

## 5 CONTROL DEL SISTEMA LEVITADOR NEUMÁTICO

### 5.1 INTRODUCCIÓN

El control que se ha realizado del sistema levitador neumático ha sido basándose en los dos siguientes métodos de control :

- Control PID ( fijo, y ajustable según altura )
- Control Predictivo

En el caso del control predictivo se usará el modelo del sistema obtenido del proceso de identificación. Usando dicho modelo, y suponiendo en principio que no existen restricciones, se obtendrá una ley de control análoga a la de un PID y se intentará el control del sistema aplicando dicha ley. Al hablar de ley análoga a la de un PID, quiere decirse que la señal de control se calculará como una combinación lineal de valores presentes y pasados de la señal de control y de la señal de salida, más una combinación de valores futuros de la señal de referencia.

Ambos métodos de control se aplican usualmente en el control de procesos reales en la industria, en especial el control PID. A pesar de la sencillez de la ley de control utilizada, con estos tipos de control se obtienen a menudo muy buenos resultados, comparables a otros métodos de control más elaborados y que requieren mucha mayor potencia de cálculo por parte del controlador.

Naturalmente, dada la complejidad dinámica del levitador neumático, sería interesante el uso de otras técnicas de control modernas, como, por ejemplo, el control robusto, pues las características del sistema, en especial su dinámica lenta, hacen posible

intentar la implementación de algoritmos de control con carga de computación relativamente elevada.

No se ha abarcado en este proyecto el estudio de dichos algoritmos dado que las primeras pruebas que se realizaron indicaban que, a pesar de la lentitud del sistema, el tiempo de cálculo de la señal de control era demasiado elevado y superior al tiempo de muestreo usado ( de 0.852 segundos habitualmente ), y era necesario pues optimizar los algoritmos usados para reducir dicho tiempo. Sin embargo, el diseño e implementación de algoritmos eficaces que sean más rápidos es una posible e interesante línea de investigación.

En consecuencia, se decidió usar leyes de control sencillas con el fin de demostrar que con controladores sencillos se obtienen resultados aceptables, y para completar el ciclo de desarrollo de un sistema real, desde la implementación del mismo hasta su control por computador. Por supuesto, sería deseable que se aprovechara el sistema levitador neumático para posibles proyectos en los que se implementen algoritmos de control más potentes.

## 5.2 CONTROL PID

El control PID ( Proporcional + Integral + Derivativo ) es sin duda el control más utilizado hoy día en la industria. Al utilizarse una ley de control donde se calcula la señal de control como combinación lineal de los errores actuales y pasados, la dificultad y el tiempo de cálculo necesarios son mínimos. Esto permite implementar un control PID en microprocesadores muy sencillos, o incluso implementar circuitos que realicen el cálculo de la señal de control electrónicamente.

Además, el control PID ofrece unas prestaciones que son suficientes en la mayoría de los procesos.

Por todo ello, un enfoque deseado es intentar controlar los sistemas mediante el control PID, y sólo abordar métodos de control más elaborados cuando el control PID no satisfaga los criterios establecidos para el sistema.

En el caso del sistema levitador neumático no se ha fijado a priori ningún criterio, como podría ser, por ejemplo, el porcentaje de sobreoscilación del sistema controlado o el tiempo de establecimiento, sino que se ha realizado la prueba de diferentes controladores PID en diferentes zonas de trabajo y se ha comparado cualitativamente el resultado obtenido con cada controlador.

No se define ningún criterio porque lo que se pretende es demostrar que el sistema es controlable y no se pretende comparar las características de diferentes controladores.

Un controlador PID es un controlador donde la señal de control 'u' se calcula en cada instante de muestreo como combinación lineal de tres elementos que dependen de la señal de salida 'y' del sistema y de la señal de referencia 'r' del sistema:

- error en ese instante :  $e = r - y$
- integral del error desde el instante inicial:  $\int e \, dt$
- derivada del error :  $de/dt$

Si esta ley de control se lleva al tiempo discreto, y tomando ‘ $T_m$ ’ como tiempo de muestreo de las señales, queda la siguiente ley de control :

$$u_k = k \cdot (e_k + \frac{T_d}{T_m} \cdot (e_k - e_{k-1}) + \frac{T_m}{T_i} \cdot \sum_{n=0}^k e_n)$$

donde ‘ $u_k$ ’ es el valor de la señal de control en el instante actual,  $k$ , de muestreo, y  $e_n$  es el valor de la señal de error en el instante  $n$ .

Para elegir un PID determinado basta con dar valor a los parámetros siguientes:

- $k$  : constante proporcional.
- $T_d$  : tiempo derivativo.
- $T_i$  : tiempo integral.

A continuación se muestra una serie de gráficas donde se presentan distintos PID utilizados y el comportamiento del sistema con dichos PID.

