

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se pretenden detallar los pasos seguidos para la implementación de los sistemas en Matlab así como los resultados y gráficas obtenidos. Los códigos de las funciones en Matlab que implementan cada sistema se encuentran detalladas en el apéndice A. Nuestro objetivo es medir la eficiencia, en términos de probabilidad de error de trama, de sistemas que utilizan codificación espacio-temporal. Para ello haremos un estudio detallado de los códigos de Trellis y de bloques, variando el tipo de constelación empleada, número de antenas y número de estados.

4.2. SISTEMAS DE CODIFICACIÓN ESPACIO-TEMPORAL DE TRELIS

Ya conocemos el funcionamiento de los códigos espacio-temporales explicados en el capítulo 3. Para la decodificación de dichos códigos utilizaremos el algoritmo de Viterbi con decisión blanda. Se implementan tres casos distintos según el número de antenas utilizadas. En todos ellos trabajaremos con tramas de 130 símbolos [1]. En cada sistema hacemos un estudio de la probabilidad de error de trama frente a la relación señal ruido por cada antena de recepción. Procesaremos 10000 tramas para cada valor de la relación señal a ruido por antena de recepción entre 8 y 20dB; para puntos críticos llegaremos hasta las 30000 tramas procesadas. Dichos puntos críticos corresponden a probabilidades de error del orden de 10^{-4} . Una trama se considera errónea si algunos de sus bits es incorrecto, es decir, si alguno de los símbolos recibidos no se corresponde con el enviado.

Calcularemos la relación señal a ruido en cada antena de recepción como el cociente entre la varianza de la señal recibida y la varianza del ruido. La señal recibida en cada antena es la superposición de las señales emitidas por cada antena transmisora, modificadas por los coeficientes del canal.

Supondremos que el canal permanece constante durante cada trama, aunque varía al cambiar de trama, de modo que los coeficientes se modelan como variables aleatorias gaussianas.

No obstante, por simplicidad supondremos que en el receptor se conoce exactamente el comportamiento del canal en cada momento, no son necesarias estimaciones ni igualadores.

Para cada antena de recepción tenemos una componente de ruido aditivo modelada como una variable de Gauss de media cero y varianza $N_0/2$.

A pesar de que la energía de símbolo y la densidad de potencia de ruido son parámetros variables, en todos los experimentos que hemos realizado se ha fijado el valor del primero a 1 y el del segundo a 0.5.

En general, el sistema ij hace referencia al sistema que utiliza i antenas en transmisión y j en recepción.

Presentamos a continuación los tres sistemas analizados, el sistema 4PSK con 4 estados, el sistema 8PSK con 8 estados y el sistema 4PSK con 8 estados.

4.2.1. SISTEMAS ANALIZADOS

4.2.1.1. SISTEMA 4 PSK CON 4 ESTADOS

Estudiaremos el sistema que utiliza los códigos de Trellis mostrados en la figura 4.1, donde se reflejan cuatro estados posibles así como las transiciones entre ellos, es decir, los símbolos que se transmiten por cada antena cuando se pasa de un estado a otro. En cada iteración del programa que implementa este sistema se analizan los símbolos recibidos, se comparan con las posibles transiciones y se calculan las métricas correspondientes. En cada paso se selecciona un camino superviviente por cada estado y se guardan junto con sus métricas. En la etapa final se elige de entre todos los caminos supervivientes aquel con menor métrica.

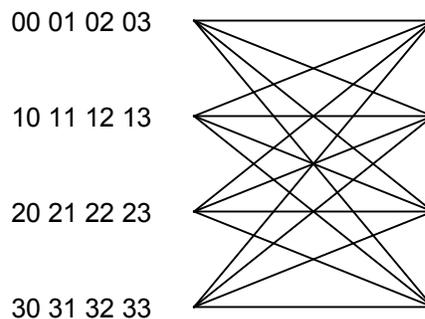


Figura 4.1. Código espacio-temporal de Trellis para 4PSK y 4 estados.

4.2.1.2. SISTEMA 8 PSK CON 8 ESTADOS

Los códigos utilizados en este sistema son los que se muestran en la figura 4.2.

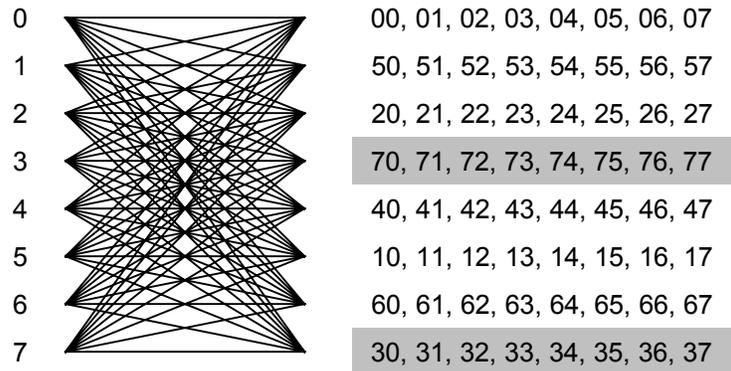


Figura 4.2. Código espacio-temporal de Trellis para 8PSK y 8 estados.

La matriz que acompaña al diagrama de Trellis muestra las parejas de símbolos a enviar para cada transición de estados. La complejidad de este sistema es mayor que la del anterior, ya que en cada caso las señales de entrada deben compararse con las 64 transiciones posibles, lo que supone prácticamente la duplicación del tiempo de procesado. Además se ocupa más memoria porque hay que acumular más información, 8 caminos supervivientes por cada símbolo de entrada y sus métricas correspondientes. Se implementan tres casos distintos según el número de antenas utilizadas.

4.2.1.3. SISTEMA 4 PSK CON 8 ESTADOS

La figura 4.3 muestra el código espacio-temporal utilizado para este sistema. Este caso resulta más complejo de implementar que los anteriores, debido a que el número de estados difiere del número de símbolos de la constelación. Esto supone la existencia de transiciones repetidas, es decir, para ir del estado 3 al 7 se transmite 33, lo mismo que se envía para salir del estado 5 y volver a él. Esta duplicidad en las transiciones hace necesario no sólo llevar un control de los caminos supervivientes y las métricas, sino también de la sucesión de estados, es decir, la secuencia de estados que se ha seguido en cada camino.

El tiempo de procesado para este sistema se encuentra entre el empleado por el sistema del apartado 4.2.1 y el del 4.2.2. Esto era previsible porque como ya vimos anteriormente, el tiempo de ejecución está relacionado directamente con el número de transiciones entre estados posibles. El programa se ralentiza según aumenta el número de comparaciones que hay que realizar.

Para este sistema tenemos 32 transiciones con las que comparar. Por otro lado, se añade una complicación extra que no aparecía en la implementación de los sistemas anteriores. No sólo se repiten las transiciones, como se explico en el párrafo anterior, sino que no es posible llegar a todos los estados desde todos los estados. Por ejemplo, desde los estados 0, 2, 4 y 6 sólo se accede a los estados del 0 al 3, mientras que desde los estados impares, 1, 3, 5 y 7 podemos llegar a los cuatro últimos estados, del 4 al 7. Esto supone trabajar como si se tuvieran dos sistemas separados para cada símbolo de entrada. Después de cierto procesado, haciendo las comparaciones posibles en cada caso, hay que analizar cuales son los caminos supervivientes para los 8 estados, analizando la información obtenida de los dos bloques de procesamiento independientes.

