Sección 3.1.3:

Ecuaciones básicas que modelan el funcionamiento del compresor.

Una vez introducidas las hipótesis realizadas sobre el modelo real, se relacionarán a continuación las ecuaciones que modelarán el comportamiento del compresor, y que no serán mas que el fruto de dichas hipótesis.

Con las siguientes ecuaciones se pretende, a partir de las condiciones de admisión (presión, temperatura, humedad relativa y gasto másico), obtener las condiciones de salida del compresor (presión y temperatura), además de la potencia consumida por éste. Para ello se contará con las curvas generalizadas del compresor, de las cuales es obtendrá el rendimiento isentrópico y la relación de compresión con la que se está actuando en cada instante.

1. Curvas generalizadas del compresor.

Como se indicó en la sección dedicada a dar una introducción teórica al funcionamiento de un compresor axial, las curvas generalizadas son aquellas que dan, en función del gasto másico corregido y de la velocidad de giro, tanto el rendimiento como la relación de compresión. Estas curvas serán aplicables a una familia de compresores que guarden semejanza física.

En la figura siguiente se muestran las curvas generalizadas del compresor utilizado en el presente modelo:

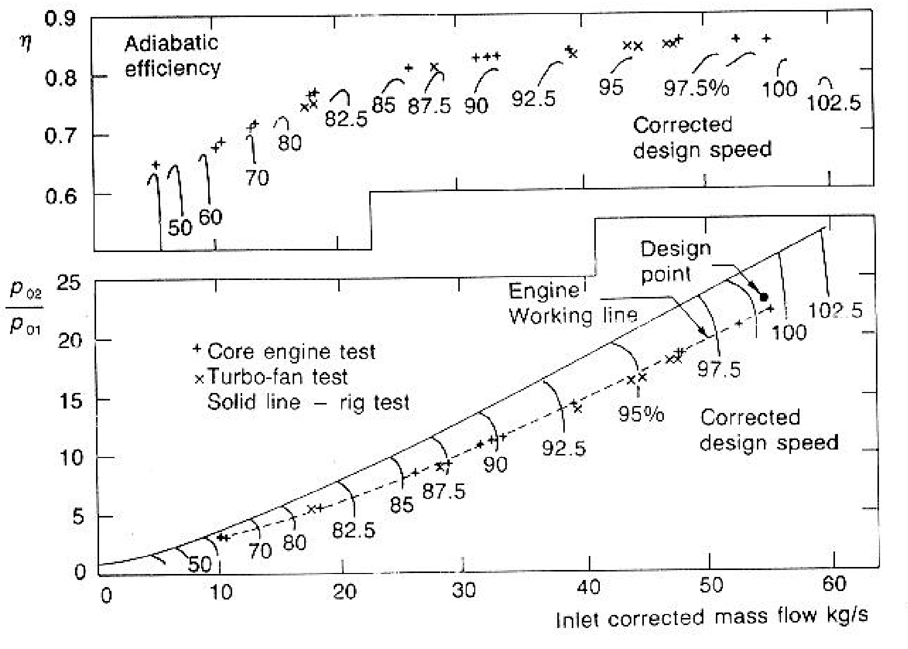

Figura 3.4 : Curvas generalizadas del compresor axial E3.

La velocidad de giro se encuentra representada en términos relativos. Es decir cada velocidad de giro es representada como un porcentaje de la velocidad de giro nominal que se supondrá el 100%. Por lo tanto no hará falta conocer la velocidad real para entrar en las curvas, sino que bastará con saber la desviación con respecto a la nominal.

En cuanto al gasto másico corregido vendrá determinado por la ecuación:

$$m_{corr} = \dot{m}_{aire} \cdot \left(\frac{\sqrt{\dfrac{T_1}{T_{1ref}}}}{\dfrac{p_1}{p_{1ref}}} \right)$$

Donde en este caso se han tomado como valores para las magnitudes de referencia:

- T_{1ref} = 300 K.
- P_{1ref} = 100000 Pa.

Una vez mostradas las curvas características del compresor hay que buscar la manera de implementarlas dentro del modelo a realizar. Evidentemente la forma de entrar en las curvas está clara: dado un gasto másico, unas condiciones de entrada y una velocidad relativa de giro, se obtienen directamente el rendimiento y la relación de compresión. Esta sería la secuencia que debería de utilizar el modelo para conocer en cada instante rendimiento y relación de compresión. Pero el modelo no puede leer físicamente sobre las curvas por lo que habrá que realizar un escalado de éstas y aproximarlas mediante polinomios.

