue crítico para garantizar la precisión de los resultados. Se utilizó una malla estructurada, adaptada a la simetría y geometría del dominio, lo que permitió un refinamiento adicional en las proximidades de la interfase gas-líquido, donde se esperaban mayores gradientes de presión y velocidad. En las áreas alejadas de la interfase, se emplearon celdas más grandes para optimizar la eficiencia computacional. Aunque se intentó implementar un refinamiento adaptativo durante la simulación para ajustar dinámicamente la densidad de la malla en función de los gradientes, los resultados no fueron satisfactorios, probablemente debido a limitaciones en la configuración inicial.

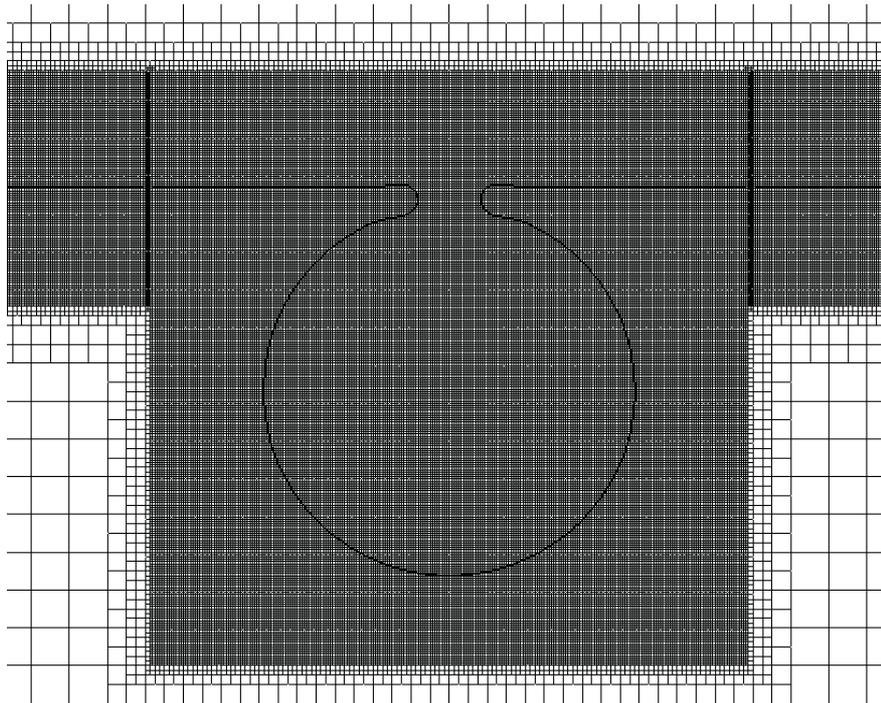


Figura 11. Mallado de la burbuja.

Dado que el aire en la burbuja podía experimentar cambios en su densidad durante la deformación y ruptura, se utilizó un modelo de gas compresible, permitiendo capturar las variaciones de presión interna y los efectos asociados. Asimismo, se empleó el método VOF (Volume of Fluid) para modelar la interacción entre el gas y el líquido, capturando con precisión la deformación y ruptura de la burbuja, así como los desplazamientos de los fluidos involucrados.

El análisis se configuró como un estudio transitorio, con un tiempo total de simulación de  $1000$  segundos,

suficiente para observar todo el ciclo de vida de la burbuja. Se seleccionó un esquema adaptativo para ajustar dinámicamente el tamaño de los pasos de tiempo, comenzando con un tamaño inicial de  $1 \times 10^{-5}$  segundos. Este esquema permitió capturar los cambios rápidos durante la ruptura de la burbuja, garantizando estabilidad numérica y eficiencia computacional.

Adicionalmente, se habilitaron opciones avanzadas, como la extrapolación de variables, para mejorar la precisión en la predicción de condiciones iniciales y el reporte continuo del estado de la simulación. También se activó el muestreo estadístico para registrar la evolución temporal de parámetros críticos, como la energía superficial y los gradientes de presión, proporcionando información valiosa para interpretar los resultados y desarrollar modelos teóricos.

La definición inicial de la simulación se realiza mediante el método de patches, asignando condiciones iniciales diferenciadas para cada fase. Este enfoque permite una mejor configuración de la geometría inicial de la burbuja y de las regiones de la fase. Se descartó el método de iniciación UDF debido a que el uso de patches ofrece suficiente control sin necesidad de programación adicional.

Para definir el campo de fase, se asignó un valor unitario a la fracción volumétrica de fluido en la región ocupada por la burbuja y un valor nulo en el resto del dominio. Además, se establecieron condiciones iniciales de presión y velocidad con el objetivo de que cuando el modelo iniciase fuera estable.

La simulación la llevamos a cabo sobre una malla estructurada, con un refinamiento más fino en la zona de la burbuja y en la interfase entre el gas y el líquido. Esto permitió mejorar la resolución de los cambios de presión y velocidad en las regiones relevantes de estudio.

Para asegurar un buen equilibrio entre presión y estabilidad, se utilizó un esquema temporal implícito de Segundo orden, minimizando la pérdida de detalles en la evolución temporal del fenómeno. También se implementó un esquema de interpolación adecuado para mejorar la representación de la interfase y evitar errores que afecten a los resultados.

El cálculo de la presión y velocidad se realizó asegurando una correcta convergencia de la solución, evitando oscilaciones no deseadas. En la parte superior del dominio, se estableció una condición de salida de presión ambiente, lo que permitió que el fluido se desplazara sin generar efectos no deseados en la simulación.

