Sección 3.3.3:

Ecuaciones básicas que modelan el funcionamiento de la turbina.

Una vez introducidas las hipótesis realizadas sobre el modelo real, se relacionarán a continuación las ecuaciones que modelarán el comportamiento de la turbina, y que no serán mas que el fruto de dichas hipótesis.

Con las siguientes ecuaciones se pretende, a partir de las condiciones de admisión (presión, temperatura, composición del flujo de gases y gasto másico), obtener las condiciones de salida de la turbina (presión y temperatura), además de la potencia desarrollada por ésta. Para ello se contará con las curvas generalizadas de la turbina de las cuales se obtendrá el rendimiento isentrópico.

1. Curvas generalizadas de la turbina.

Como se indicó en la sección dedicada a dar una introducción teórica al funcionamiento de una turbina axial, las curvas generalizadas son aquellas que dan, en función del gasto másico corregido y de la velocidad de giro, tanto el rendimiento como la relación de expansión. Estas curvas serán aplicables a una familia de turbinas que guarden semejanza física.

A diferencia de lo que ocurre en el compresor, para la turbina el rendimiento isentrópico será considerado independiente del gasto másico de gases. Solo dependerá de la velocidad de giro, ya que como se observó anteriormente, para relaciones de xpansión elevadas esto se ve justificado por las curvas generalizadas. Además no existen curvas concretas de las que tomar datos, sino que se han utilizado unas curvas aproximadas.

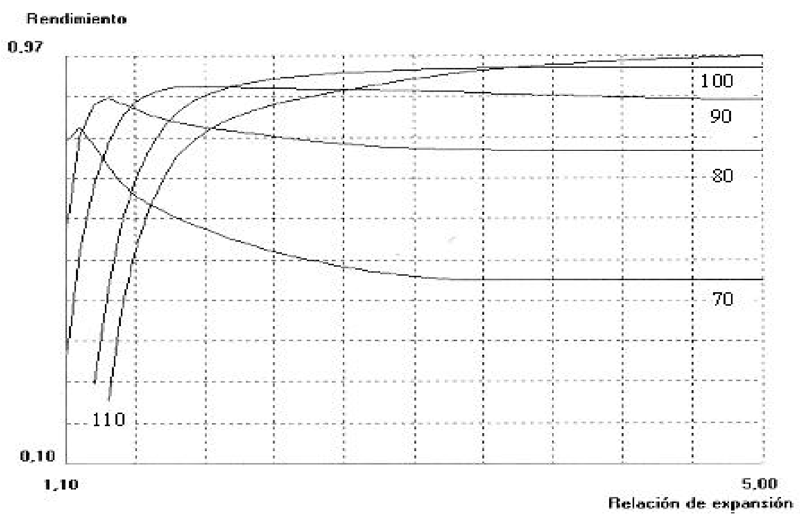

Figura 3.32 : Diagrama rendimiento-relación de expansión de una turbina axial.

Dado que los rendimientos expresados en la gráfica anterior son excesivamente altos se le aplica un coeficiente reductor.

A partir de dicha gráfica se aproxima mediante un polinomio la relación ecuacional existente entre el rendimiento y la velocidad de giro relativa:

$$h_{turb}(N) = -1.3219 + 4.1395 \cdot 10^{-1} \cdot N - 4.0571 \cdot 10^{-3} \cdot N^{2} + 1.333 \cdot N^{3}$$

En cuanto a la relación de expansión de la turbina ya se ha dicho que el flujo de gases se expandirá desde la presión de entrada hasta la de salida, independientemente de las condiciones de funcionamiento.

2. Rendimiento Isentrópico

Una vez solucionado el problema de cómo obtener las magnitudes de interés de las curvas generalizadas de la turbina habrá que encontrar las ecuaciones necesarias para determinar las condiciones del flujo de salida así como la potencia generada por la turbina.

Para ello habrá que estudiar el proceso que tiene lugar dentro de la turbina. En la figura siguiente se muestra la parte del ciclo abierto de la turbina de gas que corresponde al proceso que tiene lugar en la turbina.

