CAPÍTULO 3

CÓDIGOS ESPACIO-TEMPORALES

3.1. DIVERSIDAD

Distintas técnicas de **diversidad** han sido empleadas en sistemas de radiocomunicación para mejorar las limitaciones de los enlaces [1]. Las técnicas de diversidad están basadas en la noción de que los errores ocurren en recepción cuando la atenuación del canal es grande, es decir, cuando en el canal se producen desvanecimientos profundos. Si es posible proporcionar al receptor *L* réplicas de la misma señal de información, transmitidas por canales con desvanecimientos independientes, la probabilidad de que todas las componentes de señal se desvanezcan simultáneamente se reduce considerablemente. Esto es, si *p* es la probabilidad de que cualquiera de las señales se desvanezca por debajo de un valor crítico, entonces, p^L es la probabilidad de que las *L* réplicas de la señal, con desvanecimientos independientes, se desvanezcan por debajo de dicho valor crítico. Existen varios métodos para proporcionar al receptor dichas réplicas independientes y se estudiarán en el apartado 3.3.1 [13].

3.1.1. DIVERSIDAD EN RECEPCIÓN

El término **diversidad en recepción**, se refiere al proceso de recepción que utiliza más de una transmisión de la misma información, para obtener un mejor resultado que el que puede ser conseguido con una sola.

3.1.1.1. DIVERSIDAD EN EL TIEMPO

La primera vez que se utilizó este tipo de diversidad fue, probablemente, cuando un operador de radio recibió un mensaje incomprensible y pidió que se lo repitieran. Este tipo de diversidad se denomina **diversidad en el tiempo**, porque el mensaje repetido puede utilizar el mismo medio de transmisión durante un intervalo de tiempo posterior y consiste simplemente en una retransmisión [14]. Para conseguir *L* versiones que sufran desvanecimientos independientes, se transmite la señal en *L* ranuras de tiempo diferentes, donde la separación entre distintos slots de tiempo es igual o mayor que $(\Delta t)_c$, **tiempo de coherencia** del canal [13]. El tiempo de coherencia del canal

es una medida estadística del intervalo de tiempo durante el cual la respuesta impulsiva del canal permanece prácticamente invariable [15].

Desde otro punto de vista, la codificación de canal en combinación con el entrelazado también proporcionan diversidad temporal. Sin embargo, mientras que la codificación de canal es extremadamente efectiva en entornos de desvanecimiento rápido y alta movilidad, ofrece poca protección en el caso de desvanecimiento lento y baja movilidad, a menos que se permitan retrasos significativos en el entrelazado [1].

3.1.1.2. DIVERSIDAD EN FRECUENCIA

La **diversidad en frecuencia** , también llamada en ocasiones **diversidad de trayecto** [1] consiste en transmitir la misma información por canales distintos a frecuencias suficientemente separadas. Para ello se emplean *L* portadoras separadas entre si $(\Delta f)_c$, el **ancho de banda de coherencia** del canal [13-14]. Se denomina ancho de banda de coherencia a la medida estadística del rango de frecuencias en el cual el canal deja pasar todas las componentes espectrales aproximadamente con la misma ganancia y fase lineal [16].

En sistemas TDMA (*Time Division Multiple Access*, Acceso Múltiple por División en el Tiempo), la diversidad en frecuencia se obtiene mediante el uso de igualadores, cuando el retraso de propagación es una fracción significativa del periodo de símbolo. GSM (*Global System for Mobile Communication*) utiliza el salto de frecuencia para proporcionar este tipo de diversidad.

En los sistemas DS-CDMA (*Direct Sequence Code División Múltiple Access*, Acceso Múltiple por División de Código con Secuencia Directa), los receptores RAKE son utilizados para conseguir diversidad de trayecto. DS-CDMA es un método más sofisticado para obtener diversidad, se basa en el uso de una señal con un ancho de banda mucho mayor que el ancho de banda, *W*, de coherencia del canal, $(\Delta f)_c$. Dicha señal proporciona al receptor varios caminos de señal independientes, es decir, el canal se subdivide en una serie de subcanales (FDM, Multiplexación por División en Frecuencia), cuyas frecuencias centrales están separadas entre si $(\Delta f)_c$. La resolución temporal es $1/W$. De este modo, el uso de una señal de banda ancha puede verse como otro método para obtener diversidad frecuencial de orden $L \approx W/(\Delta f)_c$. El receptor óptimo para procesado de señales de banda ancha se denomina correlador RAKE o filtro RAKE, y fue presentado por Price y Green en 1958 [13].

3.1.1.3. DIVERSIDAD ESPACIAL

Para obtener **diversidad espacial** se emplean múltiples antenas suficientemente separadas entre sí, lo cual proporciona canales con desvanecimientos independientes [1], [13-14]. Dicha separación debe ser de varias longitudes de onda. En la actualidad, se utilizan varias antenas en las estaciones base para proporcionar diversidad espacial en recepción; sin embargo, es complicado tener más de una antena en los dispositivos portátiles debido a las limitaciones de espacio y coste [1].

3.1.1.4. DIVERSIDAD EN POLARIZACIÓN

Cuando no hay suficiente espacio disponible para emplear la diversidad espacial se suele recurrir al uso de la **diversidad en polarización**. Esta técnica emplea dos antenas que responden a la polarización vertical y a la horizontal, respectivamente. La eficiencia de este método radica en que las componentes verticales y horizontales de la señal de información tienden a no desvanecerse simultáneamente.

También pueden emplearse antenas con polarización circular, donde las componentes están polarizadas en el sentido de las agujas del reloj o en el contrario a ellas. Sin embargo, a altas frecuencias, los desvanecimientos entre las distintas polarizaciones, a izquierdas y a derechas, suelen estar muy correlados, de modo que este tipo de diversidad no es efectiva [14].