Para la aproximación mediante polinomios se tomarán cinco puntos en cada curva de rendimiento y relación de compresión:

Vel. giro	Punto 1			Punto 2			Punto 3			Punto 4			Punto 5		
	Gasto	p02/p01	Rto.	Gasto	p02/p01	Rto.	Gasto	p02/p01	Rto.	Gasto	p02/p01	Rto.	Gasto	p02/p01	Rto.
80	15	6	0,71	15,95	4,5	0,73	16	3,5	0,705	15,48	5,25	0,72	15,98	4	0,718
82,5	19,6	7,65	0,755	21	6,5	0,77	21,1	4,5	0,745	20,3	7,075	0,763	21,05	5,5	0,758
85	24	9,5	0,77	25,1	8,5	0,79	25,2	7	0,785	24,55	9	0,78	25,15	7,75	0,788
87,5	27,5	11,5	0,77	28,4	10	0,8	28,5	8,5	0,785	27,95	10,75	0,785	28,45	9,25	0,793
90	31,5	13,5	0,765	32,5	12	0,805	32,6	10	0,8	32	12,75	0,785	32,55	11	0,803
92,5	36,5	16,25	0,775	37,3	15	0,82	37,8	12	0,815	36,9	15,63	0,798	37,55	13,5	0,818
95	42,4	19,25	0,795	43,8	18	0,82	44,2	14,5	0,825	43,1	18,63	0,808	44	16,25	0,823
97,5	49,1	23,25	0,795	50,7	21,25	0,825	51,1	18	0,825	49,9	22,25	0,81	50,9	19,63	0,825
100	56	27	0,79	56,35	24	0,815	56,7	21,25	0,82	56,18	25,5	0,803	56,53	22,63	0,818
102,5	59	28,5	0,775	59,45	26,25	0,785	59,9	23	0,77	59,23	27,38	0,78	59,68	24,63	0,778

Tabla 3.1 : Puntos de las curvas de rendimiento y relación de compresión obtenidos de las curvas generalizadas.

