CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS TEÓRICOS.

En este segundo capítulo se describen los tres modelos teóricos que se han escogido para la realización del presente trabajo. Dichos modelos han sido creados para predecir la resistencia a fatiga de componentes con entallas pequeñas.
Para cada uno de los modelos se analizan las hipótesis en las que están basados, los rangos de aplicación y las capacidades predictivas.

2.1 MODELO DE LUKAS et al.[1,2]

Entallas no dañinas en fatiga.

Es bien conocido que la existencia de entallas muy pequeñas (cavidades, agujeros,...) en especimenes no afecta sustancialmente al límite de fatiga de materiales metálicos. Lukas et al. proponen una fórmula que relaciona la geometría característica del defecto no dañino con los parámetros del material.

El límite de fatiga representa la condición umbral para la propagación de microgrietas nucleadas, es decir, para ciclos de carga de amplitud igual o menor al límite de fatiga, se encuentran microgrietas paradas tras un número de ciclos suficientes. Esta teoría permite también explicar la existencia de entallas no dañinas.

El factor de intensidad de tensiones es empleado para describir la propagación de grietas, sin embargo las grietas pueden ser demasiado pequeñas para ser descritas en términos de la fractura mecánica elástico-lineal. La fuerza conductora para la propagación de una grieta viene representada por el factor de intensidad de tensiones K, el cual aumenta conforme aumenta la longitud de la grieta y la tensión aplicada según la expresión:

$$K = \sigma\, Q \sqrt{\pi\, l} \qquad (2.1)$$

donde Q es el factor geométrico y l representa la longitud de la grieta. Ambos parámetros son idénticos a Y y a empleados en el capítulo anterior, no obstante se ha optado aquí por mantener la misma nomenclatura empleada por los propios autores.

En un espécimen entallado, el concentrador de tensiones produce un aumento inicial de la fuerza conductora sobre una grieta creciendo desde el borde de la entalla, en comparación con la de una grieta de la misma longitud creciendo en un espécimen sin entalla. Para un tamaño de entalla dado, existe una longitud de grieta por encima de la cual las fuerzas conductoras para una grieta creciendo desde la entalla y para una grieta creciendo desde la superficie son iguales. Y al contrario, para una longitud de grieta dada, existe un tamaño de entalla por debajo del cual las fuerzas conductoras para una grieta creciendo en el borde de la entalla y para una grieta creciendo desde la superficie son iguales.

La realización del modelo conlleva la consideración de las siguientes hipótesis:

1. las grietas son consideradas pasantes y creciendo en Modo I
2. la fuerza conductora para la propagación de grietas es expresada en términos del factor de intensidad de tensiones
3. en el límite de fatiga, la longitud de las grietas no propagantes en un espécimen sin entalla y la longitud de la grieta en el borde de la entalla son iguales

Para una grieta pasante creciendo desde la superficie de un espécimen sin entalla el factor de intensidad de tensiones viene dado por la expresión

$$K_{plain} = 1.12\,\sigma\sqrt{\pi l} \qquad (2.2)$$

Por otra parte, el factor de intensidad de tensiones para una grieta creciendo desde el borde de una entalla se puede aproximar mediante la ecuación

$$K_{notch} = \frac{1.12\, K_t\, \sigma \sqrt{\pi\, l}}{\sqrt{1 + 4.5\, (l/\rho)}} \tag{2.3}$$

donde se ha empleado la expresión del factor de reducción de resistencia a la fatiga de una entalla dado por Neumann [9], para dos grietas simétricas creciendo desde el eje mayor de una entalla elíptica en una placa infinita

$$K_f = \frac{K_t}{\sqrt{1 + 4.5\, (l/\rho)}} \tag{2.4}$$

El factor de intensidad de tensiones umbral para grietas pequeñas, K_{ath}', es menor que el valor umbral determinado para grietas grandes (K_{ath}) y va aumentando a medida que la grieta aumenta su longitud hasta hacerse igual a este último, como indica el diagrama de Kitagawa-Takahashi. Dado que el factor de intensidad de tensiones umbral es una propiedad del material, los autores proponen que, para una misma longitud de grieta, el valor umbral debe ser el mismo para el caso de un espécimen entallado y no entallado, es decir, la dependencia del valor umbral con la longitud de grieta es igual en ambos casos.