3.1.1.5. CONCLUSIONES

La diversidad frecuencial y temporal necesitan mayor potencia de transmisión y mayor tiempo de transmisión que los que requieren la diversidad en polarización y en espacio para conseguir rendimientos comparables. Esto ocurre porque, en el primer caso, la energía disponible en el transmisor debe dividirse entre múltiples canales, mientras que en el segundo caso, los distintos canales se derivan de una transmisión simple. En todos los casos, la efectividad de la diversidad en recepción depende de la independencia del desvanecimiento entre las distintas señales y del retardo con el cual el receptor las recibe.

En la mayor parte de los análisis se supone independencia total; sin embargo, en la realidad existe cierto grado de correlación. La práctica ha demostrado que un grado de correlación elevado, > 0.5, puede causar importantes reducciones en los beneficios que proporciona la diversidad [14].

Por último, existen técnicas de diversidad, como la **diversidad según el ángulo de entrada**, que han recibido menor consideración y que prácticamente no han sido empleadas.

3.1.2. DIVERSIDAD EN TRANSMISIÓN

La diversidad en recepción ha recibido mucha atención. Por ejemplo, en las aplicaciones celulares actuales, se utiliza para mejorar la recepción procedente de los móviles. La **diversidad en transmisión**, por el contrario, ha recibido mucha menor atención. Sólo recientemente está siendo estudiada como método para combatir los efectos perjudiciales de los desvanecimientos en canales radio debido a su relativa simplicidad de implementación y a la viabilidad de tener varias antenas en la estación base. El primer esquema eficiente de diversidad en transmisión fue propuesto por Wittneben, que incluye el esquema de diversidad en retraso propuesto por Seshadri y Winters como caso especial [17]. Más tarde Foschini introdujo una arquitectura espacio-temporal multicapa [14]. Recientemente, se propuso la codificación espacio-temporal de Trellis [2], la cual combina procesado de señal en el receptor con técnicas de codificación apropiadas para múltiples antenas en transmisión, proporcionando una ganancia considerable [2-3], [17-18].

En el caso de la tecnología UMTS, el hecho de que el terminal móvil no cuente con diversidad en recepción ha forzado la aparición de técnicas de diversidad en transmisión, siendo las cuatro más extendidas las siguientes [19]:

- **Diversidad de transmisión espacio-temporal, STTD** (*Space Time Transmit Diversity*).
- **Diversidad temporal conmutada, TSTD** (*Time Switched Transmit Diversity*).
- **Diversidad por selección de emplazamiento y control de potencia del transmisor, SSDT** (*Site Selection Diversity Transmit Power Control*).
- **Diversidad de modo de transmisión en bucle cerrado, CLMTD**, (*Closed Loop Mode Transmit Diversity*).

3.2. CODIFICACIÓN ESPACIO-TEMPORAL

La codificación espacio-temporal es una técnica reciente de codificación y procesado de señal para sistemas de comunicación con múltiples antenas en transmisión y recepción. Dicha técnica tiene la propiedad de mejorar enormemente la capacidad y las tasas de datos. Proporciona, además, la mejor relación entre eficiencia espectral y consumo de potencia. Estas son las razones por las cuales la codificación espacio-temporal se ha elegido para los estándares de la tercera generación de móviles [1].

3.2.1. CÓDIGOS ESPACIO-TEMPORALES DE TRELLIS

3.2.1.1. FUNCIONAMIENTO

La codificación espacio-temporal es un método eficiente en el aprovechamiento de potencia y ancho de banda para canales corrompidos por desvanecimientos planos. Emplea los beneficios de la multiplicidad de antenas; de este modo, la capacidad supera ampliamente la de un sistema con una sola antena. En particular, la capacidad crece al menos linealmente con el número de antenas de transmisión, mientras el número de antenas de recepción sea mayor o igual que el de antenas de transmisión [3]. Además, el orden de diversidad prometido por la codificación espacio-temporal se consigue bajo una gran variedad de entornos móviles.

Se describe a continuación un modelo básico de sistemas de comunicación que emplea codificación espacio-temporal con *N* antenas de transmisión y *M* antenas de recepción [1]. Como se muestra en la figura 3.1, el símbolo de información *s*(*l*) en el instante *l* es codificado como *N* símbolos $c_1(l), c_2(l), ...c_N(l)$.

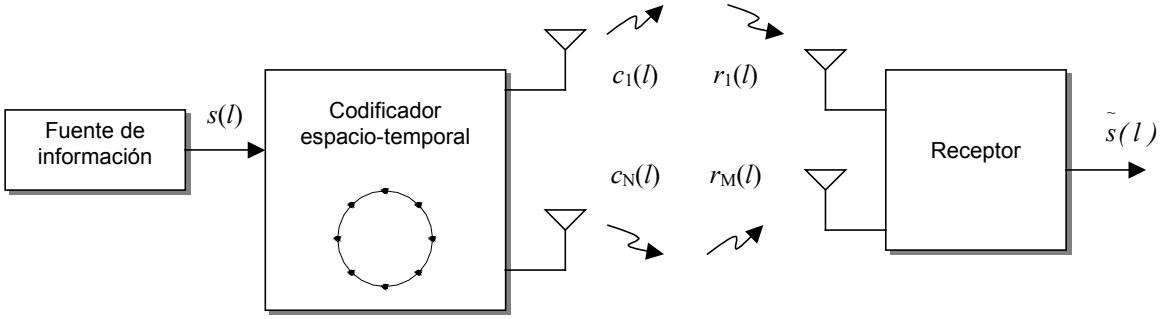

Figura 3.1. Codificación espacio-temporal.