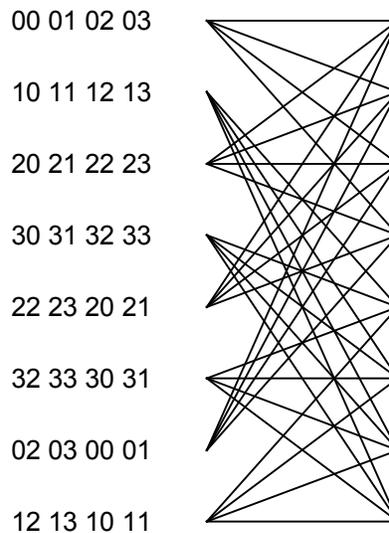


Figura 4.3. Código espacio-temporal de Trellis para 4PSK y 8 estados.

4.2.2. COMPARACIÓN SEGÚN EL NÚMERO DE ANTENAS

Analizaremos aquí los resultados obtenidos para cada sistema en función del número de antenas empleadas. Recordemos que en recepción se implementa el algoritmo de Viterbi con decisión blanda para todos los casos. En general, los sistemas 22, es decir, con dos antenas en transmisión y dos en recepción implementan dos tipos de diversidad, la propia de usar múltiples antenas y la espacio-temporal proporcionada por los códigos de Trellis. En el caso de los sistemas 21, con dos antenas en transmisión y una antena en recepción solo se consiguen los beneficios de la diversidad que se obtiene de la codificación espacio-temporal. Por último, los sistemas 11, con una sola antena en transmisión y recepción, se transmiten los símbolos codificados según un

código de Trellis simple y se descodifican con Viterbi, no hay beneficios derivados de la diversidad en antenas ni de la diversidad espacio-temporal porque no se implementan.

Así pues, la figura 4.4 muestra las probabilidades de error de trama obtenidas para el sistema 4PSK con 4 estados frente a la relación señal a ruido.

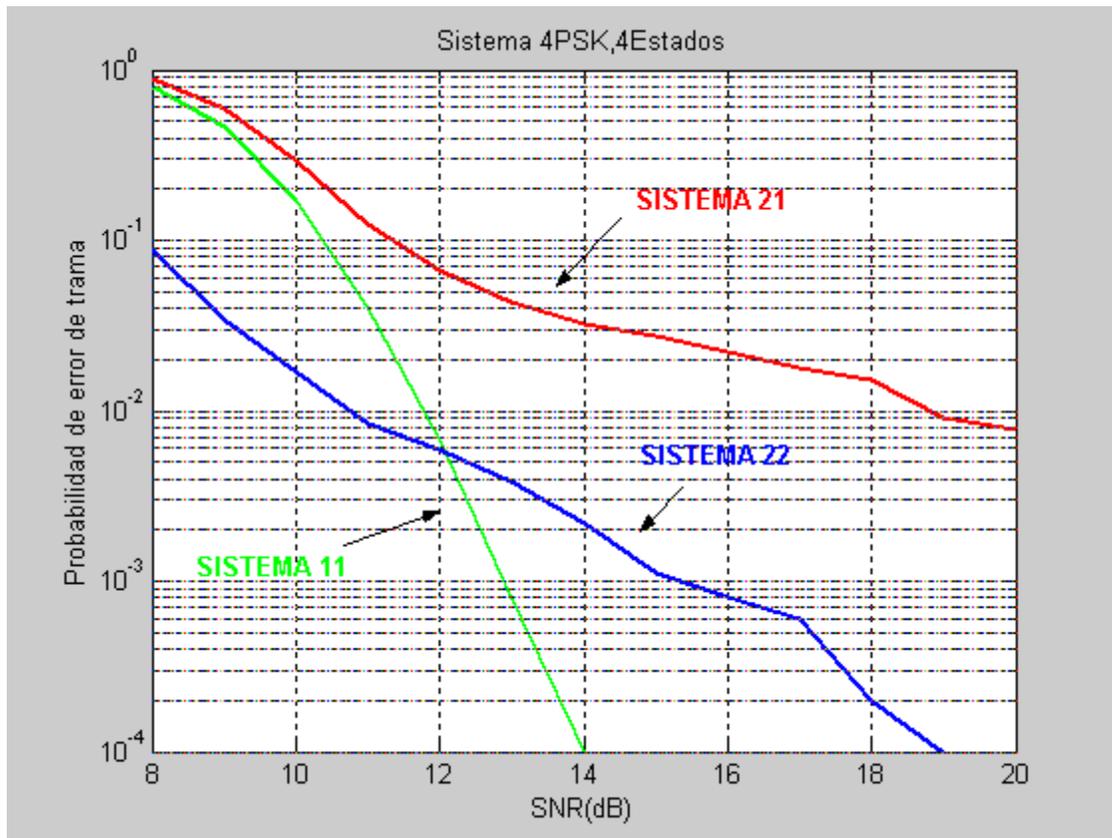


Figura 4.4. Comparativa de los sistemas 4PSK con 4 estados.

Compararemos ahora el rendimiento de los tres sistemas. Para todos los casos el sistema 21 proporciona peores resultados que el que presenta diversidad de antenas. Para conseguir una probabilidad de error de 10^{-2} se requieren 19dB de relación señal a ruido para el primer sistema, frente a los 11dB necesarios en el sistema 22. Esto supone una **ganancia** de 8dB, entendiendo por ganancia la diferencia entre las SNR necesarias para conseguir una determinada probabilidad de error. Con el término **ganancia de codificación** [16] se hace referencia a la diferencia, medida en decibelios, entre la SNR requerida para conseguir una determinada probabilidad de error de un sistema codificado y la de otro con la misma modulación pero sin codificación. Así pues, siendo el sistema 11 el no codificado, podemos observar que sólo el sistema 22 presenta ganancia de codifi-

cación, de hasta 2dB, para un rango determinado de SNR. Este fenómeno tiene su explicación; como ocurre para otro tipo de códigos de canal, como los de bloques, la redundancia introducida al codificar sólo resulta beneficiosa para un rango de valores determinados por encima de un umbral [16]. Así pues, una posible explicación para el caso que estamos analizando supone que para una SNR suficientemente buena, dividir la energía entre las múltiples antenas conduce a una pérdida de rendimiento debida a la variabilidad del canal. A partir de ciertos valores resulta más ventajoso emplear un sistema simple con una antena en transmisión y otra en recepción y evitar la complejidad introducida por el despliegue de múltiples antenas. Por ello, existe un umbral a partir del cual no es conveniente emplear esta codificación de canal. Para este sistema el umbral se encuentra en los 12dB.

Como ocurrirá para los restantes sistemas analizados, según aumenta el número de antenas aumenta la complejidad, el número de operaciones a realizar se duplica al pasar de una antena a dos y por consiguiente, también lo hace el tiempo de procesado.

La figura 4.5 muestra la comparativa para el sistema 8PSK con 8 estados.

