

Figura 2.11.- Proceso a la entrada de un receptor en banda base.

La salida del filtro del receptor se puede escribir como

$$y(t) = \mu \sum_i c_i p(t - iT_m) + n(t) \quad (2.27)$$

donde μ es un factor de escala, y el pulso $p(t)$ debe ser definido. Para ser precisos, un retraso de tiempo arbitrario t_0 debería ser incluido en el argumento del pulso en la ecuación (2.27) para representar el efecto del retraso de la transmisión a través del sistema. Para simplificar la exposición, hemos hecho este retraso igual a cero, en la ecuación (2.27) sin que haya por ello pérdida de generalidad.

El pulso escalado $\mu p(t)$ se obtiene de la doble convolución que involucra al pulso $g(t)$ del filtro del transmisor, la respuesta impulsiva del canal $h_c(t)$ y la respuesta impulsiva del filtro del receptor $h_R(t)$, como se muestra en

$$\mu p(t) = g(t) * h_c(t) * h_R(t) \quad (2.28)$$

Asumimos que el pulso $p(t)$ está normalizado, haciendo

$$p(0) = 1 \quad (2.29)$$

lo cual justifica el uso de μ como factor de escala para considerar los cambios de amplitud que se pueden dar en el curso de la transmisión a través del sistema.

Podemos transformar la ecuación (2.28) en su forma equivalente en el dominio de la frecuencia:

$$\mathbf{nP}(f) = G(f)H_c(f)H_R(f) \quad (2.30)$$

donde $P(f)$, $G(f)$, $H_c(f)$ y $H_R(f)$ son las transformadas de Fourier de $p(t)$, $g(t)$, $h_c(t)$ y $h_R(t)$, respectivamente.

Por último, el término $n(t)$ de la ecuación (2.27) es el ruido producido a la salida del filtro del receptor debido al ruido aditivo $w_{RF}(t)$ a la entrada del sistema receptor.

La salida del filtro del receptor se muestrea en el instante $t_k = kT_m$, siendo k un número entero, obteniéndose

$$\begin{aligned} y(t_k) = y_k &= \mu \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i p[(k-i)T_m] + n(t_k) \\ &= \mu c_k + \mu \sum_{\substack{i=-\infty \\ i \neq k}}^{\infty} c_i p[(k-i)T_m] + n(t_k) \end{aligned} \quad (2.31)$$

En esta ecuación, el primer término, μc_k , representa la contribución del k -ésimo símbolo transmitido. El segundo término representa el efecto residual de todos los otros símbolos transmitidos en la muestra correspondiente al k -ésimo símbolo; este efecto residual debido a la existencia de pulsos antes y después del k -ésimo instante de muestreo es lo que hemos llamado interferencia intersímbolo (ISI). El último término representa el ruido en el instante de muestreo t_k .

En ausencia de ruido y de ISI, observamos de la ecuación (2.31) que

$$y(t_k) = \mu c_k \quad (2.32)$$

lo que muestra que, bajo estas condiciones ideales, el k -ésimo símbolo transmitido es decodificado correctamente. La inevitable presencia de ISI y ruido en el sistema, sin embargo, introduce errores en el decisor. Por esto, en el diseño de filtros para receptores y transmisores, el objetivo es minimizar su efecto con el fin de hacer llegar los datos digitales a su destino con la menor tasa de errores posible.

A lo largo de este punto, nos centraremos en la ISI y una técnica para controlarla, olvidándonos del ruido. La técnica que mencionamos es la definición del pulso $p(t)$ para que la ISI sea eliminada completamente. Generalmente, la función de transferencia del canal está especificada, y el problema es determinar $g(t)$ y $h_R(t)$.

La correcta decodificación del símbolo k -ésimo requiere que la contribución modulada del pulso $c_i p(kT_m - iT_m)$ para $k=i$ esté libre de ISI debida al solapamiento de lóbulos de otros pulsos, representados por $i \neq k$. Esto es, se requiere que

$$p(kT_m - iT_m) = \begin{cases} 1, & k = i \\ 0, & k \neq i \end{cases} \quad (2.33)$$

donde $p(0) = 1$, por normalización. Si $p(t)$ satisface la condición de esta ecuación, la salida del filtro muestreada y_k dada por la ecuación (2.31) se simplifica dando el resultado de la ecuación (2.32), lo cual implica interferencia intersímbolo nula. Por lo tanto, la condición de la ecuación (2.33) asegura una recepción perfecta en ausencia de ruido.