Cada símbolo codificado se transmite, simultáneamente, por una antena diferente. El codificador elige el conjunto de *N* símbolos codificados de modo que se maximice la ganancia en recepción. Las señales que llegan a las distintas antenas de recepción están sometidas a desvanecimientos independientes, siendo cada una de ellas una superposición ruidosa de las *N* señales transmitidas.

Veamos un ejemplo concreto. Supongamos un sistema con dos antenas en transmisión y dos en recepción donde se utiliza una codificación espacio-temporal de Trellis para una constelación 8PSK y 8 estados. La figura 3.2 muestra el diagrama de Trellis de dicho código. Para cada estado se muestra el conjunto de transiciones, parejas de símbolos que nos conducen desde dicho estado a todos los demás. Cada fila de la matriz representa las **etiquetas** para las transiciones desde un estado a los demás. La etiqueta s_1s_2 indica que el símbolo s_1 se transmite por la primera

antena y el símbolo s_2 se transmite por la segunda. Así por ejemplo, para ir del estado 3 al 5 tendríamos la transición 74.

El flujo de bits de entrada al codificador ST se divide en grupos de tres bits, y cada grupo se mapea en uno de los ocho símbolos posibles de la constelación. Este código tiene una eficiencia de ancho de banda de 3 bits/canal.

Supongamos una secuencia de información a transmitir {0 1 5 7 6 4}, y sabiendo que partimos del estado cero, comenzamos a codificar la entrada.

- Entrada = 0;
  Nos movemos del estado 0 al estado 0 mediante la transición 00.
  Por la antena 1 se transmite un 0.
  Por la antena 2 se transmite un 0.
- Entrada = 1;
  Nos movemos del estado 0 al estado 1 mediante la transición 01.
  Por la antena 1 se transmite un 0.
  Por la antena 2 se transmite un 1.
- Entrada = 5;
  Nos movemos del estado 1 al estado 5 mediante la transición 55.
  Por la antena 1 se transmite un 5.
  Por la antena 2 se transmite un 5.
- Entrada = 7;
  Nos movemos del estado 5 al estado 7 mediante la transición 17.
  Por la antena 1 se transmite un 1.
  Por la antena 2 se transmite un 7.
- Entrada = 6;
  Nos movemos del estado 7 al estado 6 mediante la transición 36.
  Por la antena 1 se transmite un 3.
  Por la antena 2 se transmite un 6.
- Entrada = 4;
  Nos movemos del estado 6 al estado 4 mediante la transición .
  Por la antena 1 se transmite un 6.
  Por la antena 2 se transmite un 4.

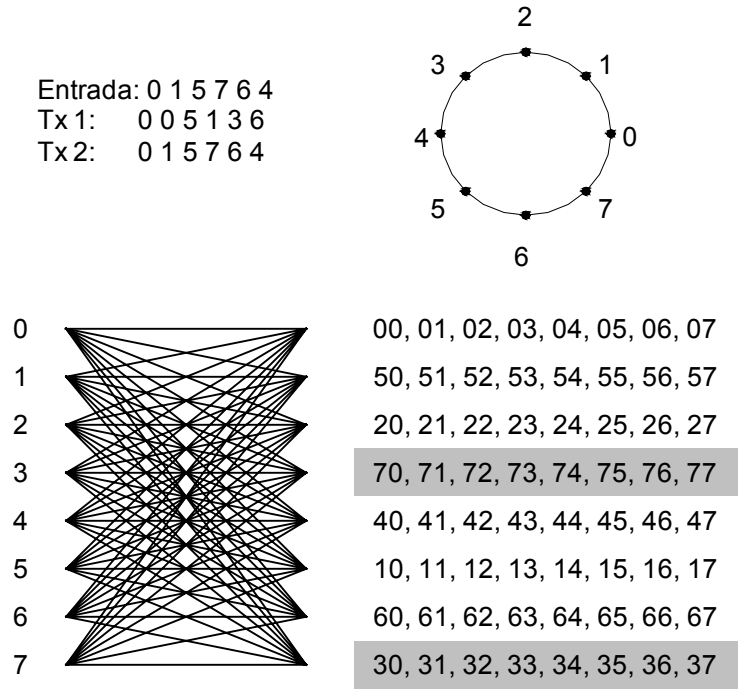

Figura 3.2. Diagrama de Trellis para un código ST, 8PSK con 8 estados.

Además, se supone que E_s es la energía total transmitida (desde todas las antenas) por símbolo de entrada. Por lo tanto, la energía por símbolo transmitido desde cada antena es E_s/N. Sea $r_j(l)$, j = 1,...,M, la señal recibida en la antena j tras el filtro adaptado. Suponiendo información ideal de tiempo y frecuencia, se tiene

$$r_j(l) = \sqrt{E_s / N} \sum_{i=1}^{N} h_{ij}(l) c_i(l) + w_j(l) \quad j = 1,...,M \tag{3.1}$$

donde $w_j(l)$ son muestras independientes de un proceso gaussiano de ruido blanco con media cero y densidad espectral de potencia $N_o/2$ por dimensión. También se supone que $w_j(l)$ y $w_k(l)$ son muestras independientes para $j \neq k$, $1 \leq j,\ k \leq M$. Los coeficientes $h_{ij}(l)$ modelan el desvanecimiento del canal desde la antena de transmisión i hasta la antena de recepción j. Se asume independencia entre los coeficientes $h_{ij}(l)$ y $h_{qk}(l)$ para $i \neq q$ o $j \neq k$, $1 \leq i,\ q \leq N$, $1 \leq j,\ k \leq M$. Esta condición se satisface cuando las antenas de transmisión están suficientemente separadas (una distancia superior a $\lambda/2$) o cuando se emplean diferentes polarizaciones.

Los coeficientes del canal se suponen constantes durante la transmisión de una trama y variables de una transmisión a otra (desvanecimiento plano cuasiestático) [2].