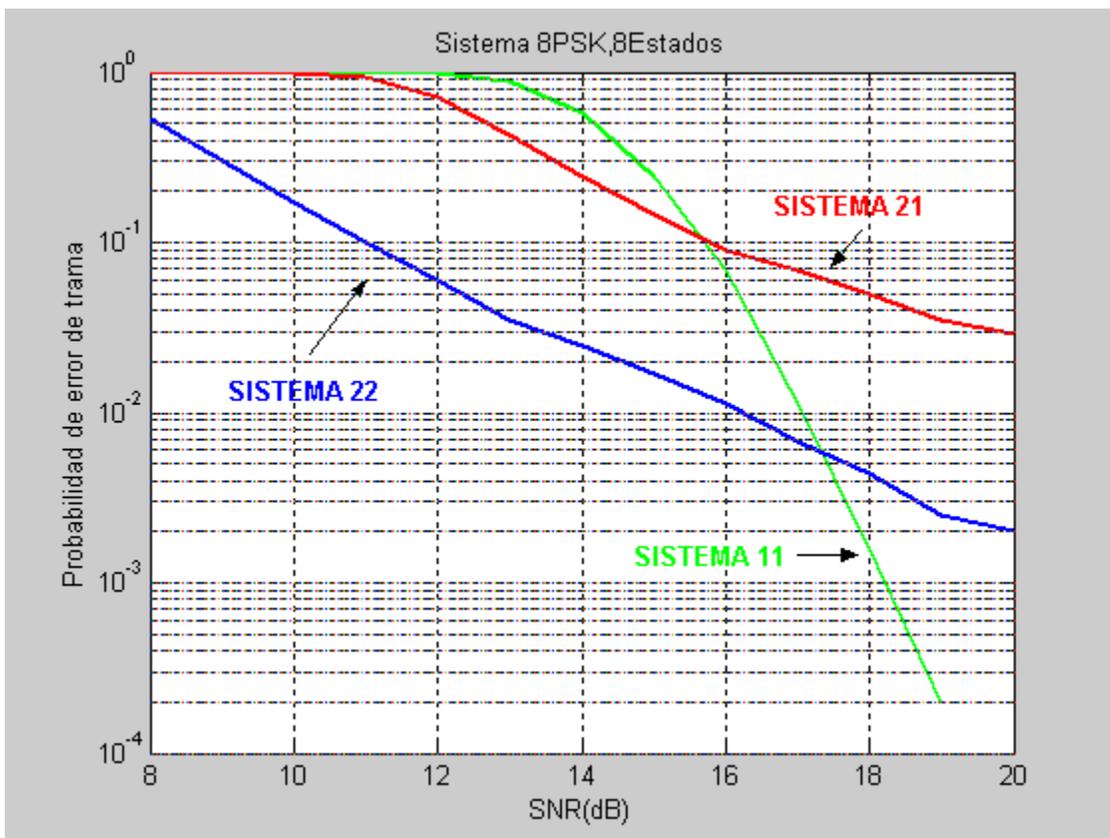


Figura 4.5. Comparativa de los sistemas 8PSK con 8 estados.

En este caso, el sistema 21 siempre presenta peores resultados que el 22, lo que es lógico, pues éste último proporciona la ganancia de la diversidad en antenas. Además, existe un rango para el cual el sistema 21 se comporta mejor que el 11, presentando una ganancia de codificación de hasta 2dB. El umbral hasta el cual emplear el sistema 21 supone mejoras se sitúa entorno a los 15dB. En el caso del sistema con dos antenas en transmisión, la ganancia de codificación asciende hasta 5dB en algunos casos y el umbral se sitúa alrededor de los 17dB de relación señal a ruido.

Para conseguir una probabilidad de error de 10^{-1} el sistema 22 necesita 11dB mientras que los otros dos requieren 16dB aproximadamente, lo que supone una ganancia de 5dB para el primer sistema.

Por último, la figura 4.6 muestra las gráficas de probabilidad de error de trama del sistema 4PSK con 8 estados.

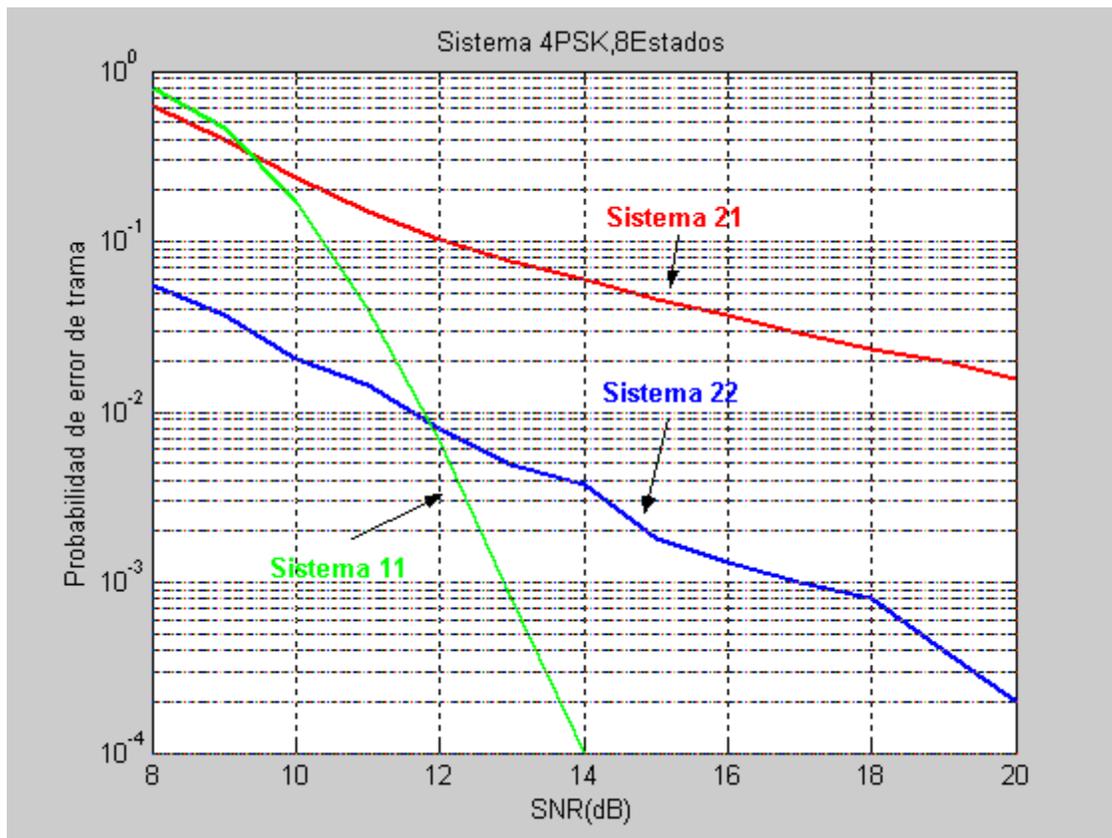


Figura 4.6. Comparativa de los sistemas 4PSK con 8 estados.

Como ocurre en el resto de los sistemas analizados, el sistema 22 proporciona mejores probabilidades de error que el resto de los sistemas mientras nos mantengamos por debajo del

umbral, en este caso 12dB. Frente al sistema 21, el 22 presenta una ganancia menor de 10dB para todo el rango de relación señal a ruido estudiado. Para conseguir una probabilidad de error de 0.05 el sistema 11 necesita 11dB mientras que el 22 requiere solamente 8dB, lo que supone una ganancia de codificación de 3dB en el mejor de los casos.

En general y como conclusión para todos los sistemas podemos decir que:

- Según aumenta el número de antenas lo hace la complejidad y el tiempo de procesado, nunca se pasa de más de dos antenas.
- Los sistemas con dos antenas en transmisión y dos en recepción proporcionan los mejores resultados en términos de probabilidad de error mientras nos mantengamos por debajo de una SNR umbral.

