

CAPÍTULO 2

MODELO Y CONTROL DE UN MINI-HELICÓPTERO

2.1 INTRODUCCIÓN

Empezaremos planteando un modelo de helicóptero así como una simulación del mismo en “tiempo normal”.

Un helicóptero es un sistema inestable y multivariable (cuenta con más de 17 estados). Además, presenta dinámicas acopladas. Por ello tenemos la necesidad de un modelo no lineal y complejo para simulación (modelo teórico), pero que a su vez sea razonablemente sencillo para el diseño de métodos modernos de control [4].

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS MINI-HELICÓPTEROS

La dinámica del helicóptero debe ser modelada para ser controlado de manera que se comporte como una plataforma móvil estable.

Podríamos emplear el Filtro de Kalman para la estimación de estados y así hacer posible la realización de maniobras extremas (agilidad).

Además tendríamos la posibilidad de realizar empujes negativos (vuelo invertido), maniobras controladas completamente por PC, obtener sensibilidad a las perturbaciones atmosféricas (para ello se requiere de un control de banda ancha – piloto versado) [4].

2.2.1 Escalamiento

El *escalamiento* es una de las características de los mini-helicópteros [4]:

- los momentos de inercia decrecen con una quinta potencia del factor de escala,
- el empuje del rotor decrece con una tercera potencia del factor de escala,
- además existe una alta razón empuje/peso, lo que acentúa los efectos de escalamiento.

Los métodos de escalamiento son [4]:

- Froude: similitud en las dinámicas

- Mach: similitud en la velocidad

2.2.2 Aspectos del modelado

Para realizar la simulación en “tiempo normal” se obtiene un modelo en Matlab/Simulink para un mini-helicóptero X-Cell. Para ello haremos uso de algunos bloques de AeroSim blocksets.

Algunos parámetros se miden, pero otros deben ser estimados (ajuste del modelo). Algunos métodos de estimación de dichos parámetros son:

- CIFER (Comprehensive Identification from Frequency Responses)
- MOSCA (Modeling for Flight Simulation and Control Analysis)

También se hace uso de cuaterniones en el modelo para la simulación en actitudes extremas.

Además, podemos utilizar la información de la dinámica de helicópteros grandes. Es innecesario, no obstante, considerar algunos aspectos del modelado de helicópteros de escala completa porque por ejemplo:

- los modelos normalmente son complejos e inexactos
- son de un orden grande y contienen un gran número de parámetros que no pueden medirse directamente
- se requiere un proceso largo de refinamiento y validación
- no garantiza que se consideren las diferencias con los mini-helicópteros

El modelo lineal captura con precisión la dinámica del vehículo para una amplia región alrededor del punto de observación.

Las grandes fuerzas y momentos generados por las entradas de control cuasi-instantáneas son más predominantes que las interacciones complejas entre la estela del rotor y el fuselaje o la cola. Es decir, estas fuerzas y momentos dominan la respuesta dinámica en mini-helicópteros [4].

Lo anterior simplifica significativamente la tarea de modelado.

Asumiremos que el centro de presión del fuselaje coincide con el centro de

gravedad.

Las dinámicas del flujo inducido (*inflow*) son despreciables. Además, la interacción entre la estela del rotor y el fuselaje o cola no es tan crítica.

Los mini-helicópteros poseen barras estabilizadoras para un mejor control de la *actitud* (la respuesta es más lenta al control cíclico, menor número de Lock: relación entre las fuerzas aerodinámicas y las fuerzas inerciales).

Los sistemas electrónicos de estabilización (como por ejemplo “Bell Stabilizer Bar”, “Hiller servo rotor”, “Lockheed Rotor System”) están reemplazando los sistemas mecánicos.

La cabeza del rotor es relativamente más rígida, permitiendo grandes momentos en el control del rotor.

El mini-helicóptero Yamaha R-50 es dinámicamente más similar a un helicóptero de escala completa.

Un resumen de las características del modelo sería [4]:

- estructura simple en bloques
- rotor modelado con una dinámica TTP (“tip-path-plane”) de primer orden
- barra estabilizadora como rotor secundario
- acoplamiento de la barra estabilizadora al rotor por medio de un modelo combinado con significado físico
- los incrementos del control cíclico se encuentran sólo en las ecuaciones de movimiento del rotor
- fuerzas y momentos del rotor expresados por medio de los estados de batimiento (“*flapping*”) del rotor

2.2.3 Cuaterniones

Como se dijo anteriormente, se hace uso de cuaterniones en el modelo para la simulación en actitudes extremas, así que haremos un breve resumen de éstos.

Un vector cuaternión representa una rotación de un vector unitario (μ_x, μ_y, μ_z) en

torno a un ángulo θ . Un quaternion unitario tiene magnitud unitaria y puede ser escrito de la siguiente forma vectorial:

$$q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2)\mu_x \\ \sin(\theta/2)\mu_y \\ \sin(\theta/2)\mu_z \end{bmatrix}$$

Una forma alternativa de representar un quaternion es mediante un número complejo,

$$q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3$$

donde, a efectos de multiplicación,

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1 \quad ij = -ji = k \quad jk = -kj = i \quad ki = -ik = j$$

La ventaja de representar el quaternion de este modo es la facilidad con la cual el producto de quaterniones puede representar la transformación resultante después de dos o más rotaciones.

El quaternion que representa la rotación en torno a los ángulos de Euler viene dado por,

$$q = q_\phi q_\theta q_\psi = (\cos(\phi/2) - i \sin(\phi/2))(\cos(\theta/2) - j \sin(\theta/2))(\cos(\psi/2) - k \sin(\psi/2))$$

Expandiendo la precedente expresión obtenemos los siguientes cuatro elementos quaterniones:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi/2)\cos(\theta/2)\cos(\psi/2) + \sin(\phi/2)\sin(\theta/2)\sin(\psi/2) \\ \sin(\phi/2)\cos(\theta/2)\cos(\psi/2) - \cos(\phi/2)\sin(\theta/2)\sin(\psi/2) \\ \cos(\phi/2)\sin(\theta/2)\cos(\psi/2) + \sin(\phi/2)\cos(\theta/2)\sin(\psi/2) \\ \cos(\phi/2)\cos(\theta/2)\sin(\psi/2) - \sin(\phi/2)\sin(\theta/2)\cos(\psi/2) \end{bmatrix}$$

Una de las ventajas de usar quaterniones es la reducción de variables dinámicas, es decir, pasamos de tener seis variables en la *direction cosine matrix* a tener cuatro usando quaterniones, y la eliminación de posibles singularidades en ecuaciones de tres ángulos de Euler variables (“*gimbal lock*”). Algunas desventajas serían la aparición de términos no lineales en el resultado, así como la necesidad de re-normalizar en ciclos computacionales para mantener ciertas propiedades para los DCMs [4].

2.2.4 Direction Cosine Matrix (DCM)

La *Direction Cosine Matrix* es la matriz de rotación para pasar del sistema de ejes inerciales al sistema de ejes cuerpo:

$$DCM = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

2.3 CASO DEL MINI-HELICÓPTERO X-CELL

El mini-helicóptero X-Cell se comporta dinámicamente como se ha descrito anteriormente.

Las características positivas del X-Cell se deben a que cuenta con una cabeza del rotor rígida y sin bisagras, lo cual permite la transmisión de grandes momentos del rotor al fuselaje, una razón empuje/peso grande (2 a 3) para mayores aceleraciones y factores de carga en giros cerrados, y una velocidad grande del rotor.

El modelo cubre condiciones de vuelo desde estacionario (“hover”) hasta velocidades de 20 m/s.

El pequeño “advance ratio” $\mu = 0.15$ permite considerar que el empuje es perpendicular al disco del rotor [4].