Sea $\mathbf{c}_l = [c_1(l), c_2(l), ..., c_N(l)]^T$ el vector, de dimensiones $N \times 1$, de símbolos codificados transmitidos desde las *N* antenas en el instante *l*. Del mismo modo, sea el vector de dimensiones $N \times 1$, $\mathbf{h}_j(l) = [h_{1j}(l), h_{2j}(l), ..., h_{Nj}(l)]^T$, que modela el canal desde las antenas de transmisión hasta la *j*-ésima antena en recepción. Se define el vector $\mathbf{r}(l) = [r_1(l), r_2(l), ..., r_M(l)]^T$, de dimensiones $M \times 1$, como el vector de señal recibida. Sea $\mathbf{w}(l) = [w_1(l), w_2(l), ..., w_M(l)]^T$ el vector que modela el ruido en las antenas de recepción; su dimensión es $M \times 1$. Por último, se define la matriz $\mathbf{H}_l$, de tamaño $M \times N$, desde las *N* antenas de transmisión hasta las *M* de recepción como $\mathbf{H}(l) = [\mathbf{h}_1(l), \mathbf{h}_2(l), ... \mathbf{h}_M(l)]^T$. A partir de estas definiciones, (3.1) puede reformular-se como

$$\mathbf{r}(l) = \sqrt{E_s / N} \cdot \mathbf{H}(l) \cdot \mathbf{c}_l + \mathbf{w}(l) \ . \tag{3.2}$$

Las propiedades espaciales de estos códigos garantizan que la carga de diversidad está situada en el transmisor, mientras que es opcional en el receptor. Por otro lado, las propiedades temporales aseguran que se consiguen los beneficios que proporciona la diversidad sin sacrificar la tasa de transmisión. Cada código espacio-temporal tiene una estructura de Trellis bien definida y, por lo tanto, pueden emplearse técnicas de descodificación con decisión blanda en el receptor.

En teoría, este tipo de códigos proporciona la mejor relación posible entre ganancia de diversidad, tasa de transmisión, tamaño de la constelación y complejidad del diagrama de Trellis [3].

En general, para las constelaciones con el mismo número de símbolos que de estados, se cumplen las siguientes reglas de diseño que garantizan la diversidad:

- Regla de diseño 1: Transiciones que parten del mismo estado se diferencian en el segundo símbolo.
- Regla de diseño 2: Transiciones que llegan al mismo estado se diferencian en el primer símbolo.

Un problema importante que surge en el diseño de códigos espacio-temporales es el compromiso entre ganancia de diversidad y tasa de transmisión. En [2] se estudia este problema y se establece la relación entre la complejidad del Trellis, el tamaño de la constelación, la tasa de transmisión y la ganancia de diversidad. Se prueba que los códigos diseñados según las dos reglas del apartado anterior proporcionan los mejores valores posibles para la tasa, tamaño de la constelación y la ganancia. También se presentan cotas inferiores para la complejidad del Trellis en función de la ganancia y la tasa.

Aunque es posible construir códigos para más de dos antenas en el transmisor, no resultan útiles por el coste que implican en la estación base [18].

3.2.1.2. CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD DE ERROR

Se supone que se transmite el vector secuencia de código $C = \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, ..., \mathbf{c}_L$. Se considera ahora la probabilidad de que el descodificador decida erróneamente a favor de la secuencia de código $\tilde{C} = \tilde{\mathbf{c}}_1, \tilde{\mathbf{c}}_2, ..., \tilde{\mathbf{c}}_L$.

Se toma una trama o bloque de datos de longitud *L* y se define la **matriz de error *A***, de dimensiones *NxN*, como

$$\mathbf{A}(C, \tilde{C}) = \sum_{k=1}^{L} (\mathbf{c}_k - \tilde{\mathbf{c}}_k)(\mathbf{c}_k - \tilde{\mathbf{c}}_k)^{\mathrm{H}} \tag{3.4}$$

Si la **información sobre el estado del canal** (*CSI*) $\mathbf{H}(l), l = 1, ..., L$ está disponible en el receptor, entonces se puede demostrar [1] que la probabilidad de transmitir C y decidir a favor de $\tilde{C}$ está acotada superiormente por

$$P(C \to \tilde{C}) \leq (\prod_{i=1}^{r} \lambda_i)^{-M} \cdot (E_s / 4N_o)^{-rM} \ , \tag{3.5}$$

donde *r* es el rango de la matriz de error y $\lambda_i, i = 1, ..., r$ son los autovalores distintos de cero de dicha matriz. Se puede observar que la cota de la probabilidad de error en (3.5) es similar a la cota de la probabilidad de error para modulación mediante códigos de Trellis en canales con desvanecimiento [1]. El primer término de la expresión,

$$g_r = \prod_{i=1}^{r} \lambda_i \tag{3.6}$$

representa la **ganancia de codificación** conseguida por el código espacio-temporal, y el segundo término

$$(E_s / 4N_o)^{-rM} \ , \tag{3.7}$$

representa la **ganancia de diversidad** de rM. Resulta evidente en el diseño de un código espacio-temporal de Trellis que deben ser maximizados tanto el rango de la matriz de error (maximizando así la ganancia de diversidad) como g_r.

El desarrollo completo del cálculo de la probabilidad de error, al igual que el criterio de diseño empleado, se tienen en [2]. En nuestro caso hemos particularizado para un entorno que sufre desvanecimientos según una distribución de Rayleigh.

Para una tasa de transmisión fija , se puede incrementar la ganancia de diversidad aumentando el número de estados en el diagrama de Trellis [18].