En resumen, la simulación de “bubble bursting” se llevó a cabo con un enfoque integral y detallado, que incluyó herramientas avanzadas y estrategias de optimización. Este nivel de precisión permitió no solo validar los resultados obtenidos, sino también establecer una base sólida para futuros estudios sobre fenómenos multifásicos y su impacto en aplicaciones industriales y medioambientales.

### **3.3 Resultados**

En esta primera imagen podemos ver las distintas fases simuladas mediante CFD POST, nos vamos a centrar en la distribución de densidades en la burbuja. En estas etapas se puede observar el proceso que sigue la burbuja al romperse en la superficie del fluido.

Inicialmente, la burbuja genera una acumulación de densidad en su base antes de estallar. Conforme avanza el proceso, un chorro de líquido emerge desde el centro de la cavidad que deja la burbuja, impulsado por la diferencia de densidades que existen entre el interior y el exterior de la burbuja. Este chorro alcanza su altura máxima antes de colapsar nuevamente hacia la cavidad, mientras la densidad disminuye de forma progresiva en la superficie. La simulación revela cómo las variaciones de densidad dentro y alrededor de la burbuja impulsan la formación y posterior colapso del chorro líquido, siendo más intensa en etapas iniciales y relajándose a medida que el fluido vuelve a su estado de equilibrio.

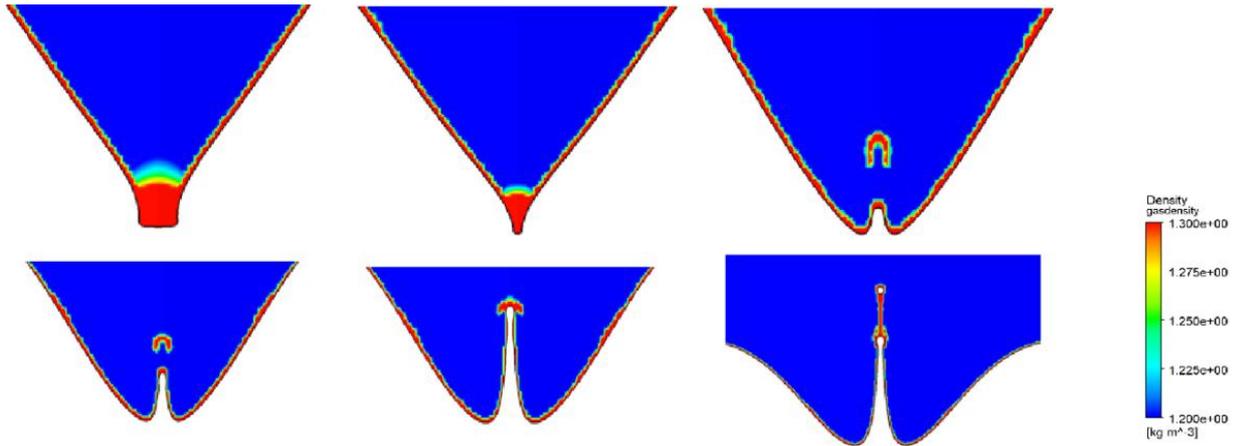


Figura 12. Captura de la distribución densidad de la fase gaseosa en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 1.

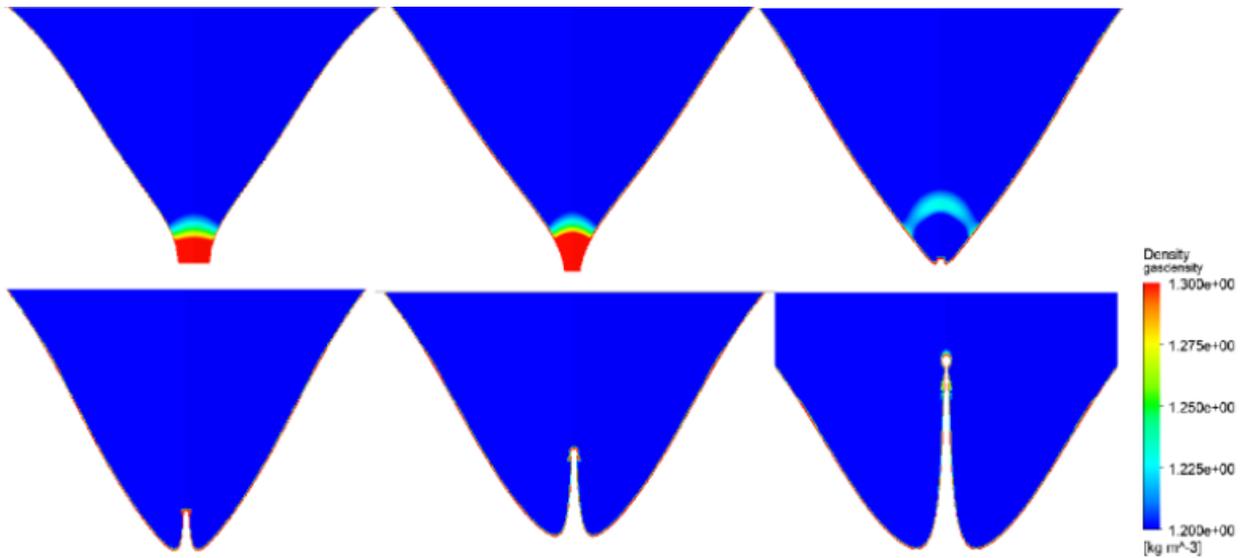


Figura 13. Captura de la distribución densidad de la fase gaseosa en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 2.

También se ha estudiado la evolución del Número de Mach que se relaciona directamente con la velocidad.