2.4 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DEL CUERPO RÍGIDO

El helicóptero es un vehículo que es libre para rotar y trasladarse simultáneamente en los seis grados de libertad (6 DOF), los cuales son: balanceo (*rolling*), cabeceo (*pitching*), guiñada (*yawing*), (estos 3 conocidos como ángulos de Euler), *surging*, *swaying* y *heaving*. Las dinámicas del cuerpo rígido de este tipo de vehículos vienen descritas por las ecuaciones de movimiento Newton-Euler. Existen dos sistemas de referencia, los cuales son usados generalmente para determinar el movimiento del helicóptero: el sistema de ejes cuerpo y el sistema inercial. Las ecuaciones de movimiento con respecto al sistema de referencia de ejes cuerpo son:

$$m \dot{\mathbf{v}} + m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}) = \mathbf{M} \quad (2)$$

donde $\mathbf{v} = [u \ v \ w]^T$ es el vector de velocidades del cuerpo, $\boldsymbol{\omega} = [p \ q \ r]^T$ es el vector de velocidades angulares, $\mathbf{F} = [X \ Y \ Z]^T$ es el vector de momentos externos,

m es la masa del helicóptero e I es el tensor inercial. Las fuerzas externas y los momentos son producidos por el rotor principal y el rotor de cola, las fuerzas gravitacionales, y las fuerzas aerodinámicas creadas por el fuselaje y las superficies de cola. La fuerza más potente es la debida al rotor principal.

Tenemos tres ecuaciones diferenciales que describen el movimiento translacional del helicóptero (3) alrededor de los ejes del sistema de referencia de ejes cuerpo con origen en el centro de gravedad del vehículo, que derivan de (1), que son como sigue:

$$\begin{aligned}\dot{u} &= vr - wq - g \sin(\theta) + (X_{mr} + X_{fus})/m \\ \dot{v} &= wq - ur + g \sin(\phi) \cos(\theta) + (Y_{mr} + Y_{fus} + Y_{tr} + Y_{vf})/m \\ \dot{w} &= uq - vp + g \cos(\phi) \cos(\theta) + (Z_{mr} + Z_{fus} + Z_{ht})/m\end{aligned}\quad (3)$$

donde ϕ es el ángulo de balanceo, θ es el ángulo de cabeceo y g es la aceleración de la gravedad. De un modo similar, de la ecuación (2) se derivan las siguientes tres ecuaciones ordinarias diferenciales que describen el movimiento rotacional del helicóptero (4); como se puede apreciar, estas ecuaciones no dependen del sistema de referencia.

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})I_{zz} - I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}qr + \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}pq + \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}L + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}N \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}pr - \frac{I_{xz}}{I_{yy}}(p^2 - r^2) + \frac{1}{I_{yy}}M \\ \dot{r} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})I_{xx} - I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}pq + \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}qr + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}L + \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}N\end{aligned}\quad (4)$$

donde $L = L_{mr} + L_{vf} + L_{tr}$, $M = M_{mr} + M_{ht}$, $N = -Q_e + N_{vf} + N_{tr}$. Los subíndices correspondientes a las fuerzas y momentos aquí representados son: rotor principal (mr), rotor de cola (tr), fuselaje (fus), y los estabilizadores; superficie vertical (vf) y cola horizontal (ht). Q_e es el par producido por el motor para contrastar el par aerodinámico en las palas del rotor principal. Para las ecuaciones de arriba, asumimos que el centro de presión del fuselaje coincide con el centro de gravedad, por lo tanto, los momentos creados por las fuerzas aerodinámicas del fuselaje no se tendrán en cuenta. Ver [5] para más detalles sobre las expresiones de las fuerzas y momentos.

Las seis anteriores ecuaciones diferenciales de primer orden constituyen las ecuaciones del cuerpo rígido. A partir de ellas podemos calcular la posición inercial (x, y, z) y los ángulos de Euler (ϕ, θ, ψ), usando las transformaciones adecuadas. Los ángulos de Euler nos proporcionan información acerca de la *actitud*.

Resolviendo las tres siguientes ecuaciones diferenciales podemos conocer la posición inercial a partir de las velocidades del cuerpo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

donde $\mathbf{R}$ es la transformación de un sistema de referencia de ejes cuerpo a uno inercial, y $c\theta$ y $s\theta$ simbolizan $\cos\theta$ y $\sin\theta$, respectivamente. La matriz de rotación $\mathbf{R}$ posee las siguientes propiedades importantes [4]:

- Se puede describir mediante el producto de matrices de rotación individuales.
- Es una matriz ortogonal.
- Su determinante es la unidad.

Finalmente, para determinar los ángulos de Euler a partir de las velocidades angulares, usamos las siguientes transformaciones [4]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (7)$$

Extensión del Modelo del Cuerpo Rígido

Para mejorar el modelo del cuerpo rígido con exactitud se tienen en cuenta los efectos de alto orden, los cuales están unidos a las dinámicas del cuerpo rígido. Estas extensiones son dinámicas del rotor, y dinámicas del motor y de los actuadores. Las primeras son críticas porque en el X-Cell las fuerzas y momentos del rotor principal dominan en gran parte la respuesta dinámica. Las pareja de ecuaciones del rotor y la barra estabilizadora (control aplicado sobre el helicóptero para estabilizar el mismo) están englobadas en una ecuación de movimiento de primer orden. Este procedimiento se hace para ambos ángulos de batimiento (“*flapping*”), tanto lateral (b_1) como longitudinal (a_1), según el modelo de rotor *tip-path-plane*. Las expresiones vienen expresadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 &= -p - \frac{b_1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_e} \frac{\partial b_1}{\partial \mu_v} \frac{v - v_w}{\Omega R} + \frac{B_{\delta lat}}{\tau_e} \delta_{lat} \\ \dot{a}_1 &= -q - \frac{a_1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_e} \left(\frac{\partial a_1}{\partial \mu} \frac{u - u_w}{\Omega R} + \frac{\partial a_1}{\partial \mu_z} \frac{w - w_w}{\Omega R} \right) + \frac{A_{\delta lon}}{\tau_e} \delta_{lon} \end{aligned} \quad (8)$$

donde $B_{\delta_{lat}}$ y $A_{\delta_{lon}}$ representan las ganancias efectivas de estado estacionario desde las entradas cíclicas a los ángulos de flapping del rotor principal; δ_{lat} y δ_{lon} son las entradas de control cíclico lateral y longitudinal; u_w , v_w y w_w son las componentes del viento a lo largo de los ejes X, Y y Z (según un sistema de coordenadas que se mueve junto al helicóptero); τ_e es la constante de tiempo efectiva del rotor, para un rotor con una barra estabilizadora. Las derivadas parciales se aproximan por algunas funciones, las cuales son determinadas experimentalmente. Ver [5] para más detalles.

Las otras entradas δ_{col} y δ_{ped} no aparecen explícitamente en ninguna de las ecuaciones aquí citadas, pero son usadas para el cálculo del empuje del rotor principal y el rotor de cola (T_{mr} y T_{tr} respectivamente). Esto incluye un cálculo iterativo de los coeficientes de empuje, el cual viene incluido en el modelo de simulación.

La dinámica de la velocidad del rotor también se modela, incluyendo un regulador electrónico para regular la velocidad del rotor simplemente cambiando la palanca de gases (*throttle*). Es interesante resaltar que la velocidad del rotor no es constante; esto se incluye en la dinámica tal y como se propone en [5].

Los actuadores son modelados de manera precisa mediante funciones de transferencia de tercer orden para las entradas del colectivo y del cíclico (lateral y longitudinal). Se usa además una función de transferencia de segundo orden para la entrada de los pedales. No será necesaria ninguna dinámica de flujo (es decir, dinámica para describir el flujo de aire que entra en el rotor), porque el tiempo de establecimiento del flujo es significativamente más rápido que la dinámica del cuerpo rígido.