Al final se trata de conseguir dos funciones de interpolación doble que, para las entradas gasto másico corregido y velocidad de giro relativa, devuelvan la relación de compresión y el rendimiento. Estas funciones serán las funciones de Matlab que se muestran a continuación:

```
function r = compresion(N,m)
%COMPRESION, devuelve la relación de compresion (r) que da el
compresor caracterizado por
%las curvas caracteristicas suministradas por el Departamento,
solicitando para ello tanto
%el nº de revoluciones corregido (N) y el gasto masico también
corregido (m).
revol=[80,82.5,85,87.5,90,92.5,95,97.5,100,102.5];
m1=[15,19.6,24,27.5,31.5,36.5,42.4,49.1,56,59];
m2=[15.95,21,25.1,28.4,32.5,37.3,43.8,50.7,56.35,59.45];
m3=[16,21.1,25.2,28.5,32.6,37.8,44.2,51.1,56.7,59.9];
m4=[15.475,20.3,24.55,27.95,32,36.9,43.1,49.9,56.175,59.225];
m5=[15.975,21.05,25.15,28.45,32.55,37.55,44,50.9,56.525,59.675];
r1=[6,7.65,9.5,11.5,13.5,16.25,19.25,23.25,27,28.5];
r2=[4.5,6.5,8.5,10,12,15,18,21.25,24,26.25];
r3=[3.5,4.5,7,8.5,10,12,14.5,18,21.25,23];
r4=[5.25,7.075,9,10.75,12.75,15.625,18.625,22.25,25.5,27.375];
r5=[4,5.5,7.75,9.25,11,13.5,16.25,19.625,22.625,24.625];


%Determinacion de la posicion relativa en la que nos encontramos.
i=1;
while revol(i)<N
   i=i+1;
end

%Determinacion de las coordenadas de los tres puntos principales de
la curva correspondiente.
M1=m1(i-1)+((m1(i)-m1(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R1=r1(i-1)+((r1(i)-r1(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M2=m2(i-1)+((m2(i)-m2(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R2=r2(i-1)+((r2(i)-r2(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M3=m3(i-1)+((m3(i)-m3(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R3=r3(i-1)+((r3(i)-r3(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M4=m4(i-1)+((m4(i)-m4(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R4=r4(i-1)+((r4(i)-r4(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M5=m5(i-1)+((m5(i)-m5(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R5=r5(i-1)+((r5(i)-r5(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));

M=[M1,M4,M2,M5,M3];
R=[R1,R4,R2,R5,R3];

%Calculo de los coeficientes del polinomio buscado.
p=polyfit(M,R,2);

%Calculo de la relacion de compresion buscada.
r=polyval(p,m);
```

```
function r = rendimiento(N,m)
%COMPRESION, devuelve la relacion de compresion (r) que da el
compresor caracterizado por
%las curvas caracteristicas suministradas por el Departamento,
solicitando para ello tanto
%el nº de revoluciones corregido (N) y el gasto masico también
corregido (m).
revol=[80,82.5,85,87.5,90,92.5,95,97.5,100,102.5];
m1=[15,19.6,24,27.5,31.5,36.5,42.4,49.1,56,59];
m2=[15.95,21,25.1,28.4,32.5,37.3,43.8,50.7,56.35,59.45];
m3=[16,21.1,25.2,28.5,32.6,37.8,44.2,51.1,56.7,59.9];
m4=[15.475,20.3,24.55,27.95,32,36.9,43.1,49.9,56.175,59.225];
m5=[15.975,21.05,25.15,28.45,32.55,37.55,44,50.9,56.525,59.675];
r1=[0.71,0.755,0.77,0.77,0.765,0.775,0.795,0.795,0.79,0.775];
r2=[0.73,0.77,0.79,0.8,0.805,0.82,0.82,0.825,0.815,0.785];
r3=[0.705,0.745,0.785,0.785,0.8,0.815,0.825,0.825,0.82,0.77];
r4=[0.72,0.7625,0.78,0.785,0.785,0.7975,0.8075,0.81,0.8025,0.78];
r5=[0.7175,0.7575,0.7875,0.7925,0.8025,0.8175,0.8225,0.825,0.8175,0.
7775];


%Determinacion de la posicion relativa en la que nos encontramos.
i=1;
while revol(i)<N
   i=i+1;
end

%Determinacion de las coordenadas de los tres puntos principales de
la curva correspondiente.
M1=m1(i-1)+((m1(i)-m1(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R1=r1(i-1)+((r1(i)-r1(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M2=m2(i-1)+((m2(i)-m2(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R2=r2(i-1)+((r2(i)-r2(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M3=m3(i-1)+((m3(i)-m3(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R3=r3(i-1)+((r3(i)-r3(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M4=m4(i-1)+((m4(i)-m4(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R4=r4(i-1)+((r4(i)-r4(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
M5=m5(i-1)+((m5(i)-m5(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));
R5=r5(i-1)+((r5(i)-r5(i-1))*(N-revol(i-1))/(revol(i)-revol(i-1)));

M=[M1,M4,M2,M5,M3];
R=[R1,R4,R2,R5,R3];

%Calculo de los coeficientes del polinomio buscado.
p=polyfit(M,R,2);

%Calculo de la relacion de compresion buscada.
r=polyval(p,m);
```

Una vez introducidas las funciones de doble interpolación para determinación del punto de funcionamiento, también habrá que realizar una aproximación de las curvas de bombeo, bloqueo y de funcionamiento. Dichas aproximaciones se realizan también mediante polinomios de tercer grado:

- Linea de bombeo:

$$r(m) = -8.4856 \cdot 10^{-6} \cdot m^3 + 1.0195 \cdot 10^{-2} \cdot m^2 + 8.1837 \cdot 10^{-2} \cdot m + 2.4939$$

- Línea de Bloqueo:

$$r(m) = 7.0482 \cdot 10^{-5} \cdot m^3 - 5.7563 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 5.5086 \cdot 10^{-1} \cdot m - 4.4575$$

- Línea de trabajo:

$$r(m) = -1.2555 \cdot 10^{-5} \cdot m^3 - 3.4274 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 2.6848 \cdot 10^{-1} \cdot m - 0.65547$$

Estos polinomios cubren todo el rango de valores del gasto másico corregido que entra en las curvas generalizadas. Ahora bien, para una mayor aproximación, se toman rectas en el entorno del punto de funcionamiento, N=100, teniendo por resultado:

- Línea de bombeo:

$$r(m) = 0.5467 \cdot m - 3.8$$

- Línea de Bloqueo:

$$r(m) = 0.4773 \cdot m - 6.1364$$

- Línea de trabajo:

$$N_{nom}(m_{nom}) = 0.42016 m_{nom} + 76.3445$$

Esta última ecuación será la que relacione directamente la velocidad de giro nominal con al gasto de aire corregido nominal, independientemente de las variaciones que se produzcan el gasto de aire como consecuencia de la actuación del sistema de regulación.