Tras varios cálculos [1], se llega a la conclusión de que la condición de ISI nula se satisface si

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f - nf_m) = T_m \quad (2.34)$$

El modo más simple de conseguir esto es hacer que $P(f)$ sea una función rectangular, esto es,

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W}, & -W < f < W \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases} = \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (2.35)$$

donde el ancho de banda del sistema se define por

$$W = \frac{f_m}{2} = \frac{1}{2T_m} \quad (2.36)$$

Entonces, una señal que produce interferencia intersímbolo cero es definida por una función *sinc*:

$$p(t) = \frac{\text{sen}(2\pi Wt)}{2\pi Wt} = \text{sinc}(2Wt) \quad (2.37)$$

La función $p(t)$ puede considerarse como la respuesta impulsiva de un filtro LP ideal; hay dos razones por las que esto no se puede implementar [2]:

1. Requiere una respuesta en frecuencia plana entre $-W$ y W , y cero fuera de este rango. Esto es físicamente irrealizable, y muy difícil de aproximar debido a la transición abrupta en $\pm W$.

2. La función $p(t)$ decrece con $1/|t|$ para valores altos de t , resultando una tasa de caída muy baja. Esto es resultado de la discontinuidad de $P(f)$ en $\pm f_1$.

La solución que adoptamos difiere de la ideal en que la respuesta en frecuencia $P(f)$ decrece gradualmente en lugar de abruptamente; su expresión es la que sigue:

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W}, & 0 \leq f < f_1 \\ \frac{1}{4W} \left[1 + \sin \left(\frac{\pi |f - W|}{2W - 2f_1} \right) \right], & f_1 \leq f < 2W - f_1 \\ 0, & 2W - f_1 \leq f \end{cases} \quad (2.38)$$

Donde la frecuencia f_1 y el ancho de banda de Nyquist W están relacionados por el factor de caída o rolloff:

$$\alpha = 1 - \frac{f_1}{W} \quad (2.39)$$

La transformada de Fourier inversa de $P(f)$ está definida por

$$p(t) = \text{sinc}(2Wt) \frac{\cos(2\pi\alpha Wt)}{1 - 16\alpha^2 W^2 t^2} \quad (2.40)$$

La forma del pulso $p(t)$ para distintos valores de α se muestra en la figura 2.12. La desventaja principal que presenta este pulso es que aumenta el ancho de banda con respecto al ideal:

$$B_T = W(1 + \alpha) \quad (2.31)$$

El filtro $h_R(t)$ debe ser tal que su transformada de Fourier cumpla lo siguiente:

$$H_R(f) = G^*(f) e^{-j2\pi f m} \quad (2.32)$$

Esto es, el filtro debe estar adaptado a la señal que recibimos. Se puede demostrar que esto optimiza la relación señal a ruido de $y(t)$ [2]. Si consideramos que la respuesta impulsiva del canal es plana para la banda de interés ($f_c - W/2 < f < f_c + W/2$ en

la banda positiva, $-\xi-W/2 < f < -\xi+W/2$ en la negativa), podemos decir que el filtro $P(f)$ debe ser tal que

$$|G(f)|=H_R(f)=\sqrt{P(f)} \quad (2.33)$$

Esta condición es realizable. La discusión en torno a este tema se centrará entonces en elegir un valor adecuado para α , en función de la aplicación que tengamos.

En conclusión, el conformador de pulsos debe generar pulsos $g(t)$ con forma de raíz de coseno alzado, para un correcto tratamiento de la ISI en un sistema real.

