UNIVERSIDAD DE SEVILLA

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS

CARACTERIZACIÓN DE LAS NO LINEALIDADES EN LOS FET DE MICROONDAS

Alfonso Campoy Naranjo

Tutor:

Carlos Crespo Cadenas

Índice de contenidos

Capítulo I

Introducción

I.1. Planteamiento general

En los últimos años se ha producido un crecimiento espectacular en los sistemas de comunicaciones móviles, entre los que cabe destacar la telefonía celular, los sistemas de posicionamiento global por satélite (GPS) o las redes de área local inalámbricas (WLAN). Este crecimiento redunda en la necesidad de equipos cada vez más compactos y con menor consumo. Por otro lado cada vez se busca que los equipos trabajen a mayor frecuencia, debido a la saturación que presenta el espacio radioeléctrico.

En el campo de las microondas el transistor MESFET ha contribuido a solucionar muchos de estos problemas, ya que debido a su alta movilidad electrónica es capaz de funcionar a frecuencias muy altas. Además posee bajo consumo de potencia y debido a su carácter dieléctrico permite integrar componente activos y pasivos en el mismo sustrato. Pero con el avance de las tecnologías el transistor MESFET se ha ido aproximando al límite de sus prestaciones, motivo por el cual fue necesaria la búsqueda de transistores que mejoraran las características del MESFET.

Con este objetivo, y gracias a los avances en las técnicas para controlar la estructura de bandas de los semiconductores, se han abierto nuevas posibilidades en el desarrollo de transistores. Esta mejora ha fomentado la explosión de dispositivos basados en heteroestructuras. Dentro de este tipo de dispositivos, vamos a centrarnos en transistor de alta movilidad electrónica (HEMT), que podría considerarse como la evolución del MESFET.

Esta explosión en las tecnologías de microondas ha llevado consigo un avance en la teoría para el análisis de circuitos junto con la aparición de modelos cada vez mas exactos para los distintos dispositivos. Los métodos más extendidos para el análisis de dichos dispositivos son el balance armónico y las series de Volterra[12]. El balance armónico se aplica a circuitos fuertemente no lineales excitados por una señal de alto nivel, y goza de una gran popularidad. Su importancia ha crecido en paralelo con el desarrollo de modelos de gran señal para dispositivos FET[13,14,15]. El inconveniente que posee es que el tiempo de simulación y la convergencia se degrada a medida que aumenta el numero de señales de entradas.

Esto ha hecho que aumente la importancia del análisis mediante series de Volterra [7,8]. Este análisis se utiliza generalmente con circuitos débilmente no lineales excitados por múltiples tonos de pequeña amplitud. En este proyecto se pretende aplicar el análisis mediante series de Volterra para la caracterización de la fuente I_d de un mezclador. Esta fuente no es la única responsable del comportamiento no lineal de los FET, pero sí es la principal causa. Se conocen un gran número de modelos empíricos para describir esta no linealidad, pero aún así los métodos empleados para el análisis de mezcladores no utilizan toda esta información.

Algunos estudios han puesto de manifiesto las limitaciones de algunas aproximaciones utilizadas habitualmente en el análisis. Así, García y cols. [10] mostraron la contribución de las capacidades C_{gs} y C_{gd} al comportamiento no lineal del FET. También se han desarrollado métodos innovadores para la caracterización experimental, que permiten la extracción de de nuevos parámetros y coeficientes para la simulación mediante series de Volterra [11].

En el pasado se han utilizado simplificaciones como la unilateralidad del FET o el modelado de la corriente como una conductancia no lineal en paralelo con un fuente dependiente. Este modelo no tiene en cuenta los términos cruzados (g_{kl}), implicando una peor aproximación. Por ello, se han tenido en cuenta dichos coeficientes en el desarrollo de este trabajo.

I.2. Objetivos y estructura del proyecto

El objetivo fundamental de este proyecto, es el desarrollo de un procedimiento sistemático para caracterizar la fuente I_d de un transistor FET mediante series de Volterra. Este procediendo parte de la medida de los parámetros S del FET, por lo que también habrá que desarrollar la teoría para obtener los valores de los elementos del modelo del FET [5], al cual se le aplicarán posteriormente las series de Volterra.

Con el fin de aumentar la precisión de la aproximación, se incluirán los coeficientes de los términos cruzados de la no-linealidad dependiente.

Para llevar a cabo estos objetivos, este proyecto se estructura de la siguiente manera:

En el capítulo II se presenta una revisión teórica a la física de semiconductores [1], centrándose en el AsGa. Posteriormente se explican los principios de funcionamiento de los dispositivos basados en esta tecnología que vamos a utilizar: el MESFET y el HEMT. Para finalizar con el capítulo, se estudiará el modelo de pequeña señal del FET, así como el significado físico de cada uno de los elementos que lo componen.

El capítulo III trata sobre la descripción de sistemas no lineales excitados por señales multitono mediante series de Volterra [7,8]. Se estudiarán los métodos de la entrada armónica y de las corrientes no lineales que posteriormente se utilizarán para la obtención de las funciones de transferencia no lineales que nos permitan la caracterización del FET. También se presentan aquí las series dobles de Volterra [6,9], que se utilizarán para el estudio del mezclador.

En el capítulo IV se trata la caracterización en sí del FET. Para ello, primero se centra en la teoría de la toma de medidas [5]. Explicando el significado de los parámetros S y la corrección de los errores asociados a la toma de medida [2]. A continuación se muestran los patrones utilizados para realizar dicha corrección de errores [3], así como la teoría seguida para su implementación. Posteriormente se utilizan medidas de componentes pasivos para realizar una aproximación a la caracterización de componentes.

En la parte final de este capítulo, se trata la caracterización de un transistor FET. Empezando por la extracción de los valores de los elementos del modelo de pequeña señal estudiados en el capítulo II . A continuación se aplica la teoría de las series de Volterra a un modelo concreto de mezclador, posteriormente se calcularán los coeficientes de primer orden y se compararán con los valores de catálogo.

A continuación se presentan los conclusiones y líneas de investigación que se considera serían interesantes de desarrollar por lo que aportan a este estudio.

Para finalizar se presenta un anexo con los archivos de texto ejecutados por el simulador *Touchstone*, para el ajuste de los modelos de los distintos componentes pasivos.

Capítulo II

Modelado no lineal del HEMT

El *transistor de efecto de campo metal-semiconductor* (MESFET) ha tenido un papel fundamental en la industria de microondas durante muchos años. Esta tecnología se utiliza tanto en amplificadores de potencia como de bajo ruido, así como en otro gran número de componentes de microondas. Este fenómeno se debe tanto a la gran movilidad electrónica que presentan, como a su elevada resistividad. Por otro lado también presenta un muy buen comportamiento trabajando a frecuencias muy elevadas. Si a esto le añadimos la compatibilidad del MESFET con la fabricación de circuitos monolíticos, no es de extrañar que haya alcanzado semejante importancia.

Al irnos aproximando al límite de lo que el MESFET es capaz de ofrecernos, se han buscado nuevos sustitutos. Al mejorarse las técnicas para controlar las estructuras de bandas de los semiconductores, se ha abierto un nuevo horizonte de posibilidades en el desarrollo de transistores, principalmente en aquellos basados en heteroestructuras, entre los que destacan el *transistor de alta movilidad electrónica* (HEMT) y el *transistor bipolar de heterounión* (HBT). En este capítulo trataremos el estudio del, que mejora las prestaciones del MESFET en muchas aplicaciones.

A la hora de entender el comportamiento eléctrico de estos transistores, es importante conocer las propiedades eléctricas del material semiconductor en el que están basados, así como la naturaleza de los contactos entre materiales.

También es necesario el conocimiento de modelos realistas que nos proporcionen una explicación del comportamiento del dispositivo. Este capítulo pretende cubrir todas esas necesidades, ofreciendo primero unos fundamentos teóricos del material en el que están basados estos dispositivos, el AsGa, para luego pasar a explicar los distintos contactos entre materiales que se presentan en estos dispositivos. Posteriormente pasaremos a revisar ambos dispositivos, para finalizar explicando el modelo de pequeña señal que se utilizará para caracterizar los componentes estudiados en capítulos posteriores.

II.1. Propiedades eléctricas del AsGa

Los semiconductores involucrados en la fabricación de los dispositivos de microondas MESFET y HEMT son estructuras cristalinas simples. Los átomos individuales del material se unen para formar estructuras cristalinas que se repiten en una dirección dada. La disposición de los electrones sigue las leyes de la mecánica cuántica y es descrita por la ecuación de Schrödinger. Esta ecuación puede ser resuelta en términos de la relación energía momento, basándonos en el material concreto a estudiar.

Al resolver la ecuación de schrödinger para materiales semiconductores, la relación energía-momento, predice la existencia de una banda prohibida, en la que no existen estados permitidos donde puedan encontrarse electrones. Por encima de esta banda, pueden encontrarse electrones en un número determinado de estados energéticos. Esta banda es conocida como banda de conducción. Por debajo de la banda prohibida, se encuentra la banda de valencia, donde también existen estados de energía permitidos. La diferencia de energía entre el mínimo de la banda de conducción y el máximo de la banda de valencia se conoce como la energía de banda prohibida. Esta energía es uno de los factores más importantes en la descripción de materiales semiconductores.

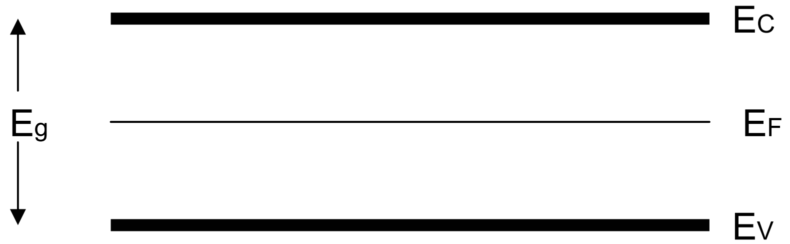


Figura 2.1. Diagrama de bandas de un semiconductor no dopado

El nivel mostrado en la figura 2.1 como E_F es el nivel de Fermi. Este término surge de consideraciones estadísticas relativa a la disponibilidad de portadores de carga en el material.

Al añadir pequeñas cantidades de impurezas al cristal semiconductor, podemos alterar el comportamiento del mismo. El proceso por el que se añaden dichas impurezas se conoce como dopado, gracias al perfeccionamiento de los procedimientos de dopado, son posibles la gran mayoría de dispositivos usados hoy en día. Dos importantes clases de impurezas utilizadas habitualmente para dopar semiconductores son los átomos donadores y los aceptores.

El introducir átomos donadores en un semiconductor, lo convierte en un semiconductor tipo-n. Estos semiconductores se caracterizan por la existencia de un exceso de electrones disponibles para la conducción en la banda de conducción. También crea un nivel de energía en la banda prohibida donde puede haber electrones. Este nivel se encuentra cercano a la banda de conducción, por lo que hace falta poca energía térmica para que los electrones de este nivel salten a la banda de conducción.

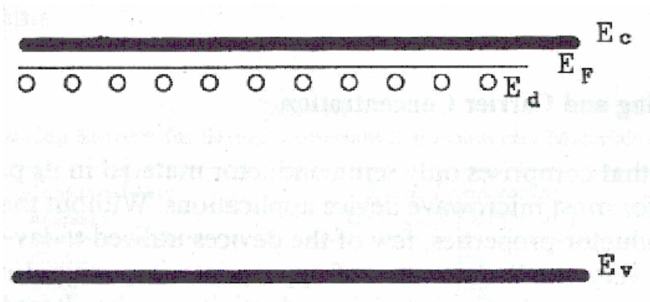


Figura 2.2. Diagrama de bandas de un semiconductor dopado con impurezas donadoras

Si en vez de introducir impurezas donadoras introducimos impurezas aceptoras, obtenemos un material tipo-p. Estos materiales se caracterizan por un exceso de huecos en la banda de valencia. La introducción de impurezas varía la posición del nivel Fermi hacia la banda de conducción o la de valencia, dependiendo del tipo de impurezas utilizadas.

Cuando un electrón libre en la banda de conducción es excitado por un campo eléctrico, éste se acelera en la dirección opuesta al campo. Por el contrario, un hueco sería acelerado en la dirección del campo. Este proceso de aceleración continuaría hasta que el portador chocara contra una impureza en la red cristalina y luego comenzaría de nuevo mientras siguiera existiendo un campo aplicado. A partir de este punto nos centraremos en el estudio de electrones en la banda de conducción, ya que es el fenómeno más importante en los dispositivos tipo-n, que son los que se utilizan más frecuentemente en el campo de las microondas.

La corriente de este tipo de materiales viene dada por:

$$J_{drift} = qnv \tag{2.1}$$

Donde q la carga, n es la densidad de electrones libres en la banda de conducción y v es la velocidad media de los portadores en la dirección del campo eléctrico. Esta velocidad media es linealmente proporcional al campo aplicado para intensidades de campo bajas, y viene dada por:

$$v = \mu_n \vec{E} \tag{2.2}$$

μ_n es la movilidad electrónica. Es una propiedad del material y es una medida de cómo de rápido pueden moverse los electrones dentro del material. Los dispositivos de AsGa sustituyeron a los de Si en el campo de microondas entre otros motivos porque su movilidad electrónica era del orden de cuatro veces mayor. La movilidad también es función del grado de dopado. En las siguientes gráficas puede verse la movilidad electrónica en función del dopado del semiconductor y del campo eléctrico aplicado.

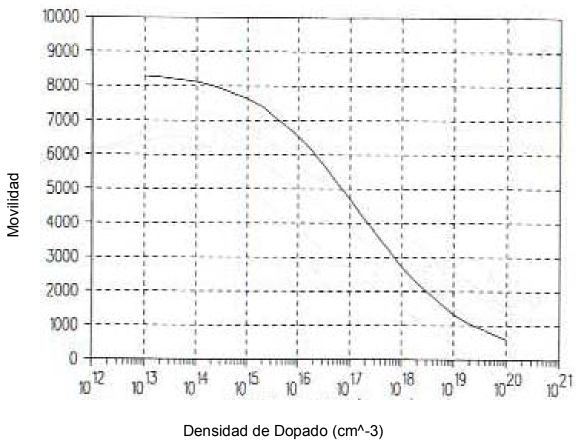


Figura 2.3. Movilidad electrónica en función del dopado

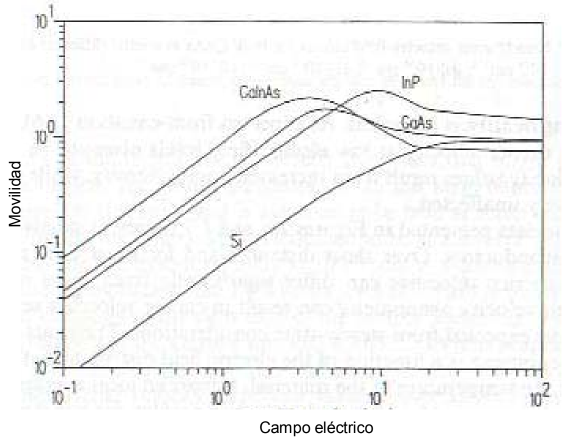


Figura 2.4. Movilidad electrónica en función del campo eléctrico

II.2. Contacto de barrera Schottky

El contacto rectificador metal-semiconductor consiste en una delgada capa de metal, depositada sobre un semiconductor. La carga del metal se encuentra en una capa muy delgada pegada a la superficie metálica de la unión, mientras la anchura de la región de carga positiva en el semiconductor es función de la densidad de dopado. Esta presencia de carga provoca la aparición de un campo eléctrico hasta que se alcanza el equilibrio térmico. En la figura 2.5 se puede ver el diagrama de bandas en equilibrio térmico. Se aprecia una discontinuidad en los estados permitidos de energía, cuya magnitud es la barrera de energía $q\Phi_b$ necesaria para igualar los niveles de Fermi y que impide el paso de electrones del metal al semiconductor. La altura de esta barrera se puede controlar mediante polarización externa. Cuando polarizamos positivamente el metal con respecto al semiconductor se reduce la barrera, aumentando la probabilidad de que un electrón supere la barrera y pase al metal. Al polarizar negativamente se produce el efecto contrario.

Si el conductor está fuertemente dopado, la anchura de la zona de deplexión se reduce drásticamente, dando lugar a que electrones sin energía suficiente atraviesen la barrera de potencial. Este fenómeno se conoce como efecto túnel. En estos casos la circulación de corriente es elevada en ambos sentidos de la unión y la resistencia muy baja, encontrándonos ante una unión óhmica.

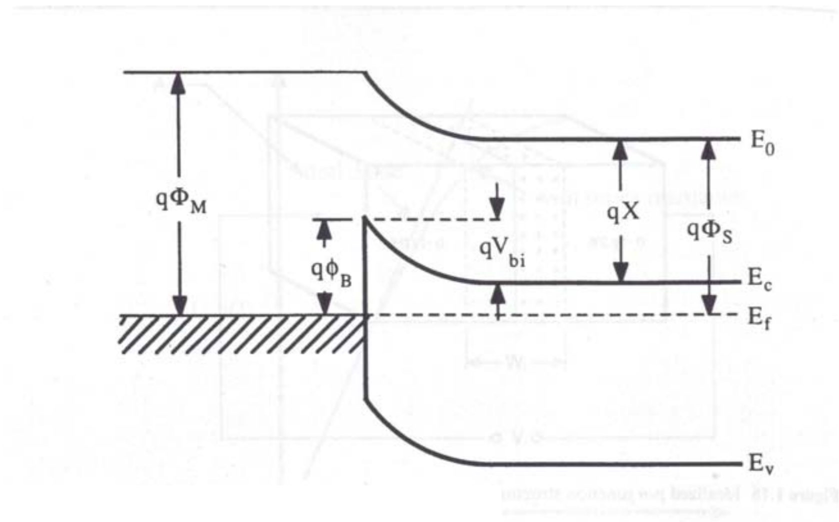


Figura 2.5. Diagrama de bandas de una unión metal-semiconductor ideal

II.3. Heteroestructuras

Una heteroestructura o heterounión se produce cuando el contacto es entre dos materiales semiconductores con diferentes energías de banda prohibida. Las hetero-uniones se utilizan para la fabricación de gran número de dispositivos, entre ellos se encuentran semiconductores lasers, LEDs, HBTs y HEMTs.

Los dispositivos de heterounión presentan grandes dificultades en sus procesos de fabricación, ya que requieren que la densidad de dopado , el grosor de las capas y la composición del material sea alterada abruptamente. Por ejemplo, en los dispositivos HEMT modernos, se requieren capas de hasta 50 Å.

Las heteroestructuras también añaden completitud a la descripción física requerida para predecir el comportamiento del dispositivo. Las discontinuidades en la banda prohibida afectan a la corriente y a la distribución del campo eléctrico. Estos y otros efectos tienen que ser tenidos en cuenta para el desarrollo de los modelos del dispositivo.

En la figura 2.6 se puede ver el diagrama de bandas para una barrera de Schottky situada en una estructura semiconductora de las habitualmente utilizadas para la fabricación de HEMT.

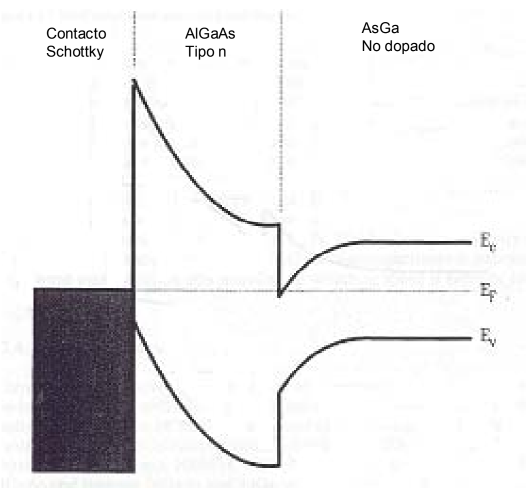


Figura 2.6. Diagrama de bandas para un contacto Schottky situado en una heteroestructura

II.4. El transistor de efecto de campo Metal-Semiconductor MESFET

En la figura 2.7 se muestra la sección transversal de un transistor MESFET. Los terminales del drenador y fuente forman un contacto óhmico con regiones semiconductoras de AsGa fuertemente dopadas. El canal tipo-n situado entre ambas regiones constituye la región activa de este dispositivo, y se encuentra bajo la unión de barrera Schottky que forma el terminal de puerta.

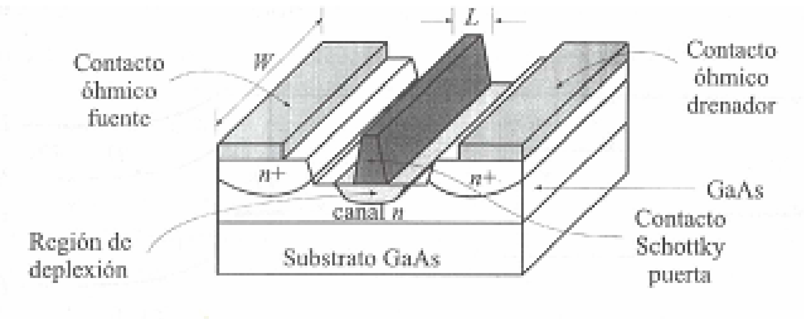


Figura 2.7. Sección transversal de un transistor MESFET

La dimensión más importante que caracteriza la estructura física del MESFET es la longitud de puerta (llamada "L" en la figura). Esta longitud determina la frecuencia máxima de trabajo del dispositivo. Otra dimensión de gran importancia es la anchura de puerta ("W"), ya que la corriente del dispositivo será proporcional a ella.

La mayoría de los MESFET utilizados en microondas son dispositivos de deplexión. Estos significa que en ausencia de tensión inversa aplicada a la puerta, la corriente puede fluir entre el contacto de fuente y el de drenador. En los dispositivos de enriquecimiento, hay que aplicar una tensión positiva a la puerta para que se produzca este flujo de corriente.

Si aplicamos una pequeña tensión entre los terminales del drenador y la fuente, el transistor tiene un comportamiento similar a una resistencia lineal. Si vamos aumentando la tensión de polarización, los electrones se aproximan a su máxima velocidad, produciéndose la saturación de la corriente del canal.

Por otro lado, el contacto en la puerta del MESFET es una barrera de Schottky. En función de los visto en apartados anteriores, esta barrera produce una capa debajo de la puerta, que se encuentra completamente vacía de portadores de carga. Debido a esto, no puede fluir corriente a través de esa capa. Si polarizamos inversamente la puerta, el grosor de esta capa aumenta, introduciéndose más profundamente en el canal activo, disminuyendo por tanto la corriente que fluye a través del mismo. Este mecanismo, puede utilizarse para controlara la corriente entre el drenador y la fuente, pudiendo incluso llegar a anular esa corriente, si la tensión inversa en la puerta es suficientemente alta. El potencial necesario para conseguir esto se conoce como tensión de *pinch-off*.

