

Capítulo 2

Óptica física. Interferometría.

2.1. Interferencia y difracción.

Onda luminosa.

La luz es una onda electromagnética transversal cuyos campos eléctrico y magnético varían en dirección perpendicular a la dirección de propagación. La ecuación que gobierna esta propagación, escrita en su forma más general, es la ecuación de Maxwell para el campo electromagnético:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad [1]$$

donde:

- $E(x,t)$ es la amplitud de campo eléctrico que se propaga en el espacio (x) y en el tiempo (t).
- c es la velocidad de propagación de la luz. Esta velocidad en el vacío es igual a:
 $c_0 = 299792458 \text{ m/s}$

La ecuación diferencial que gobierna la propagación de una onda plana es:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad [2]$$

La solución a la ecuación de una onda plana es:

$$E(x,t) = f(x-ct) \quad \text{ó} \quad E(x,t) = g(x+ct) \quad [3]$$

Una posible solución de la ecuación de onda plana se puede escribir como combinación de las soluciones particulares anteriores:

$$E(x,t) = a f(x-ct) + b g(x+ct) \quad [4]$$

La solución más general de la ecuación de onda plana es una onda armónica, que escrita en notación real toma la forma de una cosenoide:

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \quad [5]$$

Donde E_0 es la amplitud real de la onda, y el término $(kx - \omega t)$ es la fase de la onda. El parámetro k está asociado a la longitud de onda λ , y proporciona el periodo espacial:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad [6]$$

Cada cierto tiempo, en un mismo punto, el campo se repite, es decir, existe un periodo temporal de tal forma que:

$$E(x,t) = E(x, t \pm \tau) \quad [7]$$

Así definimos el periodo temporal como:

$$\text{Periodo:} \quad \tau = \frac{\lambda}{c} \quad [8]$$

$$\text{Frecuencia:} \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \quad [9]$$

$$\text{Velocidad angular:} \quad \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{\tau} \quad [10]$$

Si en el instante inicial ($t = 0$) en la posición inicial ($x = 0$) no tenemos fase cero $\varphi=0$, entonces debemos incluir el desfase inicial en la ecuación de onda:

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \quad [11]$$

Haciendo uso de las fórmulas trigonométricas de Euler podemos describir la ecuación de onda plana en forma compleja:

$$E(x,t) = \frac{1}{2} E_0 e^{i \cdot (kx - \omega t + \phi)} + \frac{1}{2} E_0 e^{-i \cdot (kx - \omega t + \phi)} \quad [12]$$

El segundo término del sumatorio es la onda compleja conjugada del primer término y puede ser omitida, teniendo en cuenta que sólo atendemos a la parte real de $E(x,t)$, la onda física.

Una onda plana es aquella que se caracteriza por tener la misma fase en planos perpendiculares a la dirección de propagación. Tal y como la hemos descrito hasta ahora, la dirección de propagación es la dirección del eje x . Si queremos escribirla de una forma más general, debemos contemplar el caso de que tenga una dirección arbitraria.

Si definimos \vec{k} como vector dirección de propagación y \vec{r} vector posición de un punto, todos los puntos pertenecientes a un plano perpendicular a la dirección de propagación k cumplirán:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = const \quad [13]$$

Así podemos escribir la ecuación de una onda plana como:

- $E(r,t) = E_0 e^{(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)}$ que describe la onda plana armónica que se propaga en la dirección del vector k
- $E(r,t) = E_0 e^{(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t + \phi)}$ que describe la onda plana armónica que se propaga en la dirección contraria al vector k .

Otra forma de frente de onda es una onda esférica. En este caso, se caracterizan por tener la misma la fase los puntos que equidistan de un punto origen de la onda esférica.

Si volvemos a la expresión inicial de Maxwell que describe el campo electromagnético, podemos tratarla matemáticamente para escribirla en coordenadas esféricas. Debido a la simetría esférica de una onda esférica, el campo electromagnético no depende de θ ni de ψ . Así la ecuación de Maxwell queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \cdot E) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad [14]$$

Y la solución de esta ecuación es una onda esférica armónica:

$$E(r, t) = \frac{E_0}{r} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)} \quad [15]$$

Podemos observar como en una onda esférica la amplitud E_0/r decrece proporcionalmente a $1/r$.

Una onda luminosa conduce energía electromagnética que fluye en la dirección en que avanza la onda, $\vec{E} \times \vec{B}$.

La energía por unidad de área y por unidad de tiempo que fluye perpendicularmente dentro de una superficie en el espacio libre está dada por el vector de Poynting \vec{S} , donde:

$$\vec{S} = c^2 \varepsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}) \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad [16]$$

A partir de aquí podemos definir:

$\langle \vec{S} \rangle =$ densidad de flujo radiante.

- exitancia = $\langle \vec{S} \rangle_{\text{emergente de } \sigma}$
- irradiancia = $\langle \vec{S} \rangle_{\text{incidente de } \sigma}$

La irradiancia es la única magnitud que puede ser medida por los sensores (ojo, fotodiodo, CCD, etc...) . De la ecuación de Maxwell podemos deducir la expresión de la irradiancia, y queda como:

$$I = \epsilon_0 c E^2 \quad [17]$$

aunque lo más importante para nosotros es que la irradiancia es proporcional al cuadrado del campo magnético:

$$I \sim E^2 \quad [18]$$

La irradiancia no puede ser medida en tiempo real, es decir, instantáneamente, ya que no hay ningún sensor que sea capaz de seguir la frecuencia de variación del campo electromagnético. Por eso, lo que medimos es el promedio en un espacio de tiempo T_m . Se debe cumplir que $T_m \gg 2\pi/\omega$ para que el registro sea correcto, pero T_m debe ser lo suficientemente pequeño comparado con la escala de tiempo del proceso físico a investigar. Así, omitiendo los términos de proporcionalidad, la irradiancia se puede escribir como:

$$I(\vec{r}, t, T_m) = \frac{1}{T_m} \int_{t-T_m/2}^{t+T_m/2} E(\vec{r}, t') E^*(\vec{r}, t') dt' \quad [19]$$

Interferencia de la luz.

La interferencia de la luz ocurre cuando dos o más ondas de luz coherentes se superponen. Este es el principio básico en el que se sustentan la interferometría y la holografía. Para el estudio de la forma en que interfieren ondas luminosas nos

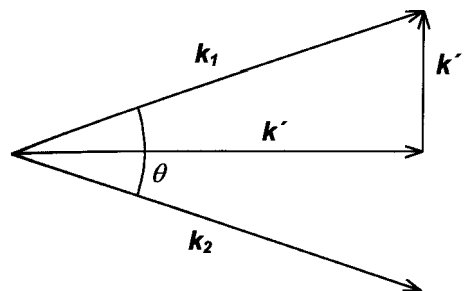
concentraremos en el caso de superposición de dos ondas, sin pérdida alguna de generalidad, ya que por el principio de superposición las conclusiones pueden ser extendidas al caso de varias ondas interfiriendo.

De esta forma, sean dos ondas esféricas que interfieren y que son emitidas por el mismo punto fuente; en notación escalar se escriben como:

$$E_1(r, t) = E_{01} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t + \phi_1)} \quad [20]$$

$$E_2(r, t) = E_{02} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t + \phi_2)} \quad [21]$$

Para la determinación de la superposición de estas dos ondas vamos a descomponer los vectores \vec{k}_1 y \vec{k}_2 en componentes según unas direcciones de tal manera que tengan una componente igual y la otra opuesta.



Así quedan definidos los vectores:

$$\vec{k}' = \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_2}{2} \quad \vec{k}'' = \frac{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}{2} \quad [22]$$

Si θ es el ángulo que forman \vec{k}_1 y \vec{k}_2 entonces:

$$|\vec{k}''| = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \text{sen} \frac{\theta}{2} \quad [23]$$

Del mismo modo podemos definir la fase principal como $\phi = (\phi_1 + \phi_2)/2$ y la diferencia de fase media como $\Delta\phi = (\phi_1 - \phi_2)/2$.

Analizaremos ahora por separado los distintos casos de interferencia que nos serán útiles para entender la holografía y la interferometría holográfica.

I) Interferencia de dos ondas de la misma frecuencia..

Sean dos ondas esféricas de la misma longitud de onda y la misma amplitud E_0 que se superponen en una punto P, el campo resultante es:

$$\begin{aligned}
 (E_1 + E_2)(\vec{r}, t) &= E_0 e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \phi_1)} + E_0 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \phi_2)} = \\
 &= E_0 \{ e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} + \vec{k}'' \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \phi + \Delta\phi)} + e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \vec{k}'' \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \phi - \Delta\phi)} \} = \\
 &= E_0 e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \phi)} \{ e^{i(\vec{k}'' \cdot \vec{r} + \Delta\phi)} + e^{i(-\vec{k}'' \cdot \vec{r} - \Delta\phi)} \} = \\
 &= 2 E_0 e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \phi)} \cos(\vec{k}'' \cdot \vec{r} + \Delta\phi)
 \end{aligned} \tag{24}$$

Se puede observar como el término exponencial varía su fase con el tiempo, pero el término cosenoidal es independiente del tiempo. A partir de la expresión anterior podemos determinar la irradiancia:

$$I(\vec{r}) = (E_1 + E_2) \cdot (E_1 + E_2)^* = 4 E_0^2 \cos^2(\vec{k}'' \cdot \vec{r} + \Delta\phi) \tag{25}$$

Vemos como la irradiancia es estacionaria, no depende del tiempo, y de esta forma el patrón de interferencia se presenta estable en el tiempo. La irradiancia variará de un punto a otro con el cuadrado del coseno, se hará máxima allí donde $\vec{k}'' \cdot \vec{r} + \Delta\phi = n\pi$ (con $n \in Z$) y entonces diremos que las ondas interfieren de forma constructiva, y se hará mínima allí donde $\vec{k}'' \cdot \vec{r} + \Delta\phi = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$ (con $n \in Z$) y entonces diremos que las ondas interfieren de forma destructiva.