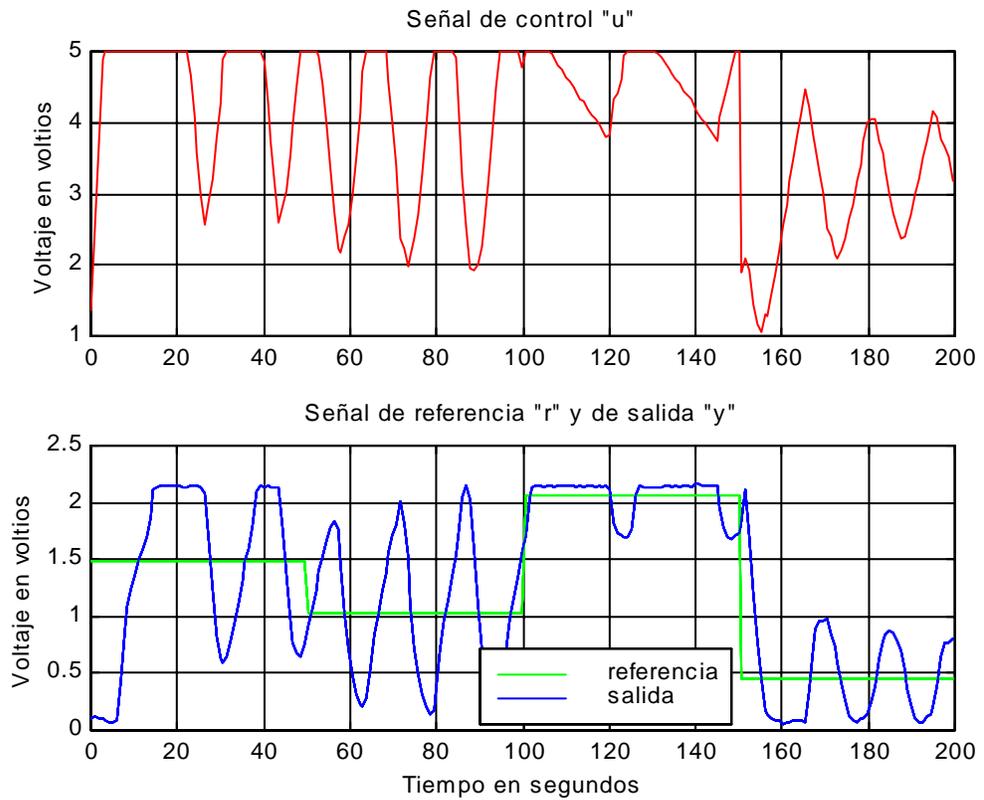
La figura número 1 muestra el comportamiento claramente inestable del sistema para un PID donde  $k = 1$ ,  $T_i = 1$  y  $T_d = 1$ .

La señal de referencia ‘ $r$ ’ para este experimento tiene tres intervalos :

- 60 centímetros para  $0 < t < 0.25 * t_{\text{final}}$
- 45 centímetros para  $0.25 * t_{\text{final}} < t < 0.5 * t_{\text{final}}$
- 90 centímetros para  $0.5 * t_{\text{final}} < t < 0.75 * t_{\text{final}}$
- 20 centímetros para  $0.75 * t_{\text{final}} < t < t_{\text{final}}$

Se ha elegido una señal de referencia que tuviese valores tanto de la zona superior, como de la zona inferior de todo el rango posible de altura que puede alcanzar la plataforma.

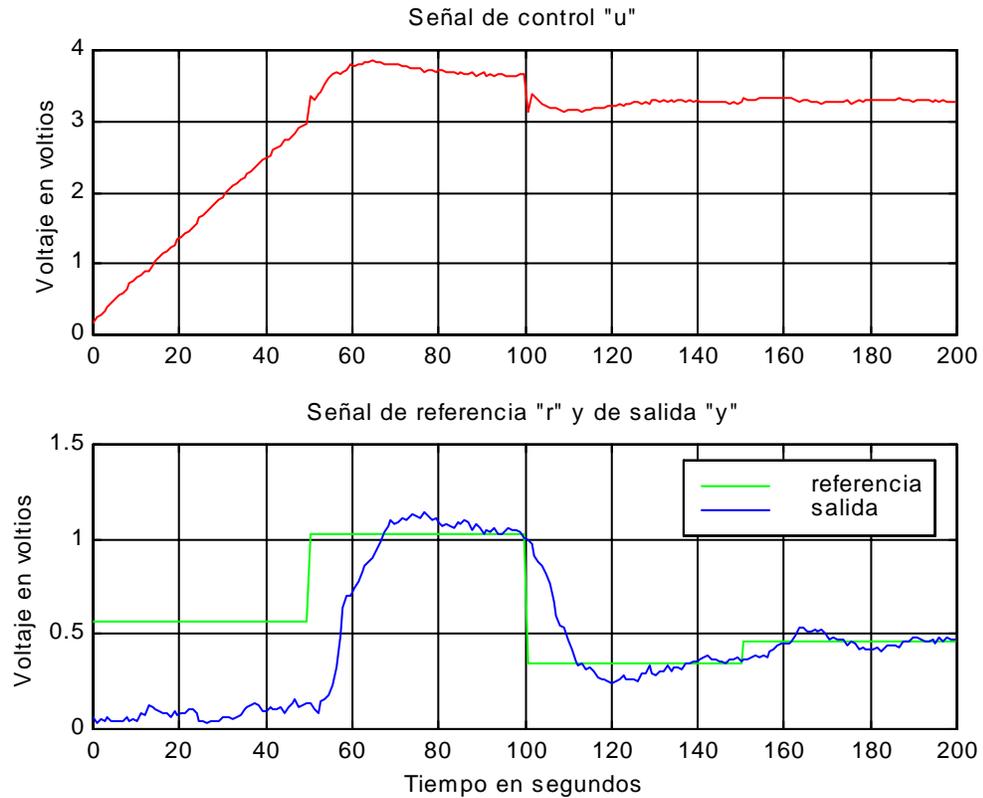
Dado que el sistema es no lineal, no se puede saber a priori si un controlador que funcione en la zona inferior funcionará también en la superior y viceversa, ni tampoco si se degradará mucho la calidad del control.



