

## **4 AGRUPACIONES DE ANTENAS BIDIMENSIONALES: ARRAYS PLANOS**

### ***4.1 Introducción***

Por lo general, las antenas básicas proporcionan grandes anchos de haz y, consecuentemente, valores de directividad reducidos. Esto es debido a que sus dimensiones eléctricas son, como máximo, del orden de la longitud de onda. En aquellas aplicaciones en las que son necesarias directividades elevadas, deben utilizarse antenas de grandes dimensiones eléctricas con distribuciones de corriente lo más uniformes posible. WiMAX es un ejemplo en el que son necesarias antenas de grandes dimensiones con directividades elevadas, por esto nos interesan las agrupaciones.

Aumentar las dimensiones de un elemento a menudo produce un aumento de las características directivas. Otro modo de aumentar las dimensiones de la antena, sin necesariamente aumentar el tamaño de los elementos individuales, es formar una agrupación de elementos radiantes en una configuración eléctrica y geométrica. Esta nueva antena, formada por multielementos, se conoce como un array o una agrupación. En muchos casos, los elementos de un array son idénticos. Esto no es necesario, pero es a menudo conveniente, más simple, y más práctico. Los arrays pueden estar compuestos por todos los tipos de antenas pero son muy comunes las agrupaciones de antenas microstrip

El diagrama de radiación del conjunto se obtiene como la interferencia de los campos radiados por cada una de las antenas. Con la afirmación anterior podemos suponer que la corriente en cada elemento es la misma que la que tendría el elemento aislado. Éste no es el caso habitual y depende de la separación entre los elementos. Para proporcionar diagramas de radiación muy directivos, es necesario que los campos de los elementos del array interfieran

constructivamente en las direcciones deseadas e interfieran de manera destructiva (se cancelen mutuamente) en el resto del espacio. Ésta es una situación ideal que en la práctica no se llega a conseguir, sólo se acerca a ella. En un array de elementos idénticos existen cinco variables de control que pueden utilizarse para configurar el diagrama de radiación de la antena:

- La configuración geométrica del array (lineal, circular, rectangular, etc.).
- La distancia relativa entre los elementos.
- La amplitud de la excitación del elemento individual.
- La fase de la excitación del elemento individual.
- El diagrama de radiación de un elemento individual.

Existen diferentes tipos de arrays, que varían según la disposición de los elementos individuales. Como se puede observar en la figura 4.1, las agrupaciones unidimensionales tienen los elementos dispuestos sobre una línea. Los arrays planos son agrupaciones bidimensionales cuyos elementos están sobre un plano, ver figura 4.2. Los arrays conformados tienen las antenas sobre una superficie curva, como por ejemplo el fuselaje de un avión.

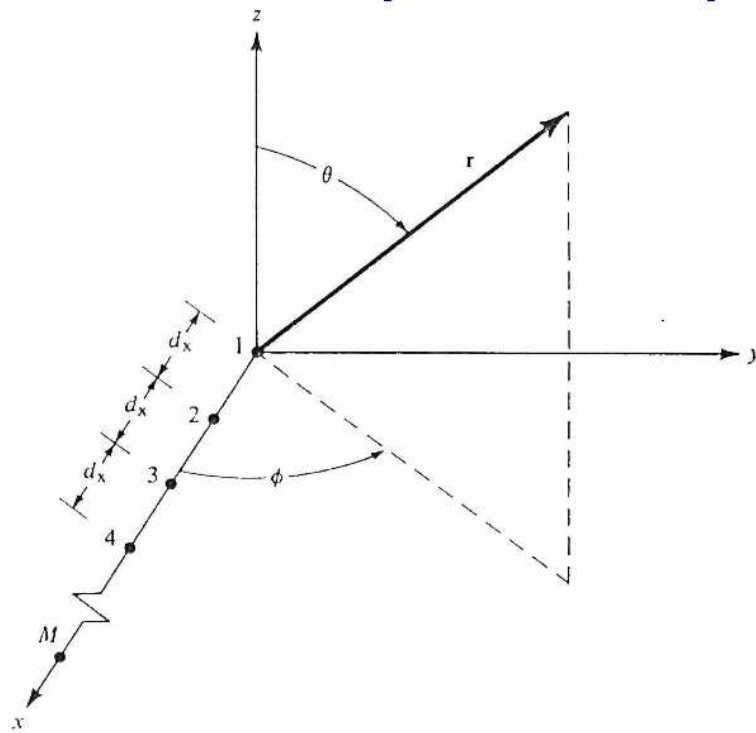


Figura 4.1: Array lineal.