Las ecuaciones (3), (4), (5), (7) y (8) constituyen el modelo matemático para el X-Cell. Las ecuaciones de cinemática rotacional (7) se calculan usando cuaterniones (4 ecuaciones diferenciales). Por lo tanto, se incluyen quince variables de estado en las ecuaciones (3), (4), (5), (7), (8). Añadiendo un estado para la velocidad del rotor y un estado para el error de seguimiento de velocidad del rotor, el modelo completo tiene diecisiete variables de estado. Este modelo matemático es implementado en Matlab/Simulink. Para nuestras simulaciones, el consumo de combustible se mantiene constante y se considera que la masa total (m) decrece con el tiempo [4].

2.5 ESTRUCTURA GENERAL DE CONTROL

Varios tipos de modalidades de control han sido ya testeados para los helicópteros sin piloto. A cada modalidad de control se le ha asignado un nombre de acuerdo con las variables de estado que han sido consideradas como salida. Por ejemplo, para mantener un helicóptero en una cierta posición, se utiliza la modalidad de control posición/dirección (x, y, z, ψ). Esta modalidad de control requiere que nos

sea dada la información de posición, disponible con el uso del *Global Positioning System* (GPS). En el caso en que no dispongamos de un GPS, una modalidad de control del tipo *actitud/altitud* (ϕ , θ , ψ , z) sería mayormente deseable para estabilizar la aeronave ya que el sistema de navegación inercial de abordo (INS) será aún capaz de proporcionar la información de *actitud*, mientras un altímetro proporcionará información sobre la cuota. Otra modalidad de control llamada posición/deslizamiento (x , y , z , β), viene utilizada en virtud de la separación del movimiento traslacional y rotatorio que se obtiene manteniendo β próximo a cero. Tal separación es particularmente deseable (modalidad de vuelo coordinada) ya que los sistemas de control diseñados son diagonales (la variación de cada variable de entrada al sistema a controlar viene diseñada para controlar una variable de estado del mismo sistema) y no consideran efectos no diagonales internos al sistema a controlar.

El helicóptero X-Cell está equipado con un sistema de control remoto manejado por un piloto humano para mantener una *actitud* deseada, como sucede para cada aeronave VTOL, que viene maniobrada controlando los ángulos de Euler. El sistema de control que aquí presentamos tiene como objetivo sustituir la acción del piloto por un sistema de control automático, usando una estrategia de modalidad de control del tipo *actitud/altitud* [4].

Con un sistema de control más externo será además posible controlar y mover el helicóptero en una posición específica, inclinándolo en un modo adecuado que permita desplazar la dirección de empuje del rotor principal en dirección longitudinal o lateral, en modo de producir fuerzas horizontales suficientes para provocar el desplazamiento. De hecho, cuanto mayor es el ángulo de cabeceo y de balanceo, mayor será el empuje longitudinal y lateral producido, respectivamente. Hemos de recordar, en lo que se refiere a la convención usada para los signos, que un ángulo negativo de cabeceo produce un empuje positivo en dirección X, mientras que un ángulo positivo de balanceo produce un empuje positivo en dirección Y.

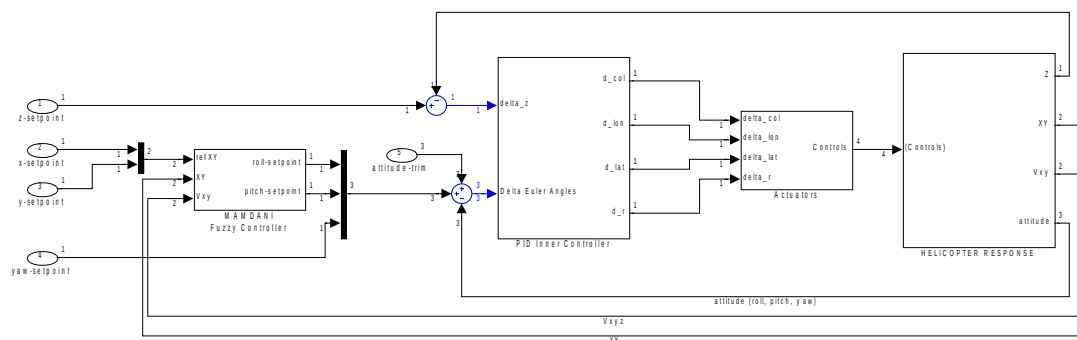


Figura 2.1: Esquema detallado de cómo vienen combinados el controlador PID y el controlador Fuzzy

Controlador PID del bucle interno

En el esquema de la figura precedente se pueden distinguir con claridad un bucle interno de control, en el cual se utiliza un bloque de controladores PID para la altitud y la *actitud*, y un bucle externo de control, en el cual viene utilizado un controlador Fuzzy para el control de la posición horizontal.

El bloque de controladores PID, tal y como se muestra en la figura 2.2, está formado por 4 controladores PID independientes, uno para cada ángulo de Euler (ϕ , θ , ψ) y uno para la altitud.

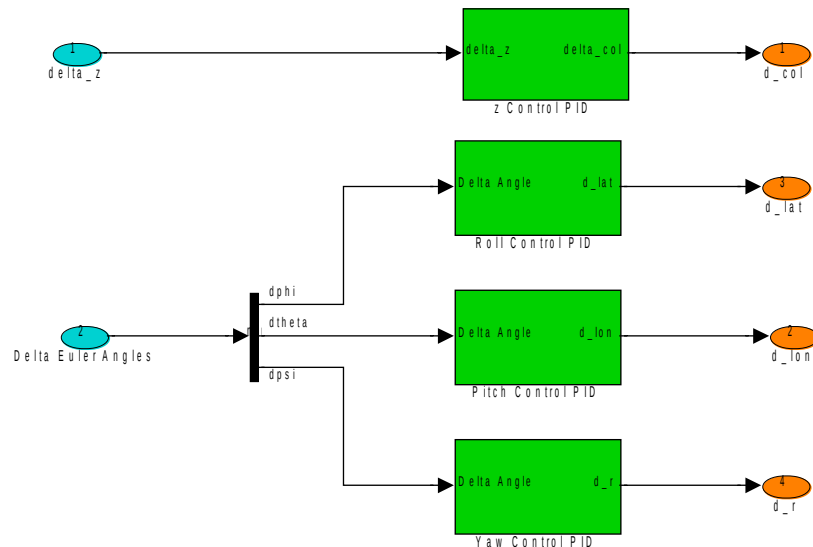


Figura 2.2: Estructura del controlador PID

Los controladores PID se utilizan ya que proporcionan buenas prestaciones en muchas aplicaciones del mundo real, incluso en aquellas que tienen que ver con el control de un helicóptero; son convenientes sobretodo por su simplicidad y porque proporcionan la mínima cantidad de realimentación necesaria para estabilizar las variables controladas. En el diseño del controlador PID, necesitaremos además tener en cuenta la excursión máxima (rango) de los actuadores para evitar la saturación de los mismos.

La sintonización es difícil debido al fuerte acoplamiento entre las variables de estado. Los cuatro controladores PID tienen que ser sintonizados a la vez. Inicialmente, será suficiente introducir los feedback proporcionales adecuados en todos los bucles para estabilizar los ángulos de *actitud* y forzar la posición Z a un valor lo más próximo posible al valor deseado. Al principio, es importante encontrar las ganancias convenientes para los controladores de altitud y de guiñada, dejando unas pequeñas ganancias para los otros dos controladores. Una vez conseguida una dinámica estable, tendrán que incrementarse las ganancias proporcionales para así reducir el offset. Sin embargo, el offset sólo será eliminado si introducimos la parte

integral, con una ganancia pequeña para evitar inestabilidad. Es necesario añadir una parte derivativa para mejorar la estabilidad e incrementar las ganancias integrales, y por lo tanto, obtener un buen comportamiento para cada variable controlada. Finalmente, todos los controladores tienen componentes proporcional, integral y derivativa, cuyas ganancias son ajustadas mediante ensayo-error (*trial and error*). Sería conveniente hacer notar que no es fácil obtener buenos resultados; estos serán garantizados cumpliendo una serie de criterios tales como el tiempo de asentamiento, es decir tiempo que emplea en alcanzar un cierto tanto por ciento de la referencia (< 20s), la sobreoscilación, que es cuando vamos por encima de la referencia antes de alcanzarla (< 20%) y el error en régimen permanente o lo que es lo mismo, el error en estado estacionario (<1%). Aún así, el procedimiento entero es completamente experimental [4].