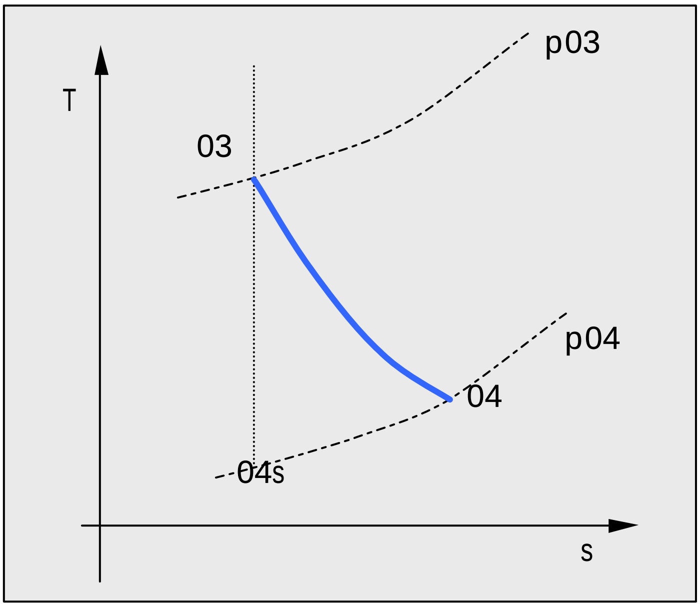

Figura 3.33 : Diagrama T_s del proceso en la turbina.

Del diagrama anterior surge la definición del rendimiento isentrópico de la turbina, introducida anteriormente, y que se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\eta_{turb} = \frac{h_{03} - h_{04}}{h_{03} - h_{04s}}, \qquad h_{0i} = h_i + \frac{c_i^2}{2},$$

A partir de esta definición se puede, dado que el rendimiento viene proporcionado por las curvas generalizadas, y que las entalpías h_{04s} y h_{03} están relacionadas a través de la ecuación de un proceso isentrópico, calcular el valor de la entalpía h_{04}, que determinará las condiciones de salida de la turbina. Dichas relaciones se ecuacionan a continuación.

Proceso isentrópico para sustancias con el calor específico a presión constante (Cp) dependiente de la temperatura.

Dado que se ha hecho la suposición (ver Anexo 1) de que para los gases participantes en el modelo (N_2, O_2, SO_2, CO_2) los calores específicos a presión constante van a ser dependientes de la temperatura a ecuacionar en el proceso isentrópico para poder aplicarlo a partir de la definición de rendimiento.

Generalmente se suele tomar como ecuación básica del proceso iséntrópico:

$$\frac{T_{0js}}{T_{0i}} = \left(\frac{p_{0js}}{p_{0i}}\right)^{\frac{g-1}{g}}, \qquad g = \frac{C_p}{C_v}$$

Donde se ha tomado g como el cociente entre los calores específicos a presión y a volumen constante. Pero esta ecuación de la isentrópica es solo aplicable cuando ambos calores son constantes. Cuando dependen de la temperatura habrá que recurrir a las ecuaciones fundamentales de la termodinámica:

$$ds = C_v(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \frac{dv}{v}$$

$$ds = C_p(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \frac{dp}{p}$$, donde:

$$R = C_p(T) - C_v(T)$$

En un proceso isentrópico se cumplirá además que $ds = 0$. Desarrollando la segunda de las ecuaciones termodinámicas:

$$C_p(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \frac{dp}{p} = 0 \ ? \ C_p(T) \cdot \frac{dT}{T} = R \cdot \frac{dp}{p}$$

Queda ahora integrar la ecuación:

$$\frac{1}{R}\cdot\int_i^j\frac{C_p(T)}{T}\cdot dT=\int_i^j\frac{dp}{p}$$

Teniendo en cuenta que los calores específicos han sido aproximados por polinomios de la forma (ver Anexo 1):

$$C_p(T)=a_0+a_1\cdot T+a_2\cdot T^2+a_3\cdot T^3$$

La integración tiene como resultado:

$$\frac{1}{R}\cdot\left[a_0\cdot Ln(T)+a_1\cdot T+\frac{a_2}{2}\cdot T^2+\frac{a_3}{3}\cdot T^3\right]_i^j=Ln(p)\Big|_i^j$$