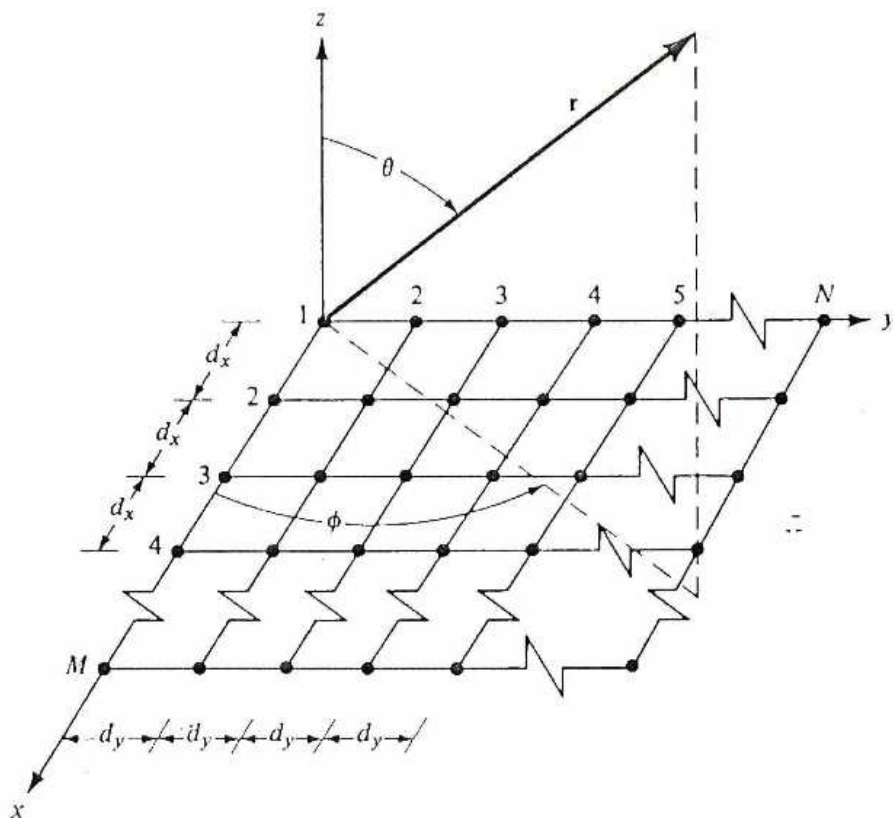


Figura 4.2: Array plano.

Atendiendo a lo descrito en el capítulo 2, WiMAX favorece la utilización de técnicas avanzadas basadas en la utilización de antenas inteligentes y de agrupaciones de antenas. En este proyecto diseñaremos un array plano, por lo que es en el que entraremos en detalle.

Utilizaremos arrays planos debido a que son más versátiles y pueden proporcionar diagramas de radiación más simétricos con lóbulos laterales menores. Además, dichos arrays pueden usarse para orientar el rayo principal de la antena hacia cualquier punto del espacio. En un array plano se sintetiza un haz en forma de pincel cuya orientación se puede controlar mediante las fases de los elementos. Entre sus aplicaciones se incluyen el radar de seguimiento, radar de búsqueda, percepción remota, comunicaciones, etc.

En la figura 4.3 podemos observar un array plano usado en el Airborne Warning and Control System (AWACS) [13]. Este array utiliza guías de onda rectangulares coladas verticalmente, con ranuras en la estrecha pared de las guías de onda. El sistema tiene 360° de alcance, y en la altitud de funcionamiento puede detectar objetivos a cientos de kilómetros. Normalmente se coloca sobre el fuselaje del avión.



Figura 4.3: Array usado en el AWACS.

## 4.2 Diagrama de Radiación de Agrupaciones

El diagrama de radiación de una agrupación se puede calcular multiplicando el diagrama de radiación de la antena básica por un factor que veremos a continuación, el factor de array [13].

### 4.2.1 Factor de Array

El factor de array bidimensional se puede calcular a partir de las corrientes  $I_{mn}$  y de la diferencia de fase de las ondas con respecto al origen.

$$FA = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_{mn} e^{jm(k_x d_x)} e^{jn(k_y d_y)} \quad (4.1)$$

donde  $k_x = k \sin\theta \cos\phi$  y  $k_y = k \sin\theta \sin\phi$  que representan la proyección del vector de ondas  $\mathbf{k}$  en cartesianas.

Se ha separado la amplitud de las corrientes en el producto de dos términos, un número complejo  $a_{mn}$  y las fases progresivas, de forma que:

$$I_{mn} = a_{mn} e^{jmn(\alpha+\beta)}$$

$$FA = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_{mn} e^{jm(k_x d_x + \alpha)} e^{jn(k_y d_y + \beta)} \quad (4.2)$$

Si cada corriente se puede escribir como el producto de dos corrientes entonces el factor de array también se puede escribir como el producto de los factores del eje-x y eje-y del array.

$$a_{mn} e^{j(m\alpha+n\beta)} = b_m e^{jm\alpha} c_n e^{jn\beta} \quad (4.3)$$

$$FA = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_{mn} e^{jm(k_x d_x + \alpha)} e^{jn(k_y d_y + \beta)} = \sum_{m=0}^{M-1} b_m e^{jm(k_x d_x + \alpha)} \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{jn(k_y d_y + \beta)}$$

Los ángulos eléctricos se definen como

$$\alpha = -kd \sin\theta_0 \cos\phi_0$$

$$\beta = -kd \sin\theta_0 \sin\phi_0 \quad (4.4)$$

Resolviendo ambas ecuaciones se obtienen los ángulos de orientación del haz en función de los desfases progresivos

$$\tan \phi_0 = \frac{\beta d_x}{\alpha d_y}$$

$$\sin^2 \phi_0 = \left( \frac{\alpha}{kd_x} \right)^2 + \left( \frac{\beta}{kd_y} \right)^2 \quad (4.5)$$

Para una explicación más detallada consultar referencia [13].