II) Interferencia de dos ondas de diferente frecuencia.

Sean dos ondas esféricas de la misma amplitud E_0 que surgen del mismo punto e interfieren en el punto P y que tienen distinta frecuencia; podemos descomponer, análogamente a como hicimos con los vectores de dirección de propagación, en una frecuencia común $\nu = (\nu_1 + \nu_2)/2$ y otra opuesta $\Delta\nu = (\nu_1 - \nu_2)/2$, y así ya podemos calcular el campo resultante en el punto P como:

$$\begin{aligned} (E_1 + E_2)(\vec{r}, t) &= E_0 \{e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} + \vec{k}'' \cdot \vec{r} - 2\pi \nu \cdot t - 2\pi \cdot \Delta\nu \cdot t + \phi + \Delta\phi)} + e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \vec{k}'' \cdot \vec{r} - 2\pi \nu \cdot t - 2\pi \cdot \Delta\nu \cdot t + \phi + \Delta\phi)}\} = \\ &= E_0 e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - 2\pi \nu \cdot t + \phi)} \cdot \{e^{i(\vec{k}'' \cdot \vec{r} - 2\pi \cdot \Delta\nu \cdot t + \Delta\phi)} + e^{i(-\vec{k}'' \cdot \vec{r} - 2\pi \cdot \Delta\nu \cdot t - \Delta\phi)}\} = \\ &= 2 E_0 e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - 2\pi \nu \cdot t + \phi)} \cos(\vec{k}'' \cdot \vec{r} - 2\pi \cdot \Delta\nu \cdot t + \Delta\phi) \end{aligned} \quad [26]$$

y la irradiancia es:

$$I(\vec{r}, t) = 4 E_0^2 \cos^2(\vec{k}'' \cdot \vec{r} + \Delta\phi - 2\pi \Delta\nu t) = 2 E_0^2 \left[1 + \cos(2 \vec{k}'' \cdot \vec{r} + 2 \Delta\phi - 4\pi \Delta\nu \cdot t) \right] \quad [27]$$

Si la diferencia de fase entre las dos ondas es pequeña, $\nu_1 \approx \nu_2$, un sensor convencional puede registrar la intensidad en el punto \vec{r} oscilando con la frecuencia de pulso $2\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$. Esta frecuencia de pulso será todo lo pequeña que queramos, ajustando la diferencia entre las dos frecuencias, consiguiendo así, frecuencias de oscilación capaces de ser seguidas por los sensores existentes.

III) Interferencia de dos ondas esféricas de diferente amplitud.

La irradiancia resultante de la interferencia de dos ondas esféricas de diferente amplitud se puede escribir como :

$$\begin{aligned}
 I(\vec{r}, t) &= (E_{01} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1)} + E_{02} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)}) (E_{01} e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1)} + E_{02} e^{-i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)}) = \\
 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 E_{01} E_{02} \cos(2 \vec{k}' \cdot \vec{r} + 2\Delta\phi)
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Este resultado se puede escribir como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos(2 \vec{k}' \cdot \vec{r} + 2\Delta\phi) \tag{29}$$

En general el resultado de la superposición de dos ondas consiste en un término aditivo de las irradiancias, y en otro termino que refleja la interferencia. Hasta ahora sólo hemos analizado ondas paralelas polarizadas. Si fuesen ondas ortogonales polarizadas, entonces su interferencia solo consistiría en la suma de sus irradiancias:

$$I = I_1 + I_2 \tag{30}$$

En el caso de que las ondas tuvieran direcciones de polarización distintas, en ángulos distintos, el campo vectorial hay que descomponerlo en componentes paralelas y ortogonales polarizadas, y el resultado de la interferencia tendrá parte de interferencia y parte de adición.

La calidad de las franjas producidas por un sistema interferométrico puede ser descrita cuantitativamente usando la visibilidad V la cual, tal como fue formulada por Michelson, está dada por:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{31}$$

donde I_{\max} y I_{\min} son las irradiancias que corresponden a los máximos y mínimos adyacentes en el sistema de franjas.

Teoría de la difracción.

La holografía y la interferometría holográfica se sustentan sobre la naturaleza ondulatoria de la luz. En la propagación de ondas luminosas podemos reconocer y modelar los efectos que sobre ella produce el fenómeno de la difracción. La teoría de la difracción es muy compleja y aquí solo citamos las conclusiones más importantes que se pueden sacar de ella.

Cuando un cuerpo opaco es colocado a medio camino entre una pantalla y una fuente puntual en los límites de la zona de sombra geométrica aparece una sombra intrincada compuesta de regiones claras y oscuras muy diferente de la que uno esperaría encontrar según los dogmas de la óptica geométrica. Existe una desviación de la luz de su propagación rectilínea a la que Francesco Grimaldi en el siglo XVII denominó “difractivo”, que hoy conocemos como “fenómeno de difracción”.

El efecto es una característica general de los fenómenos ondulatorios que ocurren donde quiera que una parte de un frente de onda ya sea sonido, onda material o luz, está obstruida de alguna manera.

Si en el transcurso del encuentro con un obstáculo transparente u opaco se altera una región del frente de onda en amplitud o fase ocurrirá, por tanto, un “fenómeno de difracción”.

Los varios segmentos del frente de onda que se propagan más allá del obstáculo interfieren para producir la distribución de densidad de energía particular, conocida como Patrón de Difracción.

I) Principio de Huygens

El principio de Huygens establece que: “Cada punto en un frente de onda primario sirve como fuente de ondas esféricas elementales secundarias tales que el

frente de onda primario un instante más tarde es la envolvente de estas ondas primarias. Además, éstas avanzan con una rapidez y frecuencia igual a la de la onda primaria en cada punto del espacio”.

La figura 2.1. contribuye a esclarecer todos estos conceptos: en ella se muestra un plano del frente de onda Σ , así como una serie de trenes de ondas esféricas secundarias, que, después de un tiempo t , se han propagado hasta un radio de vt (v es la frecuencia de la onda que se propaga). Se dice entonces que la envolvente de todos estos trenes de ondas corresponde con la onda avanzada Σ' .

II) Principio de Huygens-Fresnel

Según el principio de Huygens cada punto en un frente de onda puede visualizarse como una fuente de trenes de onda esféricos secundarios, pudiéndose determinar el progreso del frente de onda o de cualquier porción de ella a través del espacio. En cualquier momento se supone que la forma del frente de onda es la envolvente de los trenes de onda secundarios (Figura 2.1.). Dicha técnica, sin embargo, no toma en consideración la mayoría de los trenes de onda secundarios, reteniendo sólo la parte común a la envolvente. Como resultado de esta imperfección el principio de Huygens no puede explicar, por sí mismo, los detalles del proceso de difracción. Las ondas sonoras se “doblan” fácilmente alrededor de objetos grandes como los postes telefónicos y los árboles que, no obstante, proyectan unas sombras muy definidas cuando se iluminan con luz. Sin embargo, el principio de Huygens es independiente de cualquier consideración a cerca de la longitud de onda, prediciendo las mismas configuraciones de onda en ambas situaciones. Fue Fresnel quien superó el problema al añadir el concepto de interferencia.

El principio de Huygens-Fresnel establece que: “Cada punto sin obstrucción de un frente de onda, en un instante de tiempo determinado, sirve como fuente de trenes de onda secundarios esféricos (de la misma frecuencia que la onda primaria). La amplitud

del campo óptico en cualquier punto más allá es la superposición de todos estos trenes de onda, considerando sus amplitudes y fases relativas.

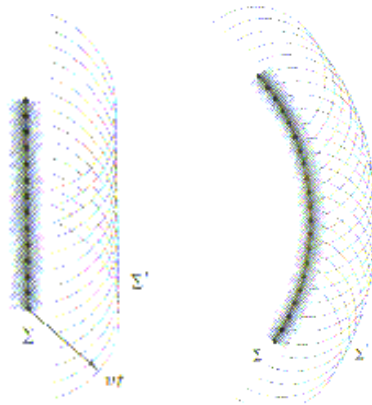


Figura 2. 1. *Envolvente de trenes de onda secundario [1]*

III) Difracción de Fraunhofer y Fresnel

Imaginemos que tenemos una pantalla opaca, Σ , que contiene una sola abertura pequeña iluminada por ondas planas de una fuente puntual, S , muy lejana. El plano de observación σ es una pantalla paralela y muy cercana a Σ . Bajo estas condiciones, se proyecta sobre la pantalla una imagen de la abertura que es claramente reconocible a pesar de unas pequeñas franjas que se ven alrededor de su periferia. Según el plano de observación va alejándose de Σ , la imagen de la abertura, si bien es aún fácilmente reconocible, va adquiriendo más estructura mientras que las franjas se vuelven más prominentes. Este fenómeno se denomina “difracción de Fresnel” o “de campo cercano”. Si se va alejando aún más el plano de observación, se producirá un cambio continuo en las franjas. A una gran distancia de Σ la distribución proyectada se habrá extendido considerablemente, teniendo muy poco o nada de parecido con la abertura real. De ahí en adelante, el movimiento de σ cambia esencialmente sólo el tamaño de la distribución y no su forma. Esta es la “difracción de Fraunhofer” o “de campo lejano”. Si en ese punto pudiéramos reducir suficientemente la longitud de onda de la radiación incidente, el patrón volverá al caso de Fresnel. Si λ se disminuyera aún más, de tal forma que se acercara a cero, las franjas desaparecerían mientras que la imagen

adquiriría la forma limitadora de la abertura, como reza la óptica geométrica. Volviendo ahora a la disposición original, si se desplaza ahora la fuente puntual hacia Σ , las ondas esféricas incidirían en la abertura, dando lugar así a una distribución de Fresnel, incluso en un plano de observación distante.