Nota.- Debido a los fuertes efectos de acoplamiento, no es posible usar ninguna de las ya conocidas técnicas de ajuste de PID. Por este motivo, usamos un procedimiento experimental como hemos dicho anteriormente.

La función de transferencia considerada para cada controlador PID es del tipo:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (9)$$

Las ganancias elegidas para cada controlador se muestran en la siguiente tabla [4]:

	Kp	Ki	Kd
PID-altitud	3	0.2	0.6
PID-balanceo	3	0.5	0.2
PID-cabeceo	3	1	0.2
PID-guiñada	10	1.5	10

Tabla 2.1: Valores de ganancia para cada controlador PID

Control de la posición horizontal

Se utiliza un controlador Fuzzy de tipo Mamdani para controlar la posición x,y del helicóptero. Este tipo de controlador es de naturaleza heurística y refleja la experiencia de un piloto humano.

Se ha utilizado la aproximación de Mamdani en lugar de la de Takagi-Sugeno ya

que permite una mejor transformación de las indicaciones provenientes del conocimiento experimental del piloto en reglas para la síntesis del controlador, conocimiento proveniente de la misma experiencia acumulada por el piloto durante el manejo del sistema controlado sólo con el bucle interno dirigido por el PID en vuelos reales del mini-helicóptero (ver ref. Artículo Vélez). El controlador Fuzzy, además, no requiere un conocimiento matemático del modelo del helicóptero controlado con el PID y, contemporáneamente, permite afrontar los problemas relacionados con la presencia de efectos de acoplamiento (influencia recíproca) entre las variables de estado. La aproximación de Takagi-Sugeno resultaría poco práctica ya que la naturaleza del sistema es fuertemente no-lineal, incluso aproximando el sistema por un conjunto de modelos matemáticos linealizados.

En la figura 2.3 mostramos la estructura del controlador:

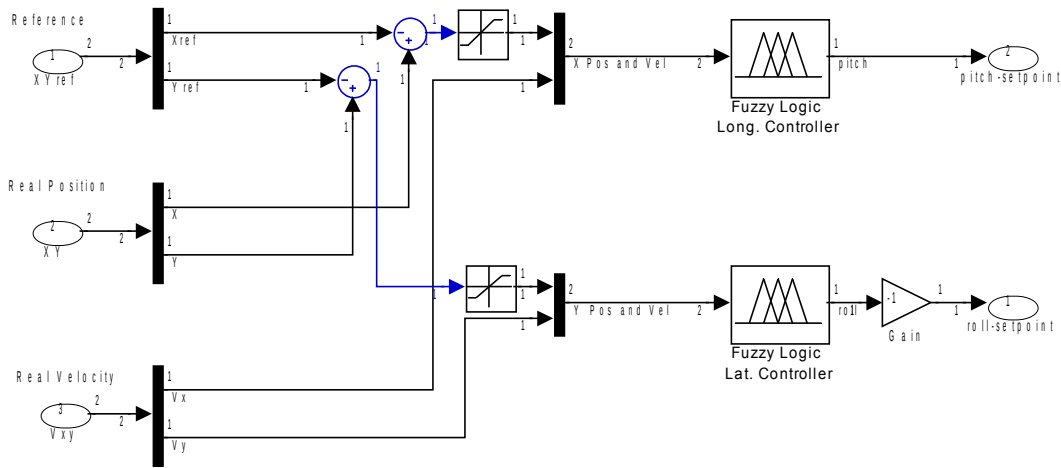


Figura 2.3: Estructura del controlador Fuzzy de tipo Mamdani

Un punto clave en el diseño de controladores Fuzzy de tipo Mamdani son las condiciones de trim. Se dice que un helicóptero está en trim si todas las fuerzas, aerodinámica y gravitaciones, y los momentos aerodinámicos que actúan sobre el helicóptero en torno a su centro de gravedad están en equilibrio. Es importante hacer notar que las condiciones de trim de los sistemas no dependen de las posiciones, velocidades y guiñada. Una explicación detallada del cálculo de las condiciones de trim viene dado en [5]. Se obtienen seis valores como condiciones de trim: δ_{col}^T , δ_{ped}^T , a_1^T , b_1^T , θ^T y ϕ^T . En nuestro caso, es importante conocer las dos últimas, ya que estos valores nos permiten obtener las posiciones lateral y longitudinal en estado estacionario.

Para calcular la condición de trim, es necesario aproximar las expresiones para la fuerza total y el momento total (dados por [5]) sin considerar la contribución de los

estabilizadores; esto es posible porque la contribución de los estabilizadores sobre la fuerza total y el momento total es pequeña. Por otra parte, se hace una aproximación del empuje del rotor para resolver la condición de trim. Como resultado de este cómputo, el trim de *actitud* en radianes es $\phi^T = 0.074665$ y $\theta^T = 0$. El trim de actitud real es $\phi^T = 0.07988$ y $\theta^T = 0$ en radianes.

Finalmente, se diseñan dos controladores de tipo Mamdani para determinar en modo adecuado los ángulos de referencia de balanceo y cabeceo. Los dos controladores han sido diseñados para ser lo más simples posible [4].

1.- Representación Fuzzy: la figura 2.4 muestra las funciones miembro de entrada para los controladores Mamdani. Se usan tres funciones miembro para cada entrada, que se corresponden con los valores negativo, cero y positivo del error de posición y velocidad.