#### 4.2.2 Polinomio de Agrupaciones Planas

Se puede definir un polinomio bidimensional de la agrupación a partir de las variables complejas (z,w).

$$z = e^{j\Psi_x} \quad (4.6)$$

$$w = e^{j\Psi_y} \quad (4.7)$$

El análisis es similar a las agrupaciones lineales. Se puede tener agrupaciones con polinomios uniformes, triangulares, binómicos o con coeficientes arbitrarios.

En general el polinomio de la agrupación será de la forma

$$p(z, w) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_{mn} z^m w^n \quad (4.8)$$

En algunos casos particulares se puede escribir como el producto de dos polinomios, esto sucede cuando los coeficientes cumplen la condición

$$a_{mn} = b_m c_n \quad (4.9)$$

En ese caso el polinomio resultante es

$$p(z, w) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_{mn} z^m w^n = \sum_{m=0}^{M-1} b_m z^m \sum_{n=0}^{N-1} c_n w^n = p_2(z) p_3(w) \quad (4.10)$$

De las ecuaciones (1.6),(1.7) y (1.10) se deduce que

$$FA(\Psi_x, \Psi_y) = p(z, w) | z = e^{j\Psi_x}, w = e^{j\Psi_y} \quad (4.11)$$

En el siguiente ejemplo [14] la agrupación de 3x3 antenas, con corrientes definidas por la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

tendría un polinomio equivalente a

$$p(z, w) = 1 + 2z + z^2 + 2w + 4zw + 2z^2w + w^2 + 2w^2z + w^2z^2 \quad (4.13)$$

Se puede separar en el producto de dos distribuciones triangulares

$$p(w, z) = (1 + 2z + z^2)(1 + 2w + w^2) \quad (4.14)$$

### 4.2.3 Agrupaciones Planas Uniformes

En las agrupaciones planas uniformes, todas las corrientes de la antena son iguales. El factor de agrupación se puede calcular como



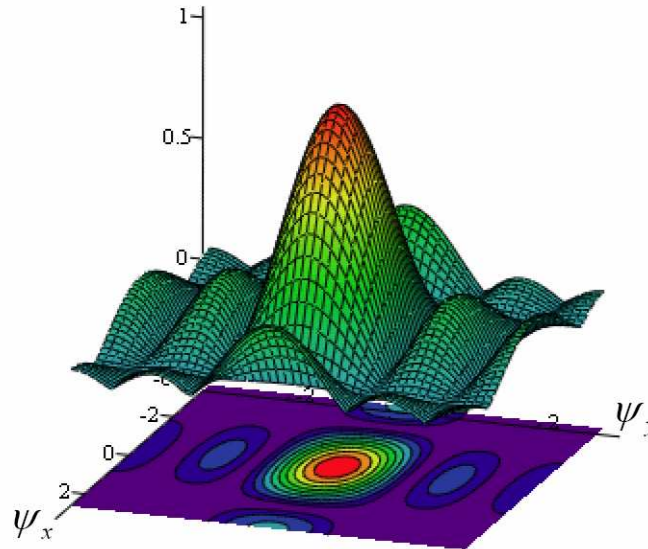
$$a_{mn} = 1 \quad (4.15)$$

$$FA = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_{mn} e^{jm(k_x d_x + \alpha)} e^{jn(k_y d_y + \beta)} = \sum_{m=0}^{M-1} b_m e^{jm(k_x d_x + \alpha)} \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{jn(k_y d_y + \beta)}$$

La agrupación es separable, por lo tanto el factor de array bidimensional es equivalente al producto de los factores de las agrupaciones lineales de dimensiones M y N

$$FA = FA_x FA_y = \frac{\sin\left(\frac{M\psi_x}{2}\right) \sin\left(\frac{N\psi_y}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)} \quad (4.16)$$

La representación gráfica del FA se puede realizar en forma de superficies o de curvas de nivel. En la figura 4.4 muestra el caso de una agrupación uniforme  $M=3$ ,  $N=5$  con espaciado  $d_x = d_y = \lambda / 2$  [14].



**Figura 4.4:** Espectro del vector de radiación de una array plano 3x5 en coordenadas  $\Psi_x$  y  $\Psi_y$ .

Asimismo se puede escribir un polinomio bidimensional de la agrupación.

$$p(w, z) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_{mn} z^m w^n = \sum_{m=0}^{M-1} b_m z^m \sum_{n=0}^{N-1} c_n w^n = p_2(z) p_3(w) = \frac{z^M - 1}{z - 1} \frac{w^N - 1}{w - 1} \quad (4.17)$$

En la figura 4.5 se muestra varios ejemplos de agrupaciones planas de MxN antenas [14]. Las antenas se alimentan en fase y el espaciado es de  $\lambda/2$ . Se puede observar que aumentando el número de antenas mejora la directividad. Con agrupaciones cuadradas el haz es de tipo pincel, mientras que las agrupaciones rectangulares tienen diagrama tipo abanico.