Gráfica 5-1

Este controlador es inestable porque posee una constante proporcional muy elevada y porque el tiempo integral es muy alto, lo que se traduce en demasiado efecto integral.

La figura siguiente presenta el resultado de usar un control PID donde  $k = 0.35$ ,  $T_i$  es igual a 3 y  $T_d$  permanece igualado a 1.

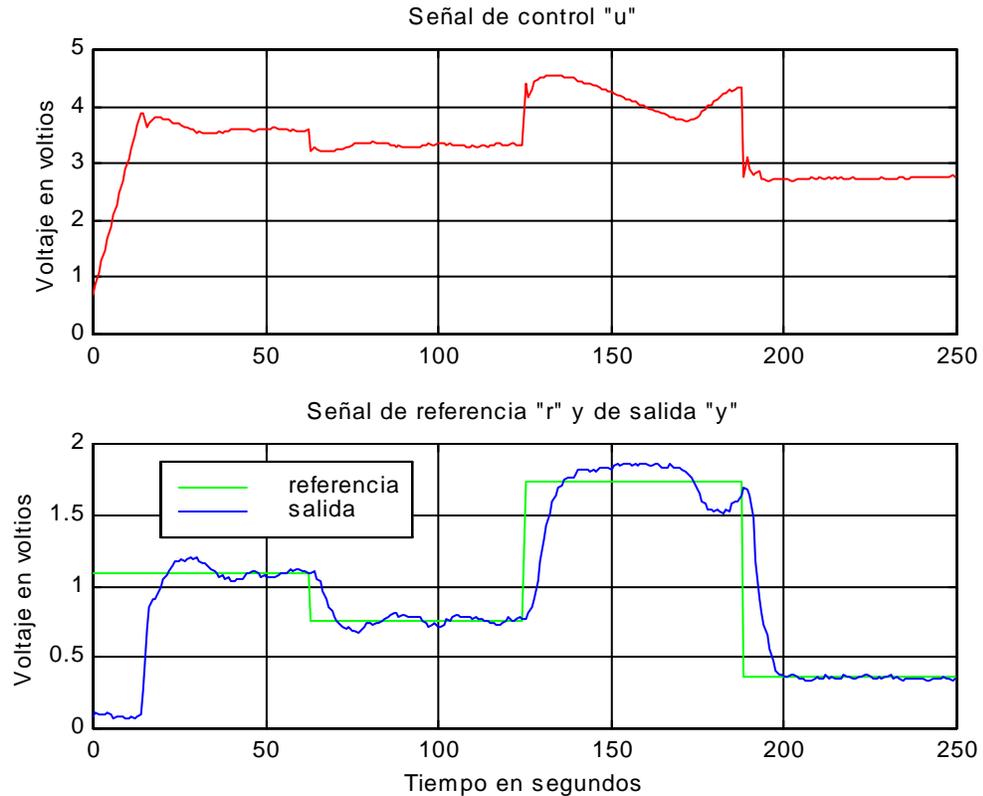


Gráfica 5-2

Como se puede ver, el sistema controlado es excesivamente lento, incluso para un sistema de dinámica lenta como es el levitador. Es necesario conseguir un controlador que sea más rápido.

En la figura tercera se puede ver el controlador que consigue mejor comportamiento del sistema para una referencia que abarque todas las zonas. Como se ha comentado antes, un PID puede ser bueno en una zona y no valer en otras zonas. Por ello, encontrar un PID fijo que sirva para todas las zonas será forzosamente un compromiso entre una zona y otra, y las gráficas siguientes muestran el comportamiento cuando se usa el PID que mejor controla para todas las zonas en general, y no para una zona en particular.

El valor de la constante proporcional es  $k = 0.7$ , el del tiempo integral es  $T_i = 3$  y el del tiempo derivativo es  $T_d = 0.6$ .



Gráfica 5-3

Nótese que la referencia se divide en cuatro intervalos cada uno con un valor constante. En el primero, la referencia sirve para que el sistema arranque desde el reposo. El valor de la referencia es de 60 centímetros.

El siguiente valor de la referencia es de 45 centímetros, y muestra el comportamiento del PID en la zona de transición entre la parte inferior, que ya se comentó que era casi lineal, y la parte superior, que también se comentó durante el capítulo de identificación, que es muy no lineal.

De hecho, en la tercera parte de la referencia el valor de dicha referencia es de 90 centímetros, y se puede ver en la gráfica cómo la salida no se consigue converger al valor correspondiente a 90 centímetros. Esto es debido a que el sistema es muy no lineal en esta zona.