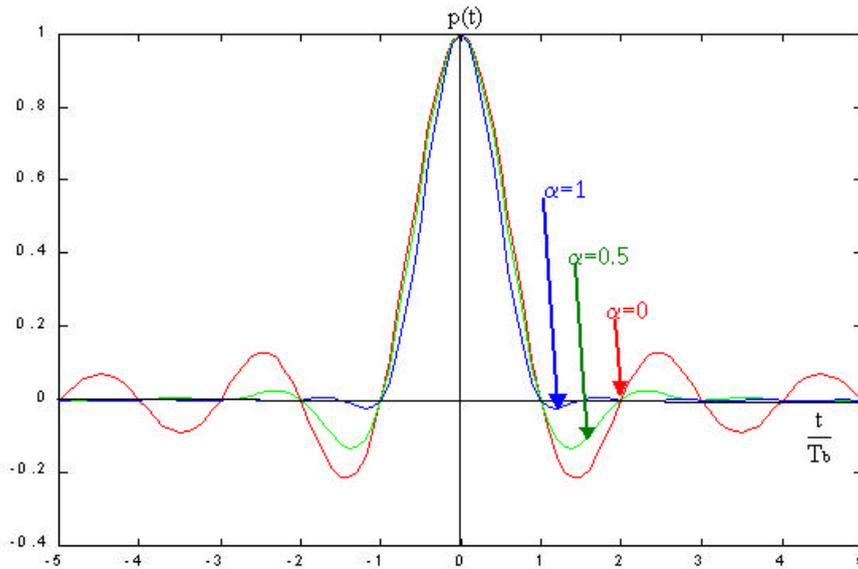


Figura 2.12.- Pulso en coseno alzado para distintos coeficientes de caída.

2.2.7.- DEMODULADOR.

En sistemas paso de banda, a la entrada del receptor hay que colocar un bloque que efectúe la demodulación de la señal, para trasladar la señal a su banda de frecuencias original.

Cuando la señal es transmitida por el canal con un retraso τ , la forma de la onda recibida es la siguiente [3]:

$$r_{RF}(t)= x(t) + w_{RF}(t) \quad (2.34)$$

donde $w_{RF}(t)$ es el ruido del canal. Para identificar la información transmitida se traslada $r_{RF}(t)$ en frecuencia a la banda base (esto es, se demodula) y entonces se opera en la onda a baja frecuencia resultante. Se puede demostrar que este procedimiento, si se es coherente desde el punto de vista de la ingeniería, no degrada la característica de error del receptor. Para realizar la demodulación, se multiplica $r_{IF}(t)$ por dos referencias locales, similares a $\phi_1(t)$ y $\phi_2(t)$ pero con un cierto desfase ϕ_L , y se introduce esos productos en filtros paso de baja para eliminar los términos con frecuencias en torno a $f_c + f_L$. En el caso ideal de sincronización perfecta, la frecuencia local f_L es exactamente igual a f_c . Este esquema lo tenemos representado en la figura 2.10, que ya vimos en el apartado 2.2.6. Asumiendo que los filtros tienen una respuesta en frecuencia unitaria para los componentes paso de baja, se puede demostrar que las salidas de los filtros, $r_R(t)$ y $r_I(t)$ pueden ser representadas por una única onda compleja $r(t) \equiv r_R(t) + jr_I(t)$ que vendrá dada por

$$r(t) = s_R(t) + w(t) \quad (2.35)$$

con

$$s_R(t) \equiv e^{j\theta} s_{CE}(t - \tau) \quad (2.36)$$

En estas ecuaciones θ es un desfase igual a $-(2\pi f_c \tau + \phi_L)$ y $w(t) = w_R(t) + jw_I(t)$ es un ruido complejo paso de baja. Además, $s_R(t)$ está dada, para las modulaciones que nos interesan, por

$$s_R(t - \tau) = e^{j\theta} \sum_i c_i g(t - iT_m - \tau) \quad (2.37)$$

Supuesto que el ruido del canal tiene una densidad espectral de potencia (PSD) $N_o/2$ sobre el ancho de banda de la señal de radiofrecuencia, se puede demostrar que las componentes del ruido real e imaginaria, $w_R(t)$ y $w_I(t)$ son procesos gaussianos independientes con la misma PSD $S_w(f) = N_o$ sobre el ancho de banda de la señal $\pm W$. Fuera de esta banda no nos interesará la PSD del ruido ya que los procesos de filtrado que tienen lugar en el receptor tienden a cortar el ruido más allá de esta anchura espectral. De acuerdo con esto, en lo sucesivo tomaremos $S_w(f) = N_o$ sobre todo el eje de frecuencias, esto es, modelaremos $w_R(t)$ y $w_I(t)$ como procesos blancos gaussianos [3].

2.2.8.- FILTRADO Y MUESTREO.

Ya vimos estos procesos en el apartado 2.2.6; consideraremos que la señal $y(t)$ de la figura 2.11 es la dada por la expresión (2.27) y la señal muestreada y_k es la que tenemos en la expresión (2.32) (libre del término de ISI, dado que utilizamos un filtro receptor en forma de raíz de coseno alzado, al igual que en el transmisor), más una cierta componente de ruido que inevitablemente se va a introducir en el sistema.

2.2.9.- DECISIÓN.