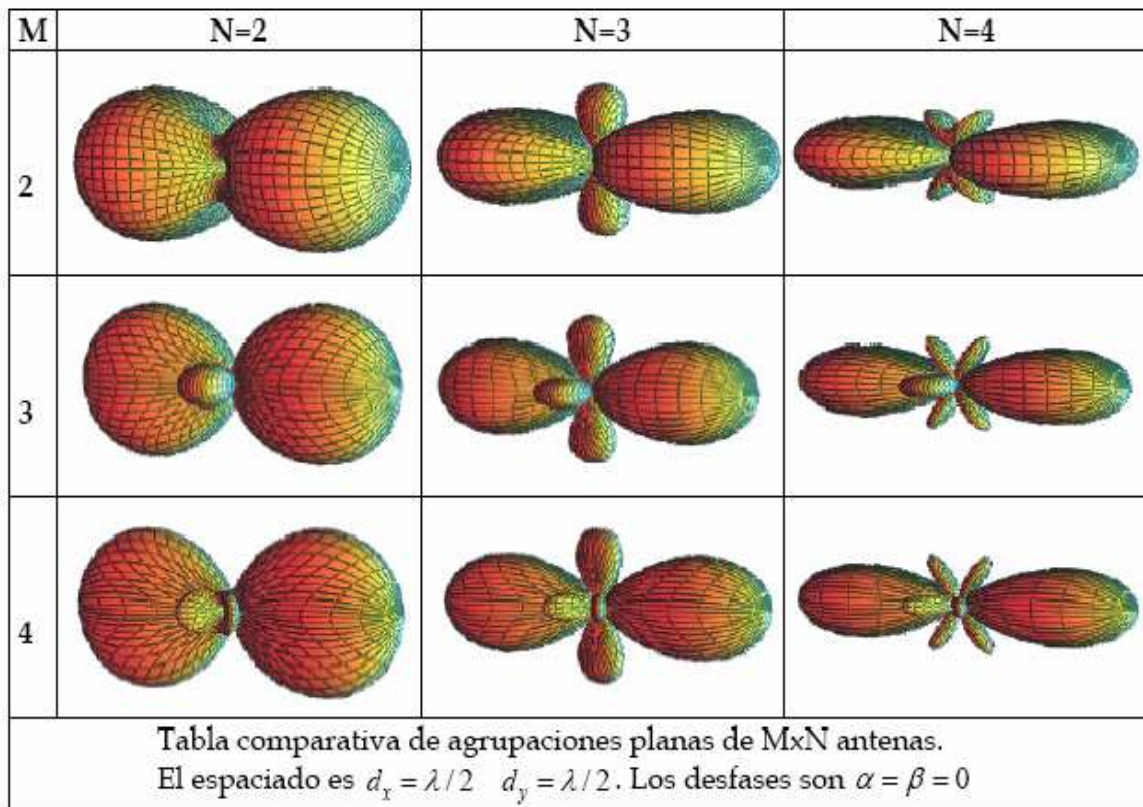


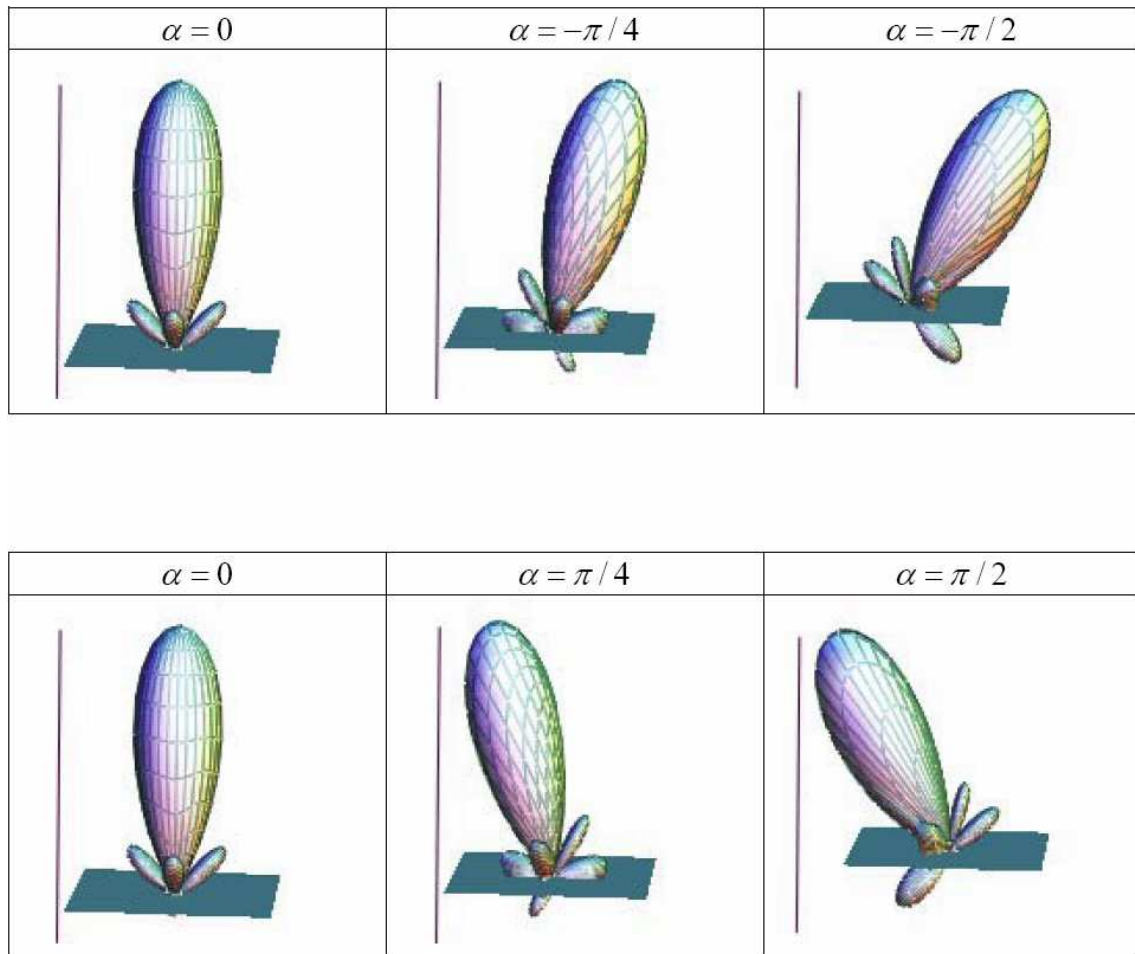
Figura 4.5: Ejemplos de diagramas de radiación de distintas agrupaciones planas.