Para un espécimen sin entalla, K_{ath}' justo en el límite de fatiga, viene expresado por

$$K_{ath}' = 1.12\, \sigma_c \sqrt{\pi\, l_0} \tag{2.5}$$

donde l_0 es la longitud de grieta no propagante en estas condiciones y σ_c es el límite de fatiga. De igual manera, para un espécimen entallado se tiene que

$$K_{ath}' = \frac{1.12\, K_t\, \sigma_{cn} \sqrt{\pi\, l_0}}{\sqrt{1 + 4.5\, (l_0/\rho)}} \tag{2.6}$$

donde σ_{cn} es el límite de fatiga del espécimen entallado.

Debido a que el valor de ambos factores de intensidad de tensiones umbrales deben ser el mismo, el límite de fatiga de un componente entallado se obtiene de igualar las expresiones anteriores como

$$\sigma_{cn} = \frac{\sigma_c}{K_t}\sqrt{1 + 4.5\,(l_0/\rho)} \qquad (2.7)$$

Una entalla podrá ser considerada no dañina respecto al límite de fatiga del material cuando el factor de intensidad de tensiones del componente entallado sea menor o igual que el correspondiente a un componente sin entalla, para el mismo nivel de tensiones y a la misma longitud de grieta (l_0)

$$K_{notch} \;\le\; K_{plain} \qquad (2.8)$$

o lo que es lo mismo $\sigma_{cn} \ge \sigma_c$.

A partir de las expresiones anteriores se obtiene una relación entre el factor de concentración de tensiones, la longitud de grieta no propagante y el radio de la entalla no dañina

$$(K_t^2 - 1)\,\rho \le 4.5\, l_0 \qquad (2.9)$$

La condición anterior puede ser expresada en términos del factor de intensidad de tensiones umbral K_{ath} o del factor de intensidad de tensiones efectivo $\Delta K_{th,\,eff}$, sin más que sustituir l_0 en la expresión anterior.

Para materiales con propiedades similares al acero o al cobre es posible considerar una relación entre los factores de intensidad de tensiones umbrales para grieta pequeña y para grieta grande, $K_{ath}' = 0.6\, K_{ath}$ (R= -1). Sustituyéndola en la ecuación anterior, se obtiene una nueva forma de escribir la condición de entalla no dañina, esto es

$$(K_t^2 - 1)\,\rho \le 0.41\,(K_{ath} / \sigma_c)^2 \qquad (2.10)$$

Finalmente, como discuten los autores en [1], es posible considerar que el factor de intensidad de tensiones umbral efectivo $\Delta K_{th,eff}$ para grieta grande puede ser considerado aproximadamente igual al factor de intensidad de tensiones umbral para grieta pequeña K_{ath}', en el límite de fatiga, la última expresión puede formularse como

$$(K_t^2 - 1)\ \rho \leq 1.14(\Delta K_{th,eff} / \sigma_c)^2 \qquad (2.11)$$

El efecto del tamaño de entalla en el límite de fatiga

Existe una fuerte dependencia del límite de fatiga con el tamaño de la entalla. A mayor tamaño de entalla mayor es su efecto sobre el límite, para un mismo tipo de concentrador de tensiones. Sin embargo, para un tamaño de entalla inferior a un cierto tamaño crítico este efecto desaparece (entalla no dañina).

La misma teoría es aplicable a las grietas. El diagrama de Kitagawa-Takahashi pone de manifiesto esta relación del límite de fatiga con el tamaño de la grieta.

Como se observa en al figura 2.1, el límite de fatiga no se ve afectado para tamaños de grieta inferiores a l_0. Para valores superiores a l_0 el comportamiento umbral puede ser descrito mediante MFEL, aunque el factor de intensidad de tensiones umbral debe ser considerado dependiente del tamaño de grieta en la zona de grietas pequeñas. Esto es cierto hasta un tamaño de grieta entorno a $10l_0$.