En las siguientes figuras se muestra el comportamiento ideal del MESFET para varias tensiones de puerta y de drenador, así como las medidas hechas a un MESFET real. Se puede ver que el MESFET real presenta una pendiente a medida que aumentamos la tensión drenador-fuente que no presenta el MESFET ideal. Está pendiente es mayor a medida que disminuimos la longitud de puerta del dispositivo.

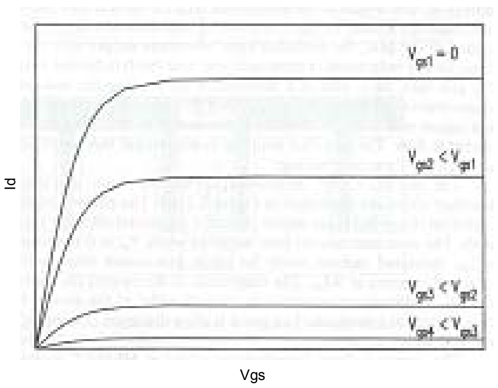


Figura 2.8. Comportamiento ideal del MESFET

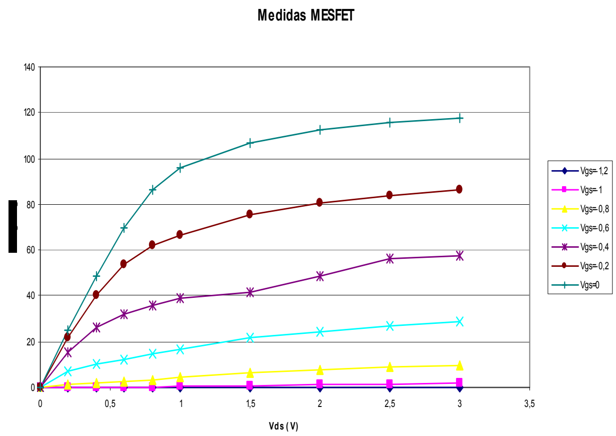


Figura 2.9. Comportamiento real del MESFET

II.5. El transistor de alta movilidad electrónica (HEMT)

El HEMT es un dispositivo de efecto de campo basado en heteroestructuras. Recibe ese nombre, debido a que tiene mejores propiedades de transporte que el MESFET. Recibe otros muchos nombres como por ejemplo HFET, TEGFET y MODFET.

En la siguiente figura se presenta un corte transversal de la estructura del HEMT típico. Al igual que en el MESFET tiene tres contactos, dos de ellos óhmicos (fuente y drenador) y un tercero que es una barrera de Schottky (puerta). Observando la figura podemos comprobar que la estructura del HEMT es más compleja que la del MESFET. Este aumento de la complejidad, lleva consigo unos procesos de fabricación muchos más precisos que para el MESFET y, por tanto, más costosos. Las principales motivaciones para desarrollar esta estructura son la notable mejora del factor de ruido así como la mejora de las características a alta frecuencia. Existen otras estructuras de capas para distintos tipos de HEMT, como por ejemplo para el HEMT pseudomórfico o el basado en InP.

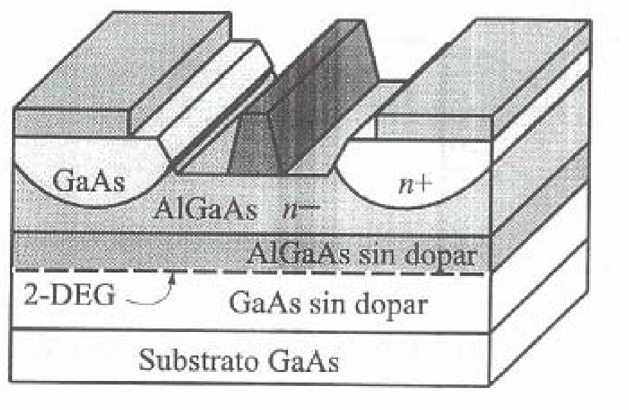


Figura 2.10. Estructura de capas de un HEMT

Las dimensiones geométricas importantes son las mismas que en el MESFET, siendo de nuevo la dimensión más característica la longitud de puerta. Al igual que en el MESFET, esta dimensión es crítica para determinar la máxima frecuencia de trabajo del HEMT. El resto de las dimensiones afectan de igual manera que afectaban al MESFET, teniendo valores parecidos en su fabricación. Sin embargo, en lo referente al material, el MESFET y el HEMT presentan profundas diferencias.

Una secuencia típica de crecimiento para un HEMT convencional, consiste en una capa de 1μm de AsGa no dopado crecida directamente sobre substrato de AsGa, seguida de 400 Ǻ de AlAsGa, de los cuales los primeros 50 se dejan sin dopar y el resto de dopa con una densidad del orden de 10^{18} cm^{-3}. Los espesores de estas capas de AlAsGa son críticas en el comportamiento del dispositivo, Finalmente se deja crecer una capa fuertemente dopada de varios cientos de angstroms para prevenir la oxidación del AlLAsGa y facilitar los contactos óhmicos del drenador y fuente. Después de este proceso lo que sigue es similar a lo que se haría con un MESFET. Se desarrolla la capa de aislamiento, se fabrican los contactos y se define la puerta.

El diagrama de bandas del dispositivo obtenido mediante este proceso, es similar al mostrado en la figura 2.6. La capa de AlAsGa con dopado tipo-n contribuye con electrones que se mueven libremente hasta que resultan atrapados en los estados más bajos de energía. Como resultado los electrones se acumulan en una estrecha lámina por la que se mueven libremente, y de ahí que se acuda al término de gas electrónico bidimensional (2-DEG) para describir la conducción de electrones en este dispositivo. Para valores bajos de polarización drenador-fuente la corriente fluye entre ambos contactos a través del gas electrónico. A medida que aumenta esta polarización la velocidad de los electrones satura y, por tanto, también lo hace la corriente. Los niveles de saturación están determinados fundamentalmente por la densidad de portadores del 2-DEG y, a su vez, está densidad está controlada por la polarización de puerta.

El HEMT convencional, presenta serias limitaciones debido a la presencia de centros de recombinación en el AlAsGa y que la heterointerfaz AsGa/AlAsGa tiene tan sólo un pequeño desplazamiento en la banda de conducción, y por tanto el confinamiento de electrones en la lámina 2-DEG es limitado. Debido a ello, se han desarrollado distintos tipos de HEMT que mejoran las prestaciones del HEMT convencional.

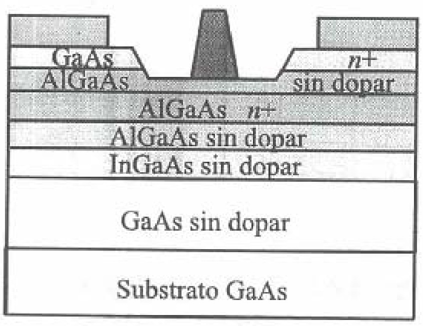


Figura 2.11. HEMT pseudomórfico

II.6. Modelo de pequeña señal y extracción de parámetros en transistores HEMT y MESFET

Los valores de los elementos del modelo de pequeña señal, sólo se pueden determinar con ayuda de medidas de RF. Habitualmente el circuito equivalente de pequeña señal se obtiene optimizando los valores de los componentes que mejor se ajustan a la medida de parámetros S realizada mediante un analizador de redes.

Las medidas mediante analizador de redes pueden llegar a ser extremadamente precisas, si conseguimos calibrar el analizador adecuadamente. La estrategia seguida en este proyecto para la obtención de medidas, ha sido la utilización de un *test-fixture* junto con unos patrones de calibración que eliminen los errores sistemáticos del analizador, aunque esto se verá en más detalle en el capítulo IV.

A continuación se muestra el circuito equivalente convencional del modelo de pequeña señal de un transistor FET. Este modelo es capaz de proporcionar un excelente ajuste con medidas de parámetros S en un rango de frecuencias muy amplio. Podemos dividir los elementos que aparecen en él en dos tipos:

- Los elementos del circuito intrínseco (g_m, g_d, C_{gs}, C_{ds}, C_{gd}, R_i *y* τ). Estos elementos dependen de las condiciones de polarización.
- Las resistencias, inductancias y capacidades de acceso, elementos parásitos que se pueden suponer constantes.

Las inductancias parásitas aparecen debido a los contactos metálicos depositados sobre la superficie del dispositivo. Al depender de la geometría superficial toma valores muy parecidos en MESFET y HEMT. El encapsulado también provoca inductancias parásitas, aunque de menor valor. Las resistencias R_s y R_d modelan los contactos óhmicos de fuente y drenador respectivamente. La metalización del contacto Schottky de puerta se modela mediante la resistencia R_g.

Las capacidades C_{gs} y C_{gd} modelan los cambios de carga en la región de deplexión con respecto a las tensiones puerta-fuente y puerta drenador, respectivamente. Bajo las condiciones de polarización típicas C_{gs} es la capacidad dominante, salvo cuando $V_{ds} = 0$, en cuyo caso adquieren valores similares. C_{ds} modela los efectos capacitivos entre los terminales drenador y fuente.

La transconductancia g_m es una medida del cambio experimenta la corriente de salida ante cambios de tensiones. Es el mecanismo intrínseco de ganancia en un FET. Es directamente proporcional a la anchura de puerta e inversamente a su longitud. El tiempo que tarda la transconductancia a cambios de tensión en la puerta se modela mediante el parámetro τ.

La conductancia g_d es una medida del cambio incremental de la corriente de salida con la tensión de salida. La resistencia de carga R_i mejora el ajuste del parámetro S_{11} aunque habitualmente basta con R_g para conseguir esto.

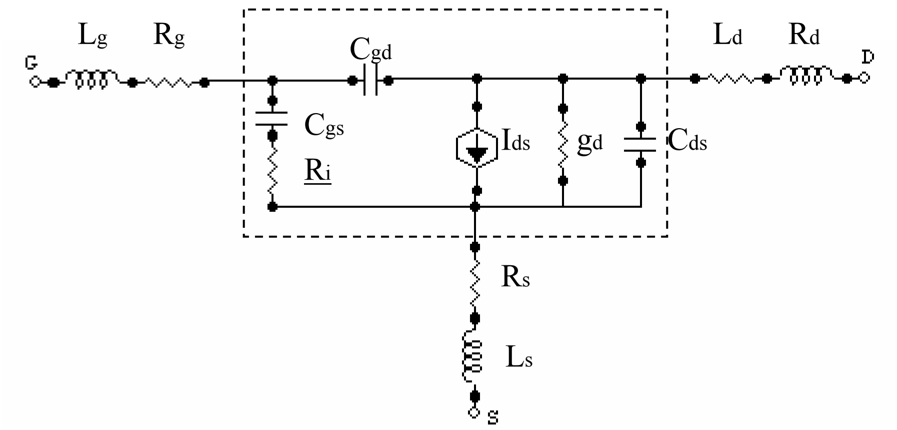


Figura 2.12. Circuito equivalente al modelo de pequeña señal
de un transistor FET

II.7. Modelo de Gran Señal

A lo largo de la última década son muchos los modelos empíricos que se han desarrollado y que describen las características de gran señal de transistores MESFET y HEMT. El modelo a elegir dado un dispositivo y su aplicación, depende de una gran número de factores, como son la simplicidad, el coste computacional y la precisión.

La estrategia habitual de elaboración de un modelo empírico, parte del estudio de las características del dispositivos, extraídas previamente mediante medidas, y se propone una función matemática que se comporte de la misma manera. Estas funciones incluyen parámetros que se escogen convenientemente para ajustar el modelo a las características medidas. Estas características no lineales se corresponden con elementos del circuito equivalente. En la Figura 2.13, se puede ver los principales elementos no lineales que aparecen en los modelos de gran señal.

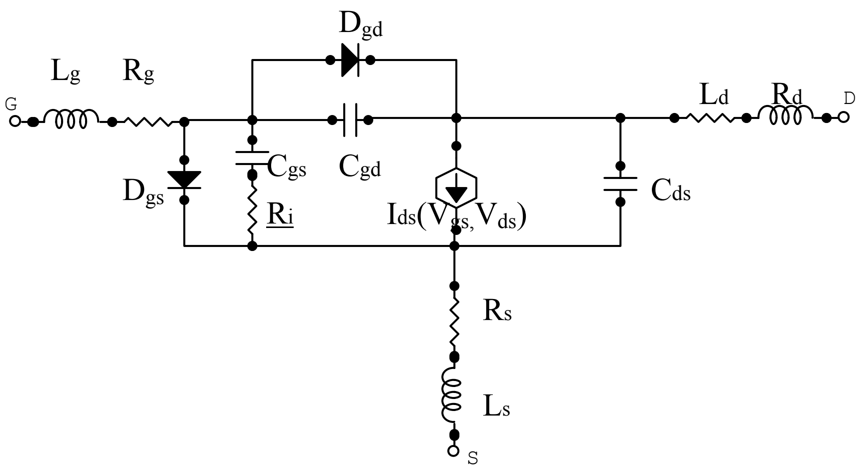


Figura 2.13. Circuito equivalente para el modelo de gran señal de un transistor FET

Estos elementos no lineales son la intensidad I_{ds} de la que dependen la transconductancia g_m y la conductancia de salida g_d, la capacidad puerta-fuente C_{gs}, la capacidad puerta drenador C_{gd} y los diodos, que modelan la corriente de puerta bajo polarización directa.

Los diodos se modelarán mediante la ecuación de Schockley. Por otro lado, en este proyecto sólo se considerará la fuente de corriente al ser la no linealidad dominante del circuito.

Capítulo III

Series de Volterra

Una de las herramientas más extendidas para el análisis de sistemas no lineales, junto con el análisis de balance armónico, es la expansión funcional denominada *serie de Volterra*. Este último es claramente el preferido a la hora de estudiar la distorsión en pequeña señal, debido a que el balance armónico, aumenta en gran medida su coste computacional al tratar señales multitono, hecho que no sucede con el análisis mediante *series de Volterra*. Este hecho se ve confirmado por la multitud de artículos que tratan este tipo de análisis, siendo especialmente importantes los artículos escritos por Bedrosian y Rice [7] y por Bussgang [8]

En este capítulo se resumirán las expresiones matemáticas que se utilizarán en capítulos posteriores. Volterra demostró que toda funcional G[x] continua en el espacio de funciones continuas, puede ser representada por la expansión:

$$G[x] = \sum_{n=0}^{\infty} F_n[x] \tag{3.1}$$

donde $F_n[x]$ es un funcional regular homogéneo de la forma:

$$F_n[x] = \int_a^b \cdots \int_a^b h_n(\xi_1, ..., \xi_n) x(\xi_1) x(\xi_2) \cdots x(\xi_n) d\xi_1 d\xi_2 \cdots d\xi_n \tag{3.2}$$

El índice *n* es el orden del funcional.

La serie (3.1) se conoce como *Serie de Volterra*. Dicha serie se dice que es convergente si le corresponde un valor definido de la funcional a cada función x(t). Wiener fue el primero en aplicar esta expansión en series de funcionales al análisis de sistemas no lineales. Él se dio cuenta que la salida de un sistema no lineal y(t) es una funcional de su entrada y(t), y ambas pueden relacionarse por una serie de funcionales. Este método de análisis trabaja fundamentalmente en el dominio de la frecuencia, utilizando los modelos presentados en el apartado anterior.

Algunos artículos que compilan los estudios anteriores sobre las *series de Volterra* y que presentan procedimientos sistemáticos para el análisis, han supuesto el espaldarazo definitivo como análisis de sistema no lineales. Las *series de Volterra* han sido aplicadas con éxito al estudio de circuitos con FET de AsGa, así como al estudio de la intermodulación en amplificadores MESFET.

En este proyecto estudiaremos un amplificador HEMT, considerando como única responsable de las no linealidades del circuito la fuente de corriente i_d, hipótesis ampliamente aceptada ya que esta es la principal culpable del comportamiento no lineal de estos circuitos, aunque también podrían considerarse otros elementos del circuito como las capacidades.

A continuación se presentarán los fundamentos de la representación en series de Volterra, dedicando especial atención a las entradas multitono. Posteriormente, se estudiarán los métodos más comunes para la obtención de las funciones de transferencia no lineales y se concluirá aplicaremos este método al modelo del transistor HEMT a estudiar.

III.1. Representación mediante series de Volterra

A continuación, partiendo del material de Bussgang [8] se estudiará el análisis de sistemas no lineales con varias entradas mediante series de Volterra. A partir de lo expuesto en esta sección, podremos representar los sistemas que nos interesan y calcular sus funciones de transferencia no lineales, a partir de las cuales seremos capaces de caracterizar la fuente no lineal de los mismos.

Supóngase un sistema no lineal con entrada *x(t)* y salida *y(t)*, y que la entrada puede ser aproximada por una sucesión de pulsos rectangulares *p(t)* de anchura $\Delta\tau$, cuyos flancos de subida ocurren en los instantes $k\Delta\tau$, $k = 0,1,2, \ldots$ y con altura $x_k = x(k\Delta\tau)$:

$$x(t) \approx \sum_{k=0}^{\infty} x(k\Delta\tau)\Delta\tau p(t - k\Delta\tau) \tag{3.3}$$

Sea K el número de pulsos rectangulares que transcurren entre 0 y el instante *t*. Cabe esperar que la respuesta sea una función de las K + 1 variables de la entrada, de manera que puede escribirse:

$$\mathrm{y(t) = f(x_0,x_1,\ldots,x_K)} \tag{3.4}$$

donde f( ) es una función no lineal de K + 1 variables.

Supuesto q f( ) admite un desarrollo en series de Taylor (K + 1)-dimensional, y agrupando términos, la respuesta y(t) puede expresarse como:

$$y(t) \approx \sum_{k_1=0}^{K} a_{k_1} x_{k_1} + \sum_{k_1=0}^{K}\sum_{k_2=0}^{K} a_{k_1k_2} x_{k_1} x_{k_2} + \sum\sum\sum a_{k_1k_2k_3} x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} + \cdots \tag{3.5}$$

Pudiendo escribirse como:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \tag{3.6}$$

donde el n-ésimo término se aproxima por:

$$y_n(t) \approx \sum_{k_1=0}^{K} \sum_{k_2=0}^{K} \cdots \sum_{k_n=0}^{K} a_{k_1 k \cdots k_n} x_{k_1} x_{k_2} \cdots x_{k_n} \tag{3.7}$$

Se dice que $y_n(t)$ es de orden n.

En el caso de un sistema lineal, la representación en series de Taylor quedaría truncada en el primer término del desarrollo. Aplicando el principio de superposición la respuesta total sería la suma de respuestas individuales a cada uno de los pulsos. Para valores suficientemente pequeños de $\Delta\tau$, el pulso *p(t)* es una buena aproximación de la función impulso *δ(t)*, por lo tanto la respuesta al pulso puede ser aproximada por la respuesta impulsiva *h(t)*. Por lo tanto en el instante *t* la respuesta lineal se expresa según:

$$y_1(t) \approx \sum_{k=0}^{K} x(k\Delta\tau) h(t - k\Delta\tau) \Delta\tau \tag{3.8}$$

Que también puede escribirse:

$$y_1(t) \approx \sum_{k=0}^{K} a_k x_k \tag{3.9}$$

donde

$$x_k = x(k\Delta\tau) \tag{3.10a}$$

$$a_k = h(t - k\Delta\tau)\,\Delta\tau \tag{3.10b}$$

La precisión de la aproximación aumenta a medida que disminuye la anchura $\Delta\tau$. De hecho, a medida que $\Delta\tau \rightarrow 0$, el producto $k\Delta\tau$ tiende a la variable continua (τ), y en el límite, $\Delta\tau \rightarrow d\tau$, quedando:

$$y_1(t) = \int_0^t x(\tau) h(t - \tau) d\tau \tag{3.11}$$

Por tanto, la respuesta impulsiva sirve para caracterizar completamente la parte lineal, ya que conociéndola podemos determinar la respuesta del sistema ante cualquier entrada al mismo.

Si aplicamos el mismo desarrollo que hemos hecho considerando el caso lineal, el término general de la aproximación de $y_n(t)$, dado por $a_{k1k2...kn}x_{k1}x_{k2}...x_{kn}$ puede interpretarse como la respuesta a n pulsos rectangulares aplicados en los instantes $k_1\Delta\tau$, $k_2\Delta\tau$, $\cdots$, $k_n\Delta\tau$. Por lo tanto se podría escribir:

$$a_{k_1k_2\cdots k_n} = h_n(t - k_1\Delta\tau, t - k_2\Delta\tau, \cdots, t - k_n\Delta\tau)(\Delta\tau)^n \tag{3.12}$$

Siguiendo:

$$y_n \approx \sum_{k_1=0}^{K}\sum_{k_2=0}^{K}\cdots\sum_{k_n=0}^{K} h_n(t - k_1\Delta\tau, t - k_2\Delta\tau, \cdots, t - k_n\Delta\tau)x_{k_1}x_{k_2}\cdots x_{k_n}(\Delta\tau)^n \tag{3.13}$$

Si ahora tomamos el limite cuando $\Delta\tau$ tiende a cero, las variables discretas $k_j\Delta\tau$ tienden a variables continuas τ_j y los sumatorios pasan a ser integrales:

$$y_n(t) = \int_0^t\int_0^t\cdots\int_0^t h_n(t-\tau_1, t-\tau_2, \cdots, t-\tau_n)x(\tau_1)x(\tau_2)\cdots x(\tau_n)d\tau_1 d\tau_2\cdots d\tau_n \tag{3.14}$$

Suponiendo que el sistema es causal y que no se aplica entrada antes del instante t = 0, podemos extender los límites de integración desde -∞ hasta +∞. Aplicando el cambio de variables $\tau_j \leftarrow t - \tau_j$ la expresión (3.14) queda:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_n)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)\cdots x(t-\tau_n)d\tau_1 d\tau_2\cdots d\tau_n \tag{3.15}$$

Las ecuaciones (3.6)-(3.15) permiten expresar la respuesta $y(t)$ mediante una serie de funcionales, llamados de Volterra. Los núcleos o *kernels* de estos funcionales son las respuestas impulsivas no lineales de orden n.

Denotando la transformada de Fourier de las respuestas impulsivas por $H_n(\boldsymbol{\omega}_n)$ se puede escribir (3.15) como:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\boldsymbol{\tau}_n)\prod_{k=1}^{n} x(t-\tau_k)d\tau_k \tag{3.16}$$

La mayor utilidad de la representación en series de Volterra se produce cuando la respuesta puede ser aproximada por los primeros N términos de la serie, pudiendo escribirse:

$$y(t) \approx \sum_{n=1}^{N} y_n(t) \tag{3.17}$$

Por este motivo, las *series de Volterra* se utilizan principalmente en pequeña señal, ya que podemos omitir los términos de mayor orden debido a que no contribuyen significativamente a la salida.

III.1.1. Determinación de las funciones de transferencia no lineales

Llegados a este punto, y observando las expresiones obtenidas, podemos comprobar que la respuesta de un sistema no lineal está determinada por las funciones de transferencia no lineales, en el sentido de que conociendo $H_n(\boldsymbol{\omega_n})$ podemos hallar la respuesta a cualquier entrada. Por lo tanto, el siguiente paso sería buscar un método para obtener dichas funciones de transferencia.