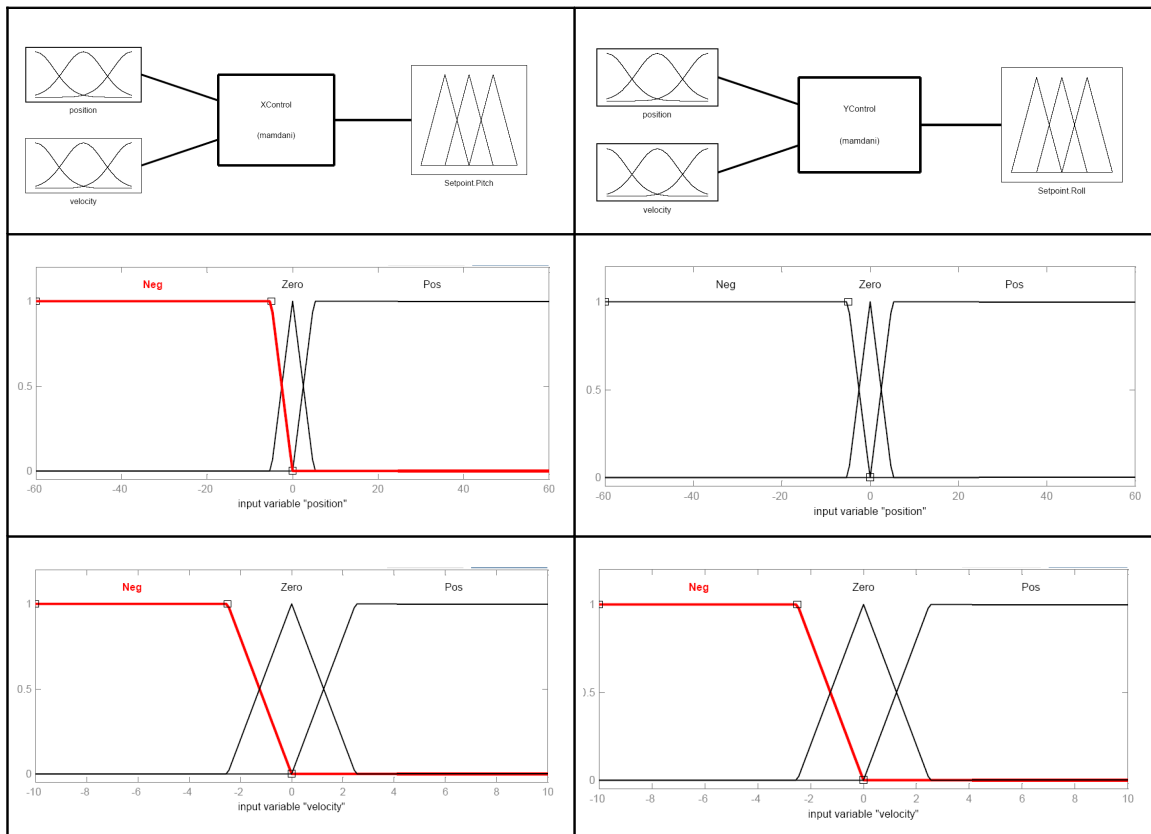


Figura 2.4: Estructura del controlador y funciones miembro de las entradas

La figura 2.5 muestra las funciones miembro de salida usadas para los controladores Mamdani. Se usa una función miembro para cada regla. Los niveles para cada función miembro de salida van de s_1 a s_9 , representando los posibles valores para el cabeceo y el balanceo, tal y como se muestra en el eje horizontal de la figura 2.5. Por ejemplo, s_1 representa el valor negativo más grande, s_9 , el valor positivo más grande y s_5 es la función miembro para una salida nula.

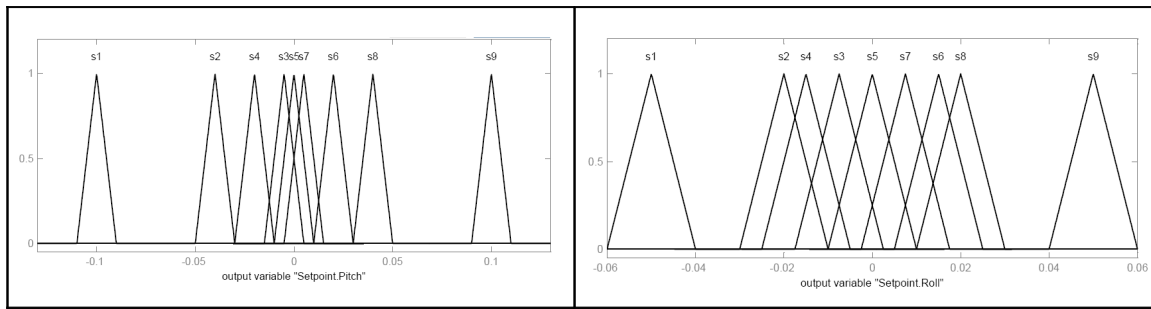


Figura 2.5: Funciones miembro de las salidas usadas para los dos controladores

2.- Reglas de Mamdani para la posición lateral: dada una posición Y de referencia, y_d , este controlador infiere un ángulo de balanceo deseado, ϕ_d , usando error de posición y , $e_y = y - y_d$, y una velocidad, v_y . Las dos entradas del controlador lateral Mamdani siguen un sistema de referencia inercial. Las nueve reglas usadas para calcular el valor deseado de ángulo de balanceo son [4]:

1. Si (posición es Neg) y (velocidad es Neg) entonces (Setpoint.Roll es s9) (1)
2. Si (posición es Cero) y (velocidad es Neg) entonces (Setpoint.Roll es s8) (1)
3. Si (posición es Pos) y (velocidad es Neg) entonces (Setpoint.Roll es s7) (1)
4. Si (posición es Neg) y (velocidad es Cero) entonces (Setpoint.Roll es s6) (1)
5. Si (posición es Cero) y (velocidad es Cero) entonces (Setpoint.Roll es s5) (1)
6. Si (posición es Pos) y (velocidad es Cero) entonces (Setpoint.Roll es s4) (1)
7. Si (posición es Neg) y (velocidad es Pos) entonces (Setpoint.Roll es s3) (1)
8. Si (posición es Cero) y (velocidad es Pos) entonces (Setpoint.Roll es s2) (1)
9. Si (posición es Pos) y (velocidad es Pos) entonces (Setpoint.Roll es s1) (1)

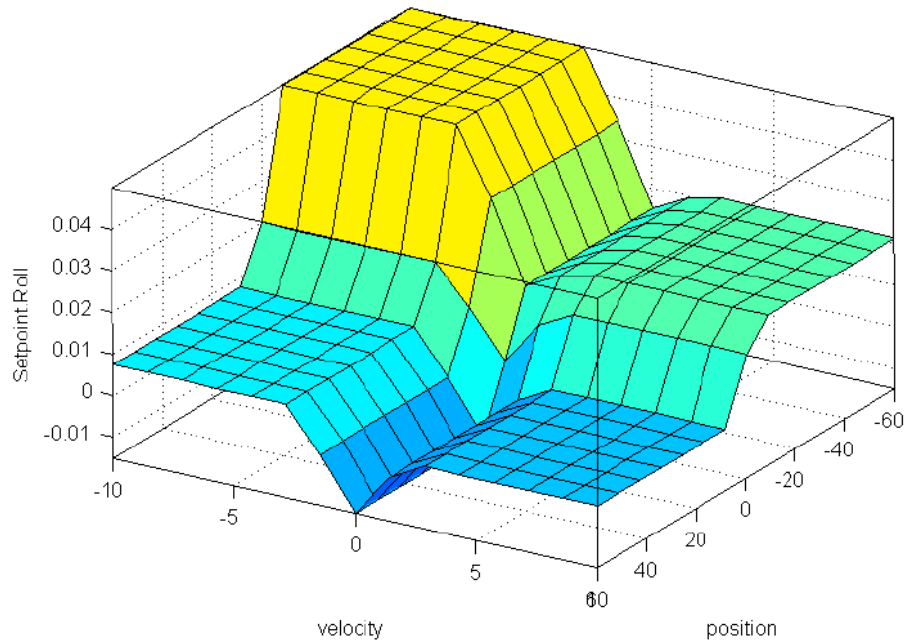


Figura 2.6: Reglas usadas para el controlador lateral y gráficos que aportan el valor de la salida en función de las variables de entrada

Estas reglas se obtienen heurísticamente. Como ejemplo, la interpretación de la primera regla es la siguiente: si el error de posición es negativo y su tasa de cambio es también negativa, (el helicóptero se aleja de la posición deseada, lo cual es provocado por un ángulo de balanceo negativo), entonces, se necesita un ángulo de balanceo positivo relativamente grande para hacer más lento el movimiento lateral, invertir la velocidad y reducir el error de posición. El resto de reglas se pueden interpretar del mismo modo.