Consideremos una fuente puntual S y un punto de observación P, donde ambos estén muy lejos de Σ y donde no haya lentes. Siempre que la onda incidente y la emitida sean planas difiriendo de ello en una pequeña fracción de longitud de onda en la extensión de las aberturas difractoras (u obstáculos), se obtiene la difracción de Fraunhofer. Otra manera para alcanzar este resultado es observar que la fase de cada contribución en P, es esencial para la determinación del campo resultante, debido a las diferencias en el recorrido atravesado. Asimismo, si los frentes de onda que inciden en la abertura y que se emiten de ella son planos, entonces esas diferencias de recorrido podrán describirse por una función lineal de las dos variables de la apertura. Esta linealidad de las variables de apertura constituye el criterio matemático definitivo de la difracción de Fraunhofer. Por otro lado, cuando S o P o ambas están demasiado cerca de Σ como para poder considerar despreciable la curvatura de los frentes de onda de incidencia y de emisión, prevalece la difracción de Fresnel.

Cada punto en la apertura deberá visualizarse como una fuente de ondas de Huygens, cuya eficacia relativa debemos analizar. Cuando S está cerca, comparada con el tamaño de la abertura, el orificio estará iluminado por un frente de onda esférico. La distancia desde S hasta cada punto en la apertura será diferente, y la amplitud del campo eléctrico incidente (que disminuye inversamente con la distancia) variará de punto a punto en la pantalla difractora. Distinto sería el caso para las ondas incidentes planas homogéneas. Lo mismo es válido para las ondas difractadas que de la apertura llegan hasta P. Aunque se emitan todas con la misma amplitud, si P está cerca, las ondas que convergen en él son esféricas y varían en amplitud a causa de las distancias diferentes desde distintas partes de la apertura hasta P. Idealmente, si P estuviera situado a una distancia infinita, las ondas que llegarían ahí serían planas y no tendríamos porqué

preocuparnos por las diferencias de la fuerza del campo. Esto también contribuye a la simplicidad del caso límite de Fraunhofer.

En la Figura 3.2 se muestra una sucesión de distribuciones de difracción a distancias crecientes de una rendija única, Fresnel abajo (cercano) desplazándose hacia Fraunhofer arriba (lejano).

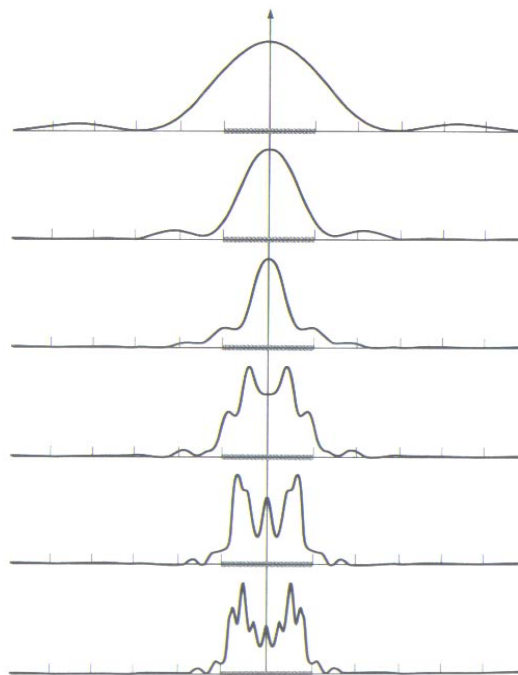


Figura 2. 2 Distribución de irradiancia correspondiente a una única rendija según distancias decrecientes desde el límite de Fraunhofer (superior) hasta la situación de Fresnel (inferior) [1].

IV) Análisis de la difracción: Integral de Difracción

Teoría Escalar de la Difracción de Kirchhoff

El principio de Huygens–Fresnel tiene algunas limitaciones además del hecho de que lo planteado hasta ahora resulta puramente analítico. Gustav Kirchhoff desarrolló una teoría más rigurosa basándose directamente en la solución de la ecuación diferencial

de onda. Su análisis refinado dio credibilidad a la suposición de Fresnel, conduciendo a una formulación aún más precisa del principio de Huygens como consecuencia exacta de la ecuación de onda. Aún así, la teoría de Kirchhoff es, por sí misma, una aproximación que es válida para longitudes de onda suficientemente pequeñas, es decir, cuando el tamaño de las aberturas difractantes es grande en comparación con λ . La teoría de Kirchhoff funciona muy bien aunque se ocupe solamente de ondas escalares y sea insensible al hecho de que la luz es un campo vectorial transversal.

Aquí no nos preocupamos por las fuentes en sí mismas sino, más bien, por la perturbación óptica escalar y sus derivadas en una superficie arbitraria que rodea a P (véase Figura 2.3.). Asumimos que un análisis de Fourier puede separar las frecuencias constitutivas de tal manera que solamente necesitamos trabajar con una de dichas frecuencias cada vez. La perturbación óptica monocromática E es una solución de la ecuación diferencial de onda

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad [32]$$

Sin especificar la naturaleza espacial precisa de la onda, puede escribirse como

$$\vec{E} = \vec{\xi} e^{-ikct} \quad [33]$$

Aquí $\vec{\xi}$ representa la parte espacial del campo complejo de la perturbación. Sustituyendo en la ecuación de onda se obtiene:

$$\nabla^2 \vec{\xi} + k^2 \vec{\xi} = 0 \quad [34]$$

Se trata de la *ecuación de Helmholtz* y se resuelve ayudándose con el teorema de Green. La perturbación óptica que existe en P, expresada en términos de la perturbación óptica y su gradiente evaluados en una superficie cerrada arbitraria S que rodea a P, es

$$\tilde{\xi}_p = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_S \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \tilde{\xi} d\vec{S} - \iint_S \tilde{\xi} \nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) d\vec{S} \right] \quad [35]$$

Denominado *Teorema integral de Kirchhoff*, la ecuación anterior se refiere a la configuración geométrica ilustrada en la figura de abajo.

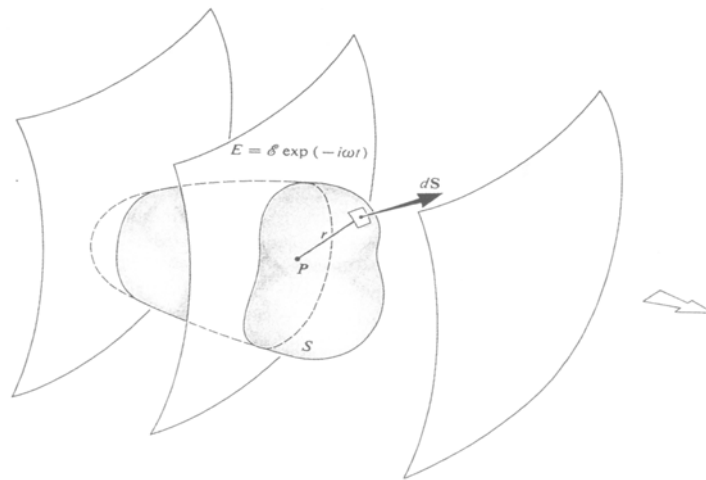


Figura 2. 3

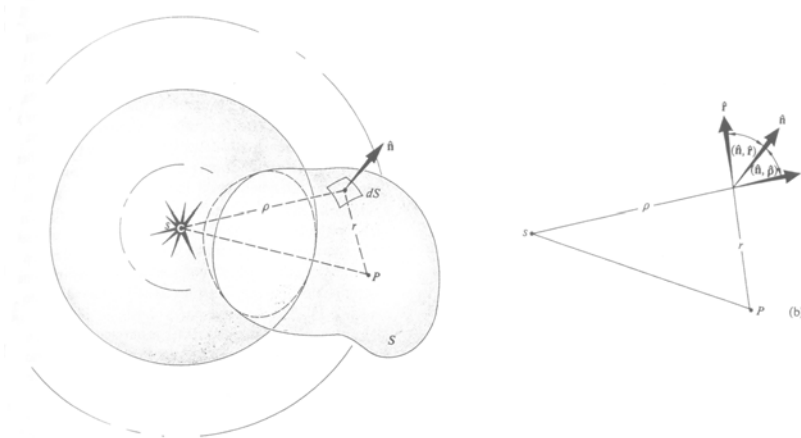


Figura 2. 4

Ahora aplicamos el teorema al caso específico de una onda esférica no obstruida que se origina en una fuente puntual s, como se muestra en la Figura 2.4. La perturbación tiene entonces la forma

$$\tilde{E}(\rho, t) = \frac{E_0}{\rho} e^{i(k\rho - \omega t)} \quad [36]$$

en cuyo caso

$$\tilde{\xi}(\rho) = \frac{E_0}{\rho} e^{ik\rho} \quad [37]$$

Si la reemplazamos en el Teorema integral de Kirchhoff

$$\tilde{\xi}_p = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_S \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{E_0}{\rho} e^{ik\rho} \right) \cos(\hat{n}, \hat{\rho}) - \iint_S \frac{E_0}{\rho} e^{ik\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \cos(\hat{n}, \hat{r}) dS \right] \quad [38]$$

donde $d\vec{S} = \hat{n}dS$, \hat{n} , \hat{r} y $\hat{\rho}$ son vectores unitarios,

$$\nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \quad [39]$$

$$\nabla \xi(\vec{\rho}) = \hat{\rho} \frac{\partial \xi}{\partial \rho} \quad [40]$$

Las diferenciaciones bajo los signos de integral son

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{e^{ik\rho}}{\rho} \right) = e^{ik\rho} \left(\frac{ik}{\rho} - \frac{1}{\rho^2} \right) \quad [41]$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = e^{ikr} \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) \quad [42]$$

Cuando $\rho \gg \lambda$ y $r \gg \lambda$, los términos $\frac{1}{\rho^2}$ y $\frac{1}{r^2}$ pueden eliminarse. Esta aproximación es válida en el espectro óptico, pero no tiene por qué ser cierta para microondas. Procediendo escribimos

$$\tilde{\xi}_p = \frac{-E_0 i}{\lambda} \iint_S \frac{e^{ik(\rho+r)}}{\rho r} \left[\frac{\cos(\hat{n}, \hat{\rho}) - \cos(\hat{n}, \hat{r})}{2} \right] dS \quad [43]$$

y esta es la fórmula de difracción de Fresnel-Kirchhoff.