En este apartado se describen dos técnicas que se utilizan para la determinación de las funciones de transferencia no lineales. En general, no es sencillo obtener una expresión analítica cerrada de las funciones de transferencia, especialmente para órdenes elevados. Sin embargo, al tratarse de métodos recursivos pueden programarse algoritmos, permitiendo efectuar el cálculo de las funciones de transferencia mediante un ordenador.

Las no-linealidades inherentes a todos los dispositivos electrónicos son fuentes potenciales de comportamiento no lineal en los circuitos donde se encuentran. Para llevar a cabo el análisis, debemos reemplazar cada dispositivo por el modelo correspondiente. En el caso de dispositivos de AsGa los elementos del circuito pueden ser representados mediante conductancias no lineales, capacidades no lineales o fuentes controladas no lineales. En estos casos la corriente depende no linealmente de la tensión, luego debemos caracterizar los elementos mediante una serie de potencias alrededor del punto de polarización.

A modo de ejemplo vamos a caracterizar una conductancia no lineal. La relación tensión-corriente se puede expresar como:

$$i_G(t) = g[v_G(t)] \tag{3.18}$$

Si tenemos en cuenta que la conductancia está polarizada de manera que V_G y I_G son, respectivamente, la tensión y la corriente en el punto de trabajo, la expansión en series de potencias alrededor del punto de polarización se puede escribir:

$$i_G(t) = I_G + \sum_{k=1}^{\infty} g_k \left[v_G(t) - V_G\right]^K \tag{3.19}$$

donde g_k es el k-ésimo coeficiente de la serie de potencias. Si definimos las siguientes tensión e intensidad incremental, la expresión (3.19) se simplifica:

$$i_g(t) = i_G(t) - I_G \qquad \text{y} \qquad v_g(t) = v_G(t) - V_G \tag{3.20}$$

quedando:

$$i_g(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k v_g^k(t) \tag{3.21}$$

Los casos de interés en dispositivos de AsGa se pueden representar mediante las siguientes series de potencias:

- Conductancia no lineal:

$$i_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n v^n(t) \tag{3.22}$$

- Capacidad no lineal:

$$i_c(t) = \frac{d}{dt} \sum_{n=1}^{\infty} q_n v^n(t) \tag{3.23}$$

- Fuente controlada no lineal:

$$i[u(t)] = \sum_{m=1}^{\infty} g_m u^m(t) \tag{3.24}$$

- No linealidad dependiente:

$$i[v(t), u(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} g_{kl} v^k(t) u^l(t), k + l \geq 1 \tag{3.25}$$

Esta última expresión es la que se utilizará para describir la no linealidad dominante en FETs de AsGa. Observando la expresión (3.25) se puede comprobar que los coeficientes g_{k0} están ligados a la fuente controlada no lineal y los coeficientes g_{0l} son los coeficientes de la conductancia no lineal de salida.

III.1.1.1. Método de sondeo o entrada armónica

Este método es muy parecido al proceso que se sigue para hallar la función de transferencia de un circuito lineal $H(\omega)$ en el dominio de la frecuencia. En el caso lineal, se aplica como entrada la forma de excitación mas simple y se halla la respuesta, sustituyendo ambas en la relación entrada-salida y determinando posteriormente la expresión de $H_n(\boldsymbol{\omega_n})$. En este supuesto se aplicaría una tensión de entrada $1 \cdot \exp(j\omega t)$, expresando la salida para que quede de la forma $H(\omega)\exp(j\omega t)$. El cociente entre la entrada y la salida nos da $H(\omega)$.

En el caso de un circuito no lineal, se utiliza como entrada una suma de exponenciales complejas de frecuencia inconmensurable:

$$x(t) = \exp(j\omega_1 t) + \exp(j\omega_2 t) + \cdots + \exp(j\omega_n t) \tag{3.26}$$

La transformada de Fourier de esta entrada, sería un tren de funciones impulso.

Las distintas mezclas **m** entre las exponenciales complejas de la entrada contribuyen a la salida de orden n con términos que tienen la siguiente forma:

$$y_n(t;\mathbf{m}) = (n;\mathbf{m}) H_n(\boldsymbol{\omega}_\mathbf{m}) \exp(j\boldsymbol{\omega}_\mathbf{m} t) \tag{3.27}$$

De todas las combinaciones posibles, la que a nosotros nos interesa es aquélla en la que $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ aparecen una sola vez en las n entradas del vector $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{m}$. La respuesta de orden n de dicha componente, tiene la siguiente expresión:

$$y_n(t;\omega = \omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_n) = n!\, H_n(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n) \exp\left[j(\omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_n)t\right] \tag{3.28}$$

A partir de aquí se puede obtener fácilmente la función de transferencia no lineal de orden n, esta será el coeficiente que multiplica a $n!$ exp $[j(\omega_1+\omega_2+\cdots+\omega_n)t]$ a la salida cuando la entrada es un suma de exponenciales complejas.

Para obtener la función de transferencia no lineal de orden n es preciso conocer las funciones de transferencia no lineales de los órdenes inferiores. Esto quiere decir, que primero excitaríamos con una sola señal sinusoidal para calcular las funciones de transferencia de primer orden, posteriormente con dos, así sucesivamente. A la vista de estos hechos, parece conveniente la aplicación de un método recursivo para la obtención de las funciones de transferencia no lineales.

Al depender la expresión de H_n de todas las permutaciones de las funciones de órdenes inferiores a n y sus productos, es conveniente introducir el operador simetrización, que representa la media aritmética de las $n!$ permutaciones de las n frecuencias.

III.1.1.2. Método de las corrientes no lineales

Combinando el método del sondeo armónico con el método de las corrientes no lineales, podemos obtener definitivamente las funciones de transferencia no lineales. Como veremos posteriormente las componentes de orden n de la respuesta de un circuito no lineal se puede obtener como soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales. Esto se consigue a partir de las ecuaciones no lineales originales, a las que se le aplican unas excitaciones particulares llamadas corrientes no lineales. Las corrientes no lineales de orden *n* se van calculando a partir de las componentes de tensión de orden inferior a *n*. Conocidas las corrientes de orden *n*, podemos calcular las componentes de tensión del mismo orden y a partir de éstos, obtenemos las corrientes de órdenes más altos.

Este método se deriva del estudio de las respuestas de orden creciente de un circuito caracterizado por un sistema de ecuaciones diferenciales en el que las no-linealidades adoptan la forma de una serie de potencias.

Considérese el circuito de la figura, que consiste en un nodo descrito por una conductancia no lineal. Sea v(t) la salida cuando se le aplica una entrada i(t), de manera que se cumple la ecuación diferencial:

$$i(t) = \sum_{r=0}^{\infty} K_r \frac{d^r}{dt^r} v(t) + \sum_{n=2}^{\infty} g_n v^n(t) \tag{3.29}$$

Los dos sumandos separan la parte lineal y la no lineal de la intensidad. Suponiendo que la excitación es de la forma $x(t) = \alpha i(t)$, donde α es una variable muda que se utilizará para llevar la cuenta del orden de los diferentes términos. Empleando la expansión funcional de Volterra la respuesta de orden *n* a la entrada $x(t)$ viene dada por:

$$y_n(t) = \alpha^n \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\omega_n) \prod_{k=1}^{n} I(\omega_k) \exp(j\omega_k t) \frac{d\omega_k}{2\pi} \tag{3.30}$$

Cualquier término con dependencia del tipo α^n es de orden *n* en $i(t)$, de manera que $y_n(t) = \alpha^n v_n(t)$ y además:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n v_n(t) \tag{3.31}$$

Si sustituimos $x(t)$ e $y(t)$ en (3.29) en función de $i(t)$ y $v_n(t)$ obtenemos:

$$\alpha i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \left[\sum_{r=0}^{\infty} K_r \frac{d^t}{dt^r} v_n(t) \right] + \sum_{n=2}^{\infty} g_n \left[\sum_{s=1}^{\infty} \alpha^s v_s(t) \right]^n \qquad (3.32)$$

Gracias a la introducción de la variable muda α podemos ir resolviendo componentes de órdenes sucesivamente crecientes. Primero obtendríamos $v_1(t)$, para lo cual derivamos los dos miembros de la expresión anterior respecto a α y particularizamos para α = 0, obteniendo la siguiente ecuación diferencial:

$$i(t) = \sum_{r=0}^{\infty} K_r \frac{d^r}{dt^r} v_1(t) \qquad (3.33)$$

que coincide con la parte lineal de (3.29), como si hubiéramos eliminado la parte no lineal del circuito y la fuente de corriente $i(t)$ se aplicara sólo a la parte lineal.

Para obtener el resto de las respuestas de orden superior se repite el proceso de derivación de ambos miembros de (3.32) con respecto a α, tomando después α = 0. Derivando por segunda vez obtenemos la ecuación diferencial que sigue $v_2(t)$:

$$0 = \sum_{r=0}^{\infty} K_r \frac{d^r}{dt^r} v_2(t) + g_2 v_1^2(t) \qquad (3.34)$$

Al compararse la expresión obtenida con (3.38), podemos considerar $v_2(t)$ como la respuesta de la parte lineal de circuito cuando es excitado con una corriente no lineal $-i_{NL2}(t)$ dada por:

$$i_{NL2}(t) = g_2 v_1^2(t) \qquad (3.35)$$

Derivamos por tercera vez, obteniendo:

$$0 = \sum_{r=0}^{\infty} K_r \frac{d^r}{dt^r} v_3(t) + 2g_2 v_1(t) v_2(t) + g_3 v_1^3(t) \qquad (3.36)$$

Pudiendo de nuevo considerar la componente de tercer orden como la respuesta de la parte lineal del circuito, cuando se excita con una corriente no lineal $-i_{NL3}$ de orden 3:

$$i_{NL3}(t) = 2g_2 v_1(t) v_2(t) + g_3 v_1^3(t) \tag{3.37}$$

Este proceso se puede repetir sucesivamente hasta alcanzar la respuesta no lineal del orden que queramos. La expresión general de la corriente no lineal de orden n viene dada por:

$$i_{NLn}(t) = \sum_{m=2}^{\infty} g_m \left\{ \frac{d}{d\alpha^n} \left[\sum_{s=1}^{\infty} \alpha^s v_s(t) \right]^m \right\} \Bigg|_{\alpha=0} \tag{3.38}$$

Al ser $m > 1$, $i_{NLn}(t)$ no puede depender de las respuestas no lineales de órdenes superiores a n, sino exclusivamente de las $n - 1$ respuestas que ya han sido calculadas. Este método es claramente recursivo, pues se vale de las componentes de órdenes más bajos para hallar la siguiente componente de orden superior.

Este procedimiento para la determinación de las fuentes no lineales, puede sistematizarse a partir de la siguiente recursión. En el caso en que la corriente $i_{NL}(t)$ se deba a una conductancia no lineal o a una fuente de corriente controlada por la tensión $u(t)$:

$$i_{NLn}(t) = \sum_{n=2}^{\infty} g_n u^n(t) \tag{3.39}$$

La componente de corriente de orden n generada por $u(t)$ se puede expresar como sigue:

$$i_{NLn}(t) = \sum_{m=2}^{n} g_m u_{n,m} \tag{3.40}$$

donde

$$u_{n,m} = \sum_{i=1}^{n-m+1} u_i(t) u_{n-i,m-1}, n \geq m \tag{3.41}$$

siendo $u_{n,1} = u_n(t)$. En el caso de una no-linealidad dependiente, las expresiones quedan:

$$i_{NL}(t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} g_{mn} u^{m}(t) v^{n}(t) \tag{3.42}$$

En este caso la expresión que se cumple es:

$$i_{NLn}(t) = \sum_{k=1}^{n-1}\sum_{l=1}^{n-k} g_{lk} \Phi_{l,k,n} \tag{3.43}$$

donde:

$$\Phi_{l,k,n} = \sum_{j=1}^{n-1} u_{j,l} v_{n-j,k} \text{ , siendo } u_{j,l} = \sum_{i=1}^{j-l+1} u_i(t) u_{j-i,l-1} \text{, } j \geq m \tag{3.44}$$

Combinando este método con el de la entrada armónica podemos calcular las funciones de transferencia no lineales de manera eficiente. Para ello, reemplazamos la entrada *i*(*t*) por sumas de exponenciales complejas de frecuencias inconmensurables. Como vimos anteriormente, la función de transferencia no lineal, será el coeficiente cuya componente espectral es $n!\delta[(\omega - (\omega_1 + \cdots \omega_n)]$. Este coeficiente se podrá expresar en función de productos simetrizados de funciones de transferencia lineales de órdenes inferiores.

III.2. Series dobles de Volterra

La expansión funcional se puede extender a sistemas con dos puertos de entrada, como expresa Rice [9] en su artículo. En este caso, la salida *y(t)* de un sistema no lineal con dos entradas *x(t)* y *z(t)* puede escribirse como una doble serie de componentes de salida de orden $n + m$, o equivalentemente, de orden n respecto a la entrada *x(t)* y de orden m respecto a la entrada *z(t)*. Esta representación ha sido desarrollada por C. Crespo y J. Reina [6,16] obteniendo la fórmulas recursivas para las corrientes no lineales. La salida $y(t)$ se puede escribir como:

$$y(t) = \sum_{n+m \geq 1}^{\infty} \sum^{\infty} y_{nm}(t) \tag{3.45}$$

donde

$$y_{no}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_{no}(\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{n}}) \prod_{k=1}^{n} x(t-\tau_k) d\tau_k \tag{3.46}$$

$$y_{0m}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_{0m}(\boldsymbol{\zeta}_{\mathbf{m}}) \prod_{l=1}^{m} z(t-\zeta_l) d\zeta_l \tag{3.47}$$

e

$$y_{nm}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_{nm}(\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{n}}; \boldsymbol{\zeta}_{\mathbf{m}}) \prod_{k=1}^{n} x(t-\tau_k) d\tau_k \prod_{l=1}^{m} z(t-\zeta_l) d\zeta_l \,, \qquad (n,\, m \neq 0) \tag{3.48}$$

$\boldsymbol{\tau}_n$ y $\boldsymbol{\zeta}_m$ son los vectores $[\tau_1,...,\tau_n]^T$ y $[\zeta_1,...,\zeta_m]^T$, respectivamente, y el *kernel* $h_{nm}(\boldsymbol{\tau}_n; \boldsymbol{\zeta}_m)$ es la respuesta impulsiva no lineal de orden $n + m$. Si llamamos a su transformada de Fourier $H_{nm}(\boldsymbol{\tau}_n; \boldsymbol{\zeta}_m)$, podemos reescribir (3.48) como:

$$y_{nm}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} H_{nm}(\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{n}}; \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{m}}) \prod_{k=1}^{n} X(\omega_k) \exp(j\omega_k t) \frac{d\omega_k}{2\pi} \prod_{l=1}^{m} Z(\xi_l) \exp(j\xi_{lt}) \frac{d\xi_l}{2\pi} \tag{3.49}$$

siendo $\boldsymbol{\omega}_n$ y ξ_m los vectores $[\omega_1,...,\omega_n]^T$ y $[\xi_1,...,\xi_m]^T$, respectivamente. Mediante esta última expresión hemos conseguido expresar el término de orden $(n + m)$ de la expansión funcional en función del espectro de la entrada $X(\omega)$ y $Z(\omega)$.

A continuación vamos a considerar que una de las dos entradas sea de tipo sinusoidal (como sucede en realidad en el caso que vamos a estudiar). En este supuesto, (3.49) adopta la siguiente expresión al sustituir $x(t) = V_p \cos(\omega_p t)$:

$$\begin{aligned} y_{nm}(t) &= \left(\frac{V_p}{2}\right)^n \sum_{\mu=0}^{n} \frac{n!}{(n-\mu)!\,\mu!} \exp\left[j(n-2\mu)\omega_p t\right] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} H_{nm}\left[(\omega_p)_{n-\mu}, (-\omega_p)_{\mu}; \xi_m\right] \prod_{l=1}^{m} Z(\xi_l) \exp(j\xi_{lt}) \frac{d\xi_l}{2\pi} \end{aligned} \tag{3.50}$$

Seleccionando los términos que satisfacen $n - 2\mu = N$ y sumando todos ellos, se puede expresar la salida asociada a la componente $\exp(jN\omega_p t)$ como:

$$y_{nm}(t \mid N\omega_p) = \sum_{m=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}_m(N\omega_p; \xi_m) \prod_{l=1}^{m} Z(\xi_l) \exp(j\xi_{lt}) \frac{d\xi_l}{2\pi} \tag{3.51}$$

donde:

$$\hat{H}_m(N\omega_p t; \xi_m) = \exp(jN\omega_p t) \sum_{\mu=0}^{m} \left(\frac{V_p}{2}\right)^{2\mu+N} \frac{(2\mu+N)!}{(\mu+N)!\,\mu!} H_{(2\mu+N)m}\left[(\omega_p)_{\mu+N}, (-\omega_p)_{\mu}; \xi_m\right] \tag{3.52}$$

puede interpretarse como la función de transferencia no lineal de un sistema que varía en el tiempo con una frecuencia $N\omega_p$.

En (3.51) hemos obtenido la expresión general para la salida de un sistema con dos entradas, siendo una de ellas sinusoidal, en función del espectro *Z(w)* de la otra entrada. En muchos casos la salida deseada se encuentra asociada a la frecuencia fundamental, esto es N = 1, por lo que sólo habría que tomar en consideración las funciones de transferencia no lineales H_{nm} con *n* impar, para evaluar la salida. En el caso de señales de pequeña amplitud en el segundo puerto, sólo es necesario extender la suma (3.51) a unos pocos términos, ya que el efecto de los términos de orden superior serán despreciables.

En el caso que nos ocupa, en ambos puerto tenemos entradas sinusoidales, siendo también $z(t) = V_q \cos(\omega_q t)$. Pudiéndose expresar $y_{nm}(t)$ mediante la serie doble

$$y_{nm}(t)=\left(\frac{V_p}{2}\right)^n\left(\frac{V_q}{2}\right)^m\sum_{\mu=0}^{n}\sum_{\lambda=0}^{m}\frac{n!}{(n-\mu)!\,\mu!}\cdot\frac{m!}{(m-\lambda)!\,\lambda!}\times \tag{3.53}$$

$$\times\exp\left\{j\left[(n-2\mu)\omega_p+(m-2\lambda)\omega_q\right]t\right\}H_{nm}\left[(\omega_p)_{n-\mu},(-\omega_p)_{\mu};(\omega_q)_{m-\lambda},(-\omega_q)_{\lambda}\right]$$

Los métodos estudiados previamente para el estudio de las series de Volterra simples, también se pueden extender fácilmente a las series de Volterra dobles. En el caso del método del sondeo, para extenderlo a las series dobles basta con considerar las entradas x(t) y z(t) como sumas de exponenciales complejas de frecuencias inconmensurables.

$$x(t)=\exp(j\omega_{p1}t)+\exp(j\omega_{p2}t)+\cdots+\exp(j\omega_{pn}t) \tag{3.54a}$$

$$z(t)=\exp(j\omega_{q1}t)+\exp(j\omega_{q2}t)+\cdots+\exp(j\omega_{qn}t) \tag{3.54b}$$

En este caso la función de transferencia no lineal simetrizada de orden (n+m) sería el coeficiente que multiplica a $n!m!\exp\left[j(\omega_{p1}+\omega_{p2}+\cdots+\omega_{pn}+\omega_{q1}+\cdots+\omega_{qm})t\right]$.

Para el método de las corrientes no lineales, se pueden encontrar formas de recursión similares a las obtenidas para series de Volterra simples para describir las componentes de orden $n+m$ de las corrientes no lineales:

$$i_{NLnm}(t)=\frac{1}{n!m!}\frac{\partial^{n+m}}{\partial\alpha^n\partial\beta^m}i_{NL}(t)\Bigg|_{\alpha=\beta=0} \tag{3.55}$$

En este caso, las componentes que contribuyen a la corriente de orden $n+m$ generada por una conductancia no lineal, vienen dadas por:

$$i_{NL}=\sum_{l=2}^{n+m}g_{0l}u_{nm,l} \tag{3.56}$$

donde:

$$u_{nm,l} = \sum_{j=0}^{n+m-1} \sum_{i=0}^{n+m-j-1} u_{ij} u_{(n-i)(m-j),l-1} \tag{3.57}$$

y $u_{nm,1}$ = u_{nm}. La contribución de una no-linealidad dependiente se puede sistematizar de la siguiente manera:

$$i_{NLnm}(t) = \sum_{k=1}^{n+m-1} \sum_{l=1}^{n+m-k} g_{kl} \Phi_{nm,kl} \text{ , siendo } \Phi_{nm,kl} = \sum_{j=0}^{n+m-l} \sum_{i=k-j}^{n+m-l-j} v_{ij,k} u_{(n-i)(m-j),l} \tag{3.58}$$

Capítulo IV

Caracterización de FET

Hasta ahora, hemos presentado los modelos y los métodos que utilizaremos para caracterizar los FET, así como los fundamentos teóricos en los que estos se basan. En este capítulo utilizaremos estos conocimientos para extraer los parámetros del modelo de pequeña señal de un MESFET y a continuación caracterizaremos la fuente I_d de un HEMT usando el análisis mediante series de Volterra.

La caracterización se basa en una serie de medidas efectuadas previamente, en concreto, en medidas de los parámetros S del dispositivo, por lo que primero haremos una breve introducción teórica a dichas medidas. El instrumento que utilizaremos para llevar a cabo estas medidas es el analizador vectorial de redes, que calibrado correctamente puede alcanzar una gran precisión.

Llegados a este punto, tenemos que medir un componente que no tiene porque ser coaxial, mediante el analizador, que utiliza siempre cables coaxiales para la medida. Una opción sería soldar los circuitos en una placa, pero aquí se ha optado por una caracterización no destructiva. Para ello, utilizamos un soporte universal de medida, que nos permite adaptar todo tipo de componentes a los cables coaxiales del analizador de redes. Este soporte de medida fue diseñado en el Grupo de Sistemas de Radiocomunicación de la Universidad de Sevilla [17].

Las medidas del analizador de redes se realizan entre un puerto RF OUT y otro RF IN, ahora bien, los componentes a medir no están directamente conectados a estos puertos, sino que están conectados a través de unos cables, unos conectores y del propio soporte universal de medida.

Todos estos dispositivos, provocan variaciones en la medida que haría el analizador si no estuvieran, provocando una serie de errores sistemáticos. Para eliminar estos errores, habría que informar al analizador de redes, de cómo afectan a la medida cada uno de los elementos entre los puertos y el dispositivo a medir (DUT). Esta información la obtiene internamente el analizador mediante un procedimiento conocido como calibración.