3.- Reglas Mamdani para la posición longitudinal: dada una posición X de referencia x_d , este controlador infiere un ángulo de cabeceo deseado, θ_d , usando un error de posición x , $e_x = x - x_d$ y una velocidad, v_x . Ambas entradas al controlador longitudinal Mamdani siguen un sistema de referencia inercial. Las nueve reglas análogas usadas para calcular el ángulo de cabeceo deseado son [4]:

1. Si (posición es Neg) y (velocidad es Neg) entonces (Setpoint.Pitch es s1) (1)
2. Si (posición es Cero) y (velocidad es Neg) entonces (Setpoint.Pitch es s2) (1)
3. Si (posición es Pos) y (velocidad es Neg) entonces (Setpoint.Pitch es s3) (1)
4. Si (posición es Neg) y (velocidad es Cero) entonces (Setpoint.Pitch es s4) (1)
5. Si (posición es Cero) y (velocidad es Cero) entonces (Setpoint.Pitch es s5) (1)

6. Si (posición es Pos) y (velocidad es Cero) entonces (Setpoint.Pitch es s6) (1)
7. Si (posición es Neg) y (velocidad es Pos) entonces (Setpoint.Pitch es s7) (1)
8. Si (posición es Cero) y (velocidad es Pos) entonces (Setpoint.Pitch es s8) (1)
9. Si (posición es Pos) y (velocidad es Pos) entonces (Setpoint.Pitch es s9) (1)

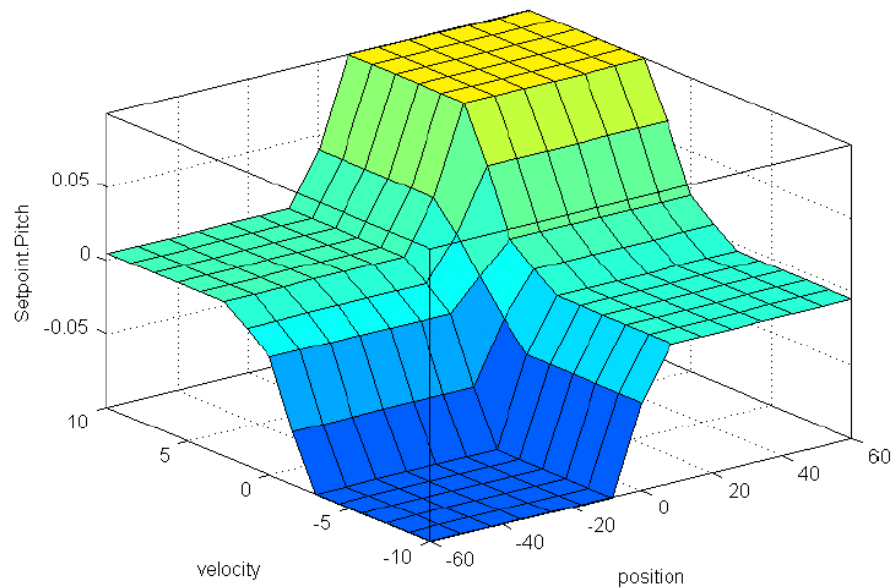


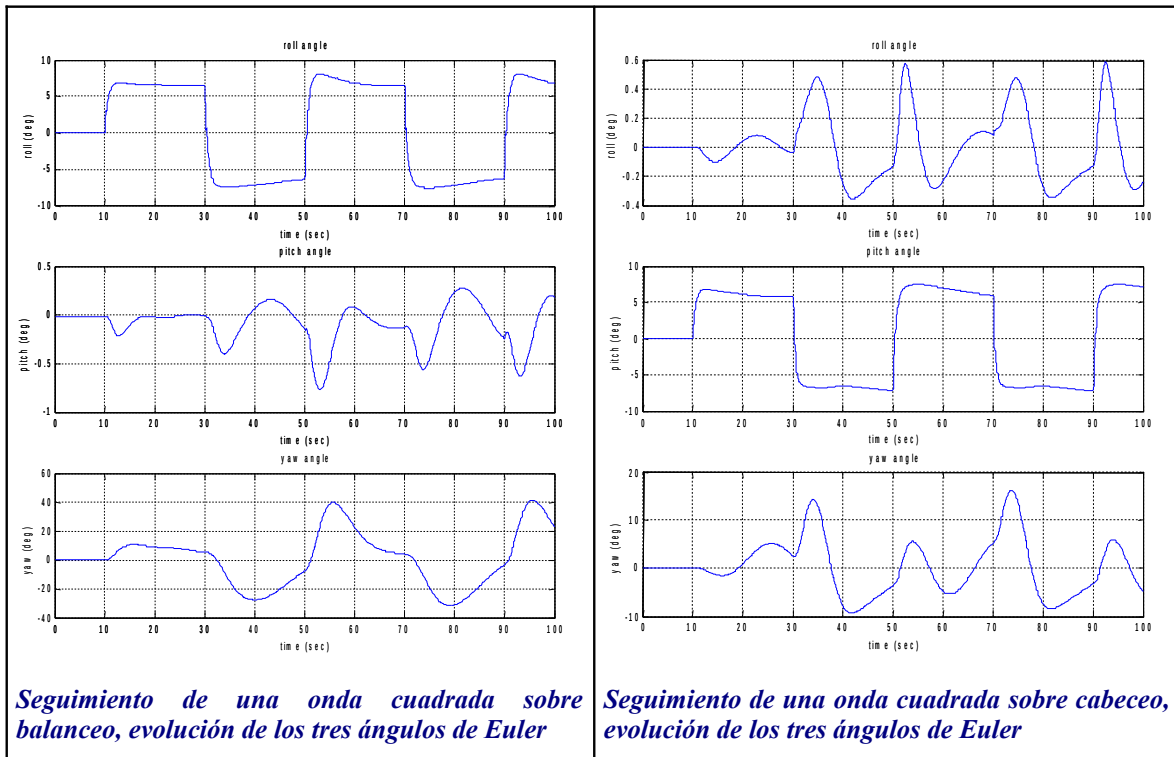
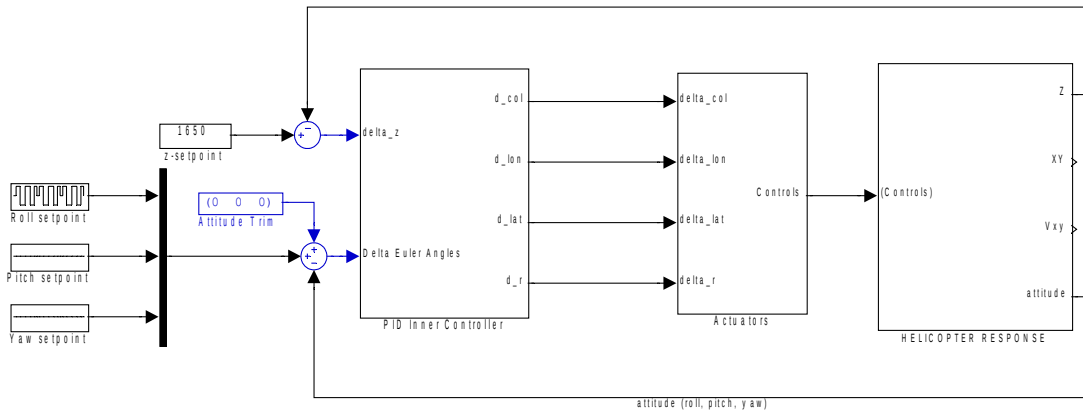
Figura 2.7: Reglas usadas para el controlador longitudinal y gráficos que muestran el valor de la salida en función de las variables de entrada