#### 4.2.4 Agrupaciones Planas Controladas por Fase

La agrupación plana con fase constante tiene el máximo en la dirección perpendicular.

Modificando la fase progresiva  $\alpha$  (distribución según eje-x) se consigue modificar la orientación del haz en el plano XZ, la modificación de la fase  $\beta$  (distribución según eje-y) se cambia la orientación en el plano YZ. Variando ambas fases se consiguen orientaciones arbitrarias.

En la figura 4.6 se muestran varios casos de cambio de orientación, para una agrupación uniforme de 4x4 antenas cuyo diagrama individual es tipo cardoide [14]. El espaciado entre los elementos es  $\lambda / 2$ .



**Figura 4.6: Ejemplo de diagrama de radiación de distintas agrupaciones planas controladas por fase.**

### 4.3 Margen Visible en Agrupaciones Planas

Las ecuaciones que relacionan los ángulos del espacio con los del factor de agrupación son

$$\left(\frac{\psi_x - \alpha}{d_x}\right)^2 + \left(\frac{\psi_y - \beta}{d_y}\right)^2 = k^2$$

$$\psi_y = kd_y \sin \theta \cos \phi + \beta \quad (4.18)$$

Los márgenes visibles son

$$\psi_x \in [-k_x + \alpha, k_x + \alpha]$$

$$\psi_y \in [-k_y + \beta, k_y + \beta] \quad (4.19)$$

El margen visible es el conjunto de valores de  $\psi$  que corresponden a direcciones del espacio reales.

Ambos valores están relacionados entre sí, de forma que el límite del margen visible no es un rectángulo.

$$\frac{\psi_x - \alpha}{kd_x \sin \theta} = \cos \phi$$

$$\frac{\psi_y - \beta}{kd_y \sin \theta} = \sin \phi \quad (4.20)$$

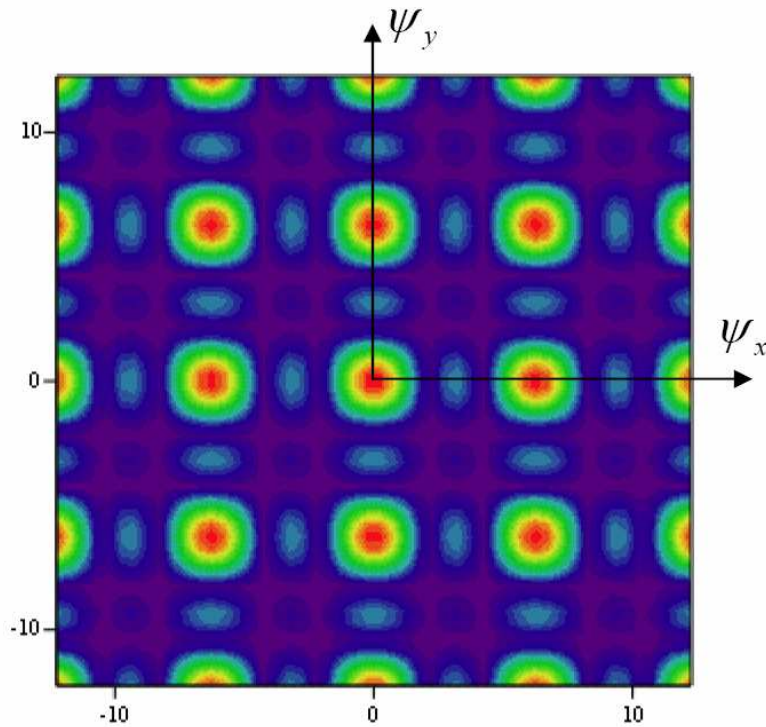
La ecuación resultante es una superficie elíptica, centrada en  $\alpha$ ,  $\beta$  y de semiejes  $kd_x$  y  $kd_y$ . El límite es una elipse cuya ecuación es

$$\left(\frac{\psi_x - \alpha}{d_x}\right)^2 + \left(\frac{\psi_y - \beta}{d_y}\right)^2 = k^2 \quad (4.21a)$$