3.2.1.3. DESCODIFICACIÓN ÓPTIMA

Se supone que se transmite el vector de datos codificados $C = \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, ..., \mathbf{c}_L$ y se recibe $R(l) = \mathbf{r}_1(l), \mathbf{r}_2(l), ..., \mathbf{r}_L(l)$, donde $\mathbf{r}_L$ esta dado por (3.2). Se realiza una descodificación óptima para elegir la secuencia de código $\tilde{C}(l) = \tilde{\mathbf{c}}_1, \tilde{\mathbf{c}}_2, ... \tilde{\mathbf{c}}_L$ para la cual, la **probabilidad a posteriori** $P_r(\tilde{C}(l) \mid R(l), \mathbf{H}(l), l = 1, ..., L)$, se maximiza. Asumiendo que todas las palabras de código son equiprobables y suponiendo que el ruido es AWGN, se demuestra [1] que el descodificador óptimo sigue la ley

$$\tilde{C} = \arg \min_{\tilde{C} = \tilde{\mathbf{c}}_1, ..., \tilde{\mathbf{c}}_L} \sum_{l=1}^{L} \left\| \mathbf{r}(l) - \sqrt{E_s} \cdot \mathbf{H}(l) \cdot \tilde{\mathbf{c}}_l \right\|^2 \tag{3.8}$$

Para los códigos ST con diagramas de Trellis, es evidente que el descodificador óptimo se puede implementar usando el algoritmo de Viterbi. Nótese que el conocimiento del canal es necesario para la descodificación. El receptor, por lo tanto, debe estimar el canal mediante el uso de señales piloto o secuencias de entrenamiento.

3.3. CÓDIGOS DE BLOQUES ESPACIO-TEMPORALES

Cuando el número de antenas está fijado, la complejidad de descodificación de los códigos espacio-temporales de Trellis (medida por el número de estados del diagrama de Trellis en el receptor) aumenta exponencialmente con la tasa de transmisión y el nivel de diversidad [2]. Al plantear la cuestión de la complejidad de descodificación, Alamouti [4] descubrió un notable esquema de transmisión con dos antenas para códigos de bloque espacio-temporales. Este esquema se decanta por una detección máximo-verosímil basada exclusivamente en procesado lineal en el receptor. Este esquema fue generalizado más tarde en [6] para un número arbitrario de antenas y es capaz de conseguir la diversidad prometida para un determinado número de antenas en transmisión y recepción.

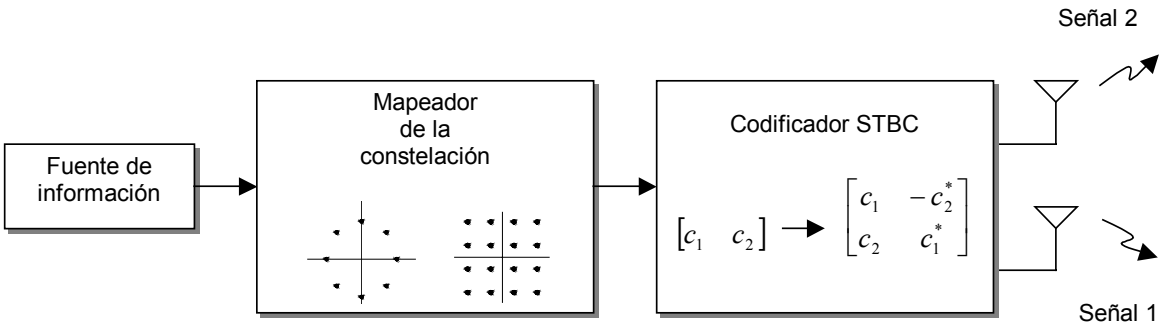

Figura 3.3. Transmisor para códigos espacio-temporales de bloques con diversidad.

La teoría de diseño ortogonal es una antigua rama de las matemáticas que fue estudiada por un gran número de teóricos entre los que destacan Randon y Hurwitz. Para nuestros intereses introduciremos la **teoría de diseños ortogonales generalizados**. Con ella se construirán los códigos espacio-temporales de bloques para un número cualquiera de antenas de transmisión [6].

La figura 3.3 muestra la representación en banda base de un código de bloques ST con dos antenas de transmisión.

Los símbolos de entrada se dividen en grupos de dos símbolos. Para cada periodo de símbolo, los dos símbolos de cada grupo $\{c_1, c_2\}$ se transmiten simultáneamente por cada antena. La señal transmitida por la antena 1 es c_1, y la transmitida por la antena 2 c_2. En el siguiente periodo de símbolo, la señal $-c_2^*$ se transmite por la antena 1 y c_1^* por la antena 2.

Por otra parte, sean h_1 y h_2 los coeficientes del canal desde la primera y la segunda antena de transmisión hasta la antena de recepción (que se supone única), respectivamente. La principal suposición en este sistema es considerar que h_1 y h_2 son constantes durante dos periodos de símbolo consecutivos, es decir, $h_i(nT) = h_i((n+1)T)$, para *i* = 1, 3. Si se denotan como r_1 y r_2 las señales recibidas en dos periodos de símbolo consecutivos, dichas señales pueden escribirse como

$$r_1 = h_1 c_1 + h_2 c_2 + w_1, \tag{3.9}$$

$$r_2 = -h_1 c_2^* + h_2 c_1^* + w_2, \tag{3.10}$$

donde w_1 y w_2 representan el ruido aditivo, gaussiano y blanco de media cero y densidad espectral de potencia $N_o/2$ por dimensión.