Difracción por una apertura Σ perteneciente a un plano A en otro plano B

1.- Sobre Σ incide una onda plana

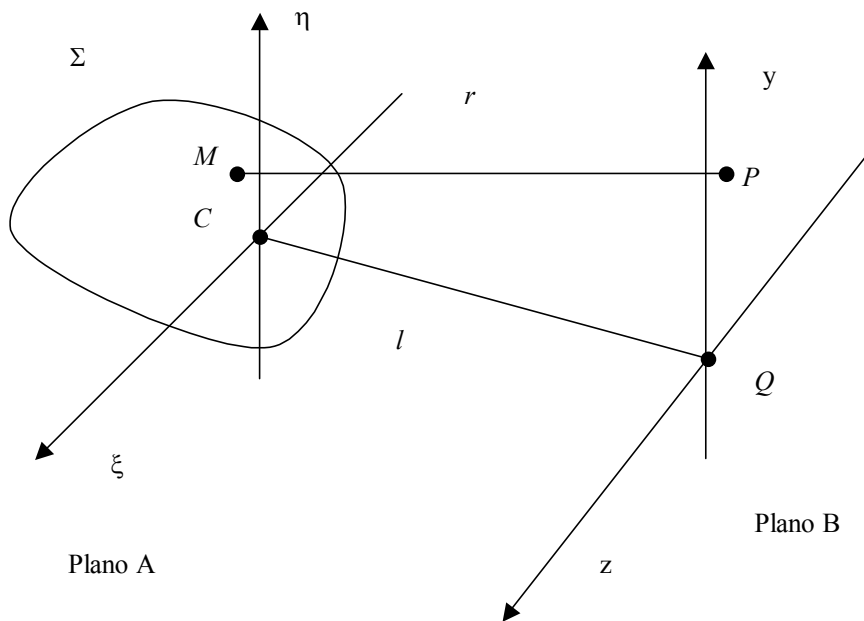


Figura 2. 5. Geometría de la difracción por una apertura Σ en un plano A evaluada en otro plano B. [2]

2.- Condición de Fresnel

En la Figura 2.5. está representada la apertura Σ , perteneciente al plano A, sobre la que incide una onda plana. Nos planteamos obtener la distribución de amplitudes en cualquier punto P del plano B.

Sea $F(\eta, \xi)$ la distribución de amplitudes en el plano A, $f(y, z)$ la distribución de amplitudes en el plano B, $t(\eta, \xi)$ la transmitancia de Σ de tal forma que $|t(\eta, \xi)| \in [0, 1]$ $\forall \eta, \xi \in \Sigma$ y sea E_0 el campo eléctrico incidente sobre Σ . $M = (\eta, \xi) \in A$, $P = (y, z) \in B$ y $l = \overline{CQ}$.

La distribución de amplitudes en Σ viene dada por: $F(\eta, \xi) = E_0 t(\eta, \xi)$ de dimensiones ($[F] = v/m$).

Nos planteamos ahora obtener la distribución de amplitudes en el plano B, esta distribución de amplitudes viene determinada por la Integral de Difracción. De tal forma que en cada punto P perteneciente al plano B vamos a tener:

$$f(y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} F(\eta, \xi) \frac{e^{ikr}}{r} d\eta d\xi \quad \text{donde } k = \frac{2\pi}{\lambda}, \lambda \text{ es la longitud de onda de la}$$

radiación incidente sobre el plano A.

Para dar solución al problema planteado vamos a tener en cuenta una serie de consideraciones que nos permitirán simplificar el cálculo de la Integral de Difracción cuya solución es excesivamente compleja.

Suponemos que Σ es pequeña frente a la distancia l , es decir, que siendo \sum_{η} el tamaño máximo de Σ en el eje η y \sum_{ξ} el tamaño máximo de Σ en el eje ξ se verifica que $\sum_{\eta} \ll l$ y que $\sum_{\xi} \ll l$. En esta suposición r puede ser reemplazado por l en el denominador. Para r en la exponencial del numerador hacemos uso de la expansión binomial $\sqrt{1-a} = 1 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a^2 + \dots$ para obtener: $r \approx l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-\eta}{l} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{z-\xi}{l} \right)^2 \right]$.

Por tanto, bajo esta suposición la distribución de amplitudes en el plano B queda de la siguiente forma:

$$f(y, z) = \frac{e^{ikl}}{i\lambda l} \iint_{\Sigma} F(\eta, \xi) e^{i\frac{k}{2l}[(y-\eta)^2 + (z-\xi)^2]} d\eta d\xi \quad [44]$$

Si observamos la anterior expresión apreciamos que la distribución de amplitudes en el plano B es la convolución de dos funciones:

$$f(y, z) = \frac{e^{ikl}}{i\lambda l} F(\eta, \xi) \otimes e^{i\frac{k}{2l}(y^2+z^2)} \quad [45]$$

Si aceptamos que $F(\eta, \xi)$ sea idénticamente nulo fuera de la apertura Σ podemos extender el entorno de integración a todo el plano A de tal forma que la distribución de amplitudes para esta nueva suposición viene dada por:

$$f(y, z) = \frac{e^{ikl}}{i\lambda l} e^{i\frac{k}{2l}(y^2+z^2)} \iint F(\eta, \xi) e^{i\frac{k}{2l}(\eta^2+\xi^2)} e^{-\frac{ik}{l}(y\eta+z\xi)} d\eta d\xi \quad [46]$$

Analizando esta nueva expresión podemos decir que la distribución de amplitudes en el plano B es la transformada de Fourier de la función $F(\eta, \xi) e^{i\frac{k}{2l}(\eta^2+\xi^2)}$ multiplicada por el factor $\frac{e^{ikl}}{i\lambda l} e^{i\frac{k}{2l}(y^2+z^2)}$.

3.- Condición de Fraunhofer

La difracción de Fraunhofer exige que la radiación proceda del “infinito” y que el punto de observación se encuentre en el “infinito”, es decir, que el origen de la radiación y el punto de observación estén suficientemente alejados.

Como el haz incidente sobre Σ ya es una onda plana podemos decir que procede del infinito o que existe una configuración de lentes que hacen que el haz incidente sobre Σ sea plano (situación que es totalmente equivalente).

Ya hemos verificado una de las condiciones de Fraunhofer la siguiente condición a verificar es que el plano de observación B se encuentre a una distancia l que verifique: $l \gg \max\left(\frac{k}{2}(\eta^2 + \xi^2)\right)$.

Si l verifica esta relación nos encontramos en la difracción de Fraunhofer. En esta situación la distribución de amplitudes en cualquier punto del plano B puede expresarse aproximadamente de la forma:

$$f(y, z) \cong \frac{e^{ikl}}{i\lambda l} F[F(\eta, \xi)] \quad [47]$$

donde F representa la transformada de Fourier bidimensional de la función $F(\eta, \xi)$.

4.- Sobre Σ incide una onda esférica procedente de un foco puntual Po

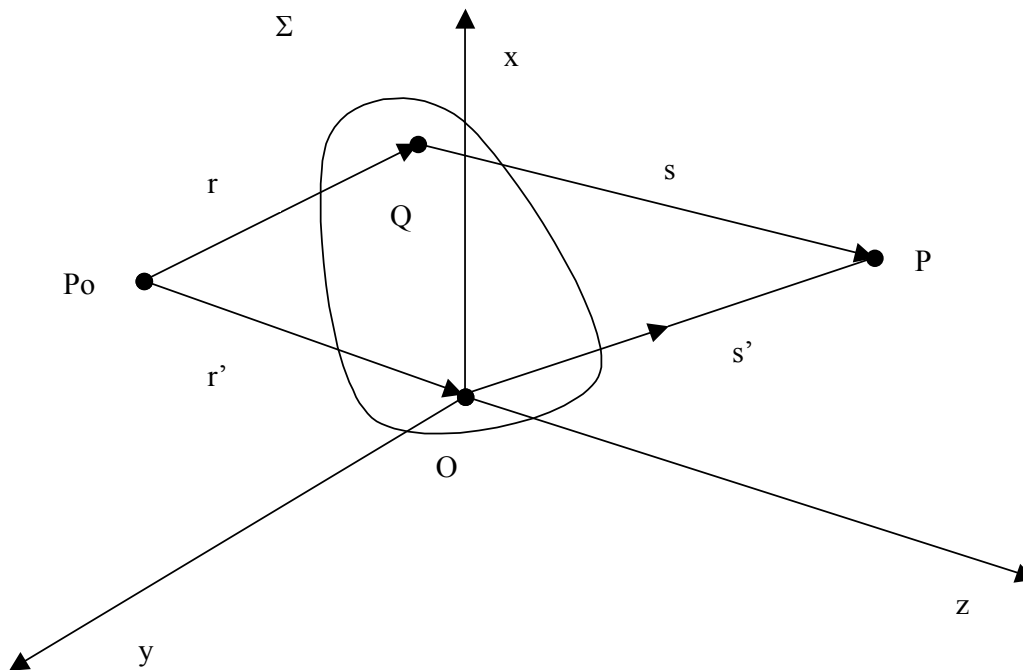


Figura 2. 6 Incidencia sobre Σ de un onda esférica [2]

5.- Condición de Fresnel

Para esta nueva situación (Figura 2.6.) pretendemos obtener el campo difractado por Σ en cualquier punto $P = (x, y, z)$.