En la etapa inicial, el fluido contenido en la burbuja presenta velocidades relativamente bajas, lo que se refleja en un número de Mach bajo en la región superior de la cavidad. Sin embargo, conforme la burbuja se desintegra, se produce un aumento de velocidades en la zona cercana al colapso, el número de Mach aumenta, especialmente en la parte inferior. Este incremento se debe a la aceleración del fluido al liberarse la energía acumulada durante la ruptura.

Posteriormente, el chorro de líquido que emerge hacia arriba alcanza velocidades relativamente altas, alcanzando su punto máximo justo antes de que comience a colapsar sobre sí mismo. Durante esta fase, el número de Mach es mayor en la zona central del chorro, lo que indica una mayor velocidad en comparación con las zonas más externas, donde el número de Mach disminuye gradualmente.

Tras el colapso de la burbuja, las velocidades vuelven a disminuir. La evolución del número de Mach durante

este proceso muestra cómo las velocidades del fluido aumentan bruscamente durante la ruptura y el ascenso del chorro, para luego estabilizarse conforme el sistema regresa a su estado de equilibrio.

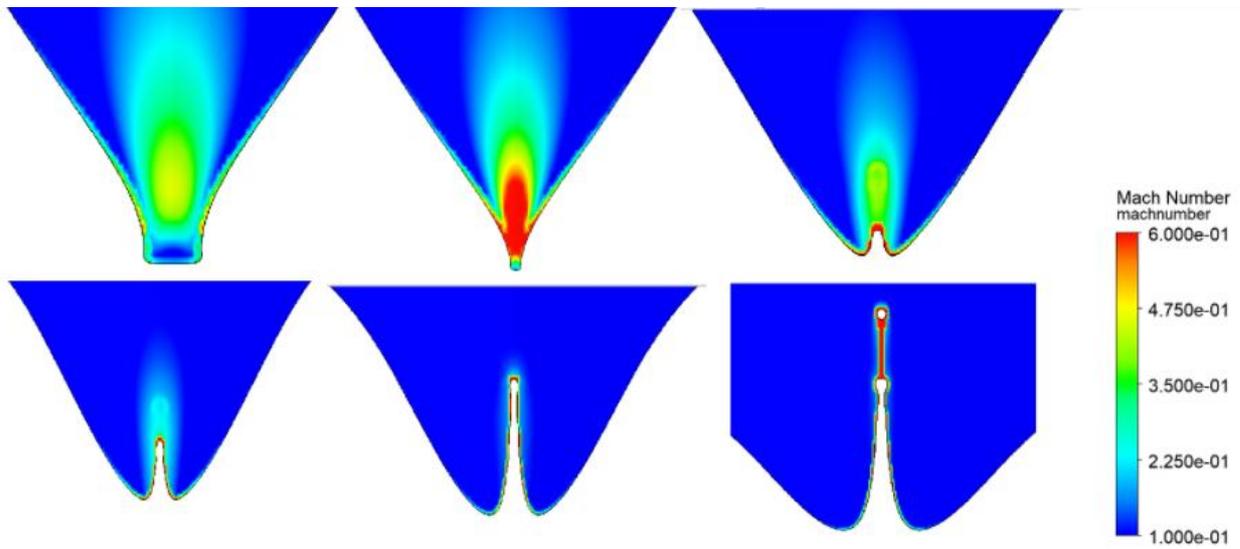


Figura 14. Captura de la distribución Número de Mach en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 1.

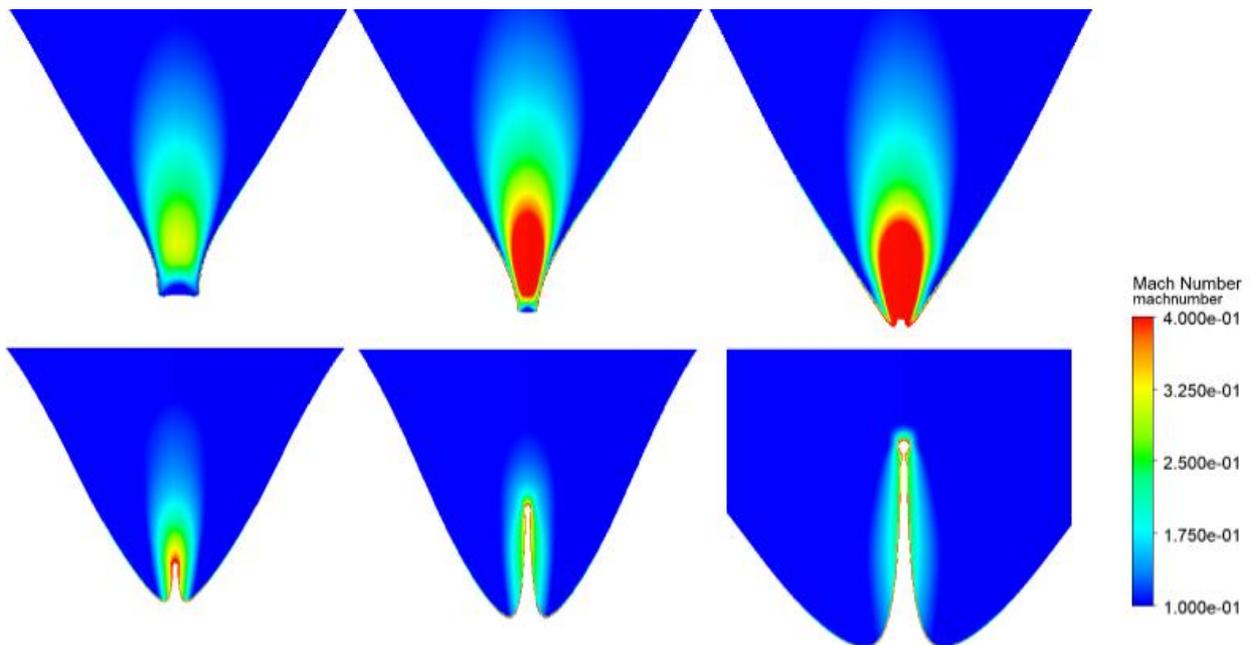


Figura 15. Captura de la distribución Número de Mach en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 2.