Sustituyendo los valores de punto inicial y final del proceso isentrópico se tendrá ya totalmente determinada la ecuación que permitirá obtener la temperatura final de dicho proceso, T_{0js}, en función de la relación de compresión, p_{0js}/p_{0i}, y de la temperatura inicial T_{0i}.

$$\frac{1}{R}\cdot\left(a_0\cdot Ln\left(\frac{T_{0js}}{T_{0i}}\right)+a_1\cdot\left(T_{0js}-T_{0i}\right)+\frac{a_2}{2}\cdot\left(T_{0js}^{\ 2}-T_{0i}^{\ 2}\right)+\frac{a_3}{3}\cdot\left(T_{0js}^{\ 3}-T_{0i}^{\ 3}\right)\right)=Ln\left(\frac{p_{0js}}{p_{0i}}\right)$$

Cálculo de R para el flujo de gases.

La constante general de los gases expresada en J/kg*K para la mezcla de gases se obtendrá como la media ponderada de los R de los componentes que la forman en función de sus fracciones másicas. Así la ecuación que permite el cálculo será:

$$R=\frac{\dot m_{Aireseco}\cdot R_{Aire}+\dot m_{H_2O}\cdot R_{H_2O}+\dot m_{CO_2}\cdot R_{CO_2}+\dot m_{SO_2}\cdot R_{SO_2}+\dot m_{N_2}\cdot R_{N_2}}{\dot m_{gases}}$$

Donde los valores de los R se muestran en la sección de propiedades termodinámicas de los gases (Anexo 1).

Determinación de las condiciones de salida de la turbina.

Si se aplica la ecuación anterior al proceso concreto que tiene lugar en la turbina, quedará:

$$\frac{1}{R}\cdot\left(a_0\cdot Ln\left(\frac{T_{04s}}{T_{03}}\right)+a_1\cdot\left(T_{04s}-T_{03}\right)+\frac{a_2}{2}\cdot\left(T_{04s}^{\ 2}-T_{03}^{\ 2}\right)+\frac{a_3}{3}\cdot\left(T_{04s}^{\ 3}-T_{03}^{\ 3}\right)\right)=Ln\left(\frac{p_{04s}}{p_{03}}\right)$$

En este punto hay que decir que los coeficientes a_i que aparecen en la anterior ecuación dependerán del gas o la mezcla de gases que sufran el proceso isentrópico. Así dichos coeficientes se calculan como la media ponderada, en función de las fracciones másicas, de los coeficientes del polinomio que aproxima el calor específico a presión constante para cada una de los gases que compongan la mezcla.

$$a_i = \frac{\sum_j m_j \cdot a_{ij}}{\sum_j m_j}$$

Como ya se ha indicado en la sección correspondiente a las hipótesis básicas, habrá que dividir el proceso de expansión de la turbina en varios tramos correspondientes a distintas presiones. A cada uno de los tramos le corresponderá una ecuación diferente debido a la variación de los coeficientes del calor específico a presión constante del vapor de agua. A diferencia de lo que ocurre en el compresor, ahora la fracción de vapor de agua si es importante por lo que se hace necesario este tratamiento para la expansión.

Una vez determinada la temperatura T_{04s}, ya se podrá aplicar la definición de rendimiento isentrópico de la turbina para la obtención de la temperatura real de salida de ésta, T_{04}.

$$h_{comp} = \frac{h_{04s} - h_{03}}{h_{04} - h_{03}}, \qquad h_{0i} = h_i + \frac{c_i^2}{2} = C_p(T_{0i}) \cdot T_{0i}$$

$$h_{0i} = C_p(T_{0i}) \cdot T_{0i} = \frac{\sum_j \dot{m}_j C_{pj} \cdot (T_{oi}) \cdot T_{0i}}{\sum_j \dot{m}_j}$$

Despejando de esta ecuación se obtiene T_{04}, con lo que las condiciones de salida de la turbina vendrán caracterizadas por T_{04} y p_{04}.

Cálculo de la potencia generada por la turbina.

La potencia suministrada se calculará a partir de un balance entálpico entre las condiciones de entrada y de salida de la turbina:

$$\dot{W}_{turb} = \dot{m}_{gases} \cdot (h_{03} - h_{04})$$