$P_o = (x_o, y_o, z_o)$ es la fuente puntual y $Q = (\eta, \xi, 0)$ cualquier punto perteneciente a la apertura Σ .

Como sabemos el campo difractado por la apertura Σ en un punto P viene determinado por la Integral de Difracción de Fresnel-Kirchhoff, cuya expresión general es:

$$E_p = \frac{-iA_o}{2\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{e^{ik(r+s)}}{rs} [\cos(n,r) - \cos(n,s)] d\Sigma \quad [48]$$

siendo $A_o = \sqrt{\frac{P_o c \mu_0}{2\pi}}$ y P_o la potencia en watios de la fuente puntual, c velocidad luz y μ_0 permitividad magnética del vacío.

Vamos ahora a comparar la expresión anterior con la expresión que escribimos en el caso de incidencia de una onda plana sobre la pantalla difractante. Para ello reformulamos esta última expresión:

$$E_p = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{A_o e^{ikr}}{r} \frac{e^{iks}}{s} \frac{1}{2} [\cos(n,r) - \cos(n,s)] d\Sigma \quad \text{Incidencia de ondas esféricas}$$

$$f(y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} F(\eta, \xi) \frac{e^{ikr}}{r} d\eta d\xi \quad \text{Incidencia de ondas planas}$$

Observando ambas expresiones encontramos dos diferencias:

La primera de ellas es que para el caso actual la amplitud compleja en el plano difractante es $F(\eta, \xi) = \frac{A_o e^{ikr}}{r}$ y en el caso de incidencia plana $F(\eta, \xi) = E_o t(\eta, \xi)$. La segunda es la aparición del término $\frac{1}{2}[\cos(n, r) - \cos(n, s)]$ conocido como factor de oblicuidad o de inclinación.

En la configuración de Fraunhofer, el sistema difractante es pequeño comparado con la distancia de observación. Bajo estas circunstancias, las características potencialmente problemáticas del principio de Huygens-Fresnel en términos espaciales no influyen. Pero estamos analizando la región del campo cercano que se extiende hasta el elemento de difracción mismo, por lo tanto cualquiera de esas aproximaciones sería inapropiada. Por consiguiente, regresemos al principio de Huygens-Fresnel a fin de examinarlo y dar respuesta a la necesidad del factor de oblicuidad. En todo instante, cada punto en el frente de onda primario se visualiza como emisor continuo de trenes de onda esféricos secundarios. Pero si cada onda elemental se propagara uniformemente en todas direcciones, además de generarse una onda que viaja hacia delante, aparecería una onda que viajaría hacia atrás hacia la fuente. Puesto que no se encuentra ninguna onda semejante experimentalmente, de alguna manera debemos modificar la distribución de radiación de los emisores secundarios. Introducimos el factor de oblicuidad o de inclinación a fin de describir la direccionalidad de las emisiones secundarias.

Vamos a describir el factor de oblicuidad o de inclinación a través de la Figura 2.7

Según la notación empleada hasta ahora el factor de oblicuidad se expresa de la forma $\frac{1}{2}[\cos(n, r) - \cos(n, s)]$. Teniendo en cuenta la Figura 2.7. podemos emplear una notación más clarificadora de tal forma que $\cos(n, r) = \cos(\alpha)$ y $\cos(n, s) = \cos(\beta)$, de esta manera el factor de oblicuidad se reformula como $\frac{1}{2}[\cos(\alpha) - \cos(\beta)]$.

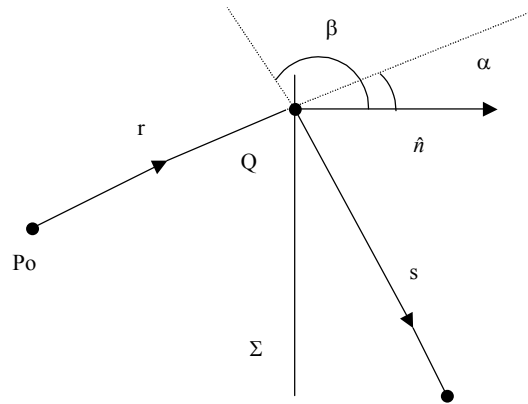


Figura 2. 7 Sistema de referencia adoptado para el factor de oblicuidad

Para obtener una solución al problema planteado de forma más sencilla podemos tener en cuenta las dos siguientes aproximaciones.

Si las distancias de los punto Po y P al plano de la apertura son grandes comparadas con las dimensiones lineales de esta, el factor $\cos(n,r)-\cos(n,s)$ no variará apreciablemente en la apertura. Además, aceptaremos que los ángulos que forman las líneas PoO y OP con PoP no son muy grandes ($\forall O \in \Sigma$). Definimos δ como el ángulo que forma la línea PoP y el vector normal \vec{n} en un punto Q de Σ y sustituimos $\cos(n,r)-\cos(n,s)$ por $2\cos(\delta)$.

Si tenemos en cuenta esta aproximación r y s pueden ser reemplazados en el denominador por r' , distancia de Po a O, y por s' , distancia desde O a P, respectivamente. Para s y r en el numerador podemos volver a hacer uso de la expansión

binomial $\sqrt{1-a} = 1 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a^2 + \dots$ para obtener: $s \approx s' \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-\eta}{s'} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-\xi}{s'} \right)^2 \right]$ y

$$r \approx r' \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_o - \eta}{r'} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_o - \xi}{r'} \right)^2 \right].$$

Si aceptamos esta suposición el campo difractado en un punto P vendrá dado por la siguiente expresión:

$$E_p = \frac{1}{i\lambda} \frac{A_o \cos(\delta) e^{ik(r'+s')}}{r' s'} \iint_{\Sigma} e^{ikf(\eta,\xi)} d\Sigma \quad [49]$$

$$\text{siendo } f(\eta,\xi) = 2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_o - \eta}{r'} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y_o - \xi}{r'} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \eta}{s'} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y - \xi}{s'} \right).$$

Si aceptamos que la amplitud compleja en el plano difractante es nula fuera de la apertura podemos extender la integral a todo el plano que contiene a la misma.

Reformulando la expresión anterior llegaríamos a la conclusión de que el campo difractado en un punto P puede ser obtenido a partir de la transformada de Fourier de una determinada función multiplicada por un determinado factor, al igual que ocurría en el caso de incidencia de ondas planas.

6.- Condición de Fraunhofer

Nos encontraremos en la condición de Fraunhofer cuando la fuente y el punto de observación están en el “infinito”. Se puede demostrar que esto ocurre si:

$$|r'| \gg \max \left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda} \right) \quad \text{y} \quad |s'| \gg \max \left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda} \right) \quad [50]$$

Para la condición de Fraunhofer el campo difractado es análogo al obtenido en incidencia plana:

$$E_p \cong \frac{e^{ikl}}{i\lambda l} \mathbf{F} [E_o(\eta,\xi)] \quad [51]$$

donde \mathbf{F} representa la transformada de Fourier bidimensional de la función $E_o(\eta,\xi)$.

2.2. HOLOGRAFÍA FÍSICA

La holografía física consiste en la reconstrucción del campo luminoso emitido por un objeto a partir de un registro realizado en una placa sensible, en donde queda registrada información de todo el campo luminoso, tanto en fase como en amplitud y frecuencia.

Como la técnica fotográfica se conoce desde hace mucho tiempo, nos hemos acostumbrado a ver el mundo tridimensional comprimido en la bidimensionalidad de la página de un álbum de fotos. La imagen plana proveniente de la televisión o de una tarjeta postal de la Giralda carece de carácter tridimensional. Ambos registros comparten la grave limitación de ser sólo representaciones de la irradiancia. Dicho de otro modo, cuando la imagen de una escena se reproduce comúnmente, por cualquier medio tradicional, lo que finalmente vemos no es una reproducción precisa de campo luminoso que inundaba al objeto, sino más bien un registro punto por punto del cuadrado de la amplitud del campo. La luz que se refleja en una fotografía lleva consigo información acerca de la irradiancia pero nada acerca de la fase de la onda que emanaba del objeto. En efecto, si tanto la amplitud como la fase de la onda original se pudieran reconstruir de alguna manera, el campo de luz resultante (suponiendo que las frecuencias son las mismas) no se distinguiría del original. Esto significa que entonces veríamos (y podríamos fotografiar) la imagen formada en una tridimensionalidad perfecta, exactamente como se el objeto estuviera ante nosotros, generando en realidad la onda.

Dennis Gabor estuvo reflexionando sobre todo esto durante varios años antes de que empezara, en 1947, sus ahora famosos experimentos en holografía en el Research Laboratory de la British Thomson-Houston Company. Su disposición original, que se muestra en la figura 2.8., era un proceso de formación de imágenes sin lentes, de dos pasos: en el primero, registró fotográficamente una figura de interferencia generada por la interacción de luz cuasimonocromática dispersada por un objeto y una onda de

referencia coherente. Denominó la figura resultante **holograma**, de la palabra griega holos que significa completo. El segundo paso del procedimiento fue la reconstrucción del campo óptico o imagen que se llevó a cabo mediante la difracción de un haz coherente por una transparencia, que era el holograma revelado. El holograma se forma cuando el fondo no dispersado u onda de referencia interfiere con la onda difractada en el pequeño objeto semitransparente S. El punto clave es que el patrón de interferencia u holograma contiene, por medio de la configuración de las franjas, información correspondiente tanto a la amplitud como a la fase de la onda dispersada por el objeto.