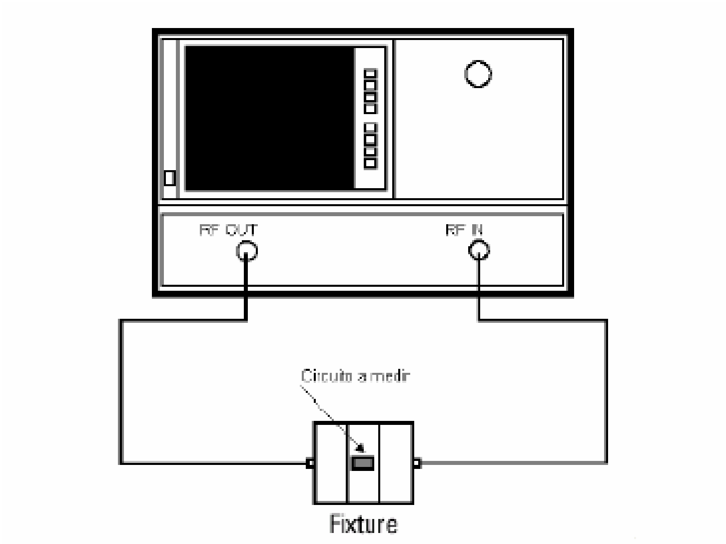


Figura 4.1. Medida mediante el analizador vectorial de redes

El proceso de calibración se realiza mediante una serie de patrones, cuyos parámetros S son conocidos. El analizador mide estos patrones y compara las medidas obtenidas, con los parámetros S que ya tiene guardados en la memoria y, a partir de éstos, es capaz de restar el efecto de los conectores cuando se conecte otro dispositivo a medir.

Una vez calibrado el analizador podemos llevar a cabo las medidas para la caracterización de los distintos componentes microondas.

IV.1. Teoría de circuitos para sistemas microondas

El análisis de sistemas de microondas presenta dificultades respecto al análisis de sistemas de baja frecuencia. Esto se debe a que, a baja frecuencia, se obvian las características de los elementos de interconexión, cosa que no podemos hacer en los sistemas de microondas.

A frecuencias de microondas, los distintos elementos que componen el circuito se unen mediante líneas de transmisión y guías de ondas. Estos elementos varían su comportamiento en función de su longitud, ya que presentan fases de tensiones y corrientes en puntos aparentemente localizados en el mismo punto. Esta dificultad añadida se debe a que en microondas los parámetros son distribuidos y no localizados, como en los circuitos de baja frecuencia.

Debido a estos, se pretende extender el estudio de la teoría de circuitos a circuitos de microondas, en la medida de lo posible, basándonos en los conceptos que ya conocemos (tensiones, impedancias, ...).

En la figura 4.2, podemos observar un conjunto de líneas de transmisión o guías de ondas que terminan en una región común. Dicha región puede estar formada por un conjunto de elementos pasivos. Bajo una serie de suposiciones, podemos expresar los campos que se propagan por dichas guías en función de lo que se conoce como tensiones y corrientes equivalentes.

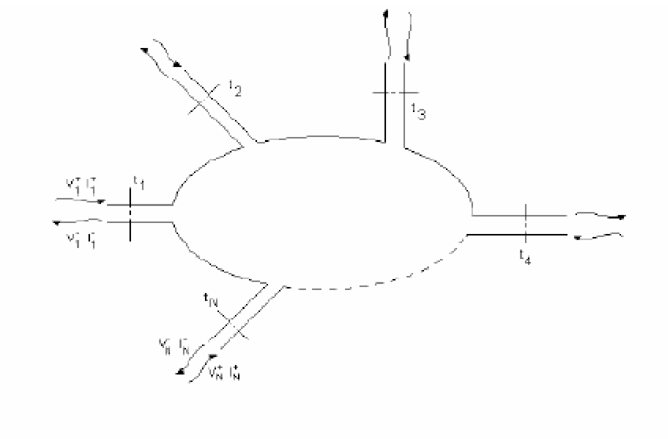


Figura 4.2. Esquemático de un circuito de N puertos

Primero vamos a suponer que en cada puerto hay asignado un solo modo de propagación y luego, que los puertos estén suficientemente alejados. Bajo estas suposiciones, podemos considerar que en los planos, tanto los modos incidentes como reflejados, son esencialmente aquellos que son dominantes.

Bajo estas condiciones, podemos excitar independiente cada puerto, o sea, elegimos la amplitud de onda incidente en cada puerto (V_n^+). A partir de éstas, y en base al circuito pasivo, podemos calcular las ondas de tensión reflejadas (V_n^-). Con estos datos podemos calcular las intensidades incidentes y reflejadas utilizando las siguientes relaciones:

$$I_n^+ = Y_n V_n^+ \qquad I_n^- = Y_n V_n^- \tag{4.1}$$

Con estos datos vamos a pasar a la descripción en impedancias del circuitos. Para ello utilizaremos $I_n = I_n^+ + I_n^-$ como variable independiente y $V_n = V_n^+ + V_n^-$ como variables dependientes. La relación entre ellas es:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \text{ con } Z_{ij} = \left(\frac{V_i}{I_j} \right)_{I_k = 0, \forall k \neq j} \tag{4.2}$$

Aunque esta caracterización es en cierta medida una abstracción, ya que las tensiones corrientes e impedancias no pueden ser medidas experimentalmente de manera directa. Las cantidades directamente medibles son las amplitudes y fases de las ondas reflejadas, en función de las ondas incidentes. La matriz que describe esta relación se conoce como matriz de parámetros de Scattering o parámetros S.

Si una onda con tensión equivalente V_1^+ incide en el plano t_1, en la guía una se producirá una onda reflejada $V_1^- = S_{11} V_1^+$. Generalizando este efecto para todos los puertos, nos quedaría la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_n^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \ldots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_n^+ \end{pmatrix} \text{ donde } S_{ij} = \left(\frac{V_i}{V_j} \right)_{V_k = 0, \forall k \neq j} \tag{4.3}$$

En el caso particular de la bipuerta de la figura 4.3, nos quedaría:

$$
\begin{aligned}
V_1^- &= S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+ \\
V_2^- &= S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

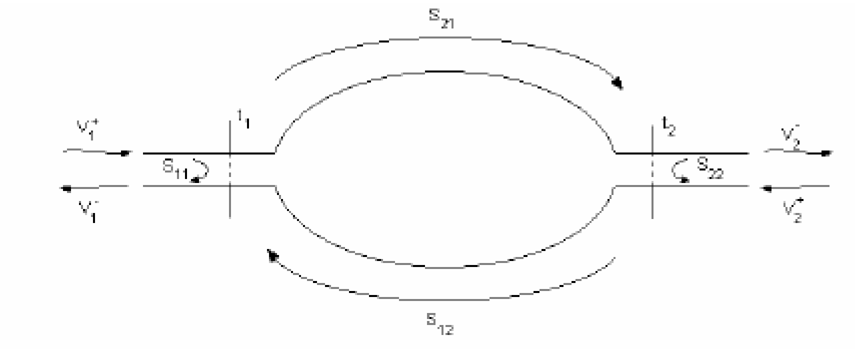


Figura 4.3. Parámetros S de una bipuerta

IV.2. El soporte universal de medida

Con el fin de obtener unas medidas de parámetros S precisas para componentes encapsulados, se ha optado por utilizar un soporte universal de medidas. De este modo, no es necesario soldar los componentes a la placa. Esta solución, además de eficaz, es muy económica, ya que el mismo soporte es útil para medir una gran cantidad de componentes.

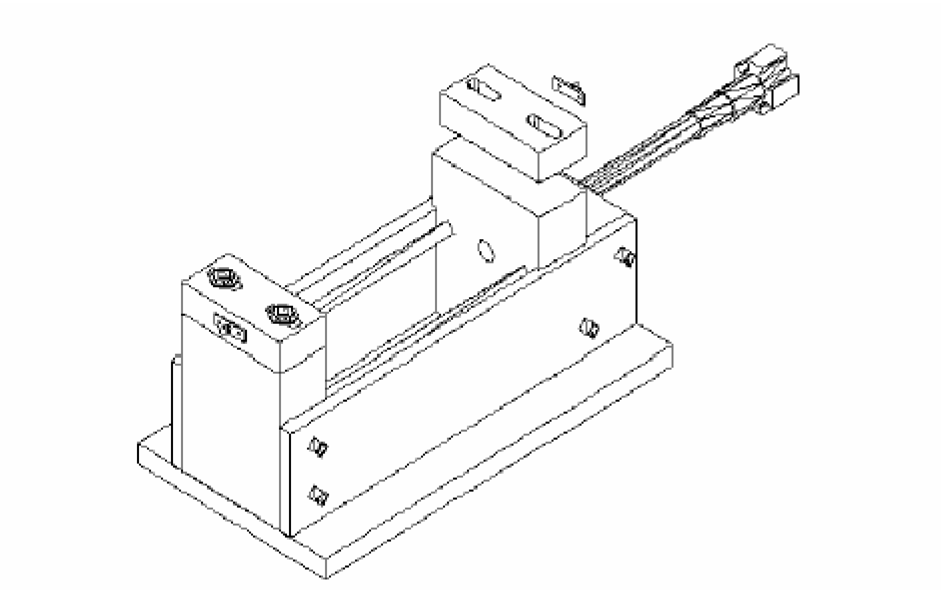


Figura 4.4. El soporte universal de medida

En la figura anterior se puede apreciar la base del soporte universal de medida utilizado para la toma de medidas. Consta principalmente de dos grupos de piezas:

- El primer grupo constituiría la base del soporte. Estas piezas se utilizan en todas las medidas y están diseñadas para permitir alojar en su interior, un conjunto de piezas de tamaño variable.
- El segundo grupo serían las piezas de tamaño variable que se alojan en el interior del soporte. Estas piezas son específicas para cada componente y son las que dotan al soporte de medida de su carácter universal. Estas piezas deben estar diseñadas para no superar unos límites establecidos por las dimensiones del grupo anterior.

Con el fin de que ambos grupos de piezas se ajusten bien entre sí, se ha dotado de movilidad a una de las paredes del soporte. Regulando esta pared podemos fijar en el interior de la base del soporte de medida las piezas de tamaño variable.

Las piezas de tamaño variable, se pueden dividir a su vez en dos grupos: las destinadas a medir los patrones de calibración y las que se utilizarán para la medida de componentes. La diferencia estriba en que las del segundo grupo poseerán un brazo mecánico con el fin de presionar el dispositivo a medir contra la placa de circuito impreso.

Los contactos en el interior del soporte de medida se realizarán a través de líneas microstrip, mientras que para conectarlo con el analizador de redes se utilizarán conectores coaxiales.

En la siguiente figura se puede observar el resultado final del diseño del soporte universal de medida.

Figura 4.5. Fotografía de soporte de medida

IV.3. Corrección de Errores

Un equipo de medida ideal no estaría sujeto a errores, por lo que no necesitaría ningún tipo de corrección adicional. En la realidad, hasta los equipos más sofisticados tienen imperfecciones, que producen que las medidas realizadas difieran de las ideales.

Algunos de los factores que producen esta diferencia en las medidas, son predecibles y, por tanto, eliminables mediante la calibración. Antes de pasar a ver en que consiste la calibración y los diferentes tipos de calibración que hay, estudiaremos los distintos tipos de errores, así como sus causas.

IV.3.1. Tipos de errores

Errores Sistemáticos:

Se deben a las imperfecciones del propio analizador y de la puesta a punto del mismo. Suelen afectar siempre de la misma manera a la medidas, o sea, son invariantes en el tiempo, por lo que podemos caracterizar este tipo de errores, para luego eliminar su efecto.

La caracterización de este tipo de errores, se lleva a cabo mediante la calibración y luego, mediante esta caracterización, se elimina el efecto del error durante la toma de medidas.

Los principales errores sistemáticos se encuentran representados en la siguiente gráfica. Son:

- -Directividad
- -Crosstalk
- -Desadaptación a la fuente
- -Desadaptación a la carga
- -Seguimiento en reflexión
- -Seguimiento en transmisión

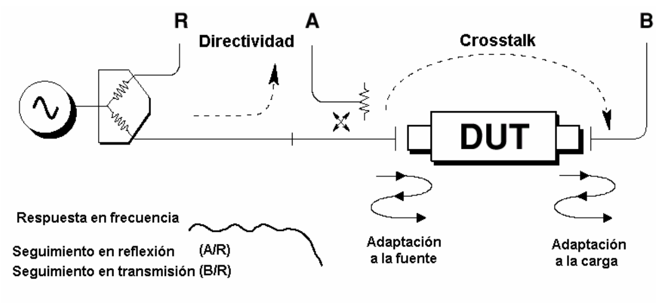


Figura 4.6. Errores Sistemáticos

El modelo del error de una bipuerta, incluye estos seis términos hacia delante, y también estos mismo seis términos hacia atrás, por lo que al final obtenemos un total de doce términos de error.

Errores Aleatorios:

Estos errores, varían aleatoriamente en función del tiempo. No son predecibles y, por tanto, no pueden ser eliminados mediante la calibración.

Los principales causantes de los errores aleatorios son:

-Ruido del instrumento (ruido del muestreo,...)
-Imperfecciones de los interruptores.
-Imperfecciones de los conectores.

Aunque estos errores no se pueden eliminar, sí se pueden reducir mediante el aumento de la potencia de la fuente, el estrechamiento del ancho de banda de la Frecuencia Intermedia o realizando múltiples medidas y realizando luego una media de las mismas.

Errores de Deriva:

Este tipo de errores se producen cuando las condiciones del sistema de medida, cambian después de haber realizado la calibración. Principalmente, suelen estar causados por los cambios de temperatura y se pueden eliminar realizando una nueva calibración.

La tasa de deriva, determina con que frecuencia deben realizarse estas calibraciones adicionales. El tener un entorno de medida con un ambiente estable respecto a la temperatura, minimiza este tipo de errores.

Aunque los equipos de medidas están diseñados para trabajar en un rango relativamente amplio de temperaturas, de entre 0º y 55º, es recomendable tener un rango de temperaturas más reducido (de 25º +- 5º), con el fin de minimizar los errores de deriva y de reducir o eliminar la necesidad de recalibraciones periódicas.

IV.3.2. Tipos de corrección de errores

Hay dos tipos principales de corrección de errores: Corrección en respuesta y corrección por vectores.

-Corrección en respuesta:

Es más sencilla de realizar, por contra, sólo corrige algunos de los doce términos de posibles errores sistemáticos. En concreto, elimina los errores de seguimiento de reflexión y transmisión.

Este tipo de calibración consiste en la toma de una medida de referencia, que se almacenará en la memoria del analizador de redes y que se aplicará a las medidas que se realicen.

Este método también recibe el nombre de normalización.

- **Corrección por vectores:**

Es un método más minucioso para eliminar los errores sistemáticos. Este tipo de corrección de errores requiere un analizador de redes capaz de medir la fase, además de la magnitud. También requiere el uso de una serie de patrones de calibración con características eléctricas conocidas.

Este procedimiento, caracteriza los errores sistemáticos midiendo patrones de calibración conocidos, guardando estas medidas en la memoria del analizador y usando estos datos para resolver el modelo del error, que será luego utilizado para eliminar los efectos de los errores sistemáticos de las medidas que se realicen.

Este procedimiento elimina las doce principales fuentes de los errores aleatorios y permite medidas muy precisas. Por contra, requiere más patrones y más medidas que la corrección en respuesta.

Hay dos tipos principales de corrección por vectores: La calibración a un puerto y la calibración a dos puertos.

- <u>Calibración a un puerto:</u> Puede medir y eliminar tres términos del modelo del error (directividad, adaptación a la fuente y seguimiento de reflexión). Estos tres términos se obtienen a partir de la expresión general del error, resolviendo tres ecuaciones con tres incógnitas. Para establecer estas ecuaciones necesitamos tres patrones de calibración conocidos. En concreto serán un circuito abierto, un cortocircuito y un carga (normalmente el valor de la carga será el mismo que la impedancia característica del sistema).

El modelo que utiliza se muestra en la siguiente gráfica:

Figura 4.7. Modelo del error para la calibración a un solo puerto

Si estamos midiendo un dispositivo con dos puertos, esta calibración asume una buena terminación el puerto que no esta siendo utilizado. En el caso de que los dos puertos del dispositivo bajo prueba (DUT) se encuentren conectados al analizador de redes y el aislamiento sea bajo, ya no se puede garantizar la precisión este tipo de calibración, siendo más recomendable, la calibración a dos puertos.

- <u>Calibración a dos puertos:</u> Este tipo de calibración obtiene resultados más precisos que las anteriores, porque tiene en cuenta todas las principales fuentes de errores sistemáticos. El modelo de error para esta calibración se muestra en la siguiente figura.

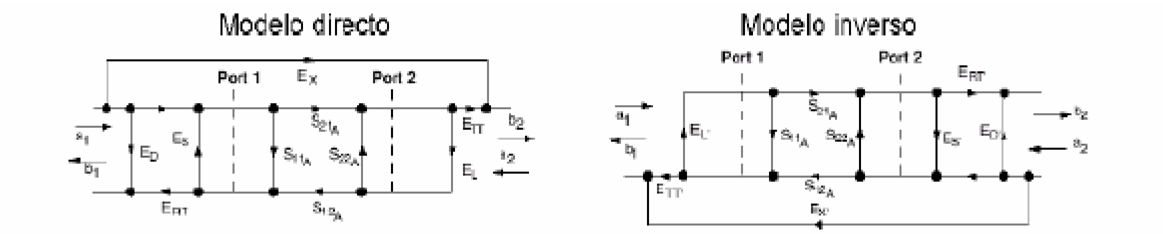


Figura 4.8. Modelo del error para la calibración a dos puertos

Una vez que los términos del error han sido caracterizados el analizador de redes los utiliza para calcular los parámetros S reales a partir de los medidos.

En el siguiente cuadro se pueden observar los distintos tipos de calibración. así como los principales ventajas e inconvenientes de cada una de ellas.

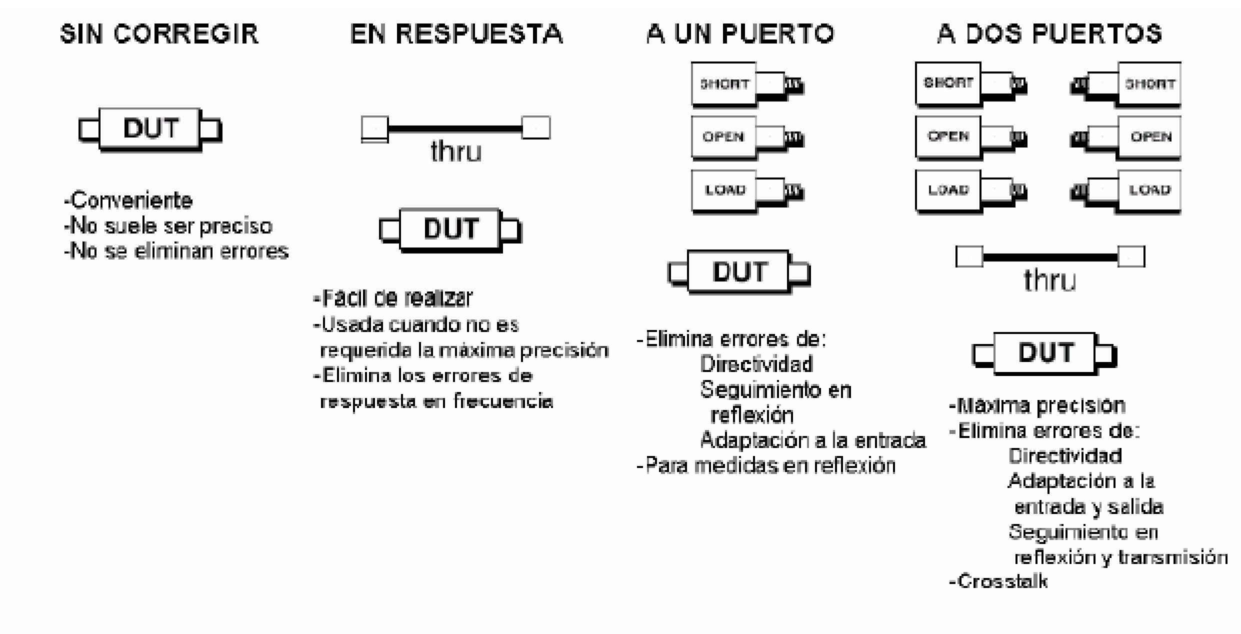


Figura 4.9. Resumen de los distintos tipos de calibración

IV.3.3. Ejemplos de calibraciones a dos puertos

Dentro del grupo de calibraciones a dos puertos, las calibraciones más importantes son la calibración SOLT (*short, open, line, Thru*) y TRL (*Thru, Reflect, Line*), por lo que las estudiaremos en más detalle.

- Calibración SOLT:

Es una de las formas de calibración más populares, especialmente en el rango de radiofrecuencia, por los siguientes motivos:

-Los patrones son más simples que en las otras calibraciones.
-Los soportes de medida (*fixtures*) son relativamente poco caros y no tienen que ser móviles.
-Los patrones generalmente pueden trabajar en un ancho de banda muy amplio.

La mayoría de los analizadores de red ya contienen los ficheros de definición de patrones de calibración que describen las características eléctricas de dichos patrones. Dichos ficheros generalmente cubren la mayoría de tipos de conectores, aunque también existe la posibilidad de que el usuario modifique la definición de dichos patrones.

La modificación de patrones es especialmente útil cuando utilizamos soportes de medidas, ya que normalmente los atributos de los patrones coaxiales no coinciden con los del soporte.

A continuación veremos las características que debe tener cada patrón.

- Caracterización de un patrón *SHORT*:

La definición eléctrica de un cortocircuito ideal es un coeficiente de reflexión con módulo unidad y fase 180º. Es el patrón más fácil de conseguir, ya que nos basta con cortocircuitar a tierra para obtener un buen patrón *short*.

No debemos realizar las líneas de transmisión excesivamente largas, para evitar tener una inductancia del cortocircuito excesivamente elevada.

- Caracterización de un patrón *OPEN*:

La definición eléctrica de este patrón es un coeficiente de reflexión unidad y fase 0º. Normalmente este patrón se consigue con una línea de transmisión sin terminar.

Este patrón suele tener algún cambio de fase, debido sobre todo a las capacidades de borde. Este efecto sólo debe tenerse en cuenta para frecuencias superiores a 300 MHZ.

- Caracterización de un patrón *LOAD*:

Idealmente una carga no refleja ninguna señal incidente en todo el rango de frecuencias y produce, por tanto, una terminación perfecta. El valor de esta carga, debe ser el mismo que la impedancia característica de la línea que se conecta al DUT. En la realidad, esto no se puede conseguir, ya que siempre ocurre alguna reflexión a alguna frecuencia.

En radiofrecuencia, se pueden construir cargas de comportamiento aceptable, utilizando resistencias de montaje superficial. Con el fin de disminuir la inductancia parásita a la mitad, se suelen utilizar dos resistencias en paralelo de 100 Ω en lugar de una sola de 50 Ω.

- Caracterización de un patrón *THRU*:

Normalmente este patrón suele consistir en una simple línea de transmisión entre los dos conectores.