Tras la fase de muestreo que mostrábamos en la figura 2.11, queda colocar un dispositivo que detecte la secuencia que hemos recibido, o sea, que decida qué símbolo ha llegado en el instante k al receptor. En este sentido hemos de recalcar la conveniencia de los sistemas digitales frente a los analógicos, pues debido al sistema de detección que emplean son mucho más robustos y fiables.

Hallándonos en situación de sincronización perfecta, en un entorno ideal no ruidoso, esta detección se realiza sin problemas; es cuando tenemos en cuenta la presencia del ruido del canal, que ya hemos caracterizado como un ruido blanco gaussiano, cuando hay que establecer unos umbrales de decisión, para determinar la región del plano (ϕ_1, ϕ_2) que corresponde a un determinado símbolo de la constelación. A continuación mostramos el plano dividido en estas regiones de decisión, para cada una de las dos constelaciones que nos ocupan, en las figuras 2.13 y 2.14.

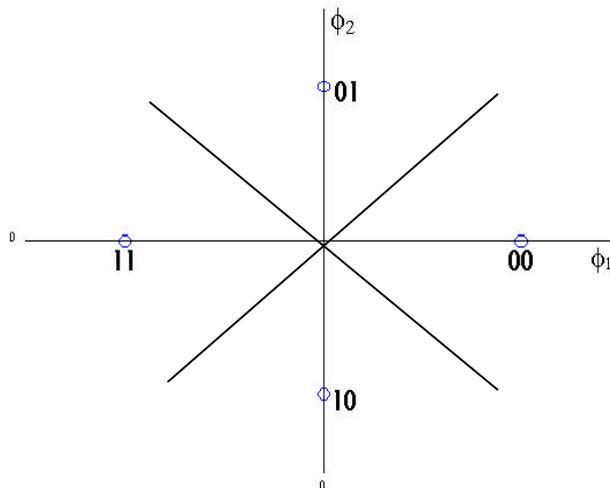


Figura 2.13.- Regiones de decisión para una constelación de señales QPSK.

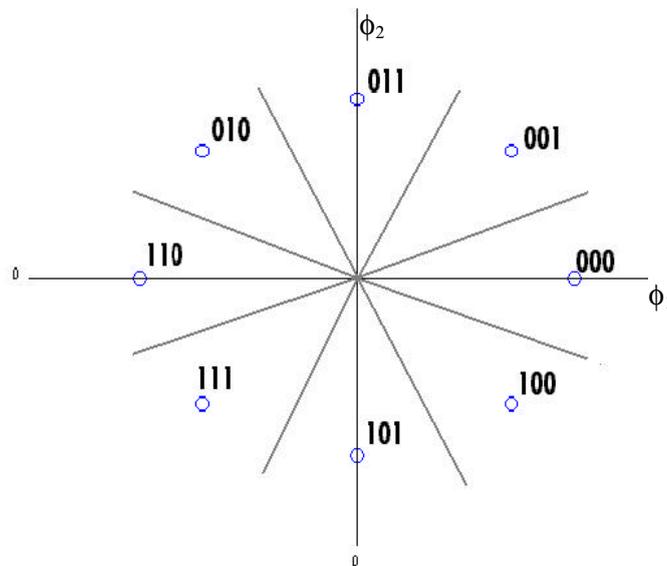


Figura 2.14.- Regiones de decisión para una constelación de señales 8-PSK.

Si la señal recibida en el instante k está en un punto de una determinada región, automáticamente se le asigna al símbolo recibido el valor nominal del símbolo en esa parte del plano (le asignamos un valor c_k , perteneciente al alfabeto de símbolos que estamos empleando).

2.2.10.- DECODIFICACIÓN.

En esta etapa entran los símbolos detectados (la salida del decisor) y se extrae la información binaria que contenían: volvemos a obtener la secuencia binaria, con el fin de utilizarla para la reconstrucción de la señal analógica digital; para llevar a cabo esta reconstrucción a partir de una secuencia de bits, hay que tener en cuenta en el receptor cual fue el proceso de cuantización que se llevó a cabo en el transmisor. La información binaria aparecerá degradada si debido a la presencia de ruido o a la falta de sincronización algunos símbolos han sido detectados erróneamente por haberse recibido fuera de su zona de decisión. El número de errores de bit será menor si, como dijimos en su momento, utilizamos una codificación de Gray a la hora de construir la secuencia de símbolos PSK.

2.3.- SINCRONIZACIÓN ENTRE SISTEMAS DE COMUNICACIÓN DIGITAL.