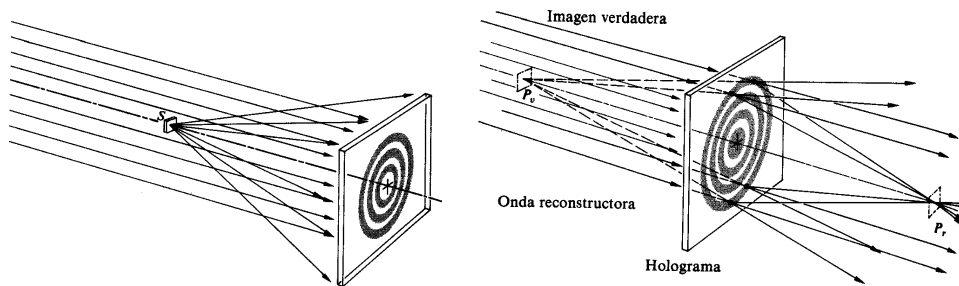


Figura 2. 8

Veamos ahora como se realiza el proceso de registro y de reconstrucción del campo luminoso para entender mejor la holografía, no solo desde el punto de vista de Dennis Gabor, sino enfocándolo de una forma general

2.2.1. Registro del holograma.

Todo campo luminoso consiste en una distribución tanto de amplitudes como de fase, pero todos los sensores y materiales de registro, como películas fotográficas, solo registran la intensidad, es decir, la irradiancia. La información acerca de la fase se pierde en el proceso de registro. Como vimos anteriormente, si interfieren las ondas de

la misma longitud de onda, la distribución de intensidades resultante es estable y depende del desfase entre ambos frentes de onda $\Delta\Phi$.

Esta forma de interferencia es el que se utiliza en la concepción de la holografía, en donde la información es codificada en un patrón de interferencia registrada como una distribución de intensidades. Es más, para proporcionar una distribución de intensidades estable en el tiempo, al menos durante el proceso de registro, es necesario que $\Delta\Phi$ sea estacionario, lo que implica que los campos de ondas deben ser coherentes.

Fue D.Gabor quién demostró que iluminando el patrón de interferencia registrado por uno de los dos frentes de ondas que interferían, se podía reconstruir el otro. Además de este campo luminoso no sólo se reconstruye la distribución de intensidades, sino que también se reconstruyen la fase y la amplitud, es decir, el campo luminoso completo.

En las siguientes figuras se muestran dos esquemas de montajes para holografía, en los que se registra la intensidad del campo reflejado por un objeto opaco. Este frente de onda reflejado se llama “onda objeto”, mientras que el otro frente necesario para producir interferencia se llama “onda de referencia”.

Para que los dos frentes de onda sean coherentes, deben ser generados por la misma fuente de luz coherente, el láser. La división entre onda objeto y onda de referencia se puede hacer mediante división del frente de onda (Figura 2.9.) o mediante la división de amplitud (Figura 2.10).

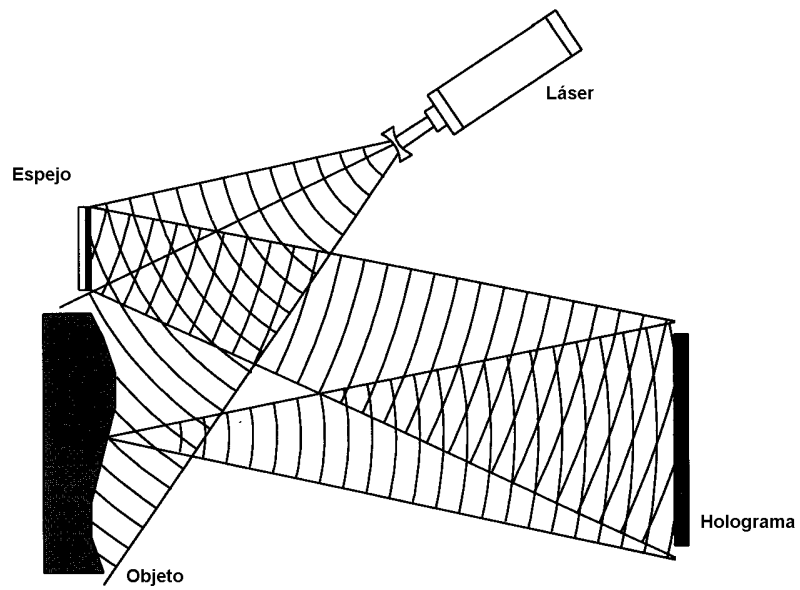


Figura 2. 9. Montaje básico de holografía de división del frente de onda. [4]

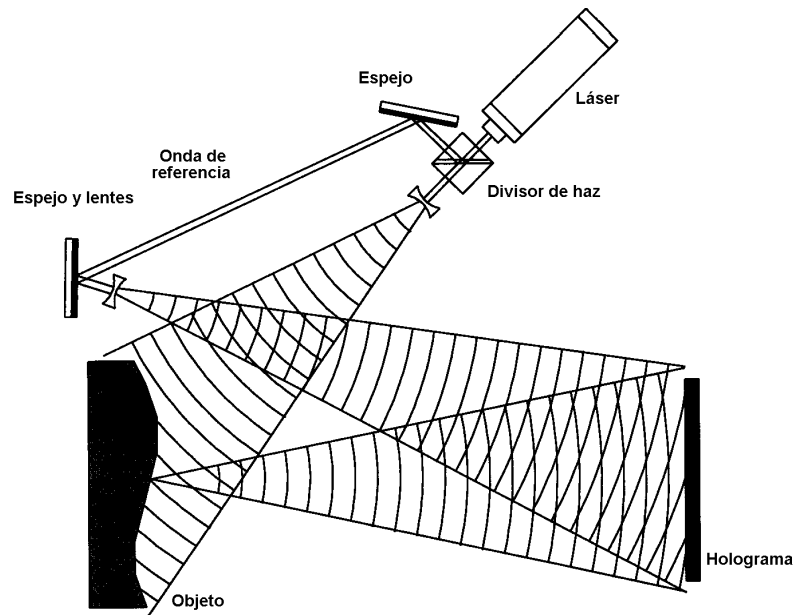


Figura 2. 10. Montaje básico de holografía de división en amplitud. [4]

Para explicar como se realiza el registro del holograma vamos a estudiar la interferencia entre la onda de referencia y la onda proveniente de un punto del objeto. Este análisis, aunque esté desarrollado para un único punto del objeto, no pierde generalidad en sus conclusiones, ya que para hacer el análisis completo, considerando el total de los puntos del objeto (cada punto del objeto genera una onda esférica, y el total de ellas forman la onda objeto) no tenemos más que aplicar el principio de superposición, y así los resultados obtenidos a partir del estudio de un solo punto de la superficie del objeto se puede extender al resto de los puntos de la superficie del objeto. La onda reflejada por un punto P de la superficie del objeto será una onda esférica; la llamaremos onda de P, y se escribe en la forma:

$$E_p = \frac{E_{op}}{p} \cdot e^{i(k \cdot p + \phi)} \quad [52]$$

donde p es la distancia entre el punto P y el punto H($x, y, 0$) de la placa holográfica. El término temporal ωt puede ser omitido, al ser una interferencia de ondas coherentes, es decir, con la misma frecuencia.

Durante el tiempo de exposición t_B , la placa holográfica recibe la energía:

$$B(x, y) = \int_0^{t_B} I(x, y, t) dt \quad [53]$$

La energía recibida por la placa holográfica durante el tiempo de exposición provoca un oscurecimiento local, es decir, un cambio en el índice de refracción de los puntos de la placa. Esto queda registrado en la placa de tal manera que se transforma en una transmitancia compleja, cuyo comportamiento punto a punto se puede escribir en la forma:

$$\tau(x, y) = T(x, y) e^{j\theta(x, y)} \quad [54]$$

En el caso de que $\theta(x,y)$ sea constante para todo punto de la placa holográfica entonces se dice que es un holograma en amplitud. Si lo que es constante es $T(x,y)$ entonces se dice que es un holograma de fase.

En el caso mas general dispondremos de una placa (o de un elemento sensible) que se comportará con $\theta(x,y)$ constante, es decir, en el caso más general obtendremos hologramas en amplitud.

Para este caso, tenemos que la transmitancia real T depende de la energía recibida B siguiendo la ley que se muestra en la figura 2.11. Debemos trabajar en la zona de la curva donde el comportamiento es cuasi-lineal, pudiéndose aproximar por:

$$T = \alpha - \beta \cdot B = \alpha - \beta \cdot t_B \cdot I \quad [55]$$

para el caso de recibir una intensidad constante durante el tiempo de exposición. α representa la transmitancia de fondo, o de orden cero, y β es la pendiente de la amplitud de la transmitancia en función de la energía recibida. El punto de trabajo B_0 se obtiene ajustando el tiempo de exposición t_B . Para mantener la variación en torno a B_0 los dos frentes de onda que interfieren tendrán diferentes amplitudes. El resultado tras el procesado de la transmitancia real es:

$$T = \alpha - \beta \cdot t_B (E_R E_R^* + E_P E_P^* + E_P^* E_R + E_P E_P^*) = T_0 + \frac{E_{0P} E_{0P}}{p \cdot r} (e^{i(k(r-p)+\psi-\phi)} + e^{-i(k(r-p)+\psi-\phi)}) \quad [56]$$

donde T_0 es la transmitancia $T_0 = \alpha - \beta t_B \left(\frac{E_{0P}^2}{p^2} + \frac{E_{0R}^2}{r^2} \right)$.