Se ha realizado un estudio de la evolución de la temperatura en los mismos instantes de tiempo. Se ha empleado un rango global de temperaturas que permite observar los cambios térmicos a lo largo del tiempo.

Inicialmente, se observa una acumulación de calor en la zona inferior del dominio, donde la burbuja comienza a interactuar con el fluido circundante. A medida que la burbuja se expande y comienza a romperse, el calor se concentra en su núcleo. Este comportamiento significa una transferencia de energía significativa desde el interior de la burbuja hacia el medio exterior.

Conforme avanza el proceso, las imágenes muestran cómo el calor se distribuye de forma más difusa a lo largo del fluido, generando un enfriamiento progresivo en la zona central mientras que las áreas de mayor temperatura comienzan a desplazarse hacia los bordes de la burbuja.

Después del colapso de la burbuja, se observa una redistribución casi uniforme de las temperaturas, con las zonas anteriormente calientes disipándose hacia el entorno.

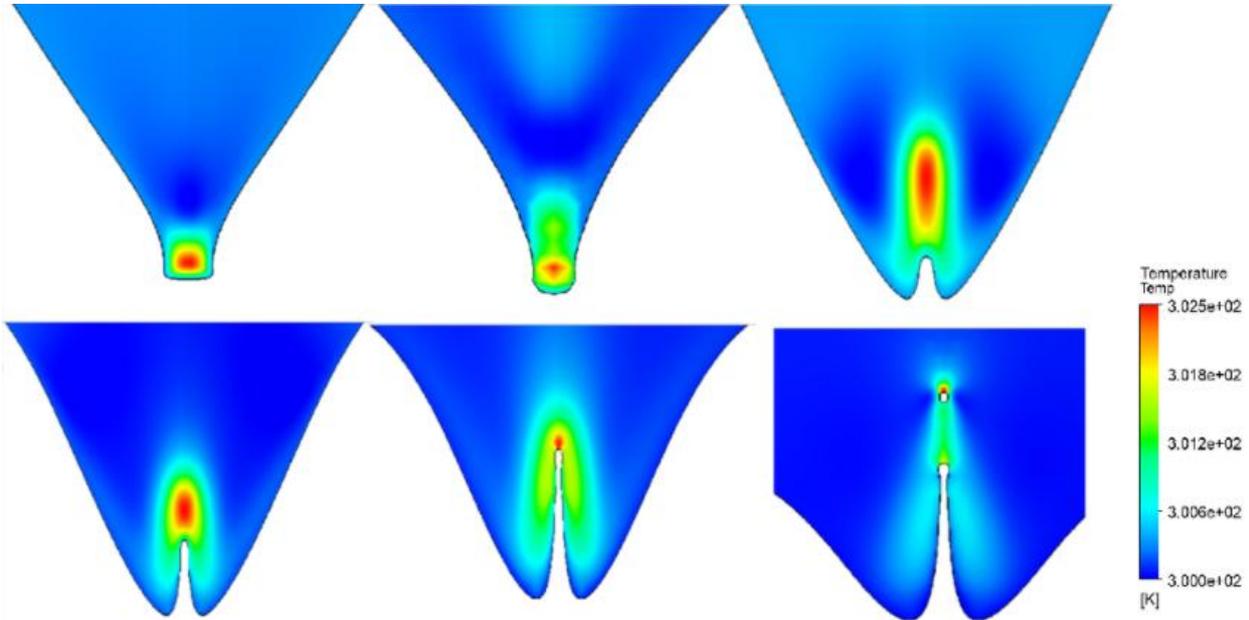


Figura 16. Captura de la distribución de temperaturas en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 1.