4.2.3. COMPARACIÓN SEGÚN LA CONSTELACIÓN

En este apartado compararemos los distintos sistemas según la constelación que se ha empleado en la modulación.

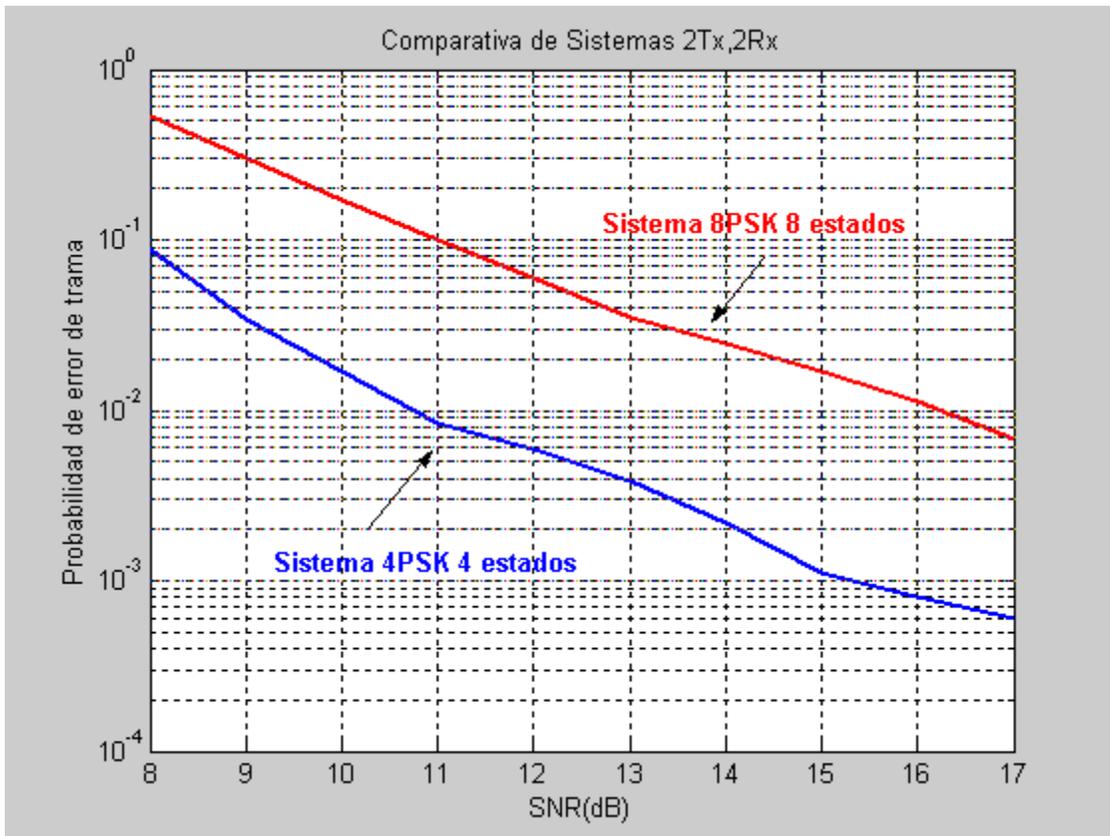


Figura 4.7. Comparativa de los sistemas con dos antenas en transmisión y dos en recepción.

En general, para todos los sistemas, independientemente del número de antenas, la modulación 4PSK proporciona mejores resultados en términos de probabilidad de error. Este hecho se debe a que los símbolos de dicha constelación están más separados entre sí que los de una constelación 8PSK. Al ser las regiones de decisión más amplias, la probabilidad de equivocarse al decidir en favor de un símbolo u otro es menor. Por otro lado, la implementación de modulación 8PSK resulta más compleja y costosa en términos de operaciones a realizar. Como ya se ha comentado anteriormente, al aumentar el número de estados, 4 para la 4PSK y 8 para la 8PSK, también aumenta el número de transiciones entre estados y con ello, el número de operaciones a realizar. Todo lo cual implica un aumento en el tiempo de procesado en el sistema 8PSK, aproximadamente el doble que el del 4PSK.

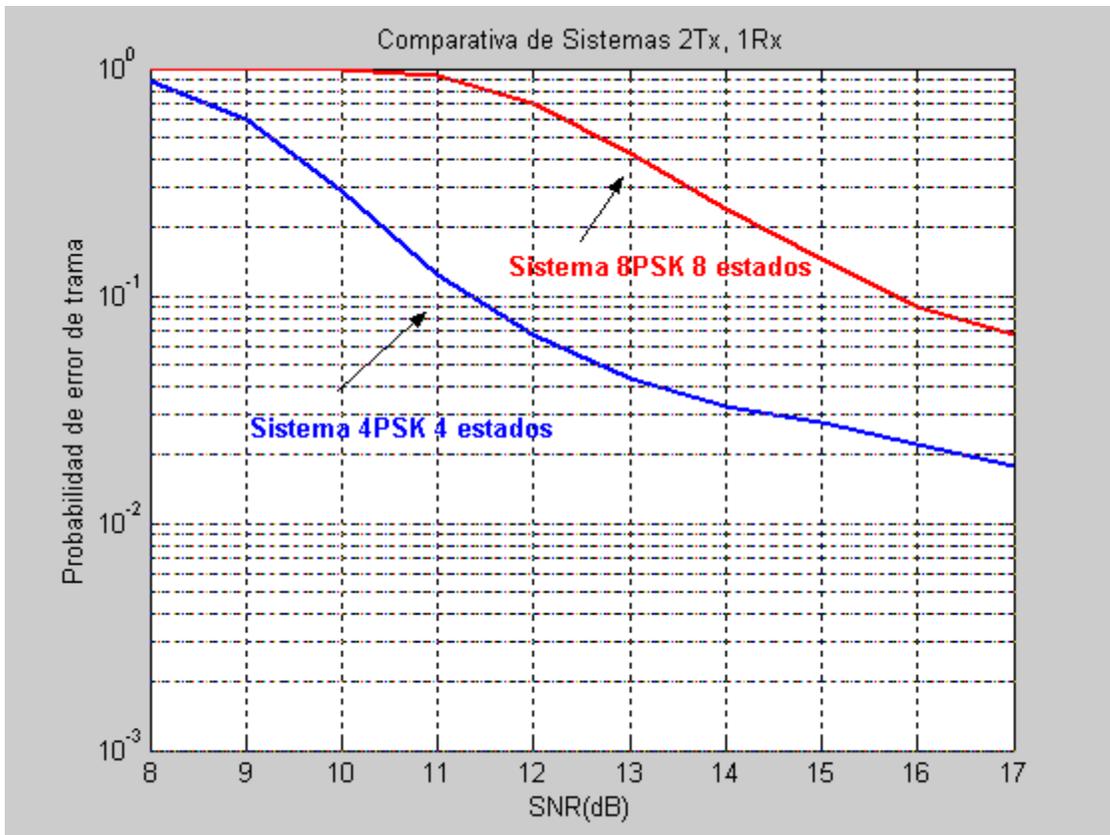


Figura 4.8. Comparativa de los sistemas con dos antenas en transmisión y una en recepción.

La figura 4.7 muestra los sistemas con dos antenas en transmisión y dos en recepción para las distintas constelaciones estudiadas, la 4PSK y la 8PSK. Para conseguir una probabilidad de error de trama de 10^{-2} se necesitan alrededor de 11dB para el sistema 4PSK, mientras que para el

8PSK la relación señal a ruido es cercana a los 16dB. Por tanto, la ganancia del primer sistema frente al segundo es menor que 5dB en todo el rango de SNR analizado.