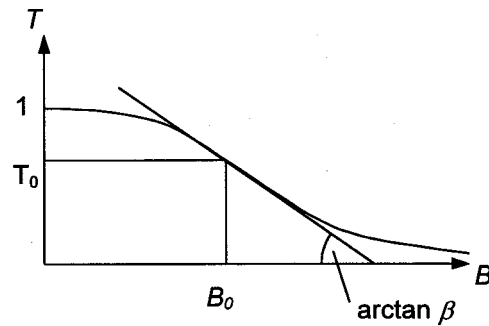


Figura 2. 11 *Transmitancia frente a energía recibida.* [4]

Tras concluir el tiempo de exposición, el proceso de registro finaliza con el revelado químico de la placa holográfica, convirtiendo dicha placa holográfica en lo que llamamos holograma.

2.2.2. Reconstrucción holográfica del campo luminoso.

Para la reconstrucción de la onda objeto iluminamos el holograma, con la onda de referencia E_R (Figura 2.12). La onda de referencia atraviesa la transmitancia modulada por $\tau(x,y)$.

En el caso de ser un holograma en amplitud, el campo electromagnético tras el holograma puede ser escrito en la forma:

$$\begin{aligned}
 E_{reconstr} &= T E_R = \alpha E_R - \beta t_B E_R (E_P E_P^* + E_R E_R^* + E_P^* E_R + E_P E_R^*) = \\
 &= (\alpha - \beta t_B (|E_R|^2 + |E_P|^2)) E_R - \\
 &- \beta t_B E_R^2 E_P^* - \\
 &- \beta t_B |E_R|^2 E_P
 \end{aligned}$$

[57]

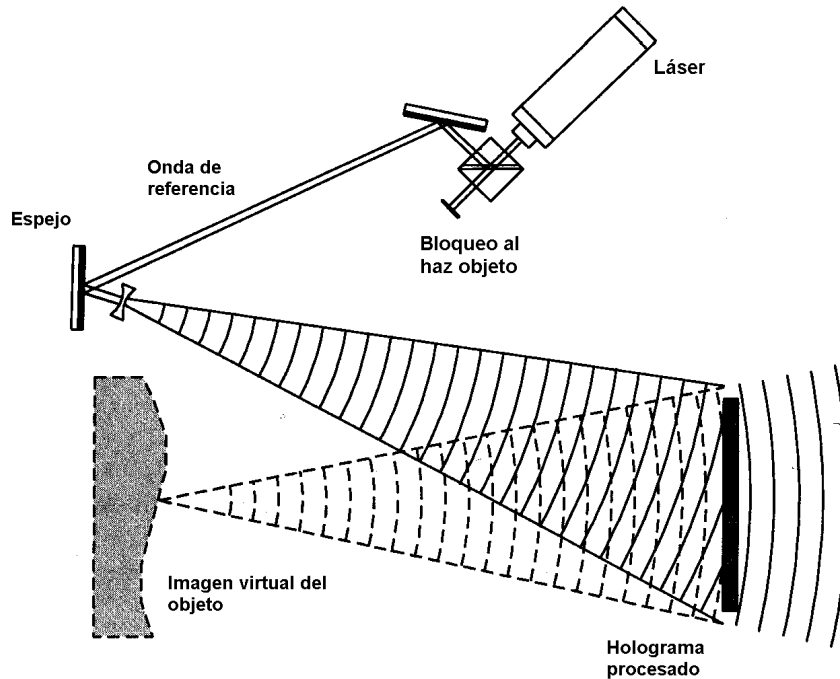


Figura 2. 12 Reconstrucción del campo luminoso [4]

El primer término es la difracción de orden cero,

$$(\alpha - \beta \cdot t_B (|E_R|^2 + |E_P|^2)) \cdot E_R \quad [58]$$

es decir, la onda de referencia multiplicada por el valor de la transmitancia que atraviesa.

El segundo término es una imagen conjugada de la onda objeto:

$$\beta t_B E_R^2 E_P^* = \beta t_B \frac{E_{OR}^2}{r^2} e^{i2 \cdot (kr + \psi)} \frac{E_{OP}}{p} e^{-i(kp + \phi)} \quad [59]$$

Mientras que el frente de onda original era divergente desde el punto P, el conjugado es un frente convergente; y converge a un foco. Ésta imagen es real y

pseudoscópica, es decir, tiene la propiedad de invertir distancias, de tal forma que invierte la sensación de profundidad colocando en primer término los puntos del objeto de mayor profundidad y mostrado al fondo de la imagen los puntos mas cercanos del objeto; este fenómeno es difícil de observar.

Lo contrario de una imagen pseudoscópica es una imagen ortoscópica, que son las que usamos en la vida cotidiana. El tercer término:

$$\beta t_B |E_R|^2 E_P = \beta t_B \frac{E_{OR}^2}{r^2} \frac{E_{OP}}{p} e^{i(kp+\psi)} \quad [60]$$

proporciona la onda original E_p multiplicada por un término de intensidad pura (sin alterar la fase) , que en el caso de ser una onda de referencia plana la que reconstruye el campo luminoso el término de intensidad pura es constante. El frente de onda reconstruido produce una imagen virtual del objeto que aparece en el lugar que ocupaba durante el proceso de registro del holograma. Como la totalidad del frente de onda objeto es reconstruido, tanto en fase como en amplitud, la imagen del objeto grabada y reconstruida holográficamente puede ser observada con total tridimensionalidad. De esta forma podemos reproducir el campo luminoso en ausencia del objeto, iluminando el holograma con la onda de referencia en las mismas condiciones en las que se hizo el registro. El objeto aparece ante nuestros ojos tal y como lo veíamos anteriormente (tal y como estaba en el momento de hacer el registro del holograma) pero el objeto realmente no está ahí, es sólo su imagen virtual.

2.3. Interferometría holográfica.

Hasta ahora hemos presentado el fenómeno de interferencia como la superposición de dos ondas coherentes. A partir de aquí podemos comparar dos o más campos luminosos analizando el patrón de interferencia resultante de su superposición.

También hemos explicado en que consiste la holografía, un método de registrar y reconstruir un campo luminoso. Estos dos conceptos, combinados, dan lugar a la idea de la interferometría holográfica. La grabación y reconstrucción de un holograma de un campo luminoso es lo suficientemente precisa como para comparar el patrón de interferencia del campo reconstruido con el de un campo luminoso proveniente directamente de un objeto, o incluso compararlo con otro campo luminoso reconstruido holográficamente. De acuerdo con la definición de interferometría holográfica, al menos uno de los campos luminosos a comparar debe ser un campo reconstruido holográficamente.

Para poder comparar dos campos luminosos mediante interferometría holográfica, la diferencia entre ambos campos debe ser pequeña. Para que estos campos luminosos sean tan parecidos se deben cumplir una serie de requisitos. Los más importantes son: la microestructura del sólido debe ser la misma en los dos campos, la geometría que debe ser la misma para todos los campos a comparar, la longitud de onda láser y la coherencia del montaje óptico empleado deben coincidir, y los cambios en el objeto que van a ser medidos deben ser de baja intensidad. Estos cuatro aspectos determinantes: microestructura, geometría, longitud de onda y magnitudes físicas a medir en el objeto, deberían permanecer en un rango de variación muy estrecho, para poder determinar diferencias de fase entre los dos campos a comparar. Si esta diferencia de fase entre los campos luminosos es de forma homogénea, de punto a punto del objeto, obtenemos un patrón de interferencia característico que llamaremos interferograma holográfico o patrón de interferencia holográfico. Debemos aclarar un aspecto importante, diferenciador entre un holograma y un interferograma, ya que el patrón de interferencia registrado y analizado en un interferograma es producto de un cambio macroscópico en el sólido, mientras que un holograma es patrón de interferencia de carácter microscópico.

Al ser el interferograma holográfico una manera de detectar cambios macroscópicos en un sólido, comparando campos luminosos que tenemos guardados en

uno o mas hologramas, encontramos en esta técnica de interferometría una manera de realizar medidas de gran precisión sin influir en el estado de deformación del sólido.

2.3.1. Técnicas disponibles.

Para generar el interferograma, producto de la interferencia de dos campos luminosos, tenemos varias técnicas a nuestra disposición. Estas técnicas se conocen con el nombre de “doble exposición”, “tiempo real” y “tiempo promedio”, que a continuación explicaremos detalladamente.

Doble exposición.

En el método de interferometría holográfica de doble exposición hacemos dos registros del objeto, de forma consecutiva, sobre la misma placa holográfica. Los dos frentes de onda registrados pertenecen a estados del sólido diferentes; el primero, al objeto en las condiciones iniciales, y el segundo, tras la alteración provocada por las cargas aplicadas sobre el objeto.

En primer lugar realizamos el registro holográfico en la situación inicial. Registramos holográficamente la amplitud compleja del frente de onda emitido por el punto del objeto P en el estado inicial:

$$E_1(P) = E_{01}(P) e^{i\phi(P)} \quad [61]$$

donde E_{01} es la amplitud de fase y $\phi(P)$ es la distribución de fase. $\phi(P)$ varía de forma difusa de punto a punto debido a la microestructura de la superficie reflectante del objeto. P es un punto del objeto (Figura 2.13).