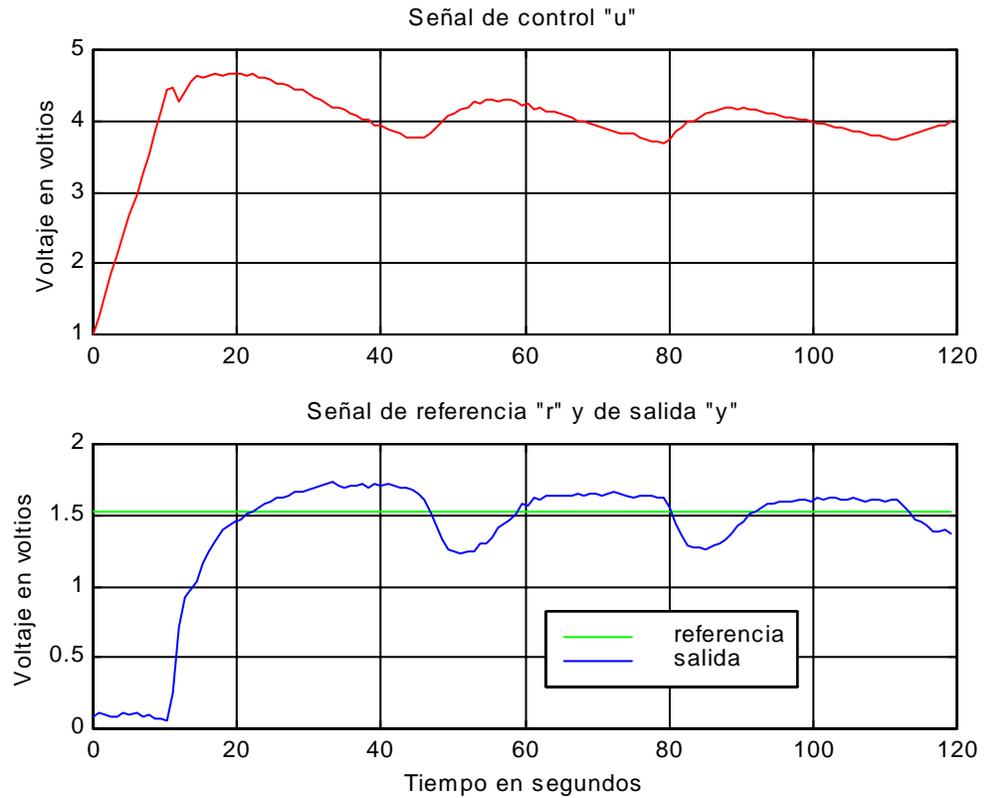
En cambio, en el último intervalo de la referencia el valor de la señal es de 20 centímetros y sirve para ilustrar el comportamiento del sistema controlado en la zona inferior. Como se ve, el control es mejor debido a que el sistema es casi lineal en dicha zona.

### **5.3 CONTROL CON PID POR ZONAS**

Se ha comentado ya que el hecho de que el sistema sea no lineal hace imposible encontrar un controlador PID fijo que controle correctamente en todo el intervalo de alturas en que puede moverse la plataforma.

En este apartado se realiza un control PID en cada zona y, a continuación, se programa un control PID donde los valores de los parámetros del PID dependen de la posición de la plataforma. Mediante este control por zonas se obtiene un control adecuado para todo el rango de variación de la señal de altura.

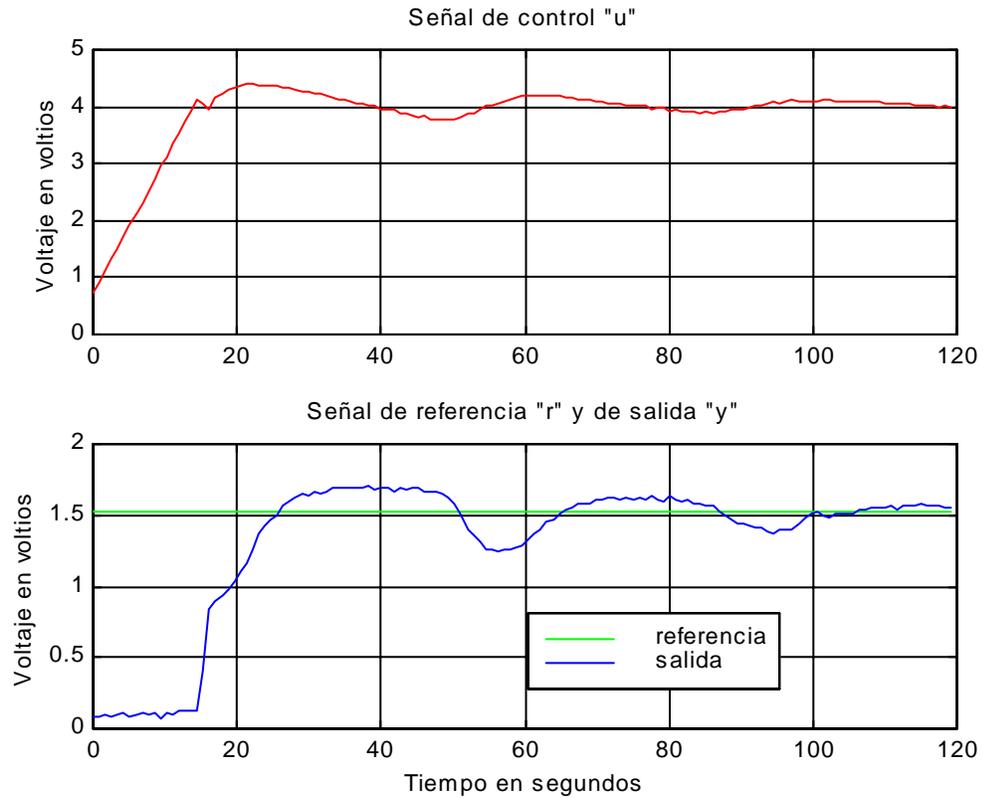
La primera figura muestra el resultado de usar un controlador PID ajustado para la zona inferior en la zona superior. En concreto, la referencia vale 80 centímetros y las constantes del PID son  $k = 0.8$ ,  $T_i = 3$  y  $T_d = 0.5$ .