La figura 4.8 muestra la comparativa entre los sistemas 21 para las dos modulaciones empleadas. En este caso, la ganancia del sistema 4PSK sobre el 8PSK ronda los 5dB para probabilidades de error entorno a 10^{-1} .

Por último, la figura 4.9 muestra los sistemas con una antena en transmisión y una en recepción. Como en los casos anteriores, es el sistema 4PSK el que proporciona mejores prestaciones. Las gráficas obtenidas son muy parecidas a las teóricas y la ganancia del sistema 4PSK frente al 8PSK es de unos 5dB.

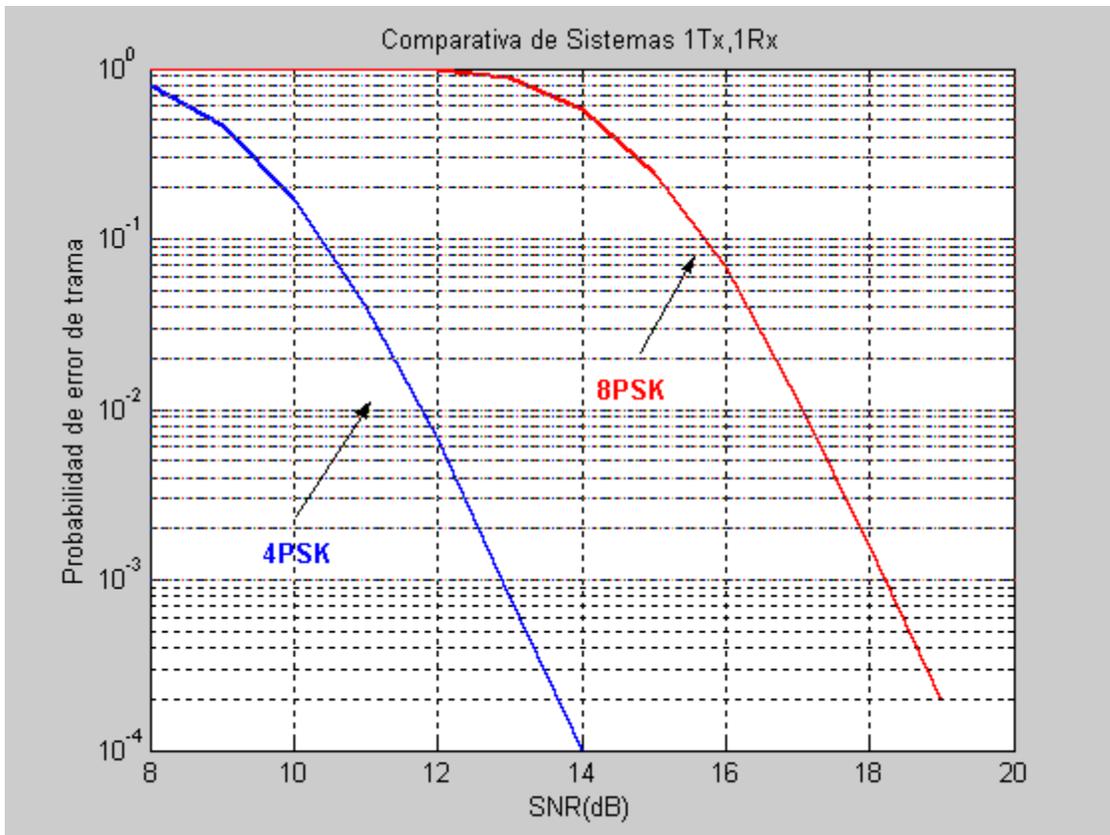


Figura 4.9. Comparativa de los sistemas con una antena en transmisión y una en recepción.

Como conclusiones para estos sistemas podemos decir que:

- La constelación 4PSK siempre proporciona mejores resultados que la 8PSK porque la distancia entre símbolos es menor.

- Para una constelación MPSK, la complejidad, el número de operaciones y el tiempo de procesado, aumentan según lo hace M .

4.2.4. COMPARACIÓN SEGÚN EL NÚMERO DE ESTADOS

Para completar el análisis de los códigos espacio-temporales de Trellis, vamos a comparar los sistemas 4PSK con distinto número de estados.

Teóricamente, según aumenta el número de estados disminuye la probabilidad de error de trama. Al mismo tiempo, aumenta la complejidad en la implementación de los sistemas y el tiempo de procesado. Sin embargo, como podemos observar en las figuras 4.10 y 4.11, existe sólo una región, para valores de SNR mayores que un determinado umbral, donde se produce la disminución en la probabilidad de error. Esto es coherente con lo que ocurre para otros códigos de canal [16]. Sólo para determinados rangos de la SNR resulta rentable utilizar esta codificación.

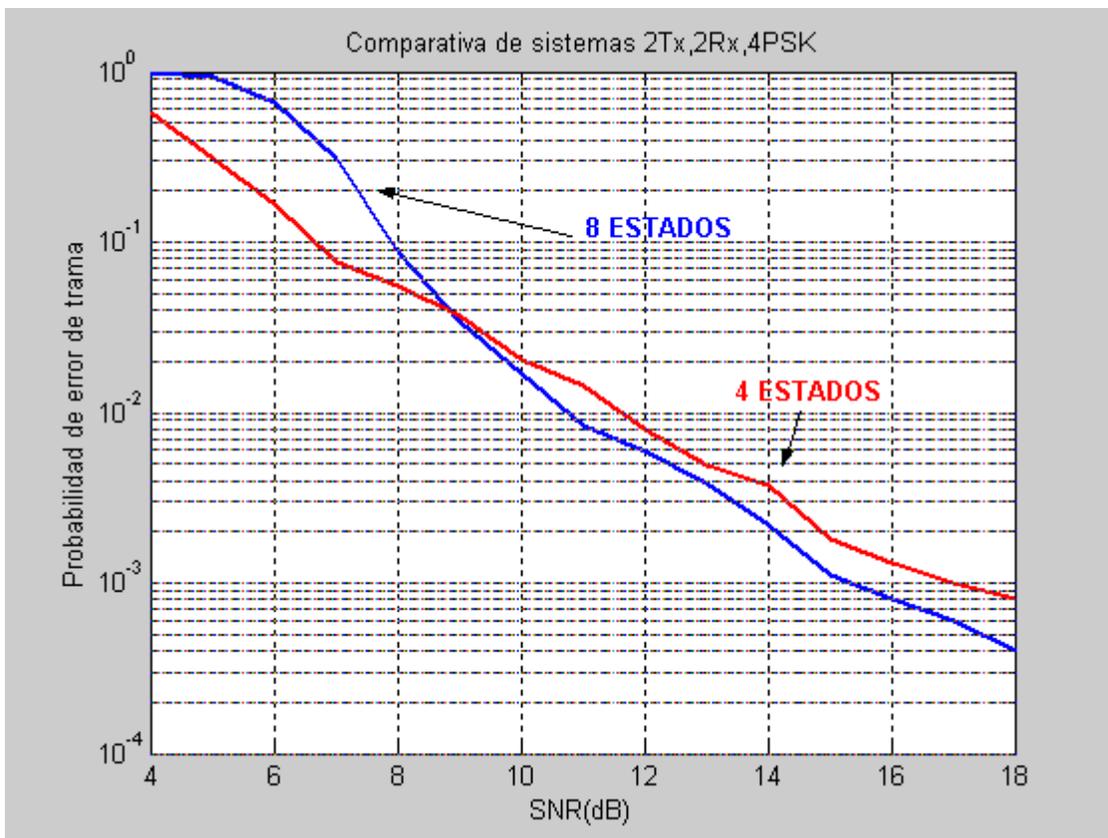


Figura 4.10. Comparativa de los sistemas 22, 4PSK.