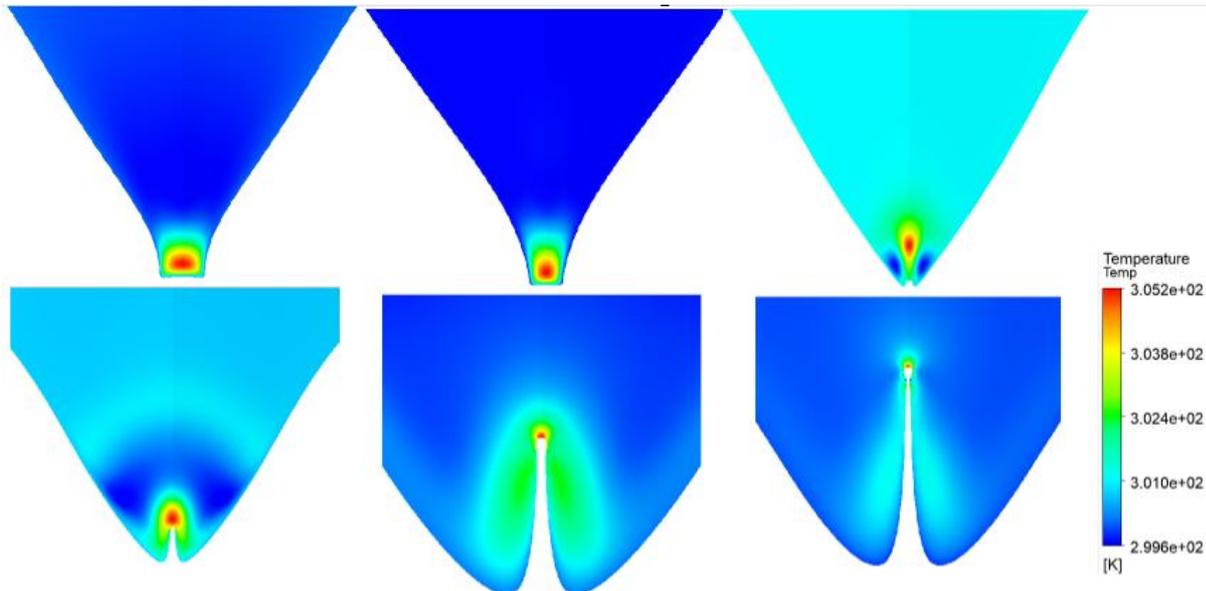


Figura 17. Captura de la distribución de temperaturas en las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros para solución 2.

Analizemos la diferencia entre estas dos últimas distribuciones de temperaturas. La zona de máxima temperatura, está más concentrada en el cerca del núcleo de la burbuja, como vemos en la Figura 15. En cambio, en la Figura 16, esta zona está mas distribuida, cubriendo una porción mayor de la zona circundante de la

burbuja. Esto podría estar relacionado con un mayor tiempo de disipación de calor o con diferentes condiciones de contorno aplicadas en el modelo.

Otro aspecto importante es la transición térmica entre la zona de alta temperatura y las áreas circundantes. En la primera imagen, el gradiente de temperaturas es más pronunciado, lo que sugiere un cambio brusco en la distribución térmica. Esto puede ser un indicativo de un proceso más rápido de ruptura de la burbuja, con un flujo de calor más intenso pero menos difundido. Por otro lado, la figura 16 presenta una transición más suave, lo que sugiere una difusión térmica más gradual, posiblemente debida a un fenómeno de ruptura más lento o controlado.

Desde un punto de vista físico, las diferencias tienen implicaciones en la dinámica del fenómeno. La primera simulación podría estar representando un evento donde la energía se concentra en una pequeña región, produciendo un estallido más localizado, mientras que la segunda muestra una mayor dispersión de la energía térmica, lo que podría estar relacionado con un comportamiento menos violento. Estas variaciones pueden ser el resultado de indicar diferentes parámetros iniciales en las simulaciones o ajustes de las mallas.

Las diferencias entre ambas soluciones están relacionadas con la resolución de la malla y la definición de las condiciones iniciales. En la solución 1, la transición entre el gas y el líquido no es tan precisa debido a una menor resolución de la malla, lo que genera variaciones en la distribución de la densidad y presión. Sin embargo, en la solución 2, el refinamiento de la interfase permite capturar mejor los gradientes de presión, lo que conduce a resultados más detallados y representativos.

En cuanto a la formación de chorros tras el colapso de la burbuja, la solución 2 muestra un chorro de líquido más delgado y definido, reflejando un mayor control sobre la interacción de las fases. En la solución 1, debido a la menor precisión en la captura de la interfase, el chorro es más disperso y menos estructurado, lo que impacta en la calidad de los resultados obtenidos.

Estos resultados reflejan la importancia de contar con una malla bien refinada y condiciones iniciales adecuadas para obtener una simulación precisa del fenómeno. La solución 2 ofrece una representación más estable y realista del colapso de la burbuja y los efectos de compresibilidad en el fluido.

### **3.4 Comparación de resultado: ANSYS vs Basilisk**

Las imágenes que presento a continuación reflejan la evolución temporal del fenómeno “Bubble Bursting” realizado en el programa Basilisk, estudiando la distribución de la densidad a lo largo del proceso. Cada imagen muestra cómo se comporta la densidad del fluido durante los momentos claves previos y posteriores a la ruptura.