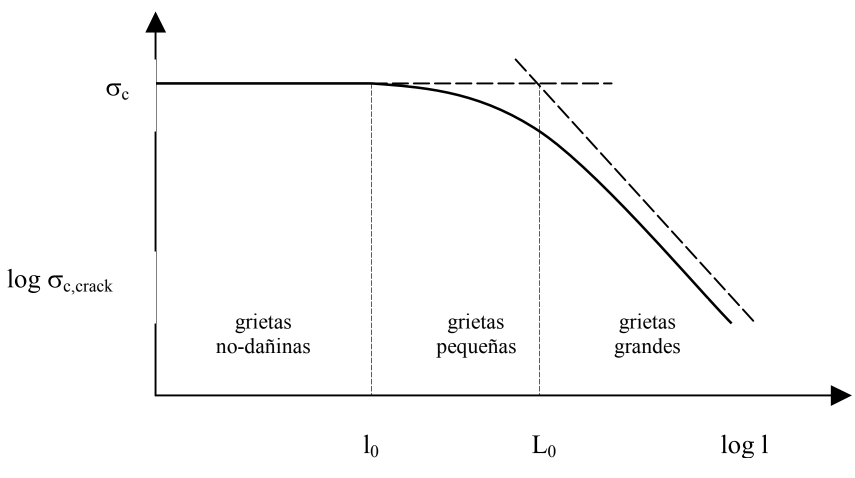

Figura 2.1:Diagrama de Kitagawa-Takahashi

El factor de intensidad de tensiones umbral para una grieta grande es dado por

$$K_{ath} = \sigma_{c,\,crack}\, Q\sqrt{\pi\, l} \tag{2.12}$$

Según Topper y El Haddad [10], el comportamiento de una grieta pequeña se ajusta a una expresión parecida

$$K_{ath} = \sigma_{c,\,crack}\, Q\sqrt{\pi\,(l + L_0)} \tag{2.13}$$

donde l ha sido sustituida por l +L_0, siendo $L_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{K_{ath}}{Q\sigma_c}\right]^2$.

Lukas et al. proponen una modificación de la ecuación anterior, para solventar el hecho de que para l→0, ésta tiende asintóticamente al límite de fatiga sin entallas, no teniendo en cuenta la existencia de grietas no dañinas de longitudes inferiores a l_0. La nueva propuesta tiene la forma

$$K_{ath} = \sigma_{c,\,crack}\, Q\sqrt{\pi\,(l - l_0 + L_0)} \qquad l \geq l_0 \tag{2.14}$$

Así se llega a una expresión para el límite de fatiga según la longitud de la grieta:

$$\sigma_{c,\,crack} = \sigma_c \qquad l \leq l_0 \tag{2.15}$$

$$\sigma_{c,\,crack} = \sigma_c\sqrt{\frac{L_0}{l - l_0 + L_0}} \qquad l \geq l_0$$

Para analizar el efecto de la entalla en el límite de fatiga, los autores empiezan suponiendo grietas con forma semielípticas. Recordando que se partía de la base de que el factor de intensidad de tensiones umbral para grietas grandes en el límite de fatiga

($l = l_0$) es igual para un espécimen plano que para uno entallado, el límite de fatiga para un componente entallado es calculado mediante las ecuaciones siguientes:

$$\sigma_{c,notch} = \sigma_c \qquad\qquad \rho \le \rho_0 \tag{2.16}$$

$$\sigma_{c,notch} = \sigma_c \frac{\sqrt{1 + 4.5(l_0/\rho)}}{K_t} \qquad \rho > \rho_0$$

donde ρ_0 es el radio crítico de la entalla y es dado por la ecuación $\rho_0 = \frac{4.5}{K_t^2 - 1} l_0$. Una entalla con un radio menor o igual que ρ_0 será considerada no dañina.

El efecto del tamaño de entalla es muy fuerte en el rango de entallas pequeñas, como se puedes observar en la figura 2.2. El límite de fatiga se aproxima a σ_c / K_t para entallas grandes.