Las ecuaciones (3.9) y (3.10) pueden ser reformuladas en forma matricial como

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{w}, \tag{3.11}$$

donde se define el vector de señal recibida $\mathbf{r} = \left[r_1 r_2^*\right]^T$, $\mathbf{c} = \left[c_1 c_2^*\right]^T$ el vector de símbolos codificados, y el vector de ruido $\mathbf{w} = \left[w_1 w_2^*\right]^T$; la matriz del canal es

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix}. \tag{3.12}$$

El vector $\mathbf{w}$ es una variable compleja aleatoria gaussiana de media cero y covarianza $N_o \cdot \mathbf{I}$. Suponiendo que todas las parejas son equiprobables y sabiendo que el vector de ruido es AWGN, se puede inferir directamente que el **descodificador óptimo de máxima-verosimilitud** es

$$\hat{\mathbf{c}} = arg \min_{\hat{\mathbf{c}} \in C} \left\| \mathbf{r} - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{c}} \right\|^2, \tag{3.13}$$

donde *C* es el conjunto de posibles parejas de símbolos $c = \{c_1, c_2\}$.

La regla de descodificación descrita en (3.13) puede ser simplificada aun más si se tiene en cuenta que la matriz del canal es ortogonal y, por lo tanto, $\mathbf{H}^{\mathrm{H}} \cdot \mathbf{H} = \rho \cdot \mathbf{I}$, donde se tiene que $\rho = |h_1|^2 + |h_2|^2$. Considerando el **vector de señal modificado** $\tilde{\mathbf{r}}$ dado por

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{H}^{\mathrm{H}} \cdot \mathbf{r} = \rho \cdot \mathbf{c} + \tilde{\mathbf{w}}, \tag{3.14}$$

donde $\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{H}^{\mathrm{H}} \cdot \mathbf{w}$, la regla de decisión se convierte en

$$\hat{\mathbf{c}} = arg \min_{\hat{\mathbf{c}} \in C} \left\| \tilde{\mathbf{r}} - \rho \cdot \hat{\mathbf{c}} \right\|^2. \tag{3.15}$$

Como la matriz del canal es ortogonal, se puede verificar que el vector de ruido $\tilde{\mathbf{w}}$ tendrá media cero y covarianza $\rho \cdot N_o \cdot I$, es decir, los elementos de $\tilde{\mathbf{w}}$ son independientes e idénticamente distribuidos. Por lo tanto, se concluye que usando esta combinación lineal tan simple, la regla de decisión obtenida en (3.15) se divide en dos reglas separadas y mucho más sencillas para los símbolos c_1 y c_2 [4],

$$\hat{c}_1 = \arg \min_{\hat{c}_1 \in C(1)} \left\| \tilde{r}_1 - \rho \hat{c}_1 \right\|^2 \tag{3.16}$$

y

$$\hat{c}_2 = \arg \min_{\hat{c}_2 \in C(2)} \left\| \tilde{r}_2 - \rho \hat{c}_2 \right\|^2. \tag{3.17}$$

De hecho, para el sistema STBC con dos antenas en transmisión y dos en recepción propuesto, sólo se requieren dos multiplicaciones y una suma complejas para la descodificación de un símbolo. Además, asumiendo que se emplea una constelación con 2^b puntos de señal, esta combinación lineal reduce el número de métricas que deben ser calculadas para la descodificación máximo-verosímil, de 2^{2b} a $2X2^b$.

Cuando en el receptor se tienen *M* antenas, el vector de señal recibido en la antena *m*-ésima, $\mathbf{r}_m$, es

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{H}_m \cdot \mathbf{c} + \mathbf{w}_m , \tag{3.18}$$

donde $\mathbf{w}_m$ es el vector de ruido y $\mathbf{H}_m$ es la matriz del canal desde las dos antenas de transmisión hasta la antena *m*-ésima en recepción [3], [19]. En este caso, el descodificador ML óptimo cumple que

$$\hat{\mathbf{c}} = arg \min_{\hat{\mathbf{c}} \in C} \sum_{m=1}^{M} \left\| \mathbf{r}_m - \mathbf{H}_m \cdot \hat{\mathbf{c}} \right\|^2 . \tag{3.19}$$

Como antes, en el caso de *M* antenas receptoras, la regla de descodificación puede ser simplificada si se premultiplica el vector $\mathbf{r}_m$ por $\mathbf{H}_m^{\mathrm{H}}$. En este caso, el orden de diversidad obtenido con este esquema es 2*M*. La figura 3.4 muestra un diagrama de bloques simplificado del receptor con dos antenas. Nótese que la regla de decisión descrita en (3.13) y (3.19) es equivalente a realizar una decisión dura de $\tilde{\mathbf{r}}$ y de $\tilde{\mathbf{r}}_m = \sum_{m=1}^{M} \mathbf{H}_m^{\mathrm{H}} \mathbf{r}_m$, respectivamente.

Por lo tanto, como se muestra en la figura 3.4, el vector recibido tras la combinación lineal, $\tilde{\mathbf{r}}_m$, puede considerarse como una decisión blanda para c_1 y c_2. Para el sistema 2X2 STBC mostrado, la tasa de transmisión es 1, mientras se consigue la máxima ganancia de diversidad posible para dos antenas de transmisión.

La extensión de este tipo de sistemas se estudia en [6], donde se muestra una técnica general para construir códigos espacio-temporales de bloques con *N*>2 que proporcionan la máxima ganancia de diversidad posible para el número de antenas de transmisión y recepción desplegadas.

Para obtener una comparativa entre los códigos espacio-temporales de Trellis y los de bloques, se recomienda consultar [20]. En dicho artículo se comparan los resultados obtenidos con

ambos sistemas en términos de tasa de error de trama, eficiencia espectral y número de estados del diagrama de Trellis.