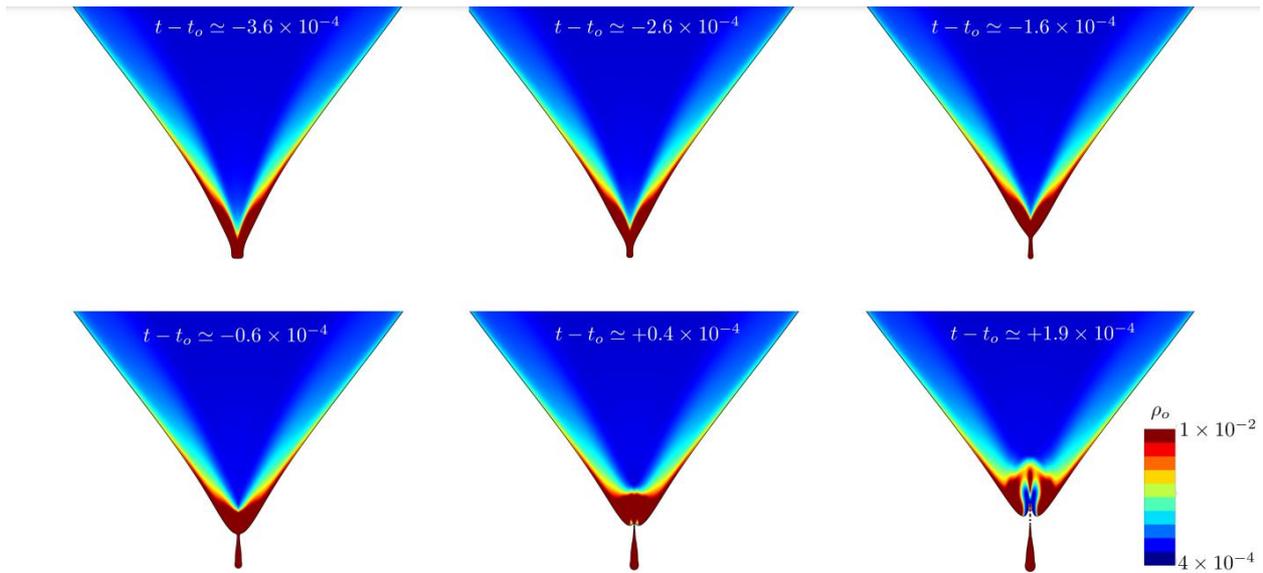


Figura 18. Captura de la distribución de densidad a través de simulación en Basilisk. Muestra las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros.

Al comienzo, se observa una estructura cónica que representa la burbuja poco antes de romperse. La densidad del fluido es mayor en las zonas cercanas a los bordes de la burbuja. A medida que avanza el tiempo y nos acercamos al instante donde se produce la ruptura, hay un adelgazamiento en la punta de la burbuja, lo que indica una concentración de masa en esa zona crítica. Este comportamiento es común en sistemas de fluidos donde la tensión superficial actúa para mantener la estabilidad de la burbuja, hasta que la película se vuelve tan delgada que acaba cediendo.

Durante la ruptura, la punta de la burbuja colapsa y una pequeña gota se desprende. En esta fase, la densidad se concentra en la gota, lo que refleja la acumulación de fluido en el punto de ruptura justo antes de que la gota se forme y se separe de la estructura principal. Después de la separación de la gota, la estructura cónica que queda comienza a estabilizarse, con una menor concentración de densidad que indica que el Sistema está en un proceso de relajación tras la liberación de energía asociada con la ruptura.

El comportamiento de la densidad a lo largo del proceso es clave para entender la dinámica del fenómeno. Inicialmente, la masa se redistribuye desde la superficie de la burbuja hacia los bordes y la punta, generando tensiones que terminan en la ruptura. Posteriormente, la gota resultante retiene gran parte de la densidad, mientras que la estructura restante se relaja y muestra una reducción en la concentración de masa.

Comparemos esta imagen con los resultados obtenidos con Ansys. La evolución en ambos casos es comparable en cuanto al patrón inicial con la simulación generada con Ansys. Se puede ver que la densidad también comienza concentrándose en la parte inferior de la cavidad, con una fase inicial de contracción del fluido.

Sin embargo, los resultados generados con Basilisk ofrecen una mayor resolución en los detalles de las fases finales. Especialmente en los tiempos más avanzados, se aprecia claramente un chorro central más delgado y definido, mientras que las simulaciones de Ansys parecen generar patrones algo más difusos en estas fases finales.

En la fase de colapso de la burbuja, Basilisk ofrece una mayor precisión en la simulación del chorro que se genera en el colapso. Las simulaciones muestran una estructura más fina y detallada del chorro, que es posiblemente resultado de la capacidad de Basilisk de manejar con mayor precisión las superficies libres o interfases entre fluidos de diferentes densidades.

La evolución temporal es más suave y progresiva, mostrando menos dispersión en los bordes de la cavidad y una contracción más clara hacia el centro.

Las diferencias observadas pueden deberse a los métodos numéricos subyacentes. Ansys utiliza un enfoque

basado en volúmenes finitos, que puede presentar algunas limitaciones en la representación precisa de interfases. Basilisk, por otro lado, utiliza técnicas basadas en adaptabilidad de malla, lo que permite capturar mejor los detalles finos, especialmente en las interfases y los chorros generados en la fase de colapso.

La serie de imágenes que se muestran a continuación, muestran la evolución del número de Mach. Este parámetro, que mide la relación entre la velocidad del flujo y la velocidad del sonido en el medio, es crucial para entender cómo se redistribuyen las velocidades en el sistema.