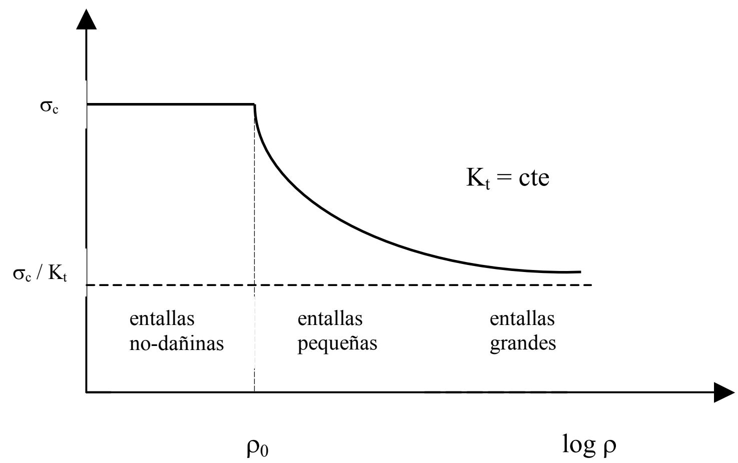

Figura 2.1 : dependencia del límite de fatiga del espécimen entallado con el tamaño de la entalla

Experimentalmente se ha demostrado que para valores de K_t superiores a 4, el límite de fatiga de un espécimen entallado permanece aproximadamente constante al aumentar K_t. Por consiguiente, el método expuesto sólo es aplicable para $K_t \leq 4$, donde el límite de fatiga σ_c decrece cuando K_t crece. Las entallas agudas ($K_t \geq 4$) pueden tratarse como grietas de longitud igual a la de la entalla y pueden analizarse a partir de la MFEL.

2.2 MODELO DE MURAKAMI et al.

Apoyados en la evidencia experimental, estos autores se basan una vez más en la idea de que el límite de fatiga de un componente conteniendo defectos debe interpretarse, no como la tensión necesaria para que se inicien grietas en el material sino como aquella tensión que permite la propagación de las grietas previamente nucleadas en tales defectos. En otras palabras, el límite de fatiga de un componente con entallas pequeñas se corresponderá con aquella tensión por debajo de la cual las grietas iniciadas en dichos defectos, después de crecer una cierta distancia, se paran y no causan el fallo del componente.

La clave del presente modelo pasa, en primer lugar, por establecer qué parámetro geométrico puede representar adecuadamente la fuerza conductora de una grieta generada en un defecto del material. Para ello, los autores suponen que el efecto en la resistencia a fatiga de la forma y del tamaño de la grieta se puede correlacionar con el factor de intensidad de tensiones (FIT) máximo a lo largo del frente de la grieta. Con esta premisa Murakami et al. analizan varias grietas en 2D con diferentes geometrías obteniendo que el FIT máximo se puede relacionar con la tensión aplicada (σ) a través del parámetro $\sqrt{\text{area}}$,

$$K_{I\max} \cong 0.65\sigma\sqrt{\pi\sqrt{\text{area}}} \tag{2.17}$$

donde area representa el área de la grieta perpendicular a la tensión aplicada.

Dado que la mayoría de los defectos son tridimensionales, para poder abordar su tratamiento a partir de la idea anterior, se propone que la influencia de la tridimensionalidad de un defecto desde el que crece una grieta se puede tratar definiendo una grieta equivalente en 2D cuyo frente se corresponde con la proyección del conjunto defecto-grieta sobre el plano perpendicular a la dirección de tensiones principales máximas. Los autores contrastan esta hipótesis con resultados experimentales obtenidos con probetas conteniendo defectos o entallas artificiales pequeñas y grietas de diferente geometría, llegando a concluir que el parámetro $\sqrt{\text{area}}$, reinterpretado ahora como la raíz del área de la grieta y del defecto proyectada sobre el plano perpendicular a la dirección de tensiones principales máximas, representa razonablemente y de manera unificada el efecto de la forma y tamaño de la grieta en el crecimiento por fatiga de las mismas.

Los autores centran su atención en obtener una relación entre el FIT umbral (ΔK_{th}) para una grieta emanando desde un defecto con el parámetro $\sqrt{\text{area}}$. Tras analizar un amplio conjunto de resultados experimentales y materiales diferentes se observa que para defectos pequeños, que según los autores son aquellos en los que $\sqrt{\text{area}} \leq 1000\,\mu\text{m}$, existe una relación de proporcionalidad del tipo

$$\Delta K_{th} \propto \left(\sqrt{\text{area}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{2.18}$$