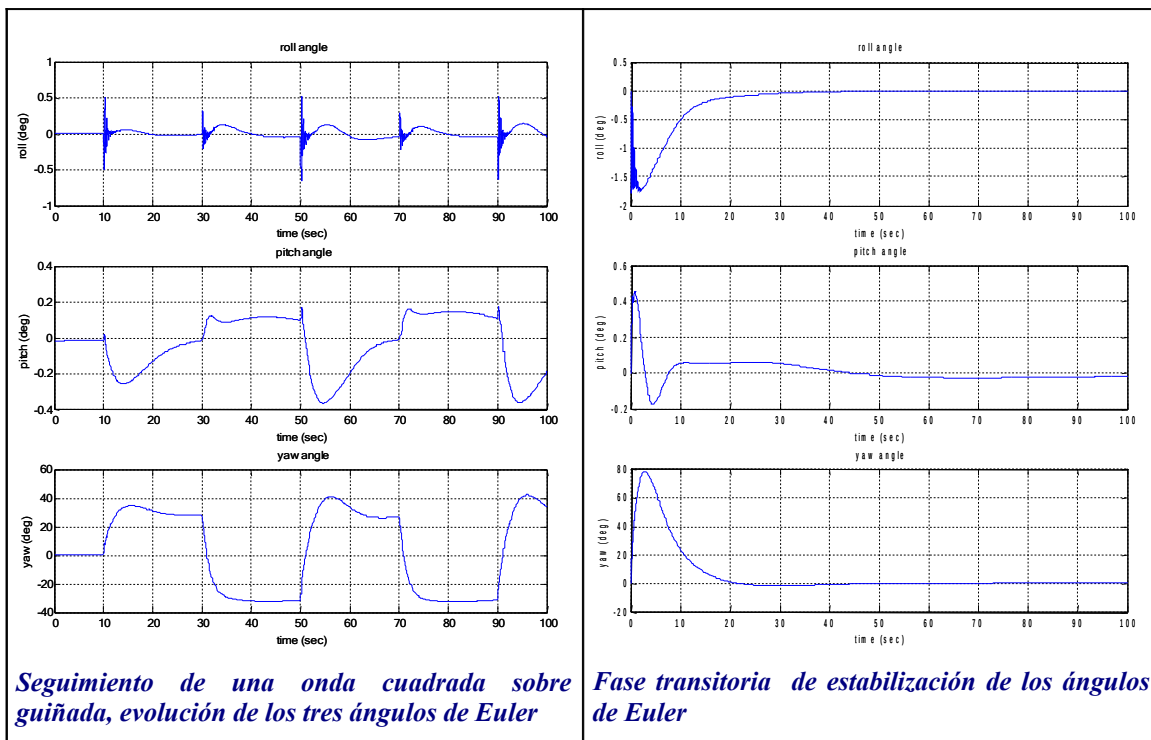
Estas reglas son obtenidas heurísticamente. Como ejemplo, la interpretación de la primera regla sería: si el error de posición es negativo y su tasa de cambio es también negativa, (el helicóptero se aleja de la posición deseada, lo cual es provocado por un ángulo de cabeceo positivo), entonces, necesitaremos un ángulo negativo de cabeceo relativamente grande para hacer más lento el movimiento longitudinal, invertir la velocidad y reducir el error de posición. El resto de reglas se pueden explicar de igual forma.

Prestaciones del controlador PID

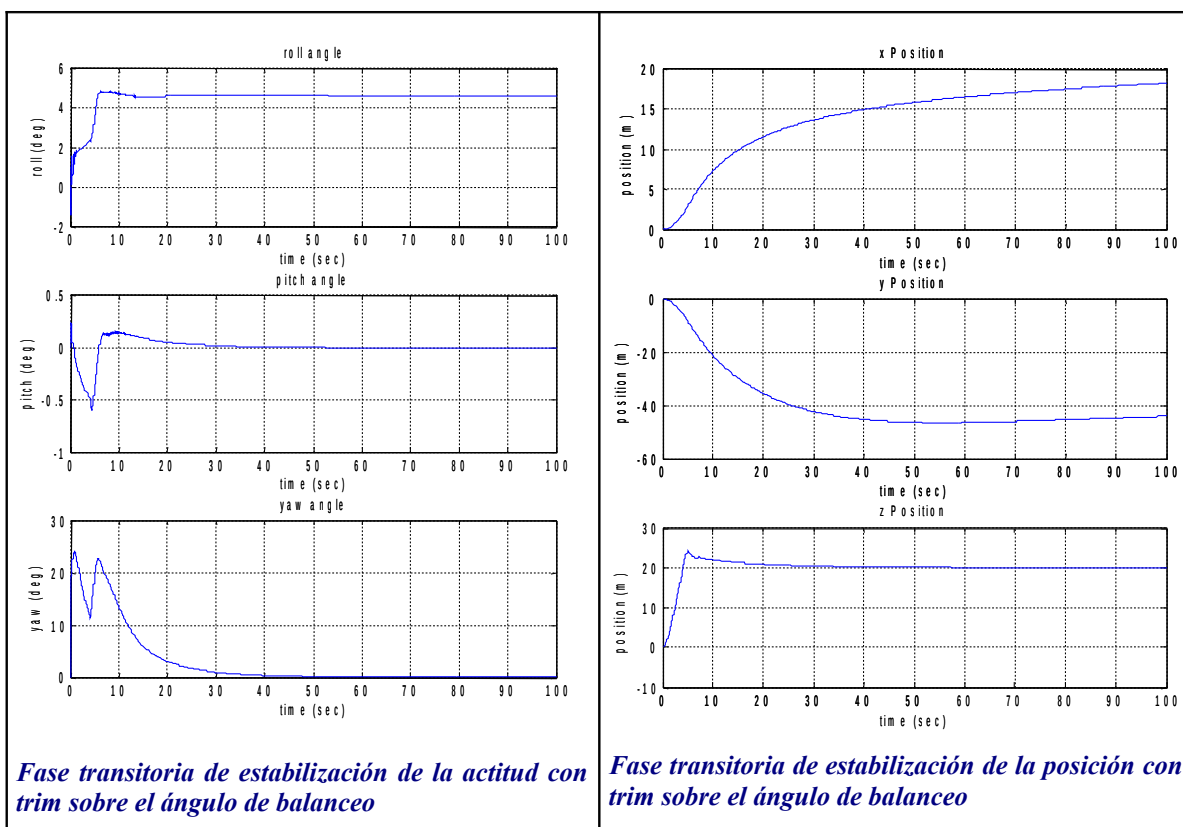
La parte interna del sistema de control ha sido aislada para testear las prestaciones del controlador PID. Las prestaciones han sido verificadas respecto a una variación del tipo onda cuadrada sobre cada uno de los ángulos de Euler (por separado, manteniendo a cero la referencia de los otros dos ángulos), y verificando la evolución de los otros ángulos de Euler. Como podemos apreciar en las siguientes

figuras, existe un fuerte acoplamiento entre los ángulos de Euler que el controlador PID, siendo diagonal, no puede eliminar.