Para que sea considerado aceptable, debe tener desadaptaciones mínimas en el punto donde conectores y pistas se unen, y debe mantener una impedancia constante en toda su longitud. La impedancia del *thru* debe coincidir con la impedancia de las líneas de transmisión utilizadas en los otros patrones.

- Calibración TRL:

La segunda calibración más utilizada después de la calibración SOLT es la calibración TRL. Esta calibración es usada principalmente en entornos no coaxiales (guías de ondas, soportes de medidas, zócalos de prueba,...) Resuelve los doce términos del modelo del error, pero utilizando un modelo distinto a la calibración SOLT.

Hay dos variantes de esta calibración. El TRL auténtico, que requiere un analizador con cuatro receptores y el TRL* que es una versión para analizadores con tres receptores. Estas dos versiones tienen modelos de error distintos.

Otras variaciones de este tipo de calibración (y que comparten modelo) son *Line-Reflect-Line* (LRL), *Line-Reflect-Match* (LRM), *Thru-Reflect-Match* (TRM) y otras.

Las ventajas de esta calibración respecto a la calibración SOLT son que:

- Los patrones son más fáciles de realizar, ya que no son necesarios ni el *open* ni el *load*.
- Se basa en líneas de transmisión de longitudes e impedancias conocidas.
- No es necesario conocer las características del patrón *reflect*.

Sin embargo, tiene los siguientes inconvenientes:

- Los soportes de medida suelen ser más complicados y por tanto caros.
- En radio frecuencia las longitudes de las líneas pueden volverse excesivamente grandes.
- Tiene un ancho de banda más estrecho.

- <u>Cálculo del patrón *THRU*</u>:

Para este patrón se puede optar por dos posibilidades:

- *Thru* de longitud cero: Conectamos directamente los puertos del test. Así aseguramos que las medidas de los parámetros S sean las siguientes:

S21 = S12 = 1 / 0º
S11 = S22 = 0

- *Thru* de longitud distinta de cero: En este caso conectamos los puertos mediante una línea de transmisión. Tienen que cumplirse las siguientes condiciones:

- La impedancia característica del patrón *thru* (Zo), debe coincidir con la del patrón *line*.
- El plano de referencia está fijado en el centro del *thru*.

Se escogería entre estas dos posibilidades dependiendo de las características del dispositivo a medir, ya que para algunos es imposible utilizar el *thru* de longitud cero.

- Cálculo del patrón *reflect*:

Para el diseño de este patrón, no es necesario realizar ningún cálculo, sólo hay que tener en cuenta que deben cumplirse las siguientes restricciones:

- La magnitud del coeficiente de reflexión es óptimamente 1, pero no es necesario que sea conocido.
- La fase de dicho coeficiente debe estar especificada entre +/- 90º. Esto es, el patrón *reflect* puede ser un cortocircuito o un circuito abierto.
- El valor del coeficiente de reflexión debe ser idéntico en ambos puertos.

- Cálculo del patrón *LINE/MATCH*:

Este patrón debe cumplir unos criterios muy específicos en frecuencia. Las condiciones a cumplir son las siguientes:

- La impedancia característica del patrón *line* establece la impedancia de referencia de la medida y debe coincidir con la impedancia característica del patrón *thru*.

- La fase del *line* no debe ser la misma que la del *thru*. La diferencia entre ambas fases debe estar entre 20º y 160º +/- n x 180º.

- La longitud óptima del patrón *line* es 1/4 de la longitud de onda en la mitad del rango de frecuencia deseado.

- El ancho de banda útil creado por un par *thru/line* es 8:1 (Esto es, la frecuencia superior puede ser hasta 8 veces mayor que la frecuencia inferior). Se pueden utilizar múltiples pares *thru/line* para extender el rango de frecuencias donde se desea que sea válida la calibración.

A bajas frecuencias, la longitud del patrón *line* crece, por lo que puede ser impracticable usar dicho patrón. En estos casos se utiliza una calibración TRM, en la que se sustituye el patrón line por un patrón match.

El patrón *match* consiste en sustituir la línea de transmisión por una impedancia acoplada de terminación. Dicha impedancia establece la impedancia de referencia de la medida.

También se utiliza el patrón match cuando el *test fixture* es fijo, ya que en la calibración TRM los tienen todos la misma longitud, cosa que no sucede en la calibración TRL.
El coeficiente de reflexión debe ser idéntico en ambos puertos.

IV.4. Implementación física de los patrones

IV.4.1. Patrón *thru*:

Tenemos que calcular la anchura y longitud de este patrón. La anchura tiene que ser tal, que la impedancia característica de la línea, sea la misma que la del sistema de medida. Sabiendo las características de la placa, podemos calcular la anchura de manera que la impedancia sea 50 Ω.

El sustrato utilizado tiene las siguientes características:

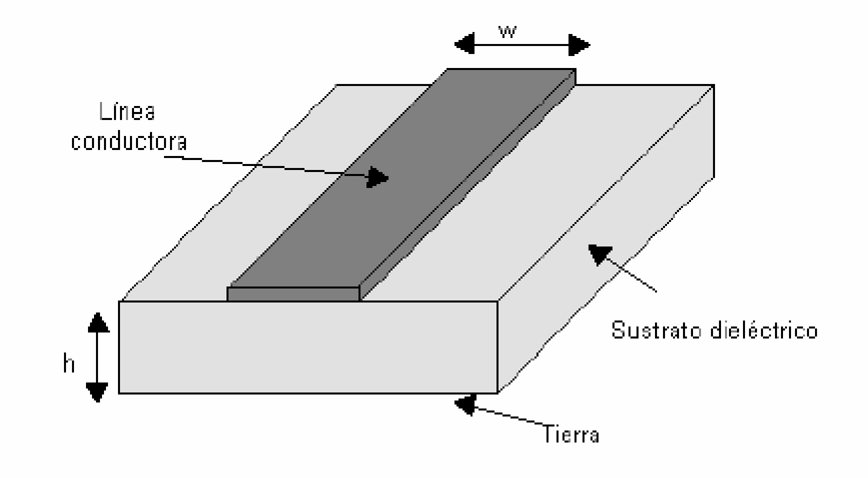


Figura 4.10. Diagrama del sustrato

$$h = 0.508 \text{ mm}$$

$$t = 17.5\ \mu\text{m}$$

$$\tan \delta = 0.0009 \text{ @ } 10 \text{ GHz}$$

$$\varepsilon_r = 2.17$$

Con estos datos y utilizando la aplicación *linecalc* que incluye el programa *Libra*, obtenemos que la anchura necesaria para tener 50 Ω de impedancia característica es 1.55 mm.

Para la longitud tenemos que tener en cuenta que componente a medir debe estar situado en el medio, luego tenemos que conocer la longitud de dicho componente y añadirle las longitudes de los vivos de los conectores SMA(esta sería la longitud mínima).

Figura 4.11. Conexión del MMIC y la placa al *test fixture*

Aquí hemos diseñado este patrón en basándonos en las medidas del amplificador que mediremos más adelante, el INA-01170, así que la longitud queda:

Longitud = Vivo del conector de entrada (2.9 mm) + longitud total del componente y tolerancia (12.57+0.75 mm) – Cuerpo del componente (1.78 mm) + vivo del conector de salida (2.9mm) = 17.34 mm

Una vez realizada con el programa *CircuitCam 3.1* la placa queda:

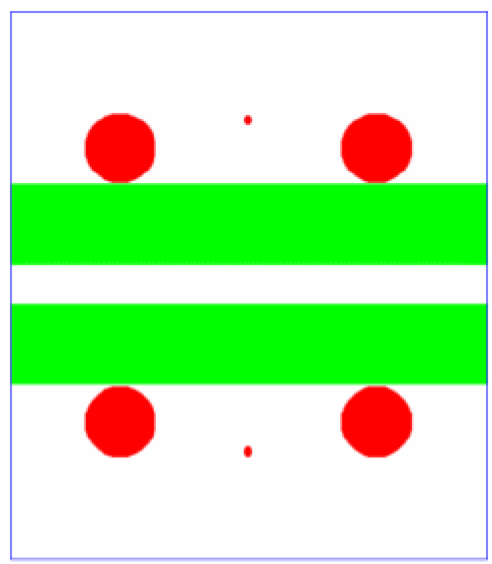


Figura 4.12. Circuito impreso de patrón *thru*

Los colores del gráfico anterior están modificados respecto a los mostrados en el programa por motivos de presentación.

IV.4.2. Patrón *reflect*:

Como vimos en la sección anterior, para cumplir los requisitos de este patrón necesitábamos usar un circuito abierto o un cortocircuito. En este caso se ha optado por el cortocircuito. No hay necesidad de hacer ningún cálculo.

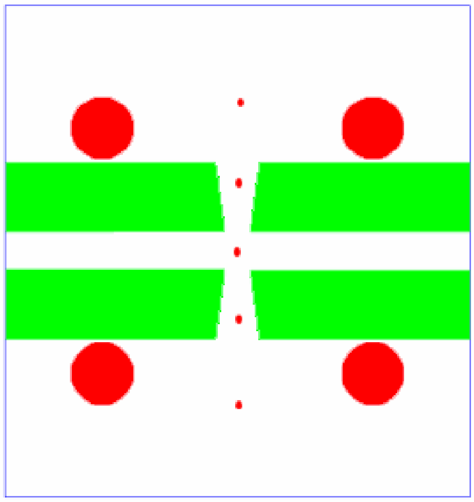


Figura 4.13. Circuito impreso de patrón *reflect*

IV.4.3. Patrón *line*:

Para la anchura, la calculamos de la misma manera que en el patrón *thru*. Para la longitud tenemos que cumplir que la diferencia de fase entre este patrón y el *thru* esté entre 20º y 160º. La longitud óptima del patrón es 1/4 de la longitud de onda relativa al *thru* en la mitad del rango de frecuencia deseado.

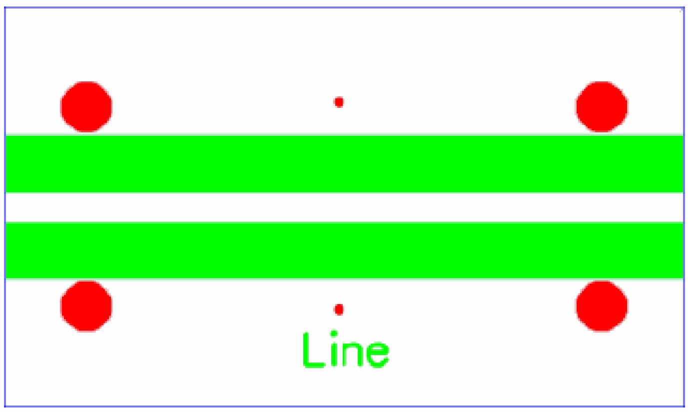


Figura 4.14. Circuito impreso de patrón *line*

IV.4.4. Patrón *match*:

En este caso tenemos que fijar la impedancia característica mediante una impedancia acoplada de terminación. En este caso, tenemos que conseguir 50 Ω. Para ello, se ha optado por usar dos impedancias de 100 Ω en paralelo.

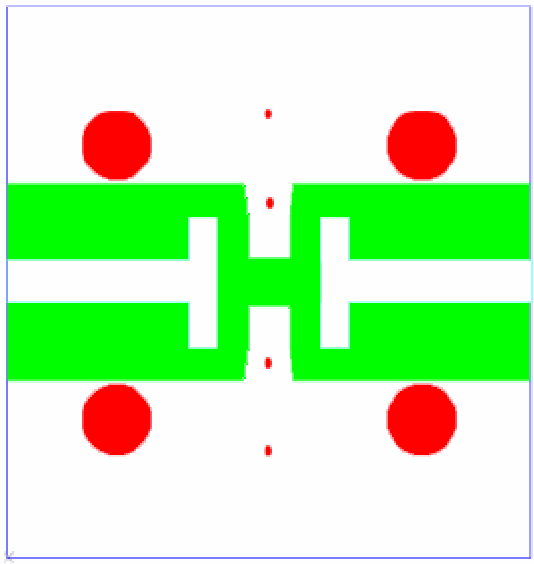


Figura 4.14. Circuito impreso de patrón *match*

A la hora de implementar las placas, conviene unir las caras superior e inferior de la placa. De esta manera, se consigue una tierra mejor. Para este fin de utilizan los pequeños agujeros que hay a lo largo del eje central de la placa. En estos agujeros se introducirán trozos de cable y posteriormente se soldarán, quedando unidas ambas caras.

IV.5. Medida de componentes pasivos

Antes de pasar a medir los parámetros S de un amplificador, vamos a realizar la misma operación con una serie de componentes pasivos. El proceso a seguir, será el mismo que realizaremos posteriormente, pero más simple. Primero calibraremos el equipo. Como únicamente vamos a medir el parámetro S_{11}, sólo necesitamos la calibración a un puerto.

La secuencia de comandos para realizar esta calibración es:

CAL

REFLECTION

ONE PORT

En la pantalla nos indica que pongamos un circuito abierto, lo hacemos y pulsamos **MEASURE STANDARD**.

Tras esto nos indica que conectemos un cortocircuito, lo hacemos y volvemos a pulsar **MEASURE STANDARD.**

Por último conectamos una carga de 50 Ω y pulsamos **MEASURE STANDARD**.

A continuación pasamos a la toma de medidas en sí. Mediante la siguiente secuencia de comandos obtenemos los parámetros S_{11} de los distintos componentes pasivos, en este caso de una bobina, una resistencia y un condensador:

BEGIN

CHAN 1

REFLECTION

Los datos obtenidos los guardaremos en un fichero, para posteriormente ajustar un modelo de cada uno de los dispositivos en función de esos datos.

IV.5.1. Medida de una bobina

En esta caso, hemos medido el parámetro S_{11} de una bobina cuyo valor nominal es 112 nH. Los datos obtenido se encuentra en el fichero l112cor.s1p. Este fichero se le ha pasado como dato al programa *touchstone*, que se utilizado para calcular el valor de los elementos del siguiente modelo:

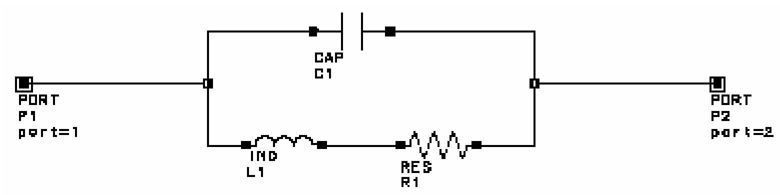


Figura 4.15. Modelo de una bobina real

Los programas utilizados con los distintos elementos se encuentran en un anexo al final de la memoria.

Con el que se han obtenido los siguientes valores:

C = 7.19 pF L = 120.67 nH R = 0.26 Ω

Los valores obtenidos proporcionan el siguiente ajuste:

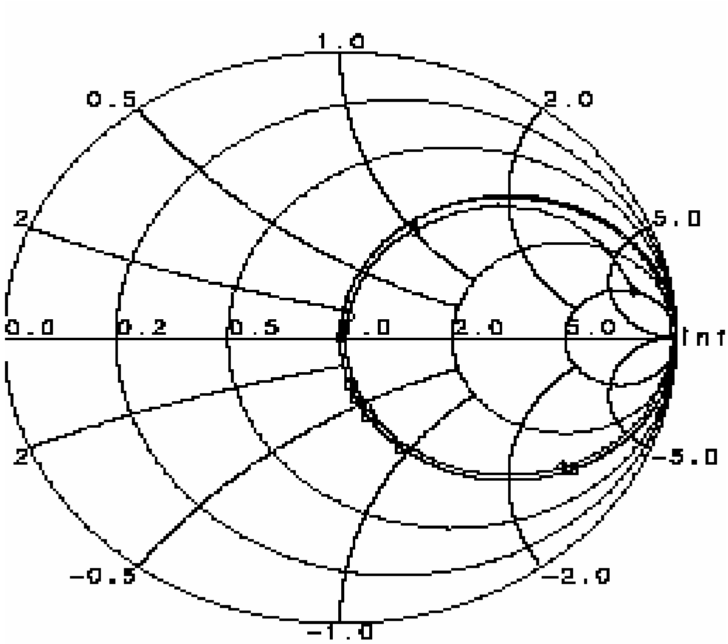


Figura 4.16. Ajuste proporcionado por el modelo de la bobina

IV.5.2. Medida de una resistencia

En este caso, seguimos el mismo proceso que en el apartado anterior, pero utilizando el siguiente modelo:

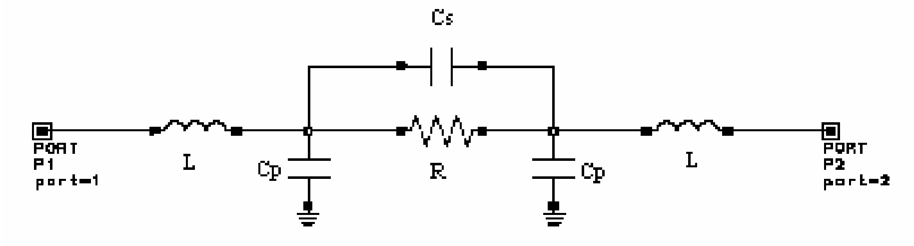


Figura 4.17. Modelo equivalente de una resistencia real

Hemos medido una resistencia de 1K, obteniendo:

R = 980 Ω Cs = 6.96 pF L = 5.13 nh Cp=0.003 pF

Obteniendo el siguiente ajuste:

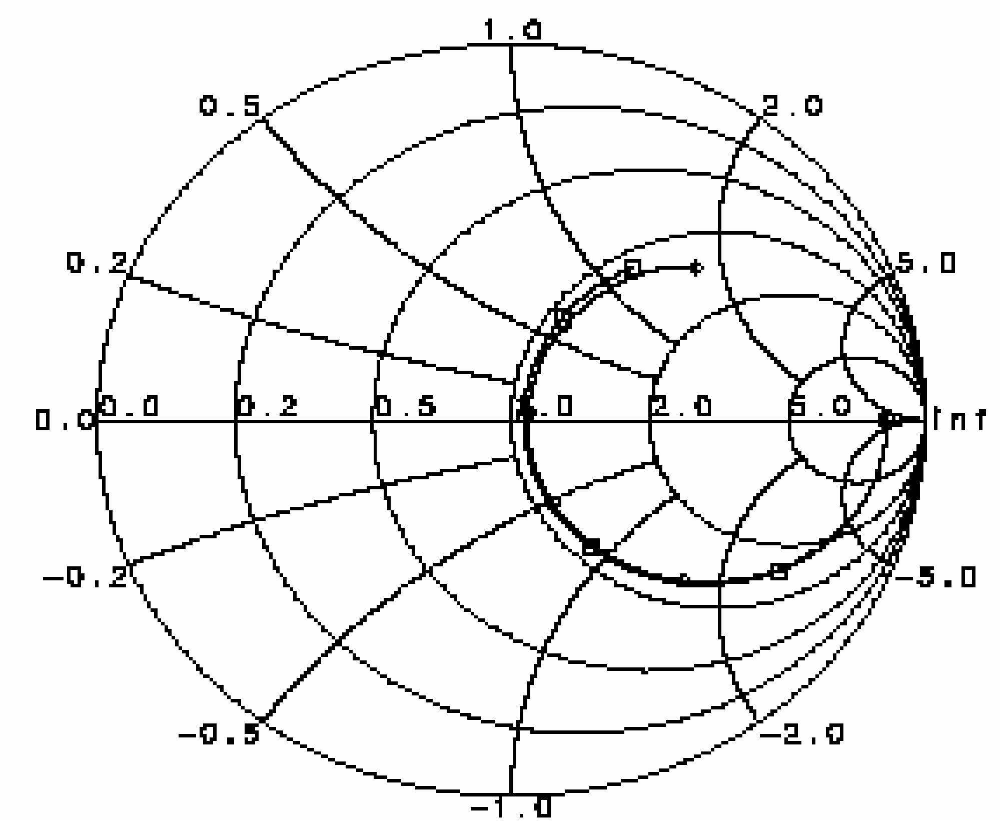


Figura 4.18. Ajuste en la carta de Smith del parámetro S_{11} de la resistencia

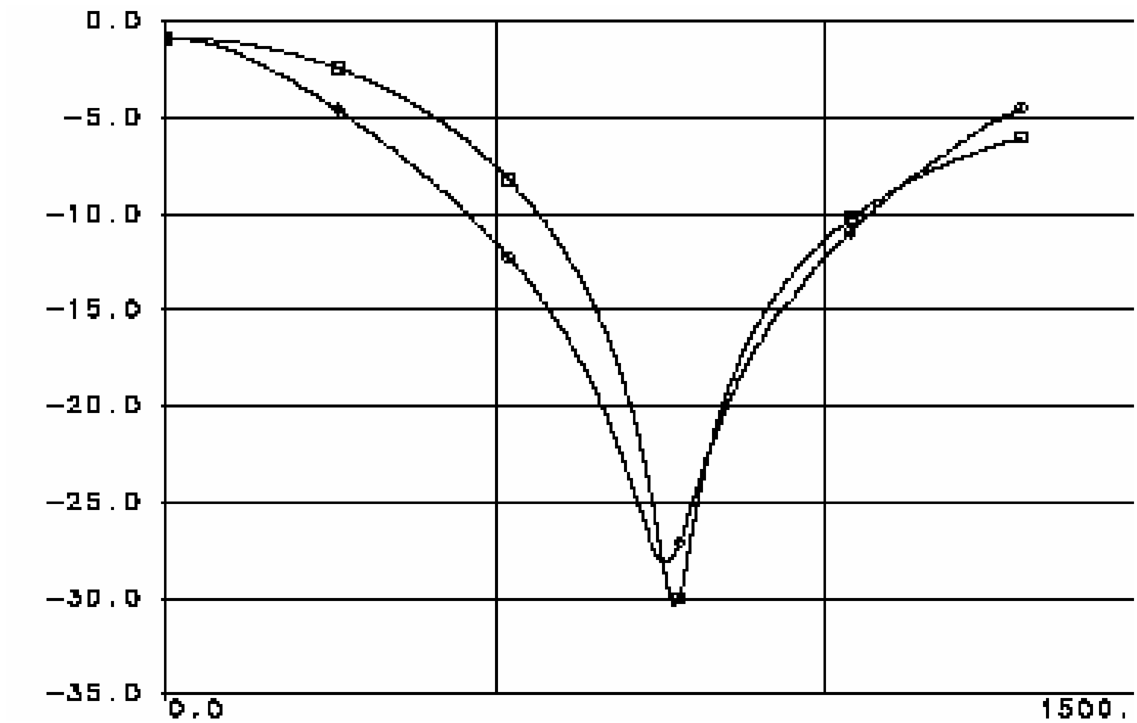


Figura 4.19. Ajuste en magnitud del modelo de la resistencia

IV.5.3. Medida de un condensador

Ahora medimos un condensador de 2.2 pF, utilizando el mismo modelo del apartado anterior, que se encuentra en el fichero **cond.ckt**, obteniendo:

Cs = 6.96 pF R = 6594 Ω L = 5.13 nH Cp = 0

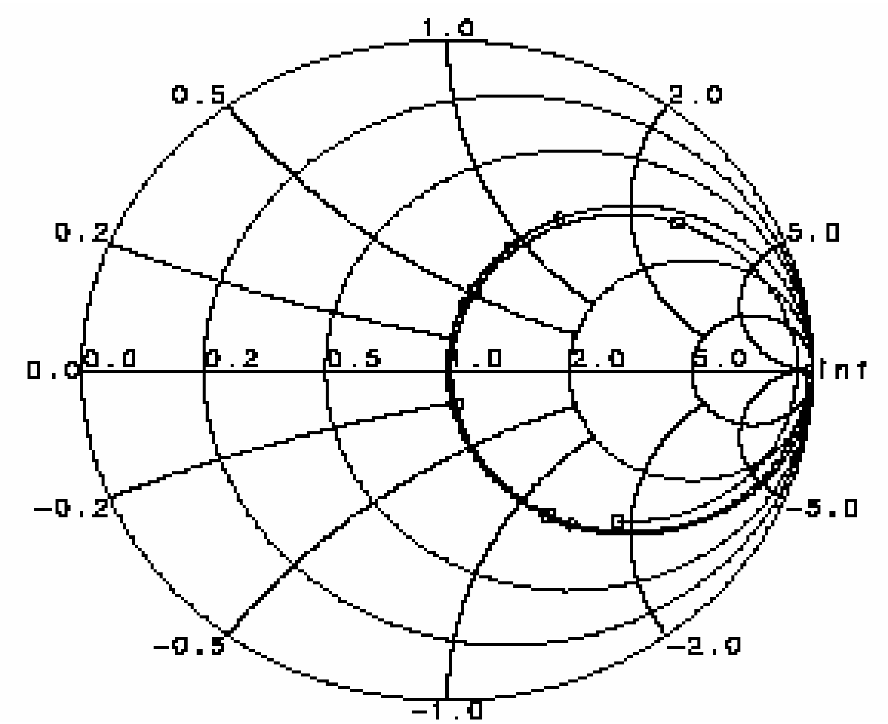


Figura 4.20. Ajuste en la carta de Smith del modelo del condensador

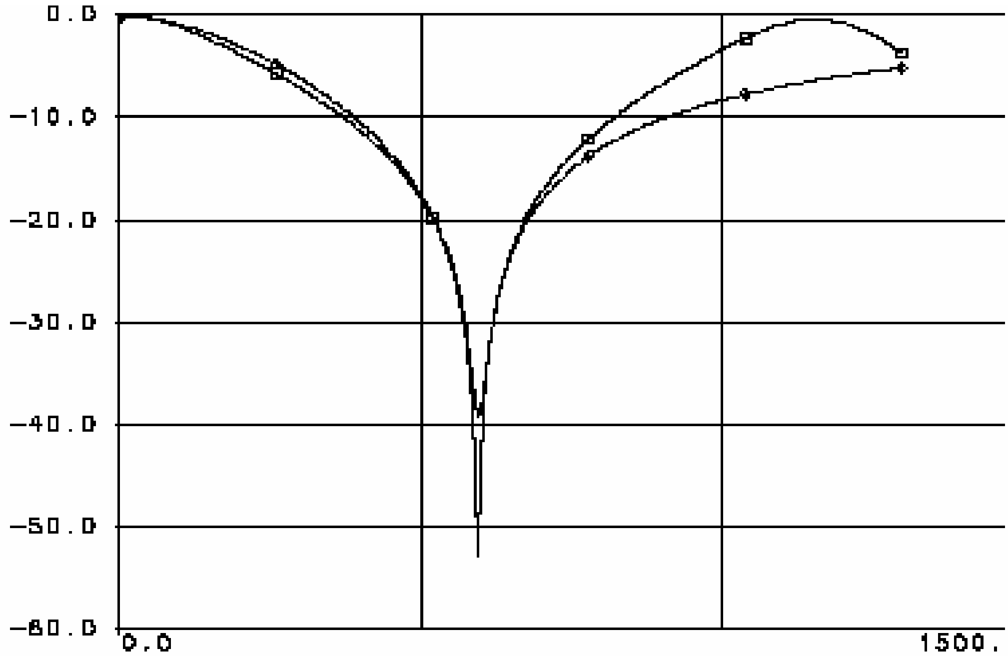


Figura 4.21. Ajuste de S_{11} en magnitud del modelo de condensador

IV.6. Extracción de los valores de los elementos de pequeña señal de un transistor MESFET

La principal diferencia respecto a las otras medidas es que en este caso nos encontramos ante un elemento activo, es decir, tenemos que polarizar el transistor. Esto se hace mediante "T" de polarización.

Figura 4.22. "T" de polarización de minicircuits

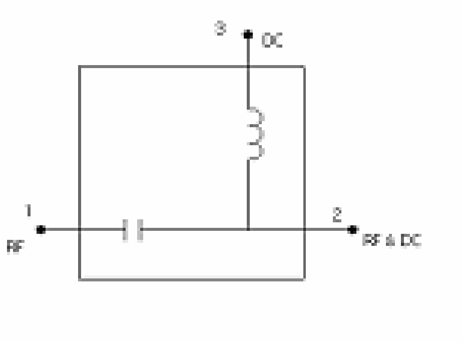


Figura 4.23. Modelo equivalente de una "T"

Como vamos a medir todos los parámetros S, necesitamos una calibración a dos puertos. A la hora de llevar a cabo dicha calibración, tenemos que dejar puesta las "T" de polarización (aunque sin polarizar) para eliminar el error que estas causan.

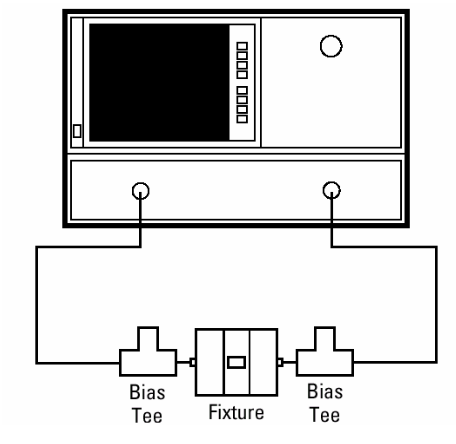


Figura 4.24. Conexionado de los componentes

Una vez calibrado el analizador, pasamos a medir los distintos parámetros S y a guardar los resultados en archivos. Una vez hecho esto, volveríamos a utilizar el TOUCHSTONE, para ajustar los elementos de un modelo, de manera que obtuviéramos la misma respuesta que el transistor real.

El INA-01170 es un Circuito Integrado de Microondas Monolítico (MMIC) de Silicio, que realiza las funciones de un amplificador realimentado, de bajo ruido. Está diseñado para aplicaciones tanto militares como industriales en un ancho de banda de RF variable.

Las características técnicas especificadas por el fabricante se muestran en la siguiente tabla:

Símbolo	Parámetros y condiciones de medida	Unidad	Mín	Típico	Máx
G_p	Ganancia de potencia @ f = 100 MHz	dB	30	32.5	35
ΔG_p	Planitud de Ganancia de f=10 Mhz a 250 MHz	dB		+/- 0.5	
$F_{3\ dB}$	Ancho de Banda a 3 dB	MHz		500	
ISO	Aislamiento de f = 10 Mhz a 250 MHz	dB		-39	
ROE_{IN}	ROE a la entrada para f = 10 MHz a 250 MHz			1.6:1	
ROE_{OUT}	ROE a la salida para f = 10 MHz a 250 MHz			1.5:1	
P_{1dB}	Potencia de Salida en el Punto de compresión a 1 dB			11	

A continuación, vamos a extraer los parámetros del modelo de pequeña señal de transistor, que se muestra en la figura 2.12.

Para obtener los parámetros, hay que realizar dos tipos de medidas: Medidas en dc y medidas en RF. Mediante las medidas en dc podemos caracterizar las resistencias parásitas. Los valores de estas resistencias, son muy importantes para realizar posteriormente la extracción mediante medidas en RF.

Usando un voltímetro y un amperímetro en la configuración que se muestra en la figura 4.25, medimos la resistencia equivalente que se ve para tres casos:

1. Fuente a tierra
2. Drenador a tierra
3. Tanto fuente como drenador a tierra

Las resistencias obtenidas en estos tres casos pueden relacionarse con las resistencias parásitas a través de las siguientes expresiones:

$$R_a = R_g + R_s \tag{4.5a}$$

$$R_b = R_g + R_d \tag{4.5b}$$

$$R_c = R_g + \frac{R_d R_s}{R_d + R_s} \tag{4.5.c}$$

A partir de estas tres ecuaciones podemos obtener los valores de las resistencias parásitas:

$$R_g = R_c - \left[R_c^2 - R_c(R_a + R_b) + R_a R_b\right]^{1/2} \tag{4.6a}$$

$$R_d = R_b - R_g \tag{4.6b}$$

$$R_s = R_a - R_g \tag{4.6c}$$

Estas resistencias, depende de la tensión de puerta. En el caso de las resistencias de drenador y fuente, esta dependencia es muy débil, pero en la resistencia de puerta, puede haber variaciones al hacer la medida RF de esta el 50%.

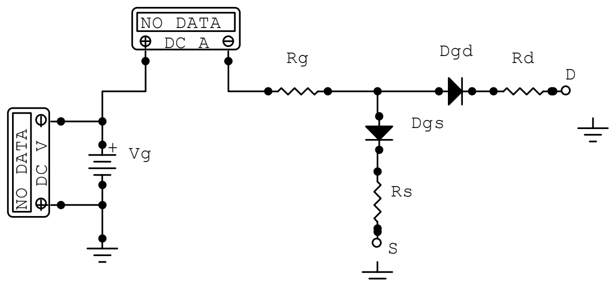


Figura 4.25. Configuración para la medida de resistencias parásitas

Las gráficas que se presentan en la figura 4.26 la variación de I_d en función de V_{gs} y V_{ds}.

Una vez obtenidas las resistencias parásitas, utilizaremos las medidas RF para extraer el resto de los parámetros del modelo de pequeña señal.

Por la topología de la parte intrínseca del FET, es conveniente utilizar el análisis de los parámetros y, dado que conduces a expresiones más sencillas. En este proceso partimos de los parámetros S que hemos medido mediante el analizador vectorial de redes. Por lo que el primer paso, será pasarlo a parámetros z:

$$Z'_{11} = \frac{(1+S_{11})(1-S_{22}) + S_{12}S_{21}}{\Delta} \tag{4.7}$$

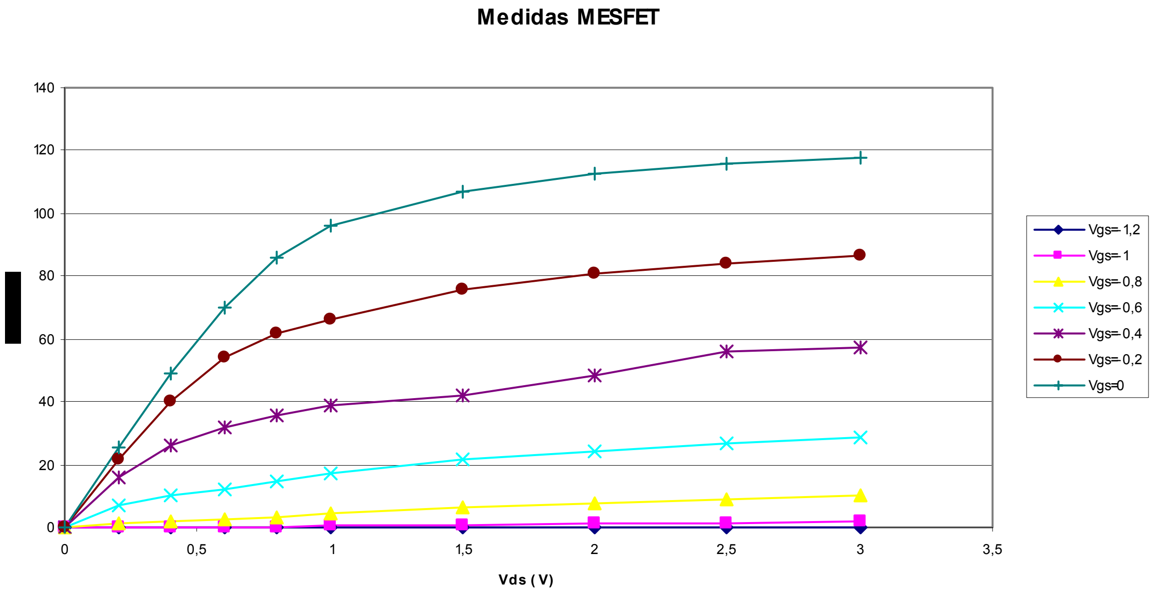
$$Z'_{12} = \frac{2S_{12}}{\Delta} \tag{4.8}$$

$$Z'_{21} = \frac{2S_{21}}{\Delta} \tag{4.9}$$

$$Z'_{22} = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22}) + S_{12}S_{21}}{\Delta} \tag{4.10}$$

donde:

$$\Delta = (1-S_{11})(1-S_{22}) - S_{12}S_{21} \tag{4.11}$$



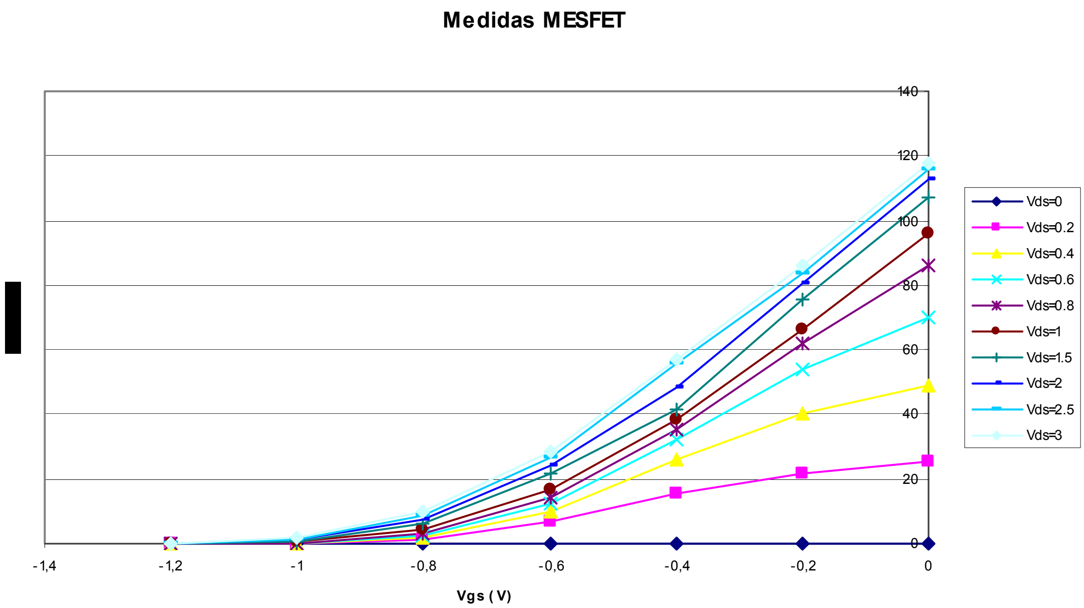


Figura 4.26. Caracterización de la fuente I_d

Restando los valores de las resistencias parásitas de los parámetros Z desnormalizados, obtenemos los parámetros z intrínsecos:

$$z_{11} = Z_{11} - \left(R_g + R_s\right) \tag{4.12}$$

$$z_{12} = Z_{12} - R_s \tag{4.13}$$

$$z_{21} = Z_{21} - R_s \tag{4.14}$$

$$z_{22} = Z_{22} - (R_d + R_s) \tag{4.15}$$

Transformando los parámetros z en parámetros y, ya podemos encontrar los expresiones analíticas:

$$y_{11} = R_i C_{gs}^2 \omega^2 / D + j\omega(C_{gs} / D + C_{gd}) \tag{4.16}$$

$$y_{12} = -j\omega C_{gd} \tag{4.17}$$

$$y_{21} = \{g_m e^{-j\omega\tau} /(1 + jR_i C_{gs}\omega)\} - j\omega C_{gd} \tag{4.18}$$

$$y_{22} = g_d + j\omega(C_{ds} + C_{gd}) \tag{4.19}$$

donde $D = 1 + \omega^2 C_{gs}^2 R_i^2$

A partir de estas expresiones, y en base a las medidas realizadas, podemos obtener los distintos parámetros del modelo, mediante regresiones por mínimos cuadrados.

Haciendo la recta de regresión de la parte imaginaria de y_{12} la pendiente obtenida será C_{gd} como se puede concluir a partir de (4.17).

Repitiendo el mismo proceso con la parte imaginaria de (4.19), la pendiente que nos da será $C_{ds} + C_{gd}$, por lo que restando el valor de C_{gd} obtenido con anterioridad obtenemos C_{ds}.

La obtención de C_{gs} se haría a partir de la parte imaginaria de (4.16). Este cálculo se complica debido a la presencia de D en el denominador. Si suponemos que nos encontramos en baja frecuencia D = 1, por lo que nos queda que la pendiente de la recta de regresión es $C_{gs} + C_{gd}$ de donde podemos obtener C_{gs}.

Para extraer g_d nos fijamos en la parte real de (4.19). Aunque en teoría es un valor constante, a alta frecuencia presenta fluctuaciones. Tomando la media de un conjunto de puntos a baja frecuencia podemos obtener un valor muy aproximado de este parámetro.

En el caso de la transconductancia g_m, a partir de (4.18), puede parecer que el cálculo sea complicado de realizar, sin embargo a baja frecuencia el único termino importante es el propio g_m por lo que $g_m \approx \mathrm{Re}[y_{21}]$.

También se pueden extraer R_i y τ de estas medidas, pero dan valores muy inexactos, por lo que se ha decido por utilizar el resto de valores en el programa *libra* de EESOFT y optimizar el ajuste obtenido con este método mediante dicho programa. También hemos utilizado este programa para calcular los valores de las inductancias parásitas.

Rg	Rd	Rs	Lg	Ld	Ls	g_m	g_d	C_{gs}	C_{gd}	C_{ds}	R_i	τ
5.91	1.9	3.18	0.5	0.27	0.1	0.16	0.012	1.2	0.05	0.3	0	17.18

Donde las resistencias esta en Ω, las inductancias en nH, la capacidades en pF, τ en pS y g_m y g_d en siemens.

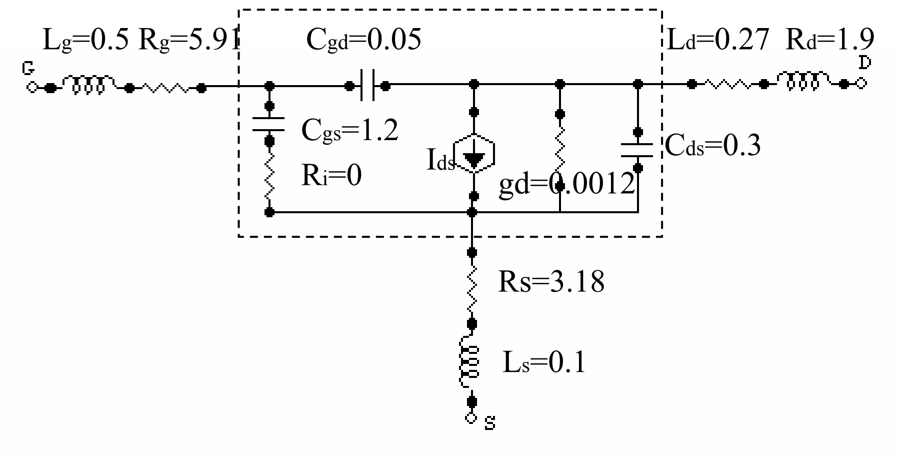


Figura 4.27. Valores de los componentes del modelo de pequeña señal

En las siguientes gráficas se puede ver que el ajuste del modelo a las medidas originales es muy satisfactorio.

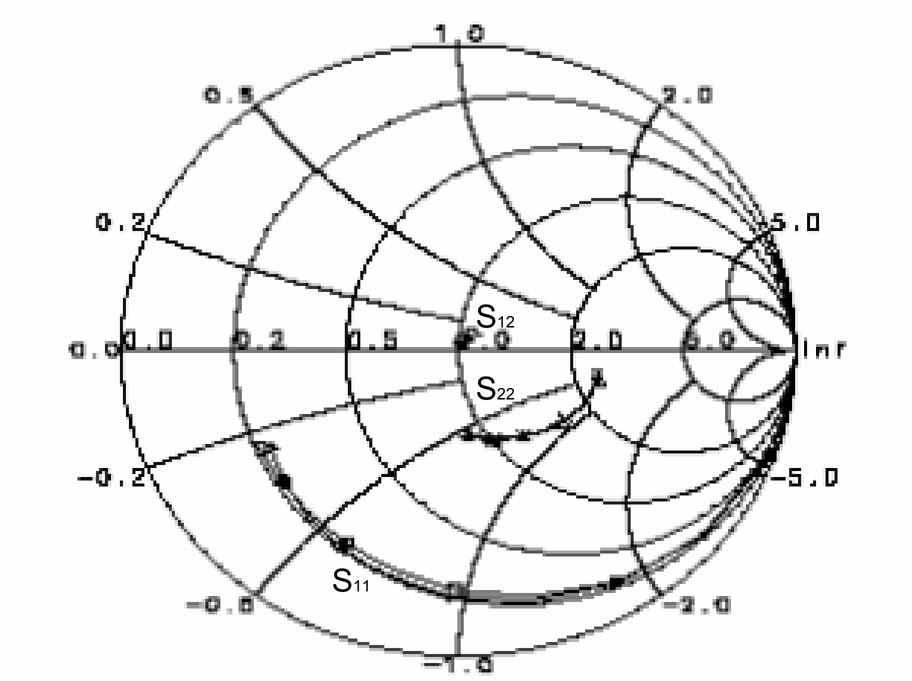


Figura 4.28. Coeficientes S_{11}, S_{12} y S_{22} medidos frente a los modelados

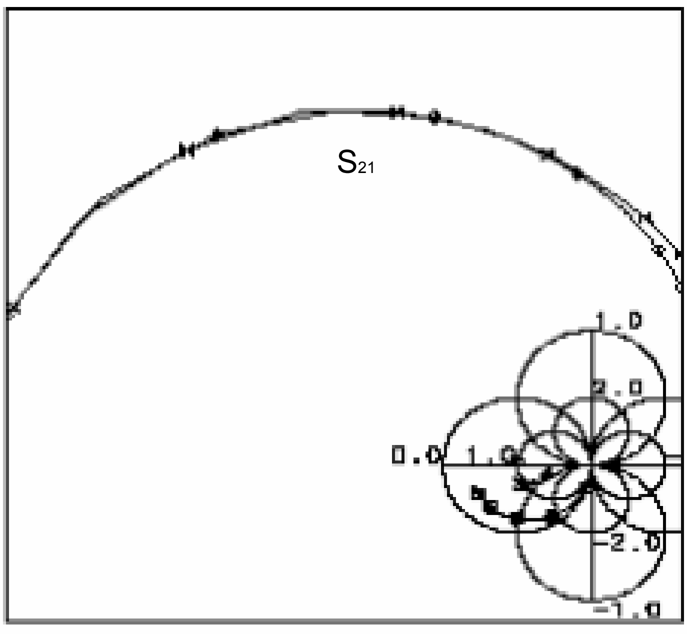


Figura 4.29. Coeficiente S_{21} medido frente al modelado

IV.7. Caracterización de FET mediante series de Volterra

Ahora vamos a aplicar el desarrollo propuesto por C.Cresp y J. Reina [6] al modelo de pequeña señal del mezclador FET, para luego, en función de una series de medidas caracterizar la fuente I_d del transistor, que es la principal causa de no linealidad del mismo.