El siguiente, y último, punto clave del presente modelo es introducir en la relación anterior algún parámetro que permita reproducir cuantitativamente la dependencia del FIT umbral con el tipo de material. En este sentido, se propone emplear el valor de la dureza Vickers (H_v) como parámetro representativo. Los autores muestran que existe un clara relación entre ΔK_{th} y la dureza Vickers en el sentido de que aquellos materiales que tienen un valor de H_v más elevado presentan en general un FIT umbral más alto. Según esto, se propone emplear una relación del tipo

$$\Delta K_{th} = C_1\left(H_v + C_2\right)\left(\sqrt{\text{area}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{2.19}$$

donde C_1 y C_2 son constantes independientes del tipo de material. Los valores de dichas constantes fueron determinados mediante ajuste por mínimos cuadrados sobre un total de 14 materiales diferentes (12 aceros con distinto contenido en carbono, una aleación de aluminio (Al 2017-T4) y un latón (70/30 brass)), obteniéndose finalmente la relación

$$\Delta K_{th} = 3.3\,10^{-3}\left(H_v + 120\right)\left(\sqrt{area}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{2.20}$$

con ΔK_{th} expresado en $MPa\sqrt{m}$ y $\sqrt{area}$ expresado en μm.

Combinando las ecuaciones (2.17) y (2.20) es posible obtener una estimación de la tensión umbral necesaria para hacer crecer una grieta iniciada en un defecto del material, es decir, obtener una estimación del límite de fatiga convencional (σ_w) de un componente conteniendo una entalla pequeña. La expresión final es de la forma

$$\sigma_w = 1.43\left(H_v + 120\right)\left(\sqrt{area}\right)^{\frac{1}{6}} \tag{2.21}$$

donde σ_w está expresada en MPa y $\sqrt{area}$ expresado en μm.

El modelo planteado por Murakami y sus colaboradores para estimar el FIT umbral y el límite de fatiga de un componente conteniendo entallas o defectos pequeños se reduce, por tanto, a aplicar las expresiones semiempíricas (2.20) y (2.21) para el tipo de material y geometría del defecto objeto de estudio.

Los autores discuten en sus trabajos el rango aplicación a efectos prácticos del modelo planteado. Así, éstos establecen como límite superior para el parámetro $\sqrt{area}$ un valor de 1000 μm, es decir, el modelo sólo es aplicable a defectos cuyo valor del parámetro $\sqrt{area}$ sea inferior a 1 mm. Por otro lado, los autores plantean que el límite inferior para dicho parámetro debe estar dado por la propia microestructura del material. A efectos prácticos, dado que el límite de fatiga predicho de un material con entallas o defectos pequeños no puede ser superior al límite de fatiga de un material libre de defectos, el mínimo valor que puede tomar el parámetro $\sqrt{area}$ estará determinado por el tamaño máximo de grietas no propagantes que existen en un componente sin defectos sujeto a la tensión del límite de fatiga. Dicho de otra forma, si el límite de fatiga de un material libre de defectos es conocido experimentalmente el valor límite inferior del parámetro $\sqrt{\text{area}}$ puede estimarse a partir de la ecuación (2.21) y dicho valor estará directamente relacionado con la longitud máxima de grietas no-propagantes que dicho material puede soportar.

2.3 MODELO MICROMECÁNICO.

El presente modelo estudia la propagación y no-propagación de grietas a fatiga en entallas desde un punto de vista micromecánico. Este modelo tiene en cuenta dos aspectos importantes en el crecimiento de grietas pequeñas en entallas: la interacción entre las grietas y las barreras microestructurales del material, y el efecto del gradiente de tensiones en la entalla.

La resistencia a la fatiga en materiales metálicos se traduce en la oposición al crecimiento de las grietas ofrecida por las barreras microestructurales como los límites de grano, fases límites, precipitados, etc. El límite de fatiga en un componente sin entallas se interpreta como el umbral de tensiones por debajo del cual las grietas incipientes no superan las primeras barreras microestructurales y por tanto no se propagan.

En un espécimen con defectos, las grietas encuentran una ayuda extra para superar las primeras barreras, debido a la concentración de tensiones que se generan, y, por consiguiente, se puede producir una reducción en la resistencia a fatiga del componente.

Como punto de partida, este modelo se considera una grieta creciendo desde una entalla semielíptica en un cuerpo semi-infinito e interactuando con la microestructura (véase Fig. 2.2).