Gráfica 5-4

Es evidente que el sistema en bucle cerrado es inestable. Se hace necesario ajustar un controlador diferente para esta zona de trabajo.

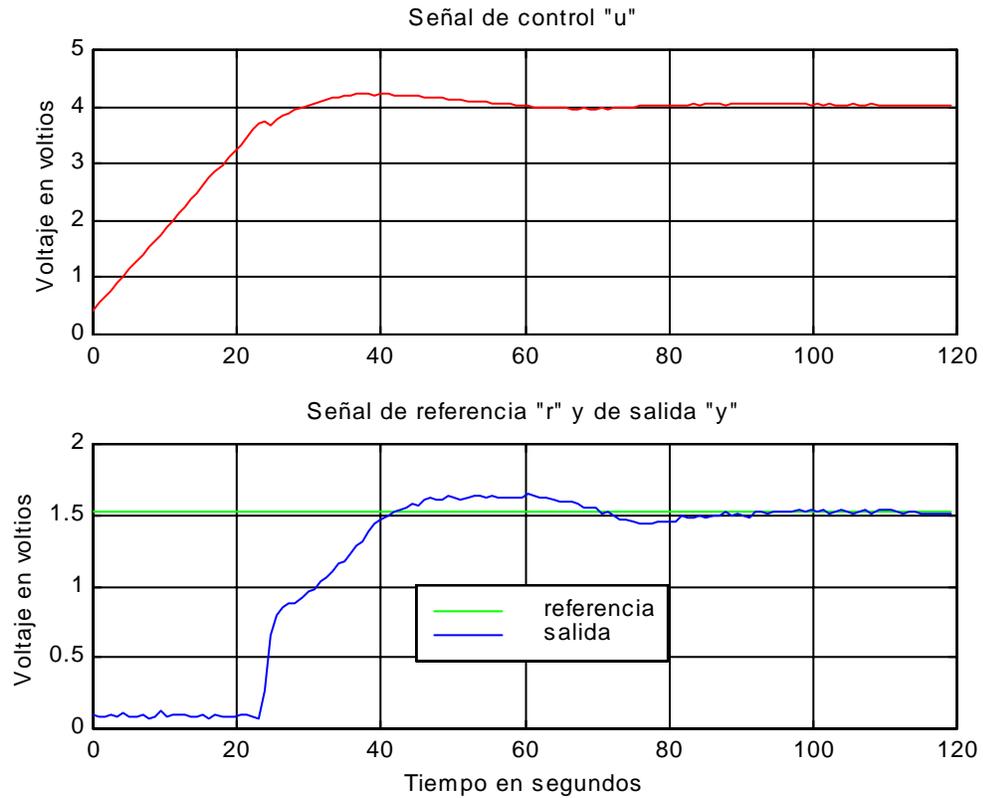
Un controlador que da buenos resultados tiene como valor de  $k = 0.5$ , como valor de  $T_i = 3$  y como valor de  $T_d = 1$ .



Gráfica 5-5

Para valores superiores de  $k$  el sistema tiende a hacerse inestable y para valores inferiores de  $k$  el sistema es demasiado lento.

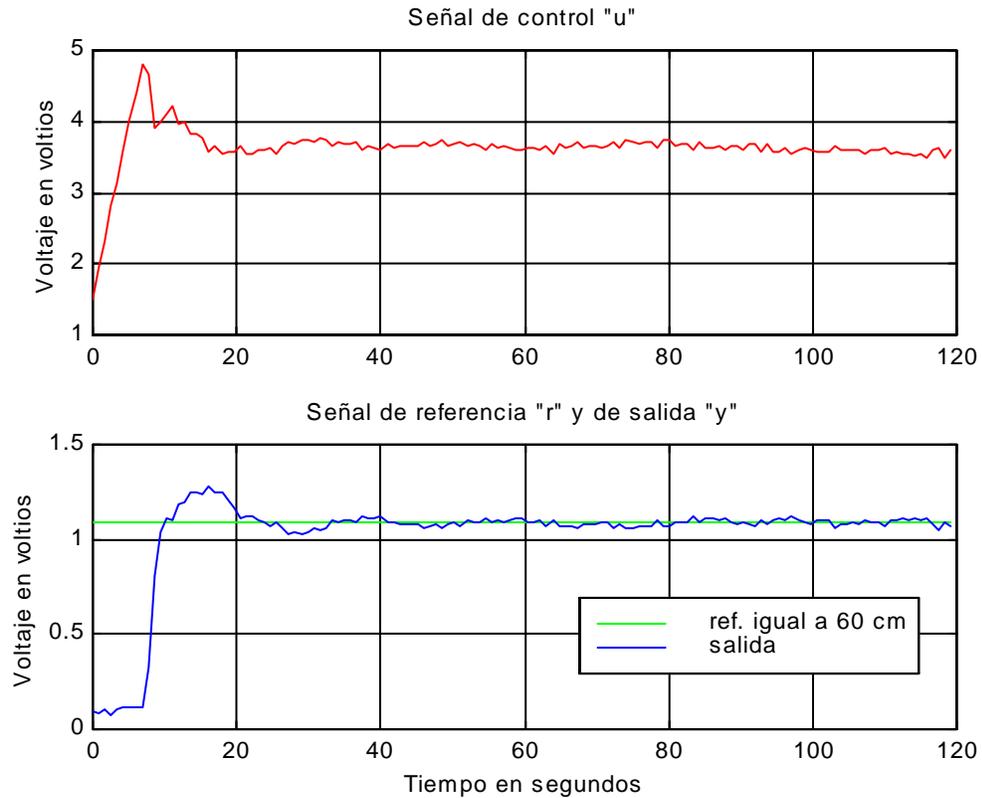
En la gráfica siguiente se observa el comportamiento del sistema en bucle cerrado cuando los valores de las constantes del PID son  $k = 0.3$ ,  $T_i = 4$  y  $T_d = 0.6$ , y se puede comprobar como, efectivamente, el sistema tiene menor sobreoscilación pero, en cambio, es más lento que con el controlador anterior.