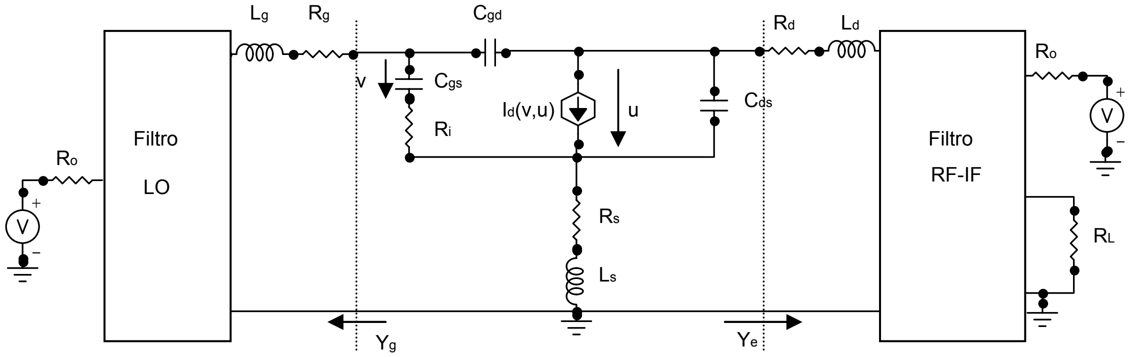


Figura 4.30. Modelo de mezclador FET con señal RF aplicada al drenador

Los valores de los distintos elementos del circuito han sido calculados mediante una aplicación en MATLAB que los calcula en a partir de las dimensiones del HEMT, dicho programa se encuentra en un anexo al final de la memoria.

Las medidas las vamos a hacer a baja frecuencia (50 MHz), a esta frecuencia los condensares son circuitos abiertos y las inductancias cortocircuitos, por lo que el circuito queda:

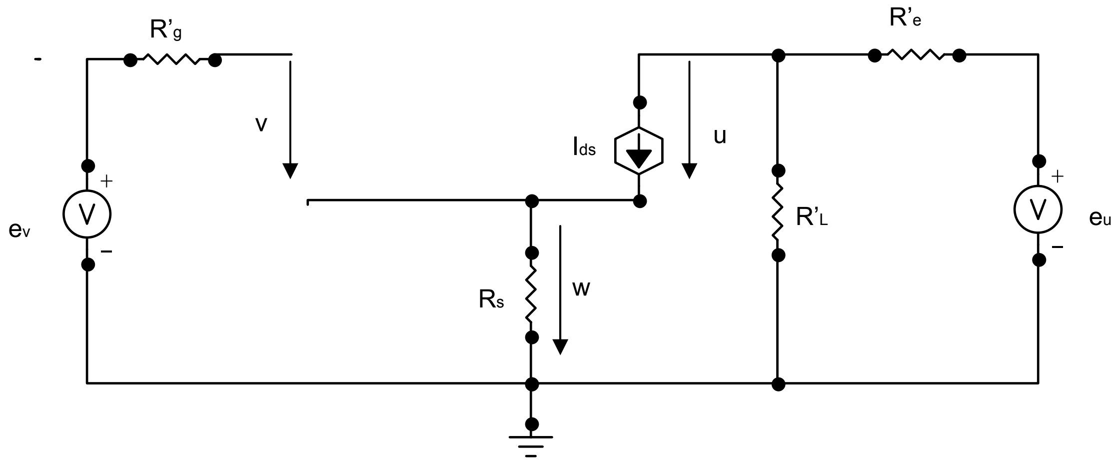


Figura 4.31. Aproximación del modelo a baja frecuencia

Donde:

$$R'_g = R_o + R_g = 54.5\ \Omega$$

$$R'_e = R_o + R_d = 57.5\ \Omega$$

$$R'_L = R_L + R_d = 57.5\ \Omega$$

$$Rs = 7.5\ \Omega$$

Ahora separamos la fuente no lineal en su parte no lineal y su parte lineal, quedando el circuito:

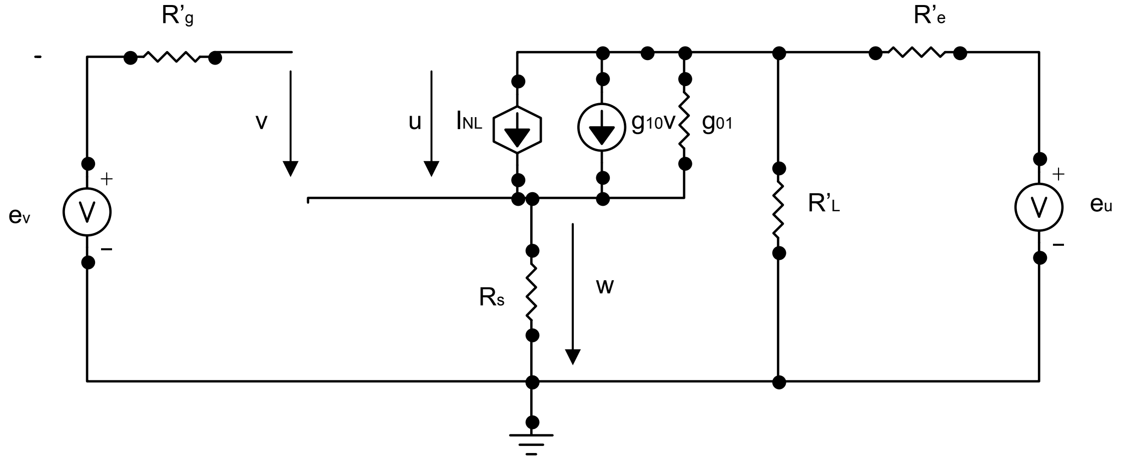


Figura 4.32. Circuito una vez separadas la parte lineal y no lineal de la fuente

A partir de estas expresiones podemos plantear las ecuaciones de nodos del circuito:

$$Y'_g(v + w - e_v) = 0 \tag{4.20}$$

$$i_{NL} + g_{10}v + g_{01}u + Y'_e\,(u + w - e_u) + Y'_L\,(u + w) = 0 \tag{4.21}$$

$$-i_{NL} - g_{10}v - g_{01}u + Y_s w = 0 \tag{4.22}$$

Expresándolo en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} Y'_g & 0 & Y'_g \\ g_{10} & g_{01} + Y'_e + Y'_L & Y'_e + Y'_L \\ -g_{10} & -g_{01} & Y_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_g\,e_v \\ Y'_L\,e_u \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -i_{NL} \\ i_{NL} \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

$$Y_p \cdot v = i_s(t) + i_{NL}(t) \tag{4.24}$$

Ahora bien, las medidas han sido realizadas con $V_{ds} = 0$, por lo que $g_{10} = 0$. Este hecho se tendrá en cuenta en el resto del desarrollo.

Ahora emplearemos el método de la entrada armónica para la obtención de las funciones de transferencia. Primero consideramos un único tono en la fuente $e_v(t)$, por lo que el sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{pmatrix} G_{10}(\omega) \\ H_{10}(\omega) \\ S_{10}(\omega) \end{pmatrix} = Y_s^{-1} Y'_g \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

Efectuando la misma operación para un tono en la fuente $e_u(t)$, obtenemos:

$$\begin{pmatrix} G_{01}(\omega) \\ H_{01}(\omega) \\ S_{01}(\omega) \end{pmatrix} = Y_s^{-1} Y'_L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.26}$$

Para la función de transferencia no lineal de orden (n + m) quedaría:

$$\begin{pmatrix} G_{nm}(\omega) \\ H_{nm}(\omega) \\ S_{nm}(\omega) \end{pmatrix} = Y_s^{-1} F_{nm}\left[i_{nm}(t)\right] \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

Llegados a este punto, aplicamos el método de las corrientes no lineales, expuesto en el apartado III.3.1. obteniendo las siguientes expresiones para las intensidades:

$$i_{11}(t) = 2g_{20} \cdot v_{10} \cdot v_{01} + g_{11}\left[v_{10} \cdot u_{01} + v_{01} \cdot u_{10}\right] + 2g_{02} \cdot u_{10} \cdot u_{01} \tag{4.28}$$

$$i_{20}(t) = g_{20} \cdot v_{10} \cdot v_{10} + g_{11} \cdot v_{10} \cdot u_{10} + g_{02} \cdot u_{01} \cdot u_{01} \tag{4.29}$$

$$i_{02}(t) = g_{20} \cdot v_{01} \cdot v_{01} + g_{11} \cdot v_{01} \cdot u_{01} + g_{02} \cdot u_{01} \cdot u_{01} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned} i_{30}(t) &= 2g_{20}\cdot v_{10}\cdot v_{20} + g_{30}\cdot v_{10}\cdot v_{10}\cdot v_{10} + g_{11}\left[v_{10}\cdot u_{20} + v_{20}\cdot u_{10}\right] + \\ &+ g_{12}\cdot v_{10}\cdot u_{10}\cdot u_{10} + g_{21}\cdot v_{10}\cdot v_{10}\cdot u_{10} + 2g_{02}\cdot u_{10}\cdot u_{20} + g_{03}\cdot u_{10}\cdot u_{10}\cdot u_{10} \end{aligned} \tag{4.31}$$

$$\begin{aligned} i_{03}(t) &= 2g_{20}\cdot v_{01}\cdot v_{02} + g_{30}\cdot v_{01}\cdot v_{01}\cdot v_{01} + g_{11}\left[v_{01}\cdot u_{02} + v_{02}\cdot u_{01}\right] + \\ &+ g_{12}\cdot v_{01}\cdot u_{01}\cdot u_{01} + g_{21}\cdot v_{01}\cdot v_{01}\cdot u_{01} + 2g_{02}\cdot u_{01}\cdot u_{02} + g_{03}\cdot u_{01}\cdot u_{01}\cdot u_{01} \end{aligned} \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned} i_{21}(t) &= 2g_{20}\left[v_{10}\cdot v_{11} + v_{20}\cdot v_{01}\right] + 3g_{30}\cdot v_{10}\cdot v_{10}\cdot v_{01} + \\ &+ g_{11}\left[v_{10}\cdot u_{11} + v_{20}\cdot u_{01} + v_{01}\cdot u_{20} + v_{11}\cdot u_{10}\right] + g_{12}\left[2v_{10}\cdot u_{10}\cdot u_{01} + v_{01}\cdot u_{10}\cdot u_{10}\right] + \\ &+ g_{21}\left[v_{10}\cdot v_{10}\cdot u_{01} + 2v_{10}\cdot v_{01}\cdot u_{10}\right] + 2g_{02}\left[u_{10}\cdot u_{11} + u_{20}\cdot u_{01}\right] + 3g_{03}\cdot u_{10}\cdot u_{10}\cdot u_{01} \end{aligned} \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned} i_{12}(t) &= 2g_{20}\left[v_{01}\cdot v_{11} + v_{02}\cdot v_{10}\right] + 3g_{30}\cdot v_{10}\cdot v_{01}\cdot v_{01} + \\ &+ g_{11}\left[v_{01}\cdot u_{11} + v_{02}\cdot u_{10} + v_{10}\cdot u_{02} + v_{11}\cdot u_{01}\right] + g_{12}\left[2v_{01}\cdot u_{01}\cdot u_{11} + v_{10}\cdot u_{01}\cdot u_{01}\right] + \\ &+ g_{21}\left[v_{01}\cdot v_{01}\cdot u_{10} + 2v_{01}\cdot v_{10}\cdot u_{01}\right] + 2g_{02}\left[u_{01}\cdot u_{11} + u_{02}\cdot u_{10}\right] + 3g_{03}\cdot u_{01}\cdot u_{10}\cdot u_{01} \end{aligned} \tag{4.34}$$

Utilizando el método de la entrada armónica podemos obtener a partir de las intensidades, las funciones de transferencia de orden (n + m) en función de las de menor orden.

$$F_{11}\left[i_{11}(t)\right] = 2g_{20}G_{10}(\omega_{10})G_{01}(\xi_1) + g_{11}\left[G_{10}(\omega_1)H_{01}(\xi_1) + G_{01}(\xi_1)H_{10}(\omega_1)\right] + 2g_{02}H_{10}(\omega_1)H_{01}(\xi_{11}) \tag{4.35}$$

$$F_{20}\left[i_{20}(t)\right] = g_{20}G_{10}(\omega_1)G_{10}(\omega_2) + g_{11}\overline{G_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2)} + g_{02}H_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2) \tag{4.36}$$

$$F_{02}\left[i_{02}(t)\right] = g_{20}G_{01}(\xi_1)G_{01}(\xi_2) + g_{11}\overline{G_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2)} + g_{02}H_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2) \tag{4.37}$$

$$\begin{aligned} F_{30}\left[i_{30}(t)\right] &= \overline{2g_{20}G_{10}(\omega_1)G_{20}(\omega_2,\omega_3)} + g_{30}G_{10}(\omega_1)G_{10}(\omega_2)G_{10}(\omega_3) + \\ &+ \overline{2g_{02}H_{10}(\omega_1)H_{20}(\omega_1,\omega_2)} + g_{03}H_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2)H_{10}(\omega_3) + \\ &+ g_{11}\left[\overline{G_{10}(\omega_1)H_{20}(\omega_2,\omega_3)} + \overline{G_{20}(\omega_1,\omega_2)H_{10}(\omega_3)}\right] + \\ &+ g_{21}\overline{G_{10}(\omega_1)G_{10}(\omega_2)H_{10}(\omega_3)} + g_{12}\overline{G_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2)H_{10}(\omega_3)} \end{aligned} \tag{4.38}$$

$$\begin{aligned}
&F_{03}\left[i_{03}(t)\right] = \overline{2g_{20}G_{01}(\xi_1)G_{02}(\xi_2,\xi_3)} + g_{30}G_{01}(\xi_1)G_{01}(\xi_2)G_{01}(\xi_3) + \\
&+ \overline{2g_{02}H_{01}(\xi_1)H_{0}2(\xi_1,\xi_2)} + g_{03}H_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2)H_{01}(\xi_3) + \\
&+ g_{11}\left[\overline{G_{01}(\xi_1)H_{02}(\xi_2,\xi_3)} + \overline{G_{02}(\xi_1,\xi_2)H_{01}(\xi_3)}\right] + \\
&+ g_{21}\overline{G_{01}(\xi_1)G_{01}(\xi_2)H_{01}(\xi_3)} + g_{12}\overline{G_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2)H_{01}(\xi_3)}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned}
&F_{21}\left[i_{21}(t)\right] = 2g_{20}\left[\overline{G_{10}(\omega_1)G_{11}(\omega_2,\xi_1)} + \overline{G_{20}(\omega_1,\omega_2)G_{01}(\xi_1)}\right] + 3g_{30}G_{10}(\omega_1)G_{10}(\omega_2)G_{01}(\xi_1) + \\
&+ g_{11}\left[\overline{G_{10}(\omega_1)H_{11}(\omega_2,\xi_1)} + \overline{G_{20}(\omega_1,\omega_2)H_{01}(\xi_1)} + \overline{G_{01}(\xi_1)H_{20}(\omega_1,\omega_2)} + \overline{G_{11}(\omega_1,\xi_1)H_{10}(\omega_2)}\right] + \\
&+ g_{12}\left[\overline{2G_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2)H_{01}(\xi_1)} + \overline{G_{01}(\xi_1)H_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2)}\right] + \\
&+ g_{21}\left[\overline{G_{10}(\omega_1)G_{10}(\omega_2)H_{01}(\xi_1)} + 2\overline{G_{10}(\omega_1)G_{01}(\xi_1)H_{10}(\omega_2)}\right] + \\
&+ 2g_{02}\left[\overline{H_{10}(\omega_1)H_{11}(\omega_2,\xi_1)} + \overline{H_{20}(\omega_1,\omega_2)H_{01}(\xi_1)}\right] + 3g_{03}\left[\overline{H_{10}(\omega_1)H_{10}(\omega_2)H_{01}(\xi_1)}\right]
\end{aligned} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned}
&F_{12}\left[i_{12}(t)\right] = 2g_{20}\left[\overline{G_{01}(\xi_1)G_{11}(\omega_2,\xi_2)} + \overline{G_{02}(\xi_1,\xi_2)G_{10}(\omega_1)}\right] + 3g_{30}\overline{G_{01}(\xi_1)G_{01}(\xi_2)G_{10}(\omega_1)} + \\
&+ g_{11}\left[\overline{G_{01}(\xi_1)H_{11}(\omega_1,\xi_2)} + \overline{G_{02}(\xi_1,\xi_2)H_{10}(\omega_1)} + \overline{G_{10}(\omega_1)H_{02}(\xi_1,\omega_2)} + \overline{G_{11}(\omega_1,\xi_1)H_{00}(\xi_2)}\right] + \\
&+ g_{12}\left[\overline{2G_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2)H_{10}(\omega_1)} + \overline{G_{10}(\omega_1)H_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2)}\right] + \\
&+ g_{21}\left[\overline{G_{01}(\xi_1)G_{01}(\xi_2)H_{10}(\omega_1)} + 2\overline{G_{01}(\xi_1)G_{10}(\omega_1)H_{01}(\xi_2)}\right] + \\
&+ 2g_{02}\left[\overline{H_{01}(\xi_1)H_{11}(\omega_1,\xi_2)} + \overline{H_{02}(\xi_1,\xi_2)H_{10}(\omega_1)}\right] + 3g_{03}\left[\overline{H_{01}(\xi_1)H_{01}(\xi_2)H_{11}(\omega_1)}\right]
\end{aligned} \tag{4.41}$$

A continuación vamos a comprobar algunos de estos resultados comparando con las medidas que tenemos. Desarrollando (4.25) y (4.26) obtenemos:

$$H_{10}(\omega) = 0 \tag{4.42}$$

$$H_{01}(\xi) = \frac{Y'_e\, Y_s}{g_{01}(Y'_L + Y'_e + Y_s) + Y_s(Y'_e + Y'_L)} \tag{4.43}$$

En el segundo caso nos fijamos en la figura 4.33, en esta gráfica se representa la tensión u (ver figura 4.30) cuando variamos las entradas entre 0 y 0.5 v. Esta tensión debería ser cero según (4.42), no lo es porque para tensiones altas, se ve afectado por los efectos no lineales de tercer y quinto orden, si hacemos una recta de regresión para tensiones bajas (0-0.1v) la pendiente de dicha recta será el valor de la función de transferencia de primer orden. Podemos ver en la figura, que su valor es prácticamente nulo.

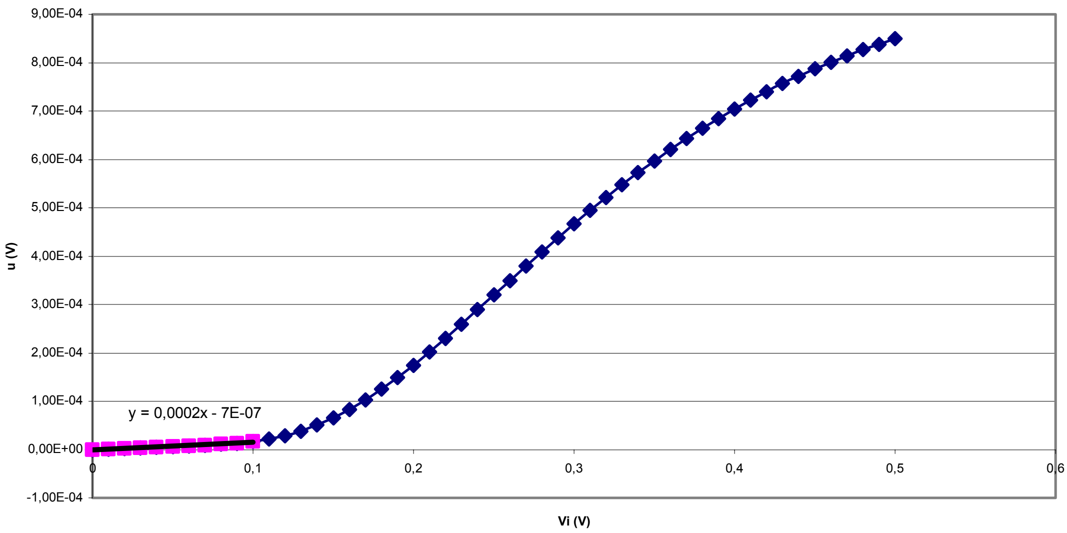


Figura 4.33. Magnitud del fasor u_{10} frente a una variación lineal de las fuentes de entrada en valor eficaz

Ahora realizaremos un proceso similar utilizando (4.43), para lo cual usamos la medida de la tensión u_{01} frente a la tensión de entrada (figura 4.34). Como cabría esperar varía linealmente con respecto a la tensión de entrada y la pendiente de la recta de regresión debería ser el valor de H_{01}, dividido por $\sqrt{2}$ dado que el programa *libra* utilizado para las simulaciones proporciona el valor eficaz de las tensiones, luego:

$$H_{01}(\xi) = \frac{Y'_e Y_s}{g_{01}(Y'_L + Y'_e + Y_s) + Y_s(Y'_e + Y'_L)} = 0.3372 * \sqrt{2} = 0.47687 \qquad (4.44)$$

Sustituyendo valores obtenemos g_{01} = 0.0013 S. Ahora comparamos este valor con el valor del modelo de la foundry PHILIPS MICROWAVE LIMEIL y vemos que para la tensión de esta medida (V_{gs} = -0.6 y V_{ds} = 0) el resultado es g_{01}=0.0012 S. Se puede ver que los resultados son muy similares.

Para concluir con este capítulo, se estudiarán cualitativamente el resto de las simulaciones, contrastando que el comportamiento simulado coincide con lo que predice el estudio teórico mediante series de Volterra.