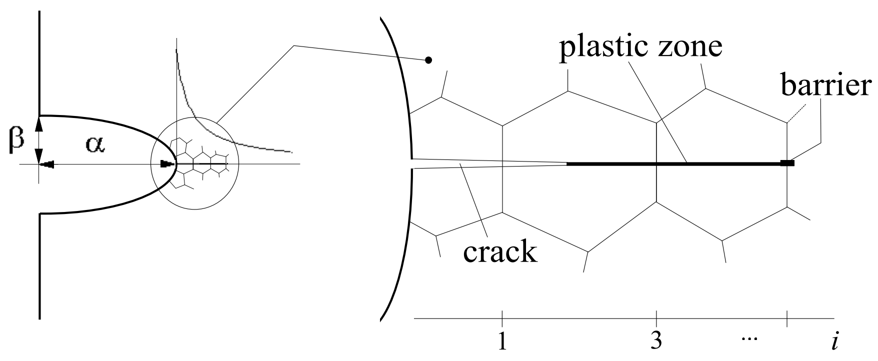

Figura 2.2: representación esquemática de una grieta en un espécimen entallado.

La propagación de la grieta se produce de la siguiente manera:

se considera que la zona plástica de la grieta avanza a saltos. La grieta es bloqueada por una barrera y permanece en esta situación hasta que la “presión”que la grieta ejerce sobre la barrera es lo suficientemente elevada para activar el deslizamiento plástico en el siguiente. La zona plástica avanza hasta la siguiente barrera donde vuelve a ser bloqueada y el proceso se repite. De esta forma la grieta logra superar las sucesivas barreras microestructurales.

El gradiente de tensiones que se genera en una entalla provoca que el comportamiento de un espécimen entallado se diferente al habitual en un componente sin entalla. Normalmente, en un componente sin entallas, cuando la tensión aplicada es suficiente para que la grieta supere las primeras barreras, dicha grieta será capaz de propagarse hasta provocar el fallo del componente. No obstante, en un componente entallado puede ocurrir que si el gradiente de tensiones es pronunciado, y el nivel de tensiones es el adecuado, la grieta puede superar las primeras barreras pero no es capaz de pasar las siguientes, debido a una fuerte caída en el nivel de tensiones a media que la grieta avanza, convirtiéndose en una grieta no-propagante.

Empleando la teoría de distribuciones continuas de dislocaciones infinitesimales y las técnicas de transformación conformes, se ha obtenido una solución analítica para una grieta creciendo a través de la microestructura desde la base de la entalla, para el caso más simple de tensión antiplana.

La tensión umbral τ_{Li}^N, necesaria para que la grieta supere una barrera microestructural genérica, situada a una distancia iD/2 de la base de la entalla, se calcula con la siguiente expresión:

$$\frac{\tau_{Li}^{N}}{\tau_{FL}} = \left(\frac{m_i^*}{m_1^*}\right)\frac{1}{\overline{\alpha}+\overline{\beta}}\left[\frac{\overline{\beta}}{\lambda_i}+\frac{\overline{\alpha}}{\sqrt{1+\lambda_i^2}}\right]^{1/2} \qquad i = 1,3,5,... \qquad (2.22)$$

donde $\lambda_i = \frac{1}{\overline{\alpha}+\overline{\beta}}\left[\overline{\alpha}\sqrt{(\overline{\alpha}+i)^2-\overline{\alpha}^2+\overline{\beta}^2}-\overline{\beta}(\overline{\alpha}+i)\right]$; $\overline{\alpha}=\alpha/(D/2)$ y $\overline{\beta}=\beta/(D/2)$ son la profundidad y el espesor adimensionales de la entalla. D es el tamaño de la característica microestructural y τ_{FL} el límite de fatiga del material.

El término $\left(\frac{m_i^*}{m_1^*}\right)$ representa la resistencia efectiva de la barrera i-ésima y es debida a la oposición cristalográfica al deslizamiento y quizás a otros mecanismos de retardo (ej.: el cierre de la grieta).

En el diagrama de Kitagawa-Takahashi está representada esta resistencia efectiva, el cual en los términos del presente modelo tiene la expresión

$$\frac{\tau_{Li}}{\tau_{FL}} = \left(\frac{m_i^*}{m_1^*}\right)\frac{1}{\sqrt{i}} \qquad i = 1,3,5,... \qquad (2.23)$$

donde τ_{Li} es la tensión umbral para la propagación de la grieta más allá de la barrera i-ésima en un espécimen sin entallas.