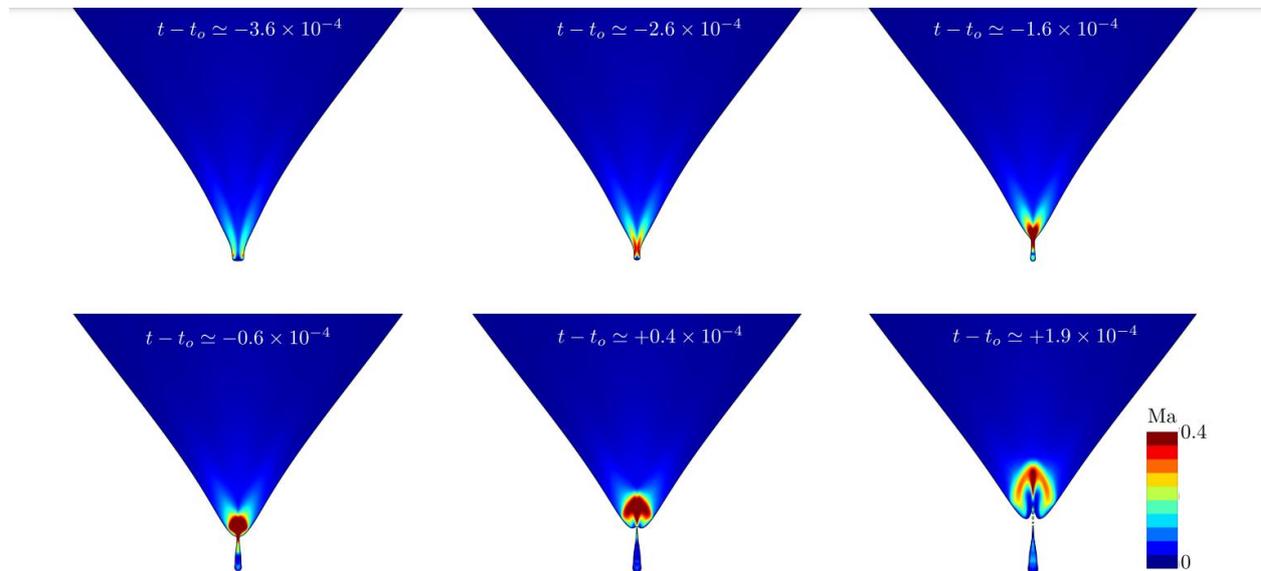


Figura 19. Captura de la distribución Número de Mach obtenido a través de simulación en Basilisk. Muestra las últimas etapas de colapso de la burbuja y primeras etapas de formación de chorros.

Inicialmente, el número de Mach es bajo en casi toda la estructura, lo que sugiere que las velocidades del fluido son relativamente pequeñas, con una ligera aceleración visible en la zona cercana a la punta de la burbuja. A medida que el tiempo avanza, se observa un incremento significativo en el número de Mach en la región de la punta de la burbuja, coincidiendo con el adelgazamiento de la película de fluido en esa área. Esto indica que el fluido en la punta se acelera a medida que las tensiones superficiales aumentan y la ruptura se vuelve inminente.

El momento de la ruptura se caracteriza por un pico de velocidad en la zona de la punta, lo que genera valores elevados del número de Mach. La aceleración local provoca la expulsión de una gota de fluido, que se desprende de la estructura principal. Esta gota recién formada presenta una alta concentración de energía cinética, como lo muestra el número de Mach elevado en su entorno. Tras la formación y expulsión de la gota, la estructura cónica restante del fluido comienza a estabilizarse, con una disminución en las velocidades generales del sistema.

El número de Mach es un indicador clave para comprender la dinámica del flujo durante la ruptura de la burbuja. A medida que se aproxima la ruptura, las velocidades del fluido aumentan significativamente en la punta, alcanzando su máximo en el instante de la expulsión de la gota. Una vez que se forma la gota, el sistema experimenta una desaceleración en la parte residual de la burbuja, mientras que la gota conserva gran parte de la energía cinética acumulada.

Comparemos esta solución con las generadas en Ansys. En cuanto a la distribución general del número de Mach, en las simulaciones realizadas con Ansys, los gradientes de Mach parecen estar representados con una mayor amplitud y variación, especialmente en las zonas cercanas a la región de mayor velocidad. En cambio, en las simulaciones de Basilisk, la transición de número de Mach parece más suave, con una menor variación en los colores y un enfoque más centrado en las áreas de menor Mach.

En ambas simulaciones el flujo es mayormente simétrico, lo que indica que ambos programas resuelven correctamente el problema en términos de conservación de la masa y de la energía. Sin embargo, Ansys parece captar con más detalle las variaciones locales en el número de Mach, lo que puede deberse a la diferencia en los

algoritmos numéricos usados entre los dos programas.

En la simulación obtenida de Ansys, se puede ver cómo el flujo se separa y colapsa en el centro en instantes determinados, representando un fenómeno de choque más concentrado en el espacio. En cambio, con Basilisk parece mostrar una propagación del choque más gradual y extendida.

Para Ansys hemos manejado un rango de Mach más amplio, lo que permite observar gradientes más nítidos en las áreas cercanas al punto de ruptura. Basilisk ofrece un rango más reducido, pero realza mejor las pequeñas variaciones en los momentos iniciales del flujo.

En la simulación realizada con Ansys podemos ver una mayor nitidez en las variaciones de alta velocidad, mientras que Basilisk ofrece una visión más suave y centrada en los regímenes de transitorio y las zonas de bajo mach. Ambas herramientas proporcionan resultados valiosos, pero su uso dependerá del enfoque del análisis: Ansys es adecuado para visualizar estructuras detalladas de choque, mientras que Basilisk parece preferible para analizar la evolución temporal en los primeros momentos del flujo.

### 3.5 Conclusiones

Durante el presente trabajo hemos aportado los resultados obtenidos a partir de una serie de simulaciones sobre la ruptura de burbujas. A lo largo del desarrollo del estudio nos hemos centrado fundamentalmente en el momento de la ruptura de la burbuja.

Han surgido una serie de complicaciones como a la hora de elegir que tipo de malla o fluido íbamos a utilizar. Estas decisiones eran claves para el desarrollo del trabajo y determinaron en gran medida los resultados obtenidos como las limitaciones de la simulación. A través de esta investigación, he logrado comprender mejor el comportamiento dinámico de la ruptura de burbujas.

La decisión de utilizar una malla fija, en lugar de una adaptativa o dinámica, fue una decisión clave. Una malla adaptativa habría permitido seguir con mayor detalle las deformaciones locales en la interfase de la burbuja, un punto crítico dado que la ruptura de la burbuja es un fenómeno altamente dinámico y no lineal. Sin embargo, su implementación habría aumentado considerablemente el tiempo de cálculo y la complejidad computacional del modelo. La malla fija nos ofreció un equilibrio aceptable entre precisión y eficiencia. Resultó ser una opción robusta para mantener la estabilidad de la simulación, lo que nos permitió evitar problemas como la distorsión de la malla o la pérdida de convergencia.