Gráfica 5-6

Si ahora se usa el controlador que era óptimo para una referencia de 80 centímetros teniendo en cambio una referencia constante de 60 centímetros, se nota de inmediato que el sistema evoluciona de manera excesivamente lenta.

La gráfica número 5-7 representa el comportamiento del sistema para un controlador PID con  $k = 0.3$ ,  $T_i = 4$ , y  $T_d = 0.6$ , que es el mejor controlador obtenido cuando la referencia es constante a 80 centímetros.



Gráfica 5-7

En este segundo caso, el sistema evoluciona de manera mucho más rápida hasta la referencia de 60 centímetros. En consecuencia, este segundo controlador PID es mejor que el primero, que en cambio era mejor que el otro en la zona de 80 centímetros.

Se puede comprobar que existen otras zonas diferenciadas en el rango posible de alturas que puede alcanzar la plataforma. De hecho, estos experimentos no hacen más que corroborar lo que se afirmaba en el capítulo dedicado a la identificación del sistema, o sea,

que el sistema es no lineal y que dentro de esa no linealidad se pueden distinguir varias zonas donde el comportamiento del sistema es diferente.

Para una referencia de 40 centímetros, constante, el PID que mejor controla el sistema tiene estos valores de sus parámetros;  $k = 1.5$ ,  $T_i = 3$  y  $T_d = 1.25$ .

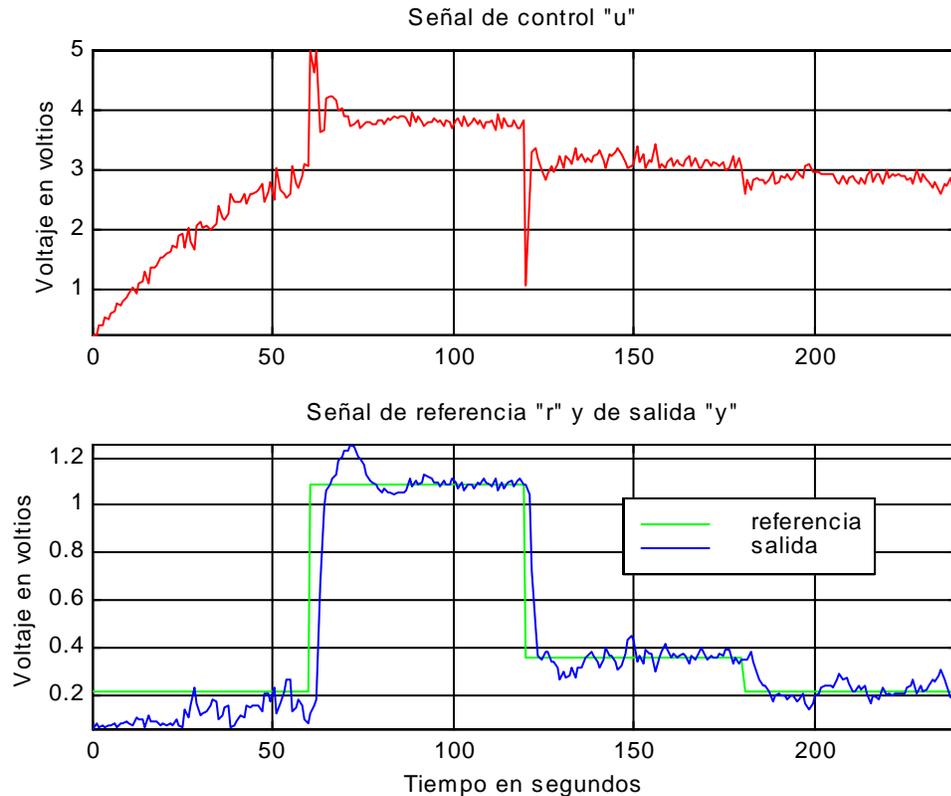
Para una referencia constante de 20 centímetros el controlador que mejor ajusta tiene como parámetros  $k = 1$ ,  $T_i = 3$  y  $T_d = 1.25$

Con objeto de no añadir excesivas gráficas no se incluye la del comportamiento del sistema con estos PID y para estas referencias, puesto que tampoco aportan gran información.

Nótese que el controlador que presenta mejor comportamiento es prácticamente el mismo para una referencia de 40 centímetros que para una referencia de 20 centímetros. Esto es así, en parte, porque el sistema es prácticamente lineal en la zona inferior del tubo, hasta los 40 ó 50 centímetros de altura, como se ha señalado más de una vez y se estudió en el capítulo dedicado a la identificación del sistema.

Otra característica importante a comentar es el aumento de las perturbaciones en el sistema a medida que la plataforma se encuentra más cerca del ventilador.