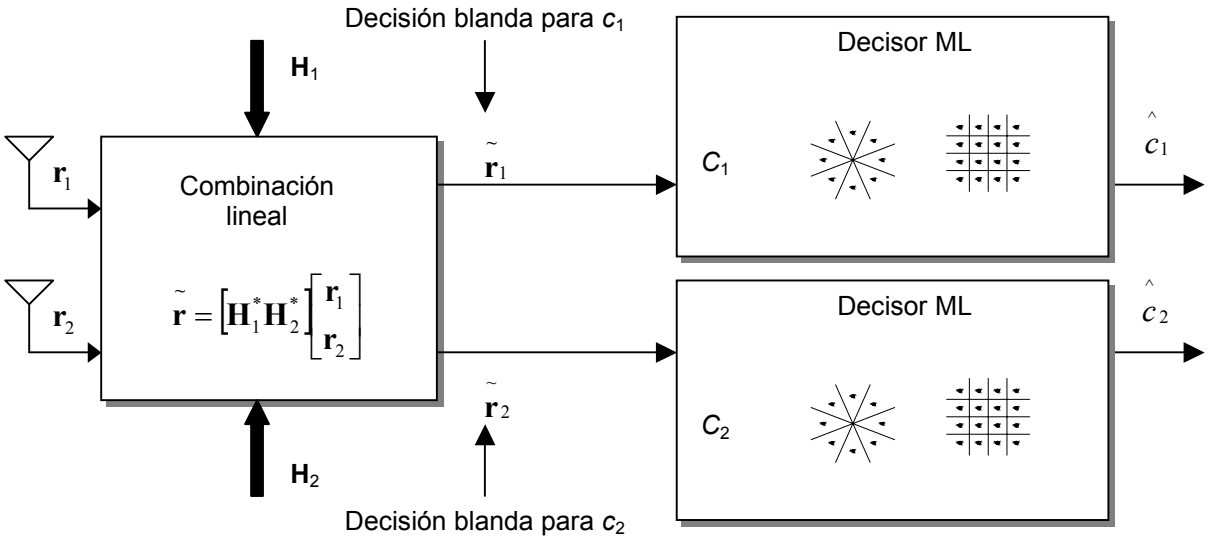

Figura 3.4. Receptor para codificación de bloques espacio-temporal.

3.3.1. CANCELACIÓN DE INTERFERENCIAS

Las propiedades de los códigos de bloque espacio-temporales pueden aprovecharse para desarrollar técnicas eficientes de cancelación de interferencias capaces de conseguir incrementos en la capacidad del sistema o en la capacidad de un usuario.

En general, se considera un entorno multiusuario con K usuarios cocanal en el que cada usuario está equipado con N antenas de transmisión y utiliza códigos STBC. Con estas especificaciones, existirán $K \times N$ señales interferentes llegando al receptor. Las técnicas clásicas de supresión de interferencias [1] requieren el uso de $N \times (K-1)+1$ antenas de recepción para cancelar las señales procedentes de los $K-1$ usuarios cocanal interferentes y conseguir diversidad de orden N para el usuario deseado. Utilizando la codificación STBC se puede demostrar que sólo se necesitan K antenas receptoras para cancelar las interferencias de los $K-1$ usuarios restantes mientras se mantiene el orden de diversidad N deseado. Suponiendo que el receptor está equipado con $M \geq K$ antenas, se pueden aplicar dos técnicas posibles de cancelación de interferencias, la de **Cero Forzado** (*Zero Forcing*, ZF) y la de **Mínimo Error Cuadrático Medio** (*Minimun Mean-Squared Error*, MMSE) [1]. Ambas técnicas consiguen cancelar las interferencias

provocadas por los $K-1$ usuarios y proporcionan diversidad de orden $N \times (M-K+1)$ mientras se mantiene la simplicidad de los códigos STBC, es decir, el procesamiento lineal.

Desarrollaremos las técnicas de cancelación de interferencias para el caso de sistemas con dos antenas en transmisión y dos en recepción. La figura 3.5 muestra un escenario con dos usuarios cocanal, cada uno de los cuales utiliza un esquema 2×2 STBC, y el receptor tiene 2 antenas. Utilizando el modelo de señal desarrollado en el apartado 3.3, las señales recibidas en las antenas 1 y 2 del receptor son

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{c} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_1, \tag{3.19}$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{c} + \mathbf{G}_2 \cdot \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_2, \tag{3.20}$$

donde $\mathbf{r}_1$ es el vector de señal recibido en la antena 1, $\mathbf{r}_2$ el vector recibido en la antena 2, $\mathbf{c}$ el vector de símbolos codificados del primer usuario, y $\mathbf{s}$ el vector de símbolos codificados del segundo usuario. Las matrices $\mathbf{H}_1$ y $\mathbf{H}_2$ son las matrices de canal desde el primer usuario hasta la antena de recepción 1 y 2, respectivamente. Dichas matrices se definen tal y como se hizo en el apartado 3.3. Análogamente, $\mathbf{G}_1$ y $\mathbf{G}_2$ son las matrices de canal para el segundo usuario. $\boldsymbol{\eta}_1$ y $\boldsymbol{\eta}_2$ son los vectores de ruido gaussiano. Las ecuaciones (3.19) y (3.20) pueden agruparse y rescribirse como

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{c}} + \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{H}_2 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix}. \tag{3.21}$$