La figura 4.10 muestra los sistemas 22 con 4 y 8 estados. En este caso, el umbral se encuentra entorno a los 9dB; para valores mayores de la relación señal a ruido resulta interesante emplear el sistema 8PSK. La ganancia conseguida no es muy elevada, de 1dB como máximo.

La figura 4.11 compara los sistemas 21. Al igual que en el caso anterior existe un umbral a partir del cual el sistema 8PSK es más eficiente, en particular, para una SNR entorno a los 10.5dB. Lo que ocurre para este sistema es similar al fenómeno que se produce en otros códigos de canal, como los de bloques, sólo es conveniente aplicar la codificación a partir de un determinado valor de SNR. Esto se justifica teniendo en cuenta que, al aumentar el número de estados, aumenta la complejidad del sistema, del mismo modo que ocurre al introducir redundancia con la codificación de canal. Por tanto, se necesita un valor mínimo de SNR tal que el sistema funcione adecuadamente soportando la complejidad introducida. En este caso se consiguen ganancias un poco mayores, alrededor de los 2dB.

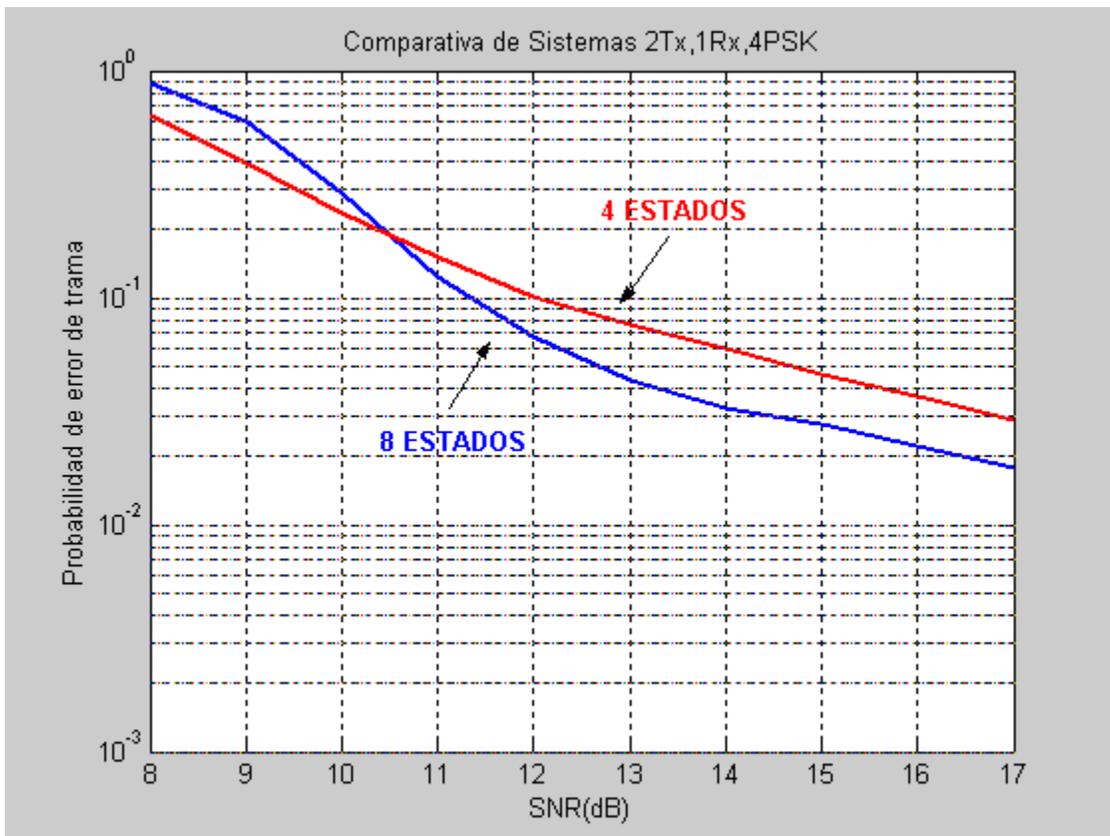


Figura 4.11. Comparativa de los sistemas 21, 4PSK.

Para concluir, se puede decir que :

- A medida que aumenta el número de estados aumenta la complejidad de la implementación, el número de operaciones y el tiempo de procesado.
- Cuanto mayor sea el número de estados mejores son las prestaciones de los sistemas. (Existen códigos 4PSK con 16, 32, 64 ... estados y cada uno mejora al anterior en términos de probabilidades de error de trama).

4.3. SISTEMAS DE CODIFICACIÓN ESPACIO-TEMPORAL DE BLOQUES

Como ya se estudió en el capítulo 3, los códigos espacio-temporales de bloques se utilizan para obtener ganancia de codificación de canal utilizando técnicas ortogonales, lo cual simplifica la descodificación aunque proporciona resultados más pobres que los obtenidos mediante codificación espacio-temporal de Trellis. Con este tipo de codificación de canal se cambia simplicidad en el receptor por eficiencia.

4.3.1. SISTEMA STBC CON UN NÚMERO VARIABLE DE ANTENAS

La figura 4.12 muestra las gráficas obtenidas para dos sistemas STBC con 1 y dos antenas en recepción respectivamente. Se ha implementado el caso en el que se utiliza una constelación 8PSK. Las mejoras que se obtendrían usando una 4PSK son similares a las que se han tenido en los códigos de Trellis. Como ya hemos visto en casos anteriores, el sistema 22 sólo reporta beneficios una vez se ha superado un determinado umbral de la SNR, en este caso, 21dB. A partir de ese límite, la ganancia que aporta dicho sistema es de unos 2dB.

Si comparamos con sistemas similares que utilizan codificación de Trellis, figura 4.13, podemos observar que para obtener valores similares de probabilidad de error se necesitan más decibelios de relación señal a ruido. Por ejemplo, para obtener una probabilidad de orden de 0.2 en un sistema 8PSK 22 se necesitan menos de 10dB, mientras que con un sistema STBC 22 hacen falta más de 20dB. En el caso de los sistemas 21 las diferencias no son tan drásticas; para obtener una probabilidad de orden de 0.2 en un sistema 8PSK 21 se necesitan entre 14 y 15dB, mientras que con un sistema STBC 21 son necesarios entre 19 y 20dB.

Si comparamos los tiempos de ejecución, los sistemas STBC son mucho más rápidos, del orden de tres veces mayor velocidad para analizar el mismo número de tramas de 130 símbolos. El inconveniente de necesitar mayor relación SNR se compensa con la mayor velocidad de procesamiento y simplicidad de la descodificación. Como ya se explicó en el capítulo 3, el uso de códigos orto-

gonales desacopla el problema de descodificación en otros dos mucho más simples, de ahí el menor número de operaciones a realizar y por tanto, el aumento de velocidad.