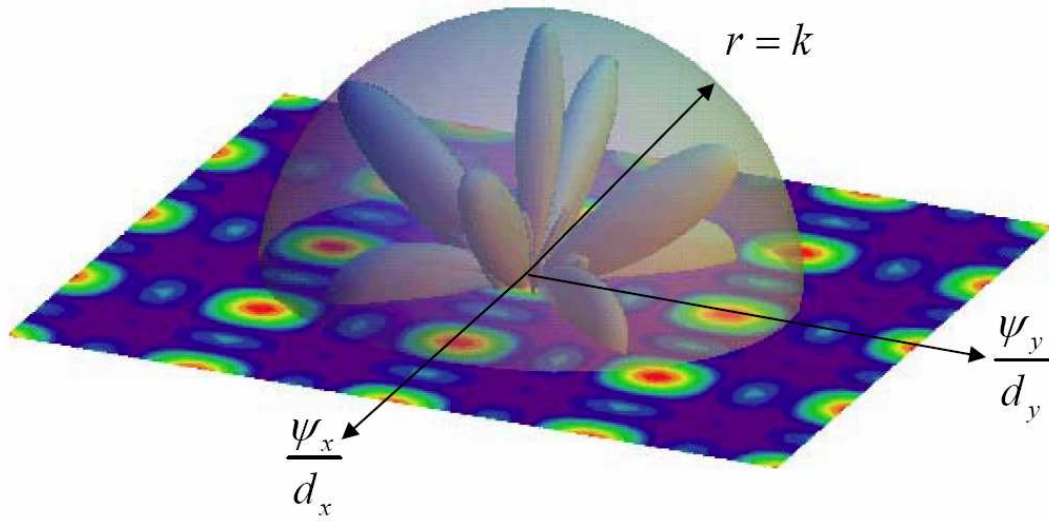
Para calcular el diagrama de radiación es más conveniente realizar un cambio de escala en los ejes x,y de forma que el límite se convierta en una circunferencia de radio k.

$$\left(\frac{\psi_x}{d_x} - \frac{\alpha}{d_x}\right)^2 + \left(\frac{\psi_y}{d_y} - \frac{\beta}{d_y}\right)^2 = k^2 \quad (4.21b)$$

En las siguientes gráficas se representan la radiación de una agrupación uniforme de 3x3 antenas espaciadas  $1.3\lambda$ . En la figura 4.7 podemos ver la representación gráfica correspondiente a las curvas de nivel y en la figura 4.8 la representación del margen visible tridimensional y del diagrama de radiación.



**Figura 4.7: Curvas de nivel correspondientes a una agrupación plana uniforme de 3x3 antenas.**



**Figura 4.8:** Representación gráfica del margen visible tridimensional y del diagrama de radiación para una agrupación plana uniforme de 3x3 antenas.

#### 4.4 Directividad

La directividad del factor de array  $AF(\theta, \phi)$ , el cual el rayo principal está apuntando en la dirección  $\theta=\theta_0$  y  $\phi = \phi_0$ , se puede escribir como [13]

$$D_0 = \frac{4\pi [AF(\theta_0, \phi_0)][AF(\theta_0, \phi_0)]^* |_{\max}}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [AF(\theta, \phi)][AF(\theta, \phi)]^* \sin \theta d\theta d\phi} \quad (4.22)$$

Es fácil entender que la directividad de un array con características bidireccionales será la mitad de la directividad del mismo array con elementos unidireccionales.

Para grandes arrays planos, los cuales son prácticamente *broadside*, la directividad se reduce a:

$$D_0 = \pi \cos \theta_0 D_x D_y \quad (4.23)$$

donde  $D_x$  y  $D_y$  son las directividades de cada array broadside lineal, de longitud y número de elementos  $L_x$ ,  $M$  y  $L_y$ ,  $N$ . El factor  $\cos \theta_0$  decrementa la directividad en función del área proyectado por el array.