En general, la determinación experimental del diagrama de Kitagawa es una tarea costosa. Por ello es interesante disponer de alguna expresión que permita obtener una estimación de dicho diagrama. La ecuación siguiente representa una relación que ha demostrado ser útil en este sentido

$$\left(\frac{m_i^*}{m_1^*}\right)=\frac{\sqrt{\bar{a}_0}}{\left(i^f+\bar{a}_0^f-1\right)^{\frac{1}{2f}}}\sqrt{i} \tag{2.24}$$

donde a_0 es la expresión adimensional de la longitud de grieta ficticia deducida por El-Haddad, dada por

$$\bar{a}_0=\frac{a_0}{D/2}; \qquad a_0=\frac{1}{\pi}\left[\frac{K_{th\infty}}{Y\tau_{FL}}\right]^2 \tag{2.25}$$

donde $K_{th\infty}$ es el factor de intensidad de tensiones umbral para grietas grandes, el parámetro Y que representa la forma de la grieta y f un exponente que controla la velocidad a la cual se satura la resistencia de las sucesivas barreras.

Sustituyendo la expresión (2.24) en la ecuación (2.22), la tensión umbral para superar la i-ésima barrera en un componente con entalla (τ_{Li}^N) queda de la forma

$$\tau_{Li}^N=\frac{\tau_{FL}}{\bar{\alpha}+\bar{\beta}}\frac{\sqrt{\bar{a}_0}}{\left(i^f+\bar{a}_0^f-1\right)^{\frac{1}{2f}}}\sqrt{i}\left[\frac{\bar{\beta}}{\lambda_i}+\frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{1+\lambda_i^2}}\right]^{1/2} \tag{2.26}$$

Esta ecuación conduce a dos tensiones umbrales de interés en fatiga: límite de iniciación de grietas por fatiga y límite de propagación hasta el fallo o límite de fatiga convencional. La iniciación de la grieta se puede entender como la superación de la primera barrera microestructural, obteniéndose este limite τ_{Li}^N haciendo i=1

$$\tau_{L1}^N=\frac{\tau_{FL}}{\bar{\alpha}+\bar{\beta}}\left[\frac{\bar{\beta}}{\lambda_i}+\frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{1+\lambda_i^2}}\right]^{1/2} \tag{2.27}$$

El límite de propagación de la grieta a fatiga es el mismo valor de tensión aplicado para que la grieta se propague a través de todas las barreras microestructurales, produciendo así el fallo del espécimen. Este límite corresponde, por tanto, con el máximo de todas las tensiones τ_{Li}^{N}, es decir,

$$\tau_{FL}^{N} = \max_{i}\left(\tau_{Li}^{N}\right) \qquad i = 1,3,5,... \tag{2.28}$$

La figura 2.3 muestra la evolución del límite de iniciación y del límite de propagación hasta el fallo en función del factor de concentración de tensiones (K_t) para entallas geométricamente semejantes predicha por el presente modelo. Se aprecia que para entallas agudas (K_t > 3 ó 4) el límite de fatiga (τ_{FL}^{N}) se muestra aproximadamente constante e independiente de K_t. Así mismo, éste presenta un valor sustancialmente superior al el límite de iniciación, indicando la existencia de una región de grieta no-propagante. Por último, para entallas romas (K_t < 3) se observa una fuerte influencia de K_t como era de esperar. Además, se muestra también que ambos límites son prácticamente coincidentes pata entallas suficientemente romas, indicando que una vez iniciada la grieta en la raíz de la misma ésta se propaga hasta el fallo del componente. Dicha evolución representa adecuadamente la evolución obtenida experimentalmente por Frost y Dugdale discutida en el capítulo 1.