En conclusión y comparados con los sistemas que emplean codificación espacio-temporal de Trellis, diremos que:

- Los códigos STBC son más rápidos de ejecutar y sencillos de implementar que los de códigos ST de Trellis.
- Se necesitan mayores SNR para conseguir las mismas prestaciones, en términos de probabilidad de error de trama, que en los sistemas ST de Trellis.
- Sólo resulta conveniente emplear codificación de canal espacio-temporal de bloques cuando nos encontramos por encima de un umbral de SNR.

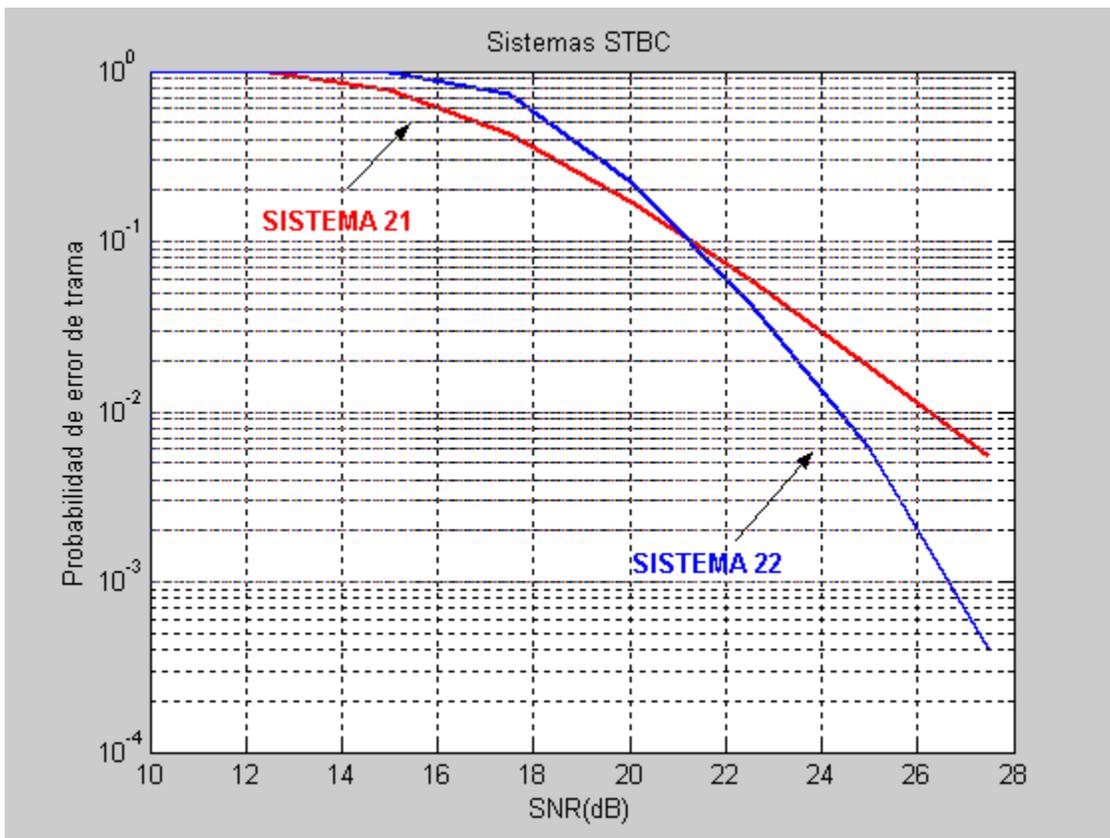


Figura 4.12. Comparación de sistema STBC para un número variable de antenas.

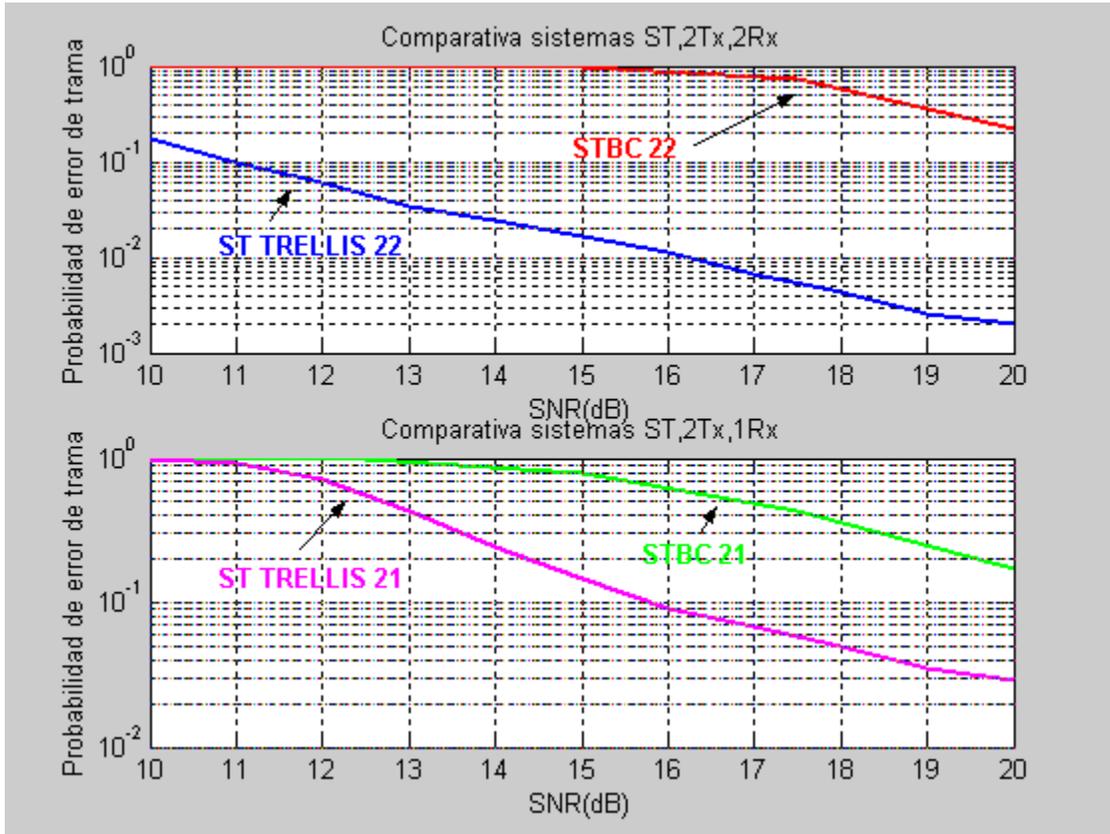


Figura 4.13. Comparativa de sistemas espacio-temporales.

4.3.2. SISTEMA DE CANCELACIÓN DE INTERFERENCIAS

Una de las aplicaciones de los códigos espacio-temporales de bloques es la cancelación de interferencias en entornos multiusuario. En este proyecto se ha desarrollado un sistema con dos usuarios que emplean un sistema STBC 22 con modulación 8PSK cada uno. El primer usuario es del que se pretende recibir la información y el segundo se considera el usuario interferente. Se ha implementado la solución MMSE para la cancelación de interferencias.

Calcularemos la relación señal a ruido como la varianza de la señal del usuario principal entrante a cada antena de recepción dividido por la varianza del ruido. Del mismo modo, se define la relación señal a interferencia como el cociente entre la varianza de la señal de información y la varianza de la señal interferente.

Como en experimentos anteriores, analizamos entre 10000 y 100000 tramas de 130 símbolos, dependiendo del valor de probabilidad de error. Para cada valor de la SIR variamos el rango de la SNR entre 10 y 28 dB.