Para la mayoría de las distribuciones de amplitud que se usan en la práctica, la directividad de la ecuación anterior se relaciona con el ángulo sólido del mismo array con:

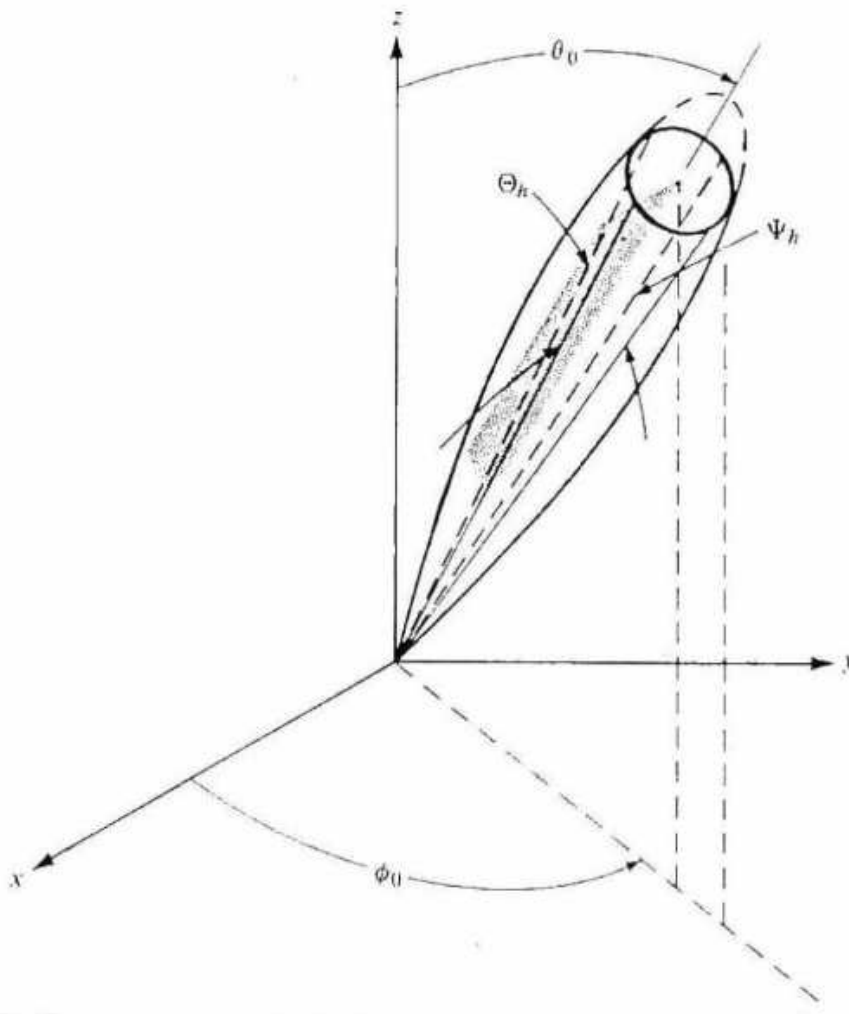
$$D_0 = \frac{\pi^2}{\Omega_A(\text{rad}^2)} = \frac{32,400}{\Omega_A(\text{deg}^2)} \quad (4.24)$$

donde  $\Omega_A$  se puede expresar en radianes o en grados.

#### **4.5 Ancho de Haz**

Calcular el ancho de haz [13] de arrays planos de amplitud no uniforme es un proceso bastante complejo. Sin embargo, un procedimiento muy simple se esbozará para calcular estos parámetros para grandes arrays cuyo máximo no se encuentra muy lejano del *broadside*. El método utiliza los resultados de un array uniforme lineal y el factor de ensanchado del haz de la distribución de amplitud.

El máximo del cónico haz principal de el array se supone que se dirige hacia  $\theta_0$ ,  $\phi_0$  como se muestra en la figura 4.9.



**Figura 4.9: Haz principal orientado hacia  $\theta_0, \phi_0$ .**

Para definir un ancho de haz, se tienen que elegir dos planos. Uno es el plano de elevación definido por el ángulo  $\theta = \theta_0$  y el otro es un plano que es perpendicular a él. La anchura de haz de media potencia de cada uno es designado, respectivamente, por  $\Theta_h$  y  $\Psi_h$ . Por ejemplo, si el máximo del array está apuntando hacia  $\theta_0 = \pi/2$  y  $\phi_0 = \pi/2$ ,  $\Theta_h$  representa el ancho del haz en el plano y-z y  $\Psi_h$ , el ancho del haz en el plano x-y.