2. Rendimiento Isentrópico

Una vez solucionado el problema de cómo obtener las magnitudes de interés de las curvas generalizadas del compresor habrá que encontrar las ecuaciones necesarias para determinar las condiciones del flujo de salida así como la potencia consumida por el compresor.

Para ello habrá que estudiar el proceso que tiene lugar dentro del compresor. En la figura siguiente se muestra la parte del ciclo abierto de la turbina de gas que corresponde al proceso que tiene lugar en el compresor.

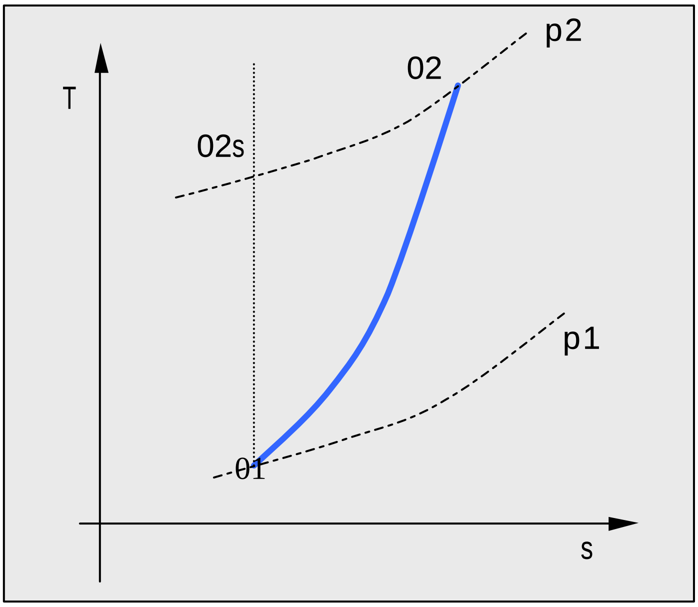

Figura 3.5 : Diagrama T_s del proceso en el compresor.

Del diagrama anterior surge la definición del rendimiento isentrópico del compresor, introducida anteriormente, y que se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$h_{comp} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}}, \qquad h_{0i} = h_i + \frac{c_i^{\,2}}{2},$$

A partir de esta definición se puede, dado que el rendimiento viene proporcionado por las curvas generalizadas, y que las entalpías h_{02s} y h_{01} están relacionadas a través de la ecuación de un proceso isentrópico, determinar el valor de la entalpía h_{02}, que determinará las condiciones de salida del compresor. Dichas relaciones se ecuacionan a continuación.

Proceso isentrópico para sustancias con el calor específico a presión constante (Cp) dependiente de la temperatura.

Dado que se ha hecho la suposición (ver Anexo 1) de que para los gases participantes en el modelo (N_2, O_2, SO_2, CO_2 y H_2O) los calores específicos a presión constante van ser dependientes de la temperatura, a continuación se va a ecuacionar el proceso isentrópico para poder aplicar el resultado a partir de la definición de rendimiento.

Generalmente se suele tomar como ecuación básica del proceso iséntrópico:

$$\frac{T_{0js}}{T_{0i}}=\left(\frac{p_{0js}}{p_{0i}}\right)^{\frac{g-1}{g}}, \qquad g=\frac{C_p}{C_v}$$

Donde se ha tomado g como el cociente entre los calores específicos a presión y a volumen constante. Pero esta ecuación de la isentrópica es solo aplicable cuando ambos calores son constantes. Cuando dependen de la temperatura habrá que recurrir a las ecuaciones fundamentales de la termodinámica:

$$ds=C_v(T)\cdot\frac{dT}{T}+R\cdot\frac{dv}{v}$$

$$ds=C_p(T)\cdot\frac{dT}{T}-R\cdot\frac{dp}{p}$$, donde:

$$R=C_p(T)-C_v(T)$$

En un proceso isentrópico se cumplirá además que $ds=0$. Desarrollando la segunda de las ecuaciones termodinámicas:

$$C_p(T)\cdot\frac{dT}{T}-R\cdot\frac{dp}{p}=0 \;\; ? \;\; C_p(T)\cdot\frac{dT}{T}=R\cdot\frac{dp}{p}$$