Como ejemplo de estas perturbaciones, la gráfica 5-8 muestra la respuesta del sistema en bucle cerrado con una referencia que primero vale 10 centímetros, después pasa a 60 centímetros, a continuación pasa a valer 20 centímetros y, por último, vale 10 centímetros de nuevo.



Gráfica 5-8

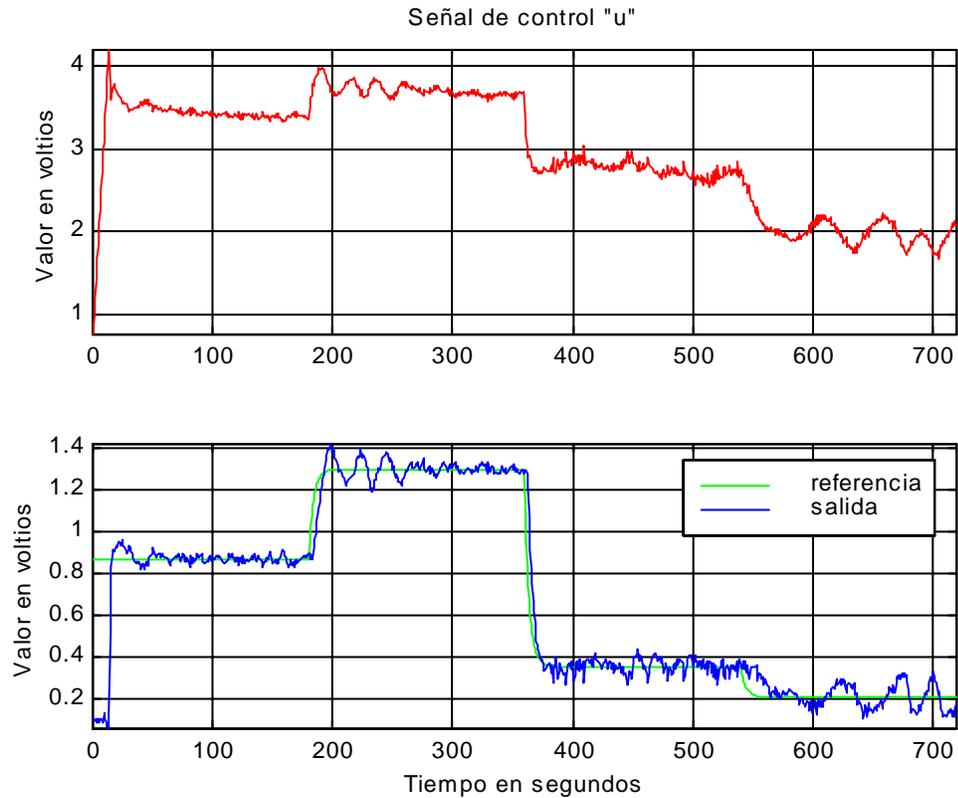
Para el experimento representado en la gráfica anterior se ha usado un controlador PID muy lento, reduciendo el valor de la constante proporcional  $k$  a 0.35. Como consecuencia de ello, el sistema no es capaz de seguir la referencia durante el primer tramo de valor constante (e igual a 10 centímetros) porque la señal de control no sube con suficiente rapidez. Hay que recordar que en la zona contigua al ventilador, que es de donde parte la plataforma, existe una zona de succión donde la propia corriente del ventilador impide la elevación de la plataforma hasta que se alcanza un valor de 'u' elevado, superior al que necesita luego para mantenerse en el aire.

Respecto a la existencia de mayores perturbaciones a medida que la altura es menor, es inmediata la constatación de este hecho viendo la gráfica anterior. Tanto en el

primer intervalo de los cuatro en que se divide la señal de referencia como en el último, las perturbaciones son superiores que en el segundo y tercer intervalo ( en que la referencia vale 60 y 20 centímetros, respectivamente ). Igualmente, las perturbaciones son más notables en el tercer intervalo que en el segundo.

No se puede achacar el comportamiento de la salida a un control deficiente, puesto que se ha elegido un controlador PID para que el sistema en bucle cerrado tenga muy poca o ninguna sobreoscilación, aun a costa de ralentizar mucho su dinámica. Por tanto, las variaciones observadas en la señal de salida no pueden ser achacadas al controlador usado y sí al efecto de perturbaciones que existen en el sistema, como pueden ser, por ejemplo, pequeños remolinos que se formen en el interior del tubo, o variaciones en el flujo de aire que sale del ventilador debidas a la obstrucción que supone la propia plataforma.

Para terminar el apartado referido a control mediante PIDs se recoge la gráfica siguiente, que representa el comportamiento del sistema cuando se utiliza para controlarlo un PID, donde los parámetros del PID se calculan en función de la altura a la que esté la plataforma en cada momento.



En dicha gráfica se observan las características comentadas antes, como, por ejemplo, la mayor magnitud de las perturbaciones en las proximidades del ventilador.

Para el cálculo de los parámetros del PID se ha dividido el rango de alturas en que se puede mover la plataforma en tres zonas. Para cada extremo de las zonas se han ajustado los valores del PID para conseguir el mejor comportamiento. Una vez obtenidos estos controladores, se ha programado el algoritmo de manera que los parámetros para una altura dada se calculen por interpolación lineal de los parámetros de los dos PID óptimos que limitan su zona.