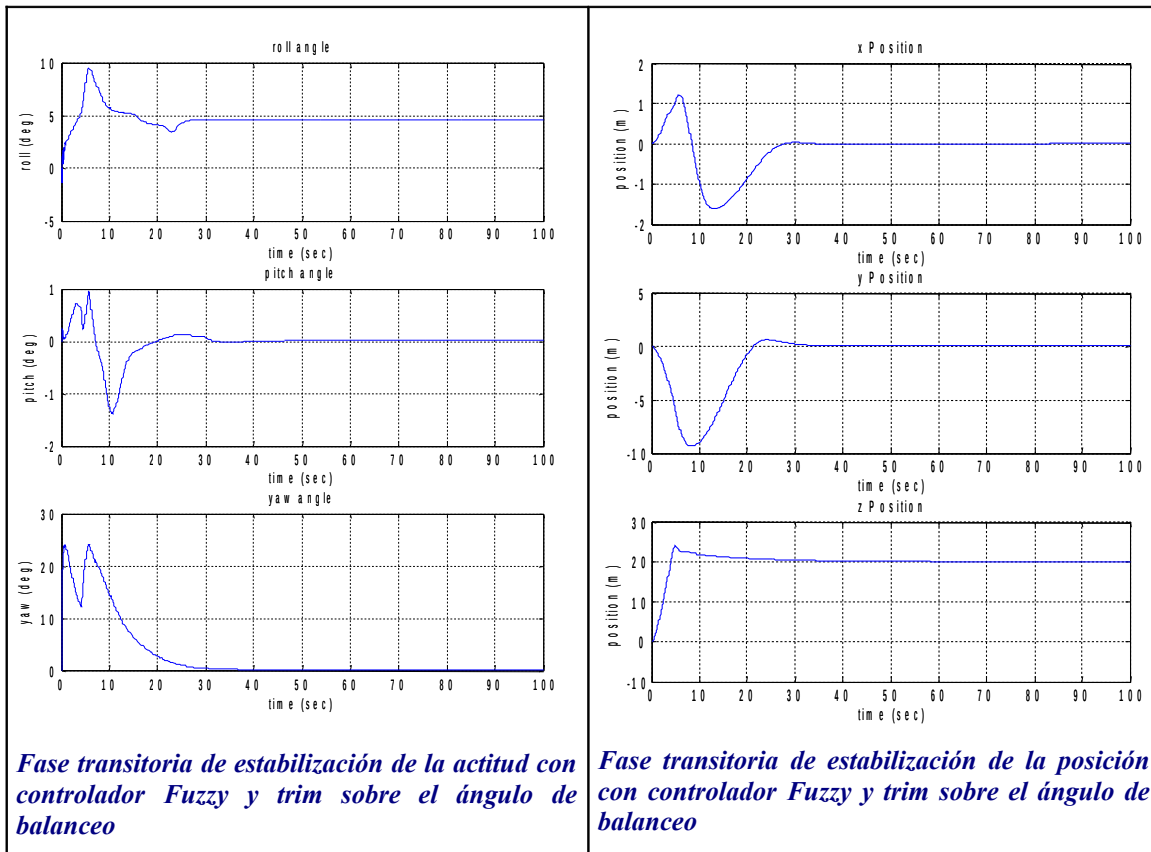


Introduciendo el trim sobre la *actitud* en lo que respecta al ángulo de balanceo (para compensar la velocidad y del helicóptero debida al empuje producido por el rotor de cola), se obtiene la estabilización de la velocidad del helicóptero, pero no hacemos nulo el desplazamiento lateral o longitudinal, como muestran los gráficos a continuación, relativos al caso de la respuesta al escalón de una variación de 20 metros sobre la cuota.



Prestaciones del controlador Fuzzy

El controlador Fuzzy ha sido diseñado para el control de la posición del helicóptero, suponiendo que estén disponibles los datos sobre posición y velocidad, posiblemente a través de un sistema de posicionamiento del tipo GPS. Gracias al control de posición, la variación de cuota se obtiene correctamente manteniendo nulo el error sobre la posición X e Y.

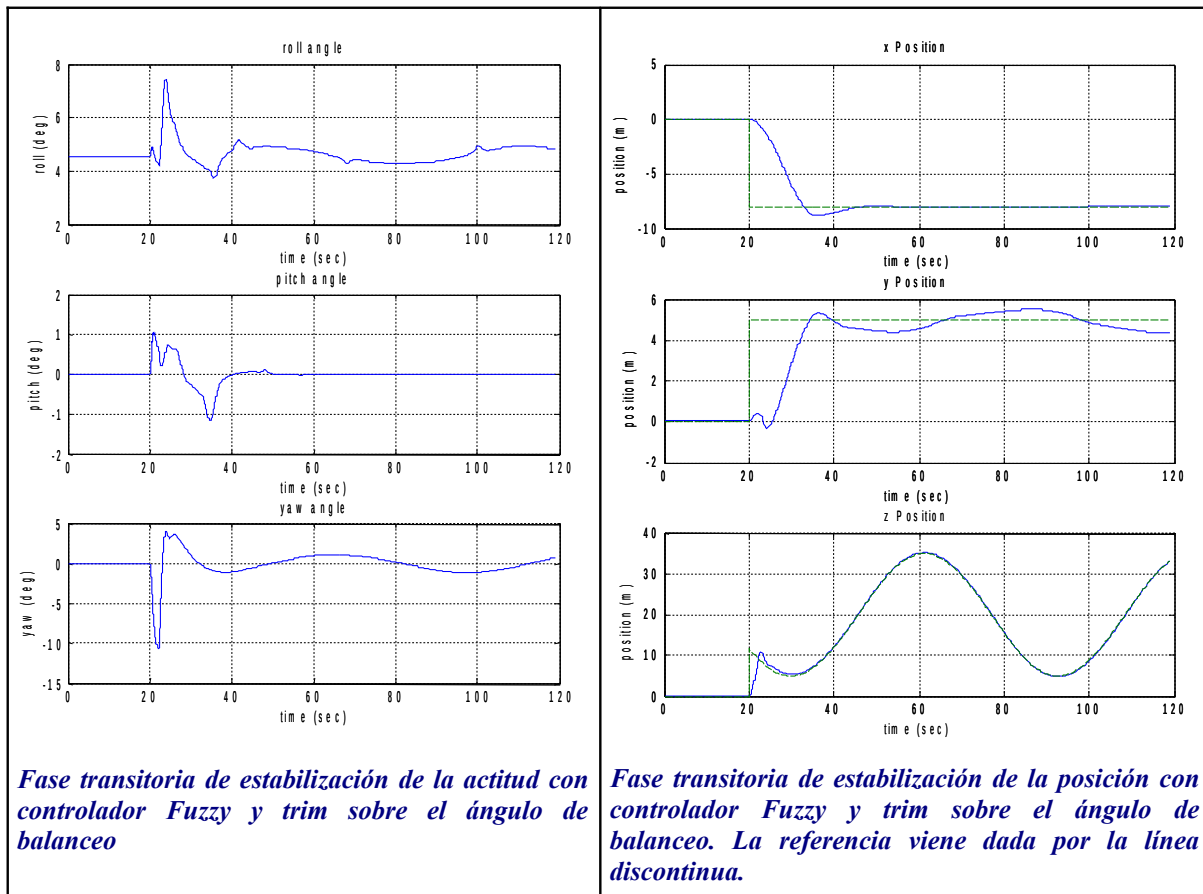


Como podemos ver en la figura en la cual se muestran los ángulos de Euler, el ángulo de balanceo se mantiene en el valor correcto por el trim (alrededor de 0.08) necesario para mantener una posición estacionaria. En cualquier caso el valor de trim debe ser insertado desde el exterior ya que el controlador Fuzzy diseñado no es capaz de calcular autónomamente el valor de trim adecuado para el mantenimiento de la posición estacionaria.

En las siguientes figuras se muestra la evolución de la posición y de la actitud del helicóptero en el caso del seguimiento de una posición variable en el tiempo a partir de una condición de vuelo estacionaria. El desplazamiento a seguir consiste en una variación a escalón de la posición X (-8 metros) e Y (+5 metros), mientras que sobre el eje Z se tiene una variación sinusoidal con frecuencia 0,1 rad/sec (o bien periodo par de $2\pi/0,1 = 62$ sec) y una amplitud de 15 metros.

La variación de posición requerida es obtenida correctamente, pero hemos de

hacer notar el acoplamiento entre el eje Z y el eje Y, que se traduce en una oscilación de alrededor de 0.5 metros entorno al valor de referencia de Y. Este acoplamiento es debido a la variación de empuje (comando colectivo) del rotor principal necesaria para desplazarse sobre el eje Z, que requiere un mayor empuje de compensación por parte del rotor de cola necesario para compensar el mayor momento resistente debido al rotor principal, que por lo tanto genera un mayor empuje sobre el eje Y con la misma frecuencia de empuje sobre el eje Z.



Es de hacer notar también la oscilación de la *actitud*, por el mismo motivo por el cual varía la posición Y, o bien la interacción entre el comando del colectivo del rotor principal y el mayor momento generado por consiguiente, que debe ser compensado (con un cierto retraso, por lo cual se obtiene una pequeña oscilación sobre los ángulos de guiñada y de balanceo) por un mayor empuje del rotor de cola.