Queda ahora integrar la ecuación:

$$\frac{1}{R}\cdot\int_i^j\frac{C_p(T)}{T}\cdot dT=\int_i^j\frac{dp}{p}$$

Teniendo en cuenta que los calores específicos han sido aproximados por polinomios de la forma (ver Anexo 1):

$$C_p(T)=a_0+a_1\cdot T+a_2\cdot T^2+a_3\cdot T^3$$

La integración tiene como resultado:

$$\frac{1}{R}\cdot\left[a_0\cdot Ln(T)+a_1\cdot T+\frac{a_2}{2}\cdot T^2+\frac{a_3}{3}\cdot T^3\right]_i^j=Ln(p)\Big|_i^j$$

Sustituyendo los valores de punto inicial y final del proceso isentrópico se tendrá ya totalmente determinada la ecuación que permitirá obtener la temperatura final de dicho proceso, T_{0js}, en función de la relación de compresión, p_{0js}/p_{0i}, y de la temperatura inicial T_{0i}.

$$\frac{1}{R}\cdot\left(a_0\cdot Ln\left(\frac{T_{0js}}{T_{0i}}\right)+a_1\cdot\left(T_{0js}-T_{0i}\right)+\frac{a_2}{2}\cdot\left(T_{0js}{}^2-T_{0i}{}^2\right)+\frac{a_3}{3}\cdot\left(T_{0js}{}^3-T_{0i}{}^3\right)\right)=Ln\left(\frac{p_{0js}}{p_{0i}}\right)$$

Cálculo de R para el flujo de aire.

La constante general de los gases expresada en J/kg*K para la mezcla de aire seco y vapor de agua se obtendrá como la media ponderada de los R de ambos componentes que la forman en función de sus fracciones másicas. Así la ecuación que permite el cálculo será:

$$R=\frac{\dot{m}_{Aire seco}\cdot R_{AIRE}+\dot{m}_{H_2O}\cdot R_{gH_2O}}{\dot{m}_{Aire}}$$

Donde los valores de los R se muestran en la sección de propiedades termodinámicas de los gases (Anexo 1).

Determinación de las condiciones de salida del compresor.

Si se aplica la ecuación anterior al proceso concreto que tiene lugar en el compresor, quedará:

$$\frac{1}{R}\cdot\left(a_0\cdot Ln\left(\frac{T_{02s}}{T_{01}}\right)+a_1\cdot\left(T_{02s}-T_{01}\right)+\frac{a_2}{2}\cdot\left(T_{02s}^{\ 2}-T_{01}^{\ 2}\right)+\frac{a_3}{3}\cdot\left(T_{02s}^{\ 3}-T_{01}^{\ 3}\right)\right)=Ln\left(\frac{p_{02s}}{p_{01}}\right)$$

En este punto hay que decir que los coeficientes a_i que aparecen en la anterior ecuación dependerán del gas o la mezcla de gases que sufran el proceso isentrópico. Así dichos coeficientes se calculan como la media ponderada, en función de las fracciones másicas, de los coeficientes del polinomio que aproxima el calor específico a presión constante para cada uno de los gases que compongan la mezcla.

$$a_i=\frac{\sum_j m_j\cdot a_{ij}}{\sum_j m_j}$$

Como ya se ha indicado en la sección correspondiente a las hipótesis básicas, se tomará una sola ecuación para la caracterización del proceso isentrópico.

Una vez determinada la temperatura T_{02s}, ya se podrá aplicar la definición de rendimiento isentrópico del compresor para la obtención de la temperatura real de salida de éste.

$$h_{comp}=\frac{h_{02s}-h_{01}}{h_{02}-h_{01}},\qquad h_{0i}=h_i+\frac{c_i^{\ 2}}{2}=C_p(T_{0i})\cdot T_{0i}$$

$$h_{0i} = C_p(T_{0i}) \cdot T_{0i} = \frac{\sum_j \dot{m}_j C_{pj} \cdot (T_{oi}) \cdot T_{0i}}{\sum_j \dot{m}_j}$$

Despejando de esta ecuación se obtiene T_{02}, con lo que las condiciones de salida del compresor vendrán caracterizadas por T_{02} y p_{02}.

Cálculo de la potencia consumida por el compresor.

La potencia consumida se calculará a partir de un balance entálpico entre las condiciones de entrada y de salida del compresor:

$$\dot{W}_{comp} = \dot{m}_{aire} \cdot (h_{02} - h_{01})$$