Mediante este ajuste del PID según la altura se consiguen mejores resultados que con un solo PID ( haya sido o no ajustado para una zona particular ). Además, en caso de trabajar en una zona limitada este controlador es equivalente al PID que mejor se comporte.

La ventaja que presenta esta forma de control es que sigue siendo tan sencilla de implementar como un PID pero es capaz de controlar en todo el rango de variación de la señal de salida, a pesar de que el sistema tiene una dinámica muy compleja.

## 5.4 CONTROL PREDICTIVO

En este apartado se comentan los resultados obtenidos al intentar controlar el sistema levitador usando un controlador predictivo y los problemas que se presentan en este tipo de control.

Como modelo del sistema se usará el modelo obtenido en el proceso de identificación cuyas ecuaciones se encuentran recogidas en el capítulo dedicado a la identificación del sistema.

El control predictivo es GPC ( control predictivo generalizado ) sin considerar restricciones sobre las señales.

El modelo del sistema se describe de la siguiente manera:

$$A(z^{-1}) \cdot y(t) = B(z^{-1}) \cdot z^{-d} \cdot u(t-1) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

donde  $\Delta = (1 - z^{-1})$

La función objetivo a minimizar es  $J(N)$  :

$$J(N) = E \left\{ \sum_{j=d+1}^{d+N} [y(t+j|t) - r(t+j)]^2 + \lambda \cdot \sum_{j=1}^N [\Delta u(t+j-1)]^2 \right\}$$

donde 'N' es el horizonte de control y ' $\lambda$ ' es el factor de ponderación, ' $y(t+j|t)$ ' es el valor previsto para la señal de salida en el instante (t+j) calculado con la información disponible en el instante (t), ' $r(t+j)$ ' es el valor de la referencia en instante (t+j) y ' $\Delta u(t+j-1)$ ' es el valor de la señal de control en el instante (t+j-1) menos el valor de la señal de

control en el instante anterior. 'd' es el retardo del sistema, que vale cero para el modelo que se posee del levitador neumático.

Suponiendo que no existen restricciones, se puede obtener una ley de control en la que la señal 'u' de control óptima según  $J(N)$  en cada instante de muestreo es igual a una combinación lineal de valores pasados de la señal de control, valores presente y pasados de la señal de salida 'y', y valores futuros de la señal de referencia 'r'.

Esta combinación lineal tiene siempre los mismos coeficientes, de manera que implementar un controlador de este tipo es inmediato.

El controlador que se implementará en el programa de control del ordenador será una ley de control de este tipo, calculada anteriormente mediante un programa de MATLAB que realice los cálculos del GPC. Para calcular la ley de control y también para simular el comportamiento del sistema según el modelo que se tiene, se realizó una función en MATLAB denominada **mipred.m**.

La función predib.m toma como entradas el modelo del sistema, el tiempo de muestreo, el horizonte de control y el factor de ponderación y devuelve como salida la ley de control, además de representar gráficamente la simulación de la respuesta del sistema controlado para una referencia prefijada según el modelo introducido.

Se utilizó el modelo que se había obtenido en el proceso de identificación para obtener una ley de control. Tras realizar distintas simulaciones se escogió  $N = 3$  como horizonte de control y  $\lambda = 0.02$  como factor de ponderación, por ser los valores que proporcionaban un mejor comportamiento del sistema según la simulación. Utilizando el mismo programa de MATLAB se calculó la ley de control.

La ley de control obtenida se implementó luego en la aplicación de control del levitador, y se realizaron las pruebas sobre el sistema real.

El resultado de las pruebas fue negativo, puesto que el sistema controlado no seguía la señal de referencia, sino que se volvía inestable.

La razón principal de que no funcione el control predictivo es la no adecuación del modelo obtenido al comportamiento real del sistema.

Durante la fase de identificación se calculó un modelo del sistema para la zona inferior. Sin embargo, dicho modelo tenía bastantes limitaciones ya que los parámetros del sistema variaban ligeramente a lo largo del tiempo.

Asimismo, la viabilidad del método de control ( GPC ) depende en gran medida de la exactitud con que el modelo describa el sistema. Debido a que el modelo obtenido no es lo bastante exacto, y no puede serlo porque el sistema no se puede describir exactamente mediante un modelo de parámetros fijos, el control predictivo falla puesto que la predicción hecha por el modelo no corresponde lo suficiente con el comportamiento real del sistema.

De todo lo dicho se desprende que un controlador predictivo basado en un modelo fijo no sirve para controlar el levitador neumático.

Durante este proyecto se abordó el problema de realizar un control predictivo robusto. La idea de este control consiste en obtener un modelo del sistema donde los parámetros del modelo puedan variar dentro de un conjunto posible de valores, que constituye el espacio de los parámetros. A partir de este modelo del sistema se implementaría un algoritmo que mediante la resolución de un problema min-max en cada instante de muestreo obtuviese la señal de control que tuviera mejor comportamiento para el peor de los valores posibles de los parámetros dentro del espacio de parámetros.

Con este objetivo, se comenzó la programación de varias funciones en MATLAB, pero tras la realización de algunas pruebas se concluyó que la carga computacional que tiene este método de control es demasiado elevada para poder implementarlo en tiempo real, y sería necesario proponer algoritmos más sofisticados que redujesen el tiempo de cálculo. Como el estudio de esos nuevos algoritmos quedaba ya fuera de la extensión de este proyecto se decidió finalizar en este estado el apartado referente al control del sistema, y con él, el trabajo práctico del proyecto.