Por otro lado, el uso de un modelo de fluido compresible fue una decisión basada en la necesidad de captar de manera fácil las dinámicas de presión y densidad involucradas. En muchas simulaciones se emplean modelos de fluido incompresible, particularmente para simplificar el análisis, optamos por un enfoque más realista al modelar el aire dentro de la burbuja y el fluido circundante como compresibles. Esto se debe a que, en la ruptura de burbujas, especialmente bajo condiciones de presión elevada o en situaciones donde las variaciones de presión son importantes, la compresibilidad del fluido desempeña un papel esencial en la generación de ondas de choque y fluctuaciones de densidad. Estos efectos son importantes para entender el comportamiento de las gotas que se expulsan tras la ruptura de la burbuja, un fenómeno clave en aplicaciones prácticas.

Los resultados obtenidos mediante esta configuración lograron reproducir las etapas críticas del “Bubble Bursting”, desde la formación de la delgada capa en la parte superior de la burbuja hasta la eyección de las gotas al estallar. A pesar de las limitaciones, los resultados han sido satisfactorios en cuanto a precisión global del fenómeno, y el uso del fluido compresible permitió reflejar de manera adecuada las variaciones de densidad, número de mach y temperatura.

Desde una perspectiva más práctica, este fenómeno tiene implicaciones en numerosos campos actuales. En el ámbito de la climatología, por ejemplo, la ruptura de burbujas en la superficie del océano contribuye a la emisión de aerosols marinos y a la transferencia de gases entre el agua y la atmósfera., un proceso que afecta tanto al ciclo del carbono como al calentamiento global. Entender mejor este fenómeno es esencial para mejorar los modelos climáticos y predecir con mayor precisión la evolución de fenómenos relacionados con el cambio climático.

En la industria, el estudio del “Bubble Bursting” es crucial en procesos de separación de fases, como la destilación y la fermentación. La eficiencia de estos procesos se ve afectada por la formación y ruptura de

burbujas, ya que la eyección de gotas influye directamente en el intercambio de material y energía entre fases. Del mismo modo, este fenómeno tiene aplicaciones importantes en la biomedicina. La ruptura controlada de microburbujas se utiliza en técnicas de administración de fármacos, donde las burbujas, al romperse, liberan medicinas en áreas específicas del cuerpo. También es relevante en la mejora del contraste en las imágenes de ultrasonido, donde la ruptura de burbujas mejora la visualización de tejidos y órganos.

Esta experiencia no solo nos ha permitido estudiar un fenómeno dinámico con múltiples aplicaciones industriales y científicas, sino también resaltar la importancia de las decisiones metodológicas en el proceso de simulación. Aunque este estudio abre la puerta a futuras investigaciones con modelos más complejos y detallados, hemos sentado una base sólida para el análisis de este fenómeno en sus múltiples contextos y aplicaciones actuales.

## 4 REFERENCIAS

- Bolanos-Jimenez, R., Sevilla, A., Martinez-Bazan, C., Gordillo, J. M., 2008. Axisymmetric bubble collapse in a quiescent liquid pool. Part 1. *Journal of Fluid Mechanics*.
- Chhabra, R. P., Richardson, J. F., 2008. Analysis of non-Newtonian flows using digital image analysis.
- Duchemin, L., Popinet, S., Josserand, C., Zaleski, S., 2002. Jet formation post bubble burst. *Physics of Fluids* 14, 3004–3020.
- Lhuissier, H., Villermaux, E., 2012. Bursting Bubble Aerosols. *Journal of Fluid Mechanics* 696, 5–44.
- Prosperetti, A., 1997. Advanced studies on Rayleigh instability and bubble dynamics in fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics* 29, 155–193.
- Thoroddsen, S. T., Takehara, K., Etoh, T. G., 2000. High-speed imaging of cavitation bubble collapse. *Journal of Fluid Mechanics*.
- Ward, A. F. H., Tordai, L., 1946. Time dependence of boundary tensions in solutions. *Journal of Chemical Physics* 14, 453–461.
- Zhang, X., Sander, D., 2000. Surface tension measurements using pendant drop method. *Surface Science Reports* 60, 353–377.
- Richter, D. H., & Veron, F. (2016). Ocean spray: An outsized influence on weather and climate. *Physics Today*, 69(11), 34–39.
- Vaziri, H. G. (2023). *Hole dynamics in films and ocean-atmosphere exchanges* [Tesis doctoral, Sorbonne University].
- Law, C. S., & Tindale, N. W. (1999). Aerosol and the flux of iron to the ocean. *Global Biogeochemical Cycles*, 13(2), 627-637.
- Gañán-Calvo, A. M. (2023). The ocean fine spray. *Physics of Fluids*, 35(2), 023317.
- Preobrazhenskii, M. P. (2011). "Application of light scattering to studying dynamics of the process of a bubble collapse". *Journal of Applied Spectroscopy*, 78(1), 107-111.
- Butt, H.-J., Cappella, B., & Kappl, M. (2005). "Force measurements with the atomic force microscope: Technique, interpretation and applications". *Surface Science Reports*, 59(1-6), 1-152.
- Chu, X., & Liu, Y. (2021). High-speed imaging techniques for bubble dynamics. *Journal of Fluid Mechanics*, 905, 110-125.
- Li, X., & Zhang, J. (2019). Numerical simulation of bubble and interface dynamics using high-performance computing. *Computers & Fluids*, 184, 104-116.
- Eggers, J. (1997). "Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows." *Reviews of Modern Physics*, 69(3), 865-929.