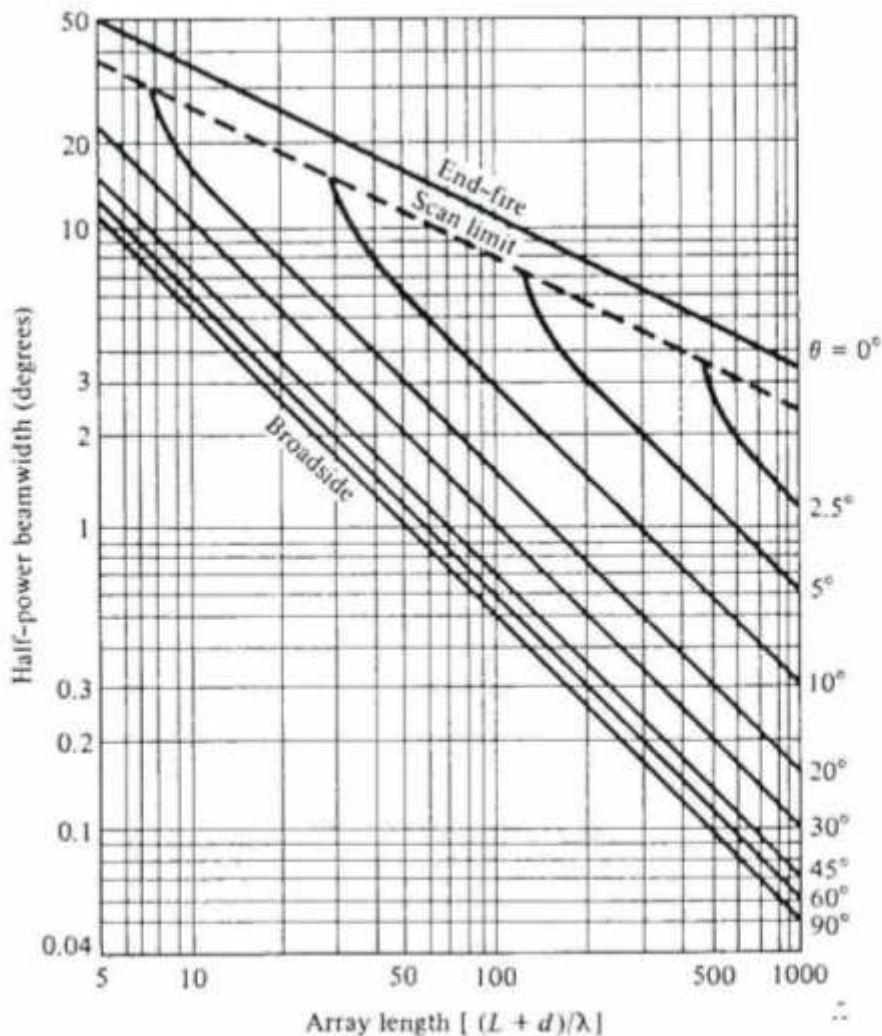
Para un array grande, con su máximo cercano al broadside, el plano de elevación del ancho de haz de media potencia  $\Theta_h$  es dada aproximadamente por



$$\Theta_h = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta_0 [\Theta_{x_0}^{-2} \cos^2 \phi_0 + \Theta_{y_0}^{-2} \sin^2 \phi_0]}} \quad (4.25)$$

donde  $\Theta_{x_0}$  representa el ancho de haz de media potencia de un array lineal broadside e M elementos. Similarmente,  $\Theta_{y_0}$  representa el ancho de haz de media potencia de un array lineal broadside de N elementos.

Los valores de  $\Theta_{x_0}$  y de  $\Theta_{y_0}$  de una distribución uniforme puede obtenerse usando por ejemplo las longitudes  $(L_x + d_x)/\lambda$  y  $(L_y + d_y)/\lambda$  y leyendo los valores de la curva de broadside de la figura 4.10 [C. A. Balanis, "Antenna Theory. Analysis and Design"].



**Figura 4.10: ancho de haz de media potencia para un array uniforme broadside.**

Para una distribución Chebyshev, los valores de  $\Theta_{x0}$  y de  $\Theta_{y0}$  se obtienen multiplicando el valor de cada distribución uniforme por el factor de ensanchamiento del haz. El mismo concepto puede utilizarse para obtener el ancho del haz de otras distribuciones mientras su factor de ensanchamiento del haz esté disponible.

Para un array cuadrado ( $M = N$ ,  $\Theta_{x0} = \Theta_{y0}$ ),  $\Theta_h$  se reduce a

$$\Theta_h = \Theta_{x0} \sec \theta_0 = \Theta_{y0} \sec \theta_0 \quad (4.25a)$$

La ecuación anterior indica que para  $\theta_0 > 0$  el ancho del haz incrementa proporcionalmente con  $\sec \theta_0 = 1/\cos \theta_0$ .

El ancho del haz de media potencia  $\Psi_h$ , en el plano que es perpendicular a la elevación  $\phi = \phi_0$  es dada por

$$\Psi_h = \sqrt{\frac{1}{\Theta_{x0}^{-2} \sin^2 \varphi_0 + \Theta_{y0}^{-2} \cos^2 \varphi_0}} \quad (4.26)$$

y no depende de  $\theta_0$ . Para un array cuadrado se reduce a

$$\Psi_h = \Theta_{x0} = \Theta_{y0} \quad (4.26a)$$

Para un array plano, es útil definir un ángulo sólido del haz  $\Omega_A$  por

$$\Omega_A = \Theta_h \Psi_h \quad (4.27)$$

Usando (4.25), (4.26) y (4.27) podemos expresar

$$\Omega_A = \frac{\Theta_{x0} \Theta_{y0} \sec \theta_0}{\left[ \sin^2 \varphi_0 + \frac{\Theta_{y0}^2}{\Theta_{x0}^2} \cos^2 \varphi_0 \right]^{1/2} \left[ \sin^2 \varphi_0 + \frac{\Theta_{x0}^2}{\Theta_{y0}^2} \cos^2 \varphi_0 \right]^{1/2}} \quad (4.28)$$

Tras haber expuesto las características más significativas de una agrupación de antenas bidimensional procederemos al estudio de las redes de alimentación para dichas agrupaciones, lo cual se verá en el siguiente capítulo.