La figura 4.15 muestra las gráficas obtenidas.

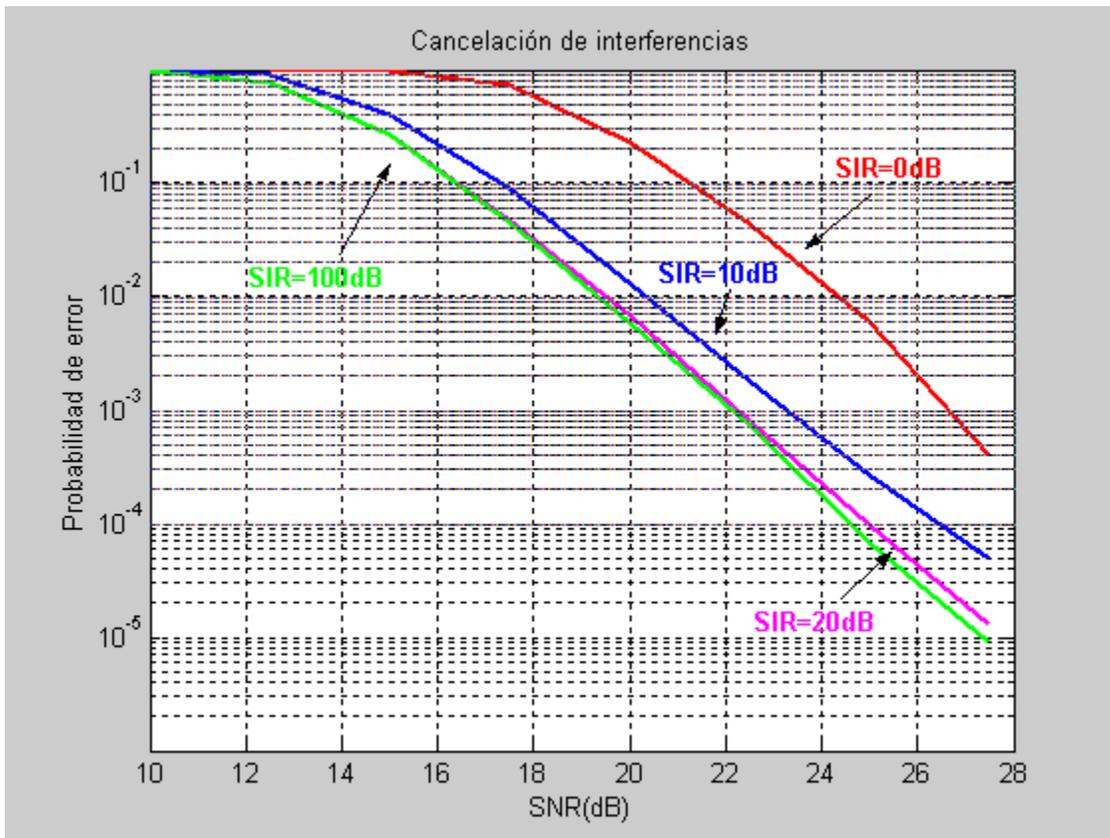


Figura 4.15. Sistema STBC de cancelación de interferencias.

Aproximadamente las curvas descienden con la misma pendiente. Como es lógico, a medida que aumenta la relación señal a interferencia, es decir, cuanto menor potencia tiene la interferencia, mejores son los resultados obtenidos.

La curva de SIR =0dB, es decir, aquel sistema en el que se recibe al usuario principal y al interferente con la misma potencia, indica que se necesitan unos 24dB para conseguir probabilidades de error del orden de 10^{-2} . En el caso de SIR =10dB se necesitan entorno a los 20dB, lo que supone una ganancia de 4dB respecto del sistema anterior. Comparando con la curva de SIR =20dB, la ganancia respecto al sistema con SIR =0dB ronda los 5dB.

El caso en el que SIR =100dB se considera como sistema sin interferencias. Las diferencias con respecto a la curva de 20dB son muy pequeñas y se muestra una imagen ampliada en la figura 4.16.

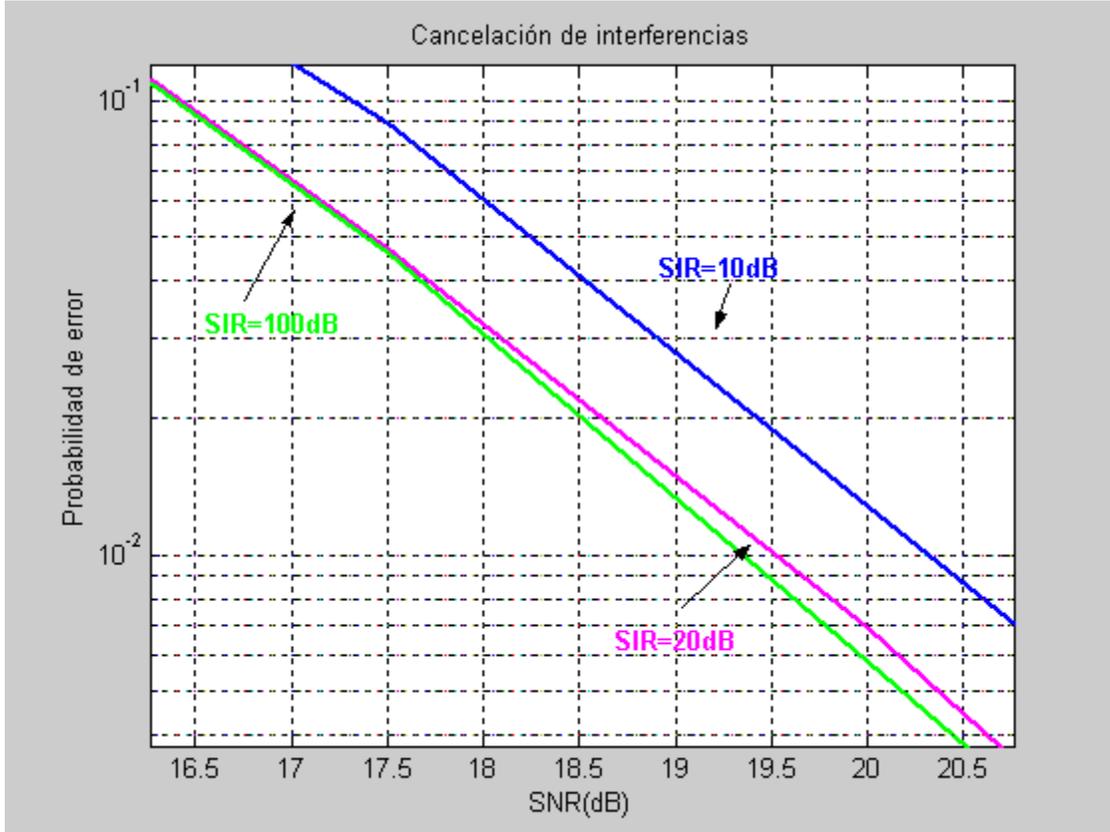


Figura 4.16. Detalle ampliado del sistema de cancelación de interferencias.

Para finalizar concluiremos que:

- Los sistemas STBC son una técnica efectiva para la cancelación de interferencias.
- Según aumenta la SIR mejoran las prestaciones del sistema, obteniéndose valores razonablemente buenos para una SIR cercana a los 10dB.