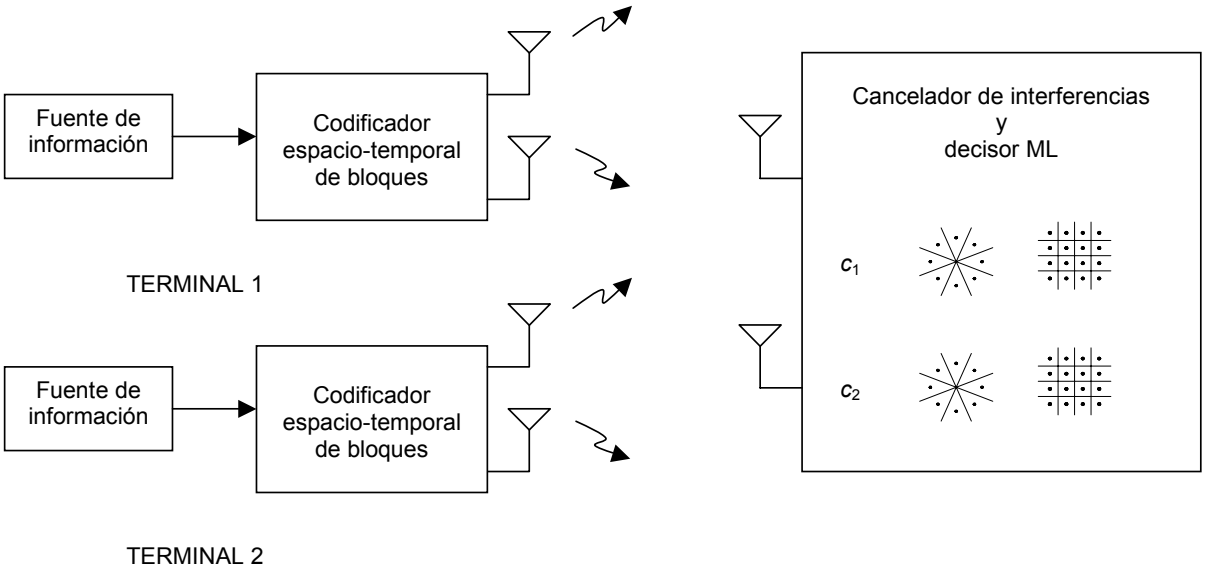

Figura 3.5. cancelador de interferencias para códigos STBC

3.3.1.1. SOLUCIÓN DE CERO FORZADO

En la solución de cero forzado, la interferencia entre los dos usuarios cocanal se suprime mediante el uso de la matriz $\mathbf{W}$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & -\mathbf{G}_1\mathbf{G}_2^{-1} \\ -\mathbf{H}_2\mathbf{H}_1^{-1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}. \tag{3.22}$$

Con ella,

$$\mathbf{W}\cdot\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & -\mathbf{G}_1\mathbf{G}_2^{-1} \\ -\mathbf{H}_2\mathbf{H}_1^{-1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{H}_2 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & -\mathbf{G}_1\mathbf{G}_2^{-1} \\ -\mathbf{H}_2\mathbf{H}_1^{-1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

$$\mathbf{W}\cdot\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{r}}_1 \\ \tilde{\mathbf{r}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{G}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \tilde{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix}, \tag{3.24}$$

donde

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{I}_2\mathbf{H}_1 - \mathbf{G}_1\mathbf{G}_2^{-1}\mathbf{H}_2 \tag{3.25}$$

y

$$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{I}_2\mathbf{G}_2 - \mathbf{H}_2\mathbf{H}_1^{-1}\mathbf{G}_1. \tag{3.26}$$

En este caso, el vector modificado de señal $\tilde{\mathbf{r}}_1$ depende únicamente de las señales procedentes del primer terminal, y el vector modificado $\tilde{\mathbf{r}}_2$ de las del segundo.

Resulta interesante observar que utilizando la combinación lineal dada por $\mathbf{W}$, las matrices $\tilde{\mathbf{H}}$ y $\tilde{\mathbf{G}}$ tienen la misma estructura que la matriz de canal dada por $\mathbf{H}$ (3.12). Por lo tanto, utilizar el combinador lineal dado por (3.23) reduce el problema de detectar dos usuarios cocanal a dos problemas más simples desacoplados.

A continuación se muestra el algoritmo de cero forzado para cancelación de interferencias y descodificación máximo-verosímil de los códigos STBC.

3.3.1.2. SOLUCIÓN MMSE

Toda la teoría referente a la estimación y criterio MMSE puede consultarse en [21]. En la técnica de cancelación de interferencias MMSE, supongamos que nos interesa determinar la información transmitida por el primer usuario. En este caso, el receptor utiliza dos combinaciones lineales $\mathbf{w}_1$ y $\mathbf{w}_2$ tales que

$$\mathbf{J}_1(\mathbf{w}_1) = \left\| \mathbf{w}_1^* \mathbf{r} - c_1 \right\|^2 \tag{3.27}$$

y

$$\mathbf{J}_2(\mathbf{w}_2) = \left\| \mathbf{w}_2^* \mathbf{r} - c_2 \right\|^2 \tag{3.28}$$

sean mínimas, donde

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}. \tag{3.29}$$

Se puede demostrar [1] que la solución óptima está dada por

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{h}_1 \tag{3.30}$$

y

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{h}_2, \tag{3.31}$$

donde

$$\mathbf{M} = \mathbf{H}\mathbf{H}^* + \frac{1}{\Gamma}\mathbf{I}, \tag{3.32}$$

$$\Gamma = SNR \tag{3.33}$$

y

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{21}^* & -h_{11}^* \\ h_{12} & h_{22} \\ h_{22}^* & -h_{12}^* \end{bmatrix}. \tag{3.34}$$

Se puede demostrar [1] que $\mathbf{w}_1$ y $\mathbf{w}_2$ son ortogonales, y por lo tanto, los errores en la descodificación de c_1 no afectan a la descodificación de c_2 y viceversa, es decir, ambas son independientes, manteniendo así las propiedades de los STBC.

Finalmente, la estimación vendrá dada por

$$\hat{\mathbf{c}} = arg \min_{\hat{\mathbf{c}} \in C} \left\{ \left\| \mathbf{w}_1^* \mathbf{r} - \hat{c}_1 \right\|^2 + \left\| \mathbf{w}_2^* \mathbf{r} - \hat{c}_2 \right\|^2 \right\}. \tag{3.35}$$

Nótese que la solución MMSE es igual que la de cero forzado cuando $\Gamma \to \infty$.