Para la aplicación práctica de las ecuaciones anteriores es necesario poder generalizar el método y establecer una metodología para calcular el límite de fatiga en componentes entallados con una grieta creciendo en modo I. Para llevar a cabo esta generalización se parte del estudio de las similitudes en distribuciones de tensión. En un primer paso se intenta escribir la distribución de tensiones de la entalla elíptica cargada en modo III, como función de parámetro generalizables a cualquier otra geometría. Los parámetros útiles son K_t , la profundidad de la entalla (α) y el radio de la entalla (ρ). Se obtiene así una expresión para τ_{Li}^{N} de la forma

$$\tau_{Li}^{N} = \tau_{Li} \frac{\sqrt{i\,D/2}}{K_t} \left[\frac{1}{\lambda_i \sqrt{\alpha\rho}} + \frac{(K_t - 1)^2}{\alpha \sqrt{1+\lambda_i^2}} \right]^{1/2} \tag{2.29}$$

donde $\lambda_i = \eta(i\,D/2) \quad \eta(x) = \frac{1}{\alpha^2 - \beta^2}\left[\alpha\sqrt{(\alpha + x)^2 - \alpha^2 + \beta^2} - \beta(\alpha + x)\right]$

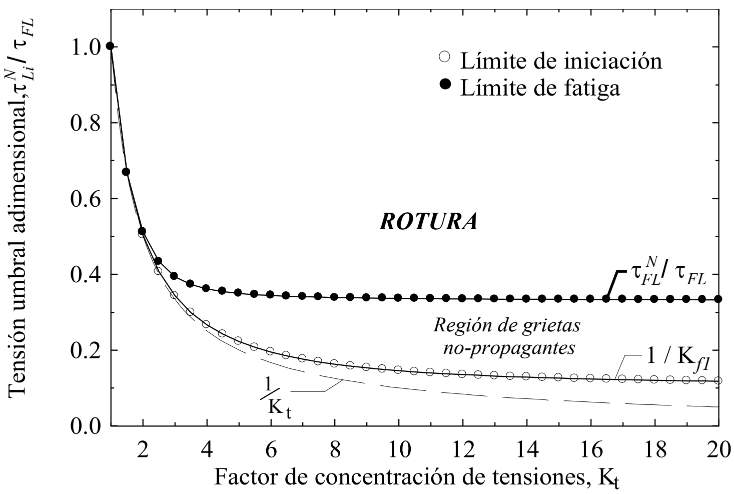

Figura 2.3: tensiones umbrales de iniciación y propagación vs. K_t

La aplicación del modelo a componentes sometidos a carga axial representa una segunda etapa en la generalización, haciendo necesario realizar algunas consideraciones adicionales. La discusión sobre esta generalización se realiza en detalle en las referencias [14, 12], la cual conlleva a expresar la tensión σ_{Li}^{N} a través de la expresión (2.29) sin más que reemplazar la tensión tangencial (τ) por la tensión normal (σ).
Así, la metodología a seguir para el análisis de un componente entallado sería:

1. La determinación de la tensión σ_{Li} , necesaria para que la grieta crezca a través del material en un espécimen sin entalla. Para ello se requiere conocer la distancia D entre barreras microestructurales y el diagrama experimental de Kitagawa-Takahashi para este componente. En ausencia de este gráfico se puede utilizar la siguiente expresión semiempírica escrita en términos de tensión axial,

$$\sigma_{Li} = \sigma_{FL} \frac{\sqrt{\bar{a}_0}}{\left((i\,D/2)^f + \bar{a}_0^f - (D/2)^f\right)^{\frac{1}{2f}}} \tag{2.30}$$

donde $$a_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{K_{th\infty}}{Y\sigma_{FL}}\right]^2$$

2. la determinación de la tensión umbral σ_{Li}^{N} necesaria para superar cada una de las barreras microestructurales, la cual se expresa como

$$\sigma_{Li}^{N} = \sigma_{Li} \frac{\sqrt{i\,D/2}}{K_t}\left[\frac{1}{\lambda_i\sqrt{\alpha\rho}} + \frac{(K_t - 1)^2}{\alpha\sqrt{1+\lambda_i^2}}\right]^{1/2} \tag{2.31}$$

A partir de esta expresión se calculan el límite de iniciación de grieta, sin más que particularizar (2.31) para i = D/2 y el límite de propagación de la grieta en el espécimen entallado,

$$\sigma_{FL}^{N} = \max_i\left(\sigma_{Li}^{N}\right) \tag{2.32}$$

Todas las expresiones citadas han sido obtenidas bajo la hipótesis de sólido semi-infinito, sin embargo es posible su empleo sobre sólidos finitos en los que se cumpla $\delta/\alpha > 5$, es decir, cuando no exista una fuerte influencia del carácter finito del espécimen sobre la entalla.