En un sistema de comunicaciones cualquiera, la sincronización en el receptor consiste en la recuperación de algunos parámetros de referencia de la señal que nos llega, con el fin de aplicarla a la detección de los datos. Existen tres parámetros básicos: frecuencia de la portadora, fase de la portadora e instantes de temporización; éste último parámetro de sincronización sería el único en transmisiones paso de baja. A continuación entraremos en el estudio de su estimación para la sincronización.

2.3.1.- SISTEMAS PAM LP: RECUPERACIÓN DEL RELOJ.

En un sistema PAM paso de baja, hemos visto cómo filtramos la onda recibida para borrar el ruido fuera de la banda de interés y luego es muestreada en instantes equiespaciados:

$$t = kT + \hat{\tau}, \quad \text{con } k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.38)$$

Para realizar este muestreo es necesario disponer de una señal de reloj que nos provea de los instantes adecuados para sacar la muestra. Podemos tener un oscilador local independiente con este fin, en cuyo caso realizaremos una recepción no coherente, es decir, una recepción que no esté basada en el conocimiento de la fase de la señal portadora. En el caso de modulación en fase, no podemos tener modulación PSK no coherente, ya que no coherente significa sin información de fase, con lo cual para nuestro caso no podremos aplicar estos esquemas. De todas formas, existe una técnica “pseudo- PSK” llamada modulación en fase diferencial (DPSK, differential phase-shift keying), que podría verse como la forma no coherente de PSK. En el siguiente capítulo veremos esta técnica, que será la que utilizaremos, por lo que es de gran importancia para nosotros.

Otra opción es añadir al esquema de la figura 2.11 un bloque que recupere el reloj de la señal, de forma que se extraigan el parámetro τ , siendo τ el retraso con el que llega al receptor la señal (ver figura 2.15). Esta información se llevará hasta el sistema de

muestreo. El periodo de símbolo T_m se supone conocido (conocemos la tasa de símbolos que nos llega) . De esta forma, conociendo τ conoceremos la fase de lo que nos llega, realizando un proceso de detección coherente de acuerdo a las necesidades del sistema que nos ocupará más adelante.

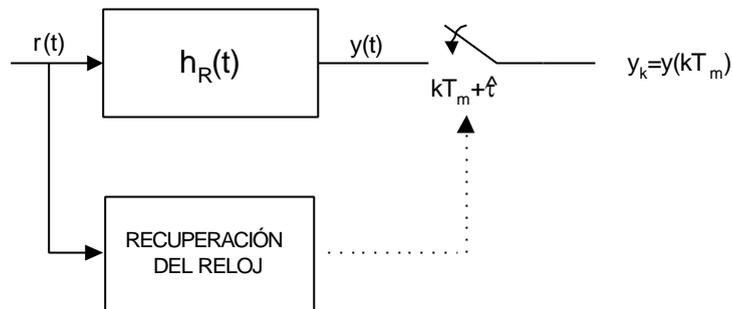


Figura 2.15.- Diagrama de bloques de un receptor LP.

El propósito del circuito de recuperación de temporización (TRC) es proporcionar los instantes de muestreo que minimizan la probabilidad de error del detector, o lo que es lo mismo, que da lugar a la máxima apertura posible en el diagrama de ojo a la salida del filtro; la curva de error de la señal se ve afectada entonces por la calidad de la estimación, viéndose degradada en función de los errores de temporización, que resultarán inevitables en un sistema real.

Si llamamos $P(e|\hat{\tau})$ a la probabilidad de error condicionada a un determinado retardo de muestreo $\hat{\tau}$. Esta función tiene un mínimo para algún valor $\hat{\tau} = \tau_0$, de forma que un TRC ideal debería proporcionar los pulsos de muestreo en $t = kT_m + \tau_0$ [3]. De la figura 2.15 se desprende claramente que la fase de las muestras puede ser cambiada, si es necesario, retrasando los pulsos del TRC.

La característica principal de un TRC práctico es que la separación entre pulsos adyacentes no es exactamente constante sino que varía lentamente de manera aleatoria; esto es lo que se conoce como “timing jitter”, fluctuación de temporización. Esto se puede incorporar al modelo del TRC describiendo $\hat{\tau}$ como una función variable con una determinada función de densidad de probabilidad $p(\hat{\tau})$.

Si asumimos por simplicidad que τ_0 es el valor medio de $\hat{\tau}$:

$$t_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\tau} p(\hat{\tau}) d\hat{\tau} \quad (2.39)$$