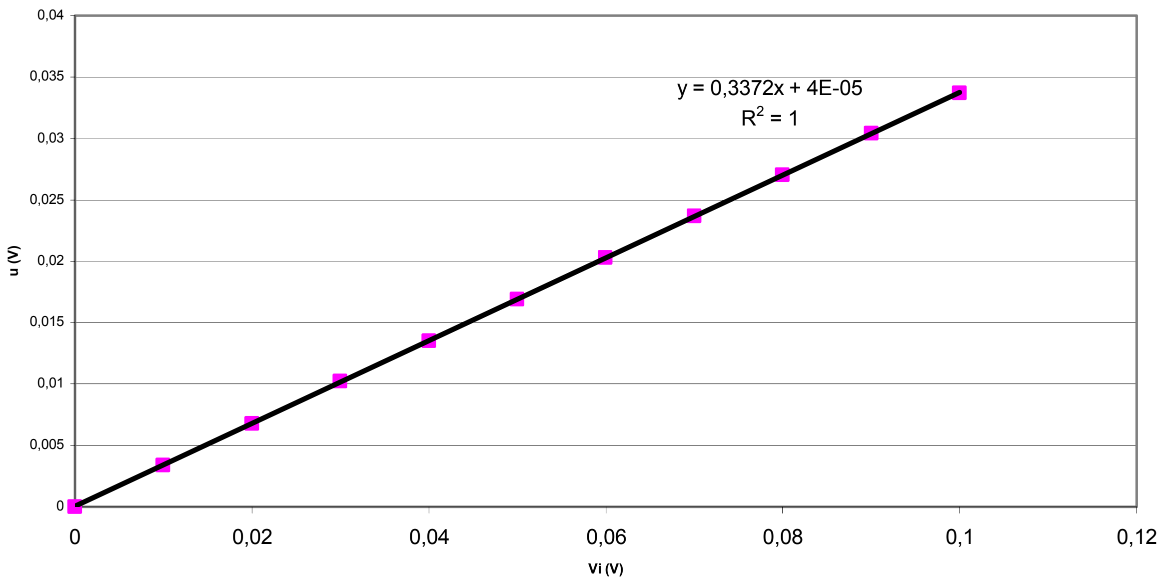


Figura 4.34. Magnitud del fasor u_{01} frente a una variación lineal de las fuentes de entrada en valor eficaz

Primero estudiaremos la tensión obtenida para la frecuencia $\omega_{rf} + \omega_{lo}$ por lo que se correspondería con el término del sumatorio en series de Volterra $y_{11}(t)$, cuya expresión será:

$$y_{11}(t) = K \cdot H_{11}(\omega_{lo}, \omega_{rf}) V_{lo} V_{rf} \tag{4.45}$$

Teniendo en cuenta que variamos las amplitudes de ambas entradas de igual manera, la gráfica de $y_{11}(t)$ debería tener forma cuadrática. En la figura 4.35 se puede observar dicha gráfica. La tensión representada tiene un comportamiento cuadrático para niveles bajos de la señal de entrada, a partir de un cierto valor deja de ser cuadrática, esto se debe a que empiezan a notarse los efectos de mayor orden. Lo mismo sucede para las tensiones en $2\omega_{rf}$ y en $2\omega_{lo}$. Puede observarse que el valor de u_{20} es mucho menor que los de u_{11} y u_{02}, esto se debe a que al ser $V_{ds} = 0$, el valor de $g_{20} = 0$, lo que hace que u_{20} también lo sea.

Para comprobar el comportamiento cuadrático representamos u_{11} frente a la entrada al cuadrado en la figura 4.36, pudiéndose ver que se ajusta muy bien a dicho comportamiento.

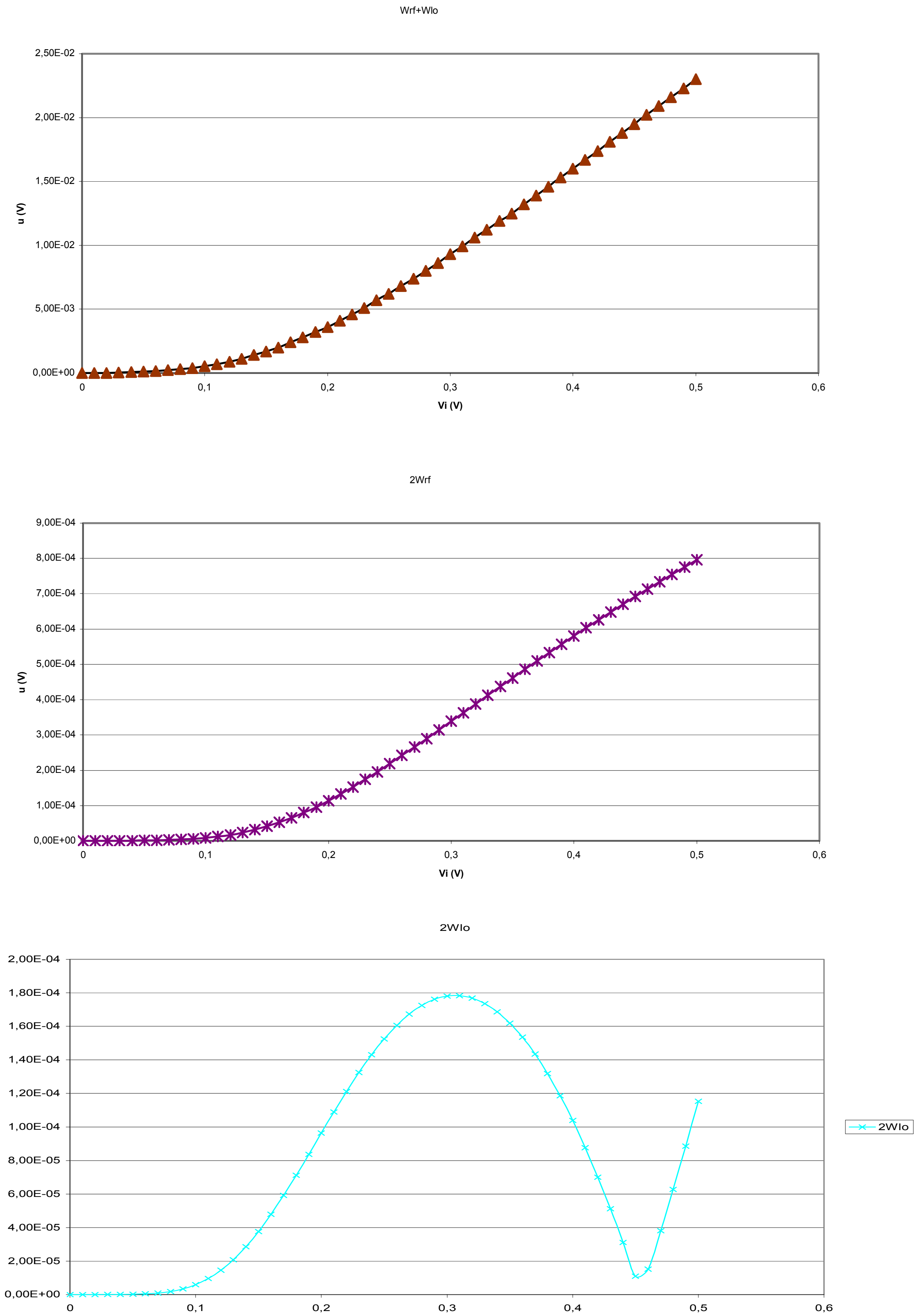


Figura 4.35. Magnitud de los fasores u_{11}, u_{02} y u_{20} frente a la tensión de entrada en valor eficaz

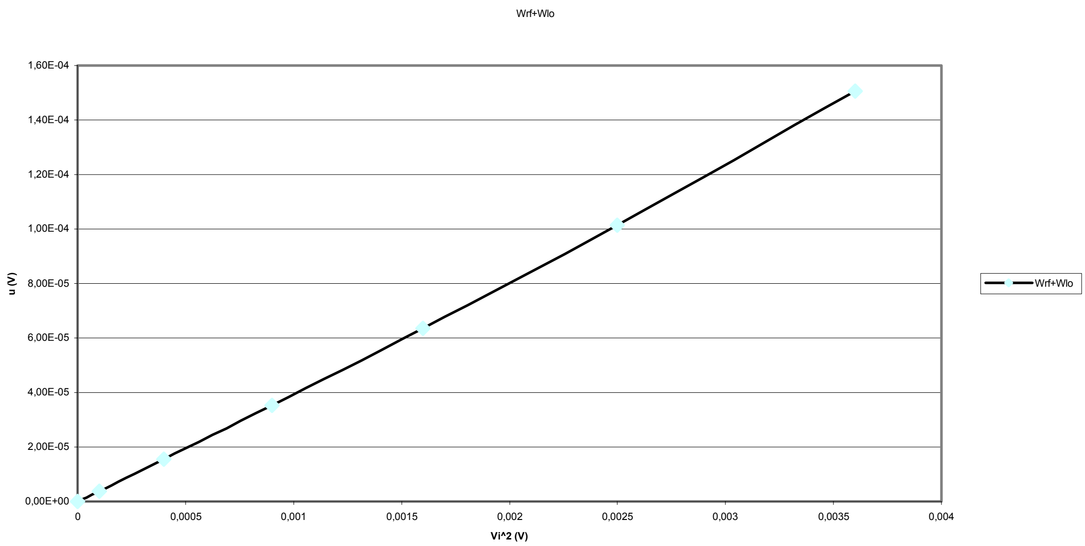


Figura 4.36. Magnitud del fasor u_{11} representada frente de la entrada al cuadrado en valor eficaz

Las tensiones de tercer orden tienen un comportamiento similar al visto para las de segundo orden, pero en ver de ser cuadráticas son de carácter cúbico.

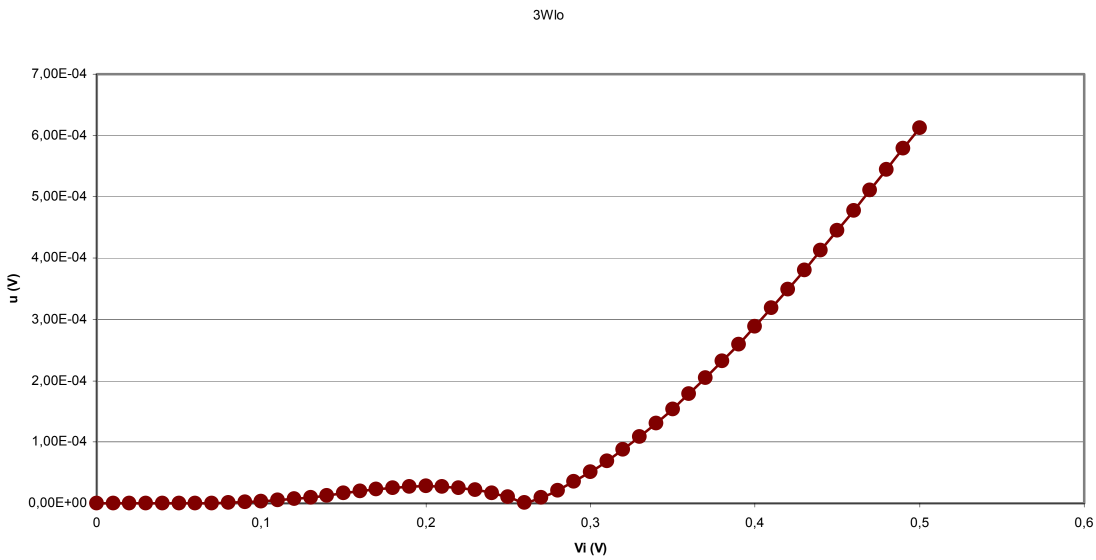


Figura 4.37. Magnitud del fasor u_{30} frente a la tensión de entrada en valor eficaz

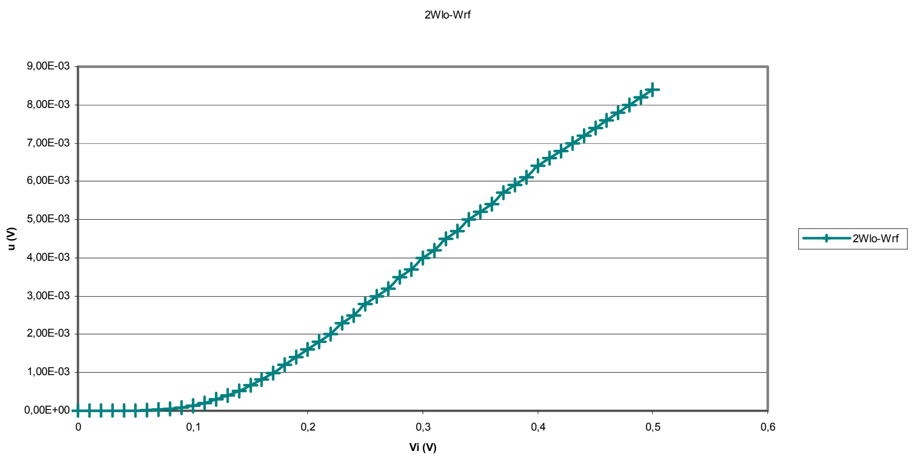


Figura 4.38. Magnitud del fasor u_{21} frente a la tensión de entrada en valor eficaz

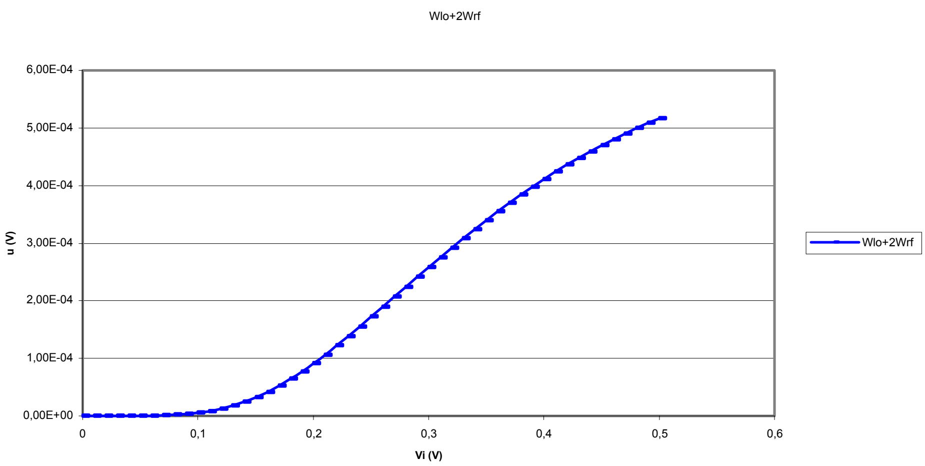


Figura 4.39. Magnitud del fasor u_{12} frente a la tensión de entrada en valor eficaz

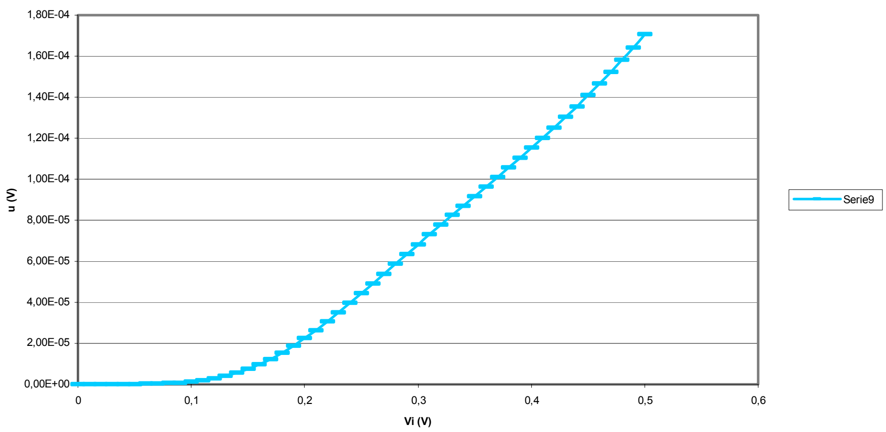


Figura 4.40. Magnitud del fasor u_{03} frente a la tensión de entrada en valor eficaz

Capítulo V

Conclusiones

En este memoria se ha expuesto un método para la caracterización experimental de transistores de efecto de campo. En el mismo se han realizado tanto los desarrollos teóricos de la aplicación de las series de Volterra a un mezclador, como la utilización de las medidas experimentales para estimar los coeficientes de la expansión en series de Volterra de la fuente de intensidad I_d (principal causante del comportamiento no lineal del FET).

También se ha presentado un método sistemático para llevar a cabo dicha caracterización, partiendo de una serie de medidas nos destructivas realizadas con un analizador vectorial de redes utilizando un soporte de medida universal. A su vez se han presentado tanto los patrones de calibración necesarios para la eliminación de los errores sistemáticos como las placas y componentes necesarios para la realización de la medida.

Para la extracción de los valores de los elementos del modelo de pequeña señal, se ha propuesto un método que combinando un desarrollo teórico y la aplicación de la herramienta de simulación *libra* consigue una aproximación muy fiel del comportamiento del FET a partir de las medidas de los parámetros **S** del mismo, como se puede observar en los resultados obtenidos.

Por el contrario, para la caracterización con series de Volterra no se han empleado medidas experimentales, sino los resultados de una serie de simulaciones mediante la herramienta CAD *libra*, por lo que sería interesante aplicar el procedimiento expuesto en este trabajo a medidas similares a las utilizadas en caso de la extracción de los parámetros del modelo de pequeña señal.

Otras líneas a seguir, seria la extensión del método la cálculo de los coeficientes de las capacidades no lineales.

ANEXO

Archivos de texto de los componentes pasivos

Resist.ckt

```
DIM
        FREQ    MHZ
        RES     OH
        IND     NH
        CAP     PF
        LNG     MIL
        TIME    PS
        COND    /OH
        ANG     DEG

VAR

EQN

CKT
        CAP 3 4 C#1 4 10
        RES 3 4 R#500 1000 1500
        IND 1 3 L#1 6 10
        IND 4 2 L#1 6 10
        CAP 3 0 C#0 0.1 0.5
        CAP 4 0 C#0 0.1 0.5

        DEF2P 1 2 mod_res
        S1PA 1 2 r1kcor.s1p
        DEF2P 1 2 med_res

TERM

PROC
OUT
        mod_res S11 SC2
        med_res S11 SC2

FREQ
        SWEEP 0.3 1300 12.997

GRID

OPT
```

```
        mod_res MODEL med_res
```

Bobina.ckt

```
DIM
        FREQ MHZ
        RES OH
        IND NH
        CAP PF
        LNG MIL
        TIME PS
        COND /OH
        ANG DEG
VAR
EQN
CKT
        CAP 1 2 C#1 7 10
        IND 1 3 L#110 120 130
        RES 3 2 R#0 0.5 10
        DEF2P 1 2 mod_bob
        S1PA 1 2 l112.s1p
        DEF2P 1 2 med_bob
TERM
PROC
OUT
        mod_bob S11 SC2
        med_bob S11 SC2
FREQ
        SWEEP 0.3 1300 12.997
GRID
OPT
        mod_bob MODEL med_bob
TOL
```

Cond.ckt

```
DIM
        FREQ    MHZ
        RES     OH
        IND     NH
        CAP     PF
        LNG     MIL
        TIME    PS
        COND    /OH
        ANG     DEG

VAR

EQN
```

```
CKT
        CAP 3 4 C#1 5.31 10
        RES 3 4 R#6000 6500 8000
        IND 1 3 L#1 6.5 10
        IND 4 2 L#1 6.5 10
        CAP 3 0 C#0 0.1 0.5
        CAP 4 0 C#0 0.1 0.5

        DEF2P 1 2 mod_cond
        S1PA 1 2 c2p2cor.s1p
        DEF2P 1 2 med_cond

TERM

PROC
OUT
        mod_cond S11 SC2
        med_cond S11 SC2

FREQ
        SWEEP 0.3 1300 12.997

GRID

OPT
        mod_cond MODEL med_cond

TOL
```

Bibliografía

[1] M. Golio, "Microwave MESFETs and HEMTs", Motorota: Artech House.

[2] A. Technologies, "Applying error correction to network analyzer measurement", Tech. Rep. Application Note 1287-3, Agilent Technologies, 2000.

[3] A. Technologies, "In-fixture microstrip devide measurement using TRL calibration", Tech. Rep. Product Note 8720-2, Agilent Technologies, 2000.

[4] J. Reina Tosina, "Técnicas de diseño y análisis de mezcladores MMIC mediante series de Volterra", Tesis Doctoral, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, 2002.

[5] A. Pettenghi Roldan, "Caracterización experimental de circuitos de microondas", Proyecto Fin de Carrera, Escuela de Ingenieros, Universidad de Sevilla, 2002.

[6] C. Crespo Cadenas y J. Reina Tosina, "Análisis of FET resistive mixers with a double Volterra series approach", en *Proc. 32nd European Microwave Conference,* EuMC 2002, pp 255-258, sep. 2002.

[7] E. Bedrosian y S.O. Rice. "The output properties of Volterra systems driven by harmonic and gausian inputs", *Proc IEEE*, Vol. 59, pp. 1688-1707, dic. 1971.

[8] J.J. Bussgang, L. Ehrman, y J.W. Graham, "Análisis of nonlinear systems with multiple inputs", *Proc IEEE*, Vol 62, No. 8, pp. 1088-1119, ago. 1974.

[9] S.O. Rice, "Volterra systems with more than one input port-distorsion in a frequency converter", *The Bell Syst. Tech. Journal*, Vol. 52, No. 8, pp. 1255-1270, oct. 1973.

[10] J.A. García, A. Mediavilla Sánchez, J.C. Pedro, N.B. de Carvalho, A. Tazón Puente, y J.L. García, "Characterizing the gate-to-source nonlinear capacitor role on GaAs FET IMD perfomance", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 46, No. 12, pp.2344-2354, dic. 1998.

[11] J.H.K. Vuolevi y T. Rahkonen, "Extraction of a nonlinear AC FET model using small-signal S-parameters", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 50, No.5, pp.1311-1315, mayo 2002.

[12] M.L. de la Fuente Rodríguez, *Diseño de mezcladores de microondas en tecnología monolítica.* Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, 1997.

[13] W.R. Curtice y M. Ettenberg, "A nonlinear GaAs FET model for use in the design of output circuits for power amplifiers", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-33, No. 12, pp. 633-636, 1993.

[14] I. Angelov, H. Zirath, y N. Rorsman, " A new empirical nonlinear model for HEMT and MESFET devices", *IEEE trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 40, No. 12, pp. 2258-2266, 1992.

[15] J.A. García, J.C. Pedro, M.L. de la Fuente, N.B. de Carvalho, A. Mediavilla Sánchez, y A. Tazón Puente, "Resistive FET mixer conversión loss and IMD optimization by selective drain bias", *IEEE trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 47, No. 12, pp. 2382-2391, dic 1999.

[16] C. Crespo-Cadenas, J. Reina-Tosina, " Análisis de Mezcladores con FET Resistivo mediante una serie doble de Volterra", en XVII Simposio Nacional de la URSI, URSI 2002, pp. 487-488, sep 2002.

[17] J. Reina-Tosina, A. Pettenghi-Roldán, A. Campoy-Naranjo, y C. Crespo-Cadenas, "Construcción de Soportes para la caracterización no destructiva de componentes de microondas", en XVII Simposio Nacional de la URSI, URSI 2002, pp. 203-204, sep 2002.