Tras la aplicación de unas solicitaciones hacemos otro registro holográfico, ahora con el objeto alterado (figura 2.14.) . Debido a la variación de los parámetros físicos que queremos medir, como por ejemplo, los desplazamientos de la superficie de un objeto deformada tras la aplicación de unas cargas, provoca un cambio en la distribución de fase en P, y el frente de onda proveniente del objeto llega con un desfase $\Delta\phi$ entre el estado cargado y el inicial. Por eso, el registro holográfico de la amplitud compleja del frente de onda emitido por el objeto en el estado deformado es:

$$E_2(P) = E_{02} e^{i(\phi(P) + \Delta\phi(P))} \quad [62]$$

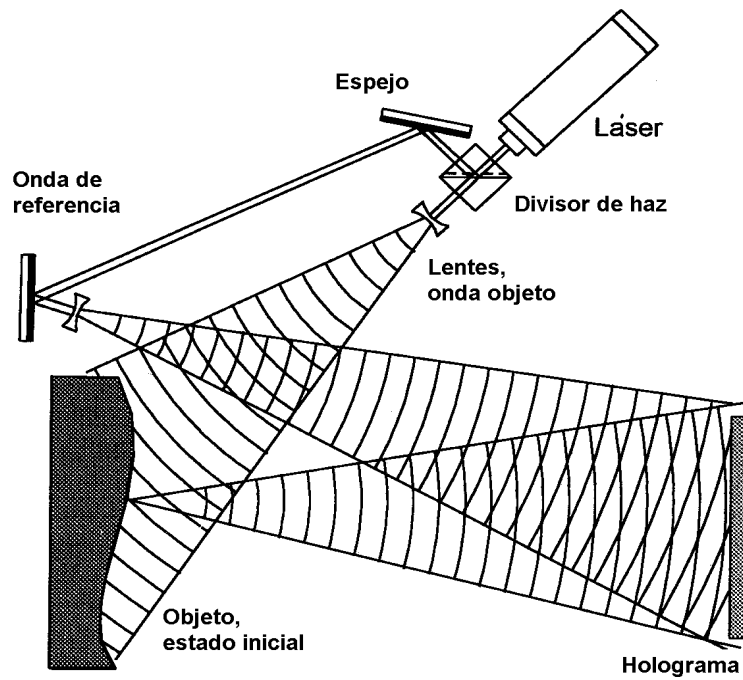


Figura 2. 13 Registro del holograma en la situación inicial. [4]

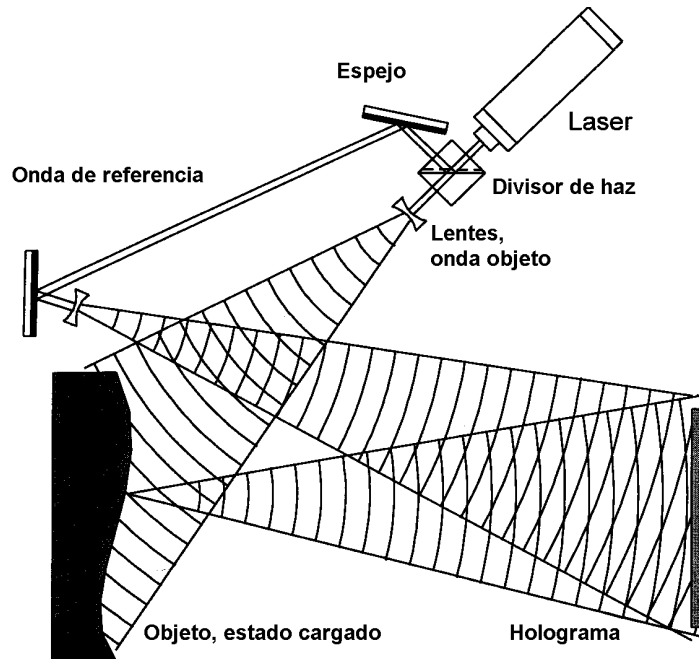


Figura 2. 14 Registro del holograma en la situación deformada. [4]

Tras el revelado de la placa holográfica los dos frentes de onda son reconstruidos simultáneamente (Figura 2.15.). La interferencia de los dos frentes de onda reconstruidos simultáneamente proporciona una distribución de onda estacionaria :

$$\begin{aligned}
 I(P) &= |E_1(P) + E_2(P)|^2 = \\
 &= (E_{01}(P) e^{i\phi(P)} + E_{02}(P) e^{i(\phi(P)+\Delta\phi(P))}) (E_{01}(P) e^{-i\phi(P)} + E_{02}(P) e^{-i(\phi(P)+\Delta\phi(P))}) = \\
 &= I_1(P) + I_2(P) + \sqrt{I_1(P) I_2(P)} (e^{-i\Delta\phi(P)} + e^{i\Delta\phi(P)}) = \\
 &= I_1(P) + I_2(P) + 2 \sqrt{I_1(P) I_2(P)} \cos[\Delta\phi(P)] \quad [63]
 \end{aligned}$$

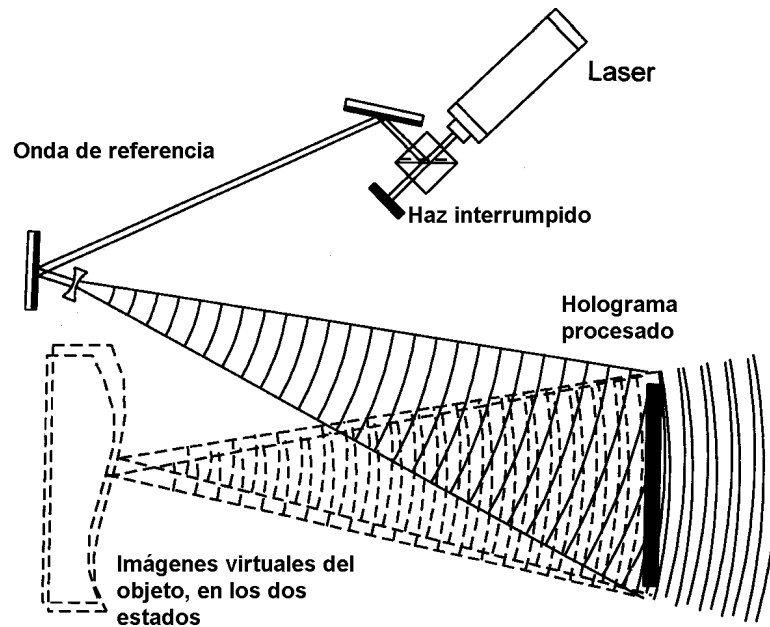


Figura 2. 15 Reconstrucción holográfica conjunta de los dos estados del sólido [4]

Si las amplitudes son idénticas, $E_{01}(P) = E_{02}(P)$ entonces la irradiancia queda como:

$$I(P) = 2 I_1(P) \{1 + \cos[\Delta\phi(P)]\} \quad [64]$$

Al cambio de fase $\Delta\phi$ se le llama “diferencia interferencia de fase” o solamente “interferencia de fase”. Si la interferencia de fase que se observa sobre los campos reconstruidos varía lentamente de un punto a otro, podemos ver la irradiancia como un distribución de intensidades modulada como un patrón cosenoidal, y se ve como un mapa de franjas claras y oscuras alternadas. Los puntos más brillantes de las franjas del interferograma corresponden a interferencias de fase múltiplos pares de π , y los puntos más oscuros corresponden con múltiplos impares de π . Si los gradientes de fase que se inducen por la variación de los parámetros físicos del objeto son demasiado acusados, de tal forma que entre puntos contiguos del interferograma existan diferencias de fase de más de π , no podremos procesar el interferograma para obtener información.

Interferometría en tiempo real

En la interferometría en tiempo real solo registraremos holográficamente un frente de onda, el correspondiente a la situación inicial o estado de referencia (Figura 2.16.). Tras el procesado del holograma el objeto debe volver a colocarse exactamente en la misma posición inicial en la que se hizo el registro. Esto debe hacerse con precisión de menos de una longitud de onda; el objetivo es que en el interferograma que queremos obtener no aparezca interferencia debido a la mala colocación del objeto. Si el objeto ha sido colocado correctamente, al iluminar el holograma revelado con la onda de referencia original, la imagen virtual reconstruida del objeto coincide con el frente de onda proveniente directamente del objeto que aun permanece indeformado y colocado en la posición original. Ahora, cualquier cambio en el objeto por aplicación de una sollicitación, modificará el frente de onda emitido por el objeto y de la superposición con el frente de onda original reconstruido holográficamente produce un patrón de interferencia que puede ser observado en tiempo real (Figura 2.17.). Esto implica que variaciones en el objeto de carácter dinámico, es decir, no necesariamente estacionaria, ser pueden ver fácilmente observando las variaciones que provoca en el patrón de interferencia en tiempo real.

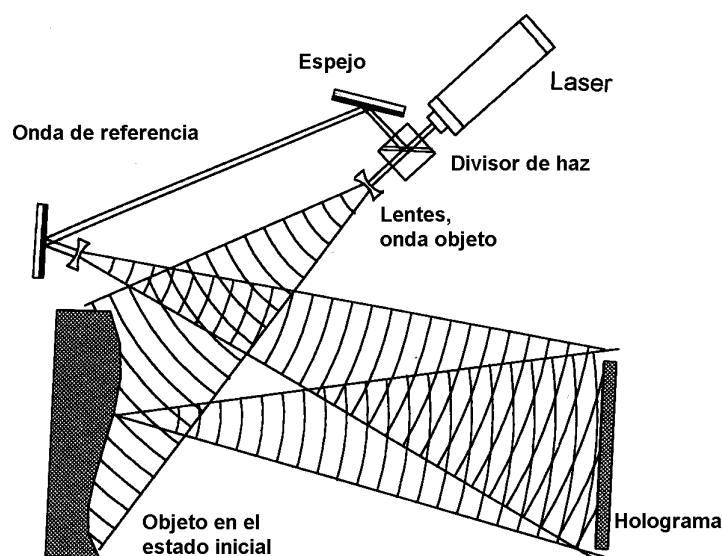


Figura 2. 16 Registro del holograma en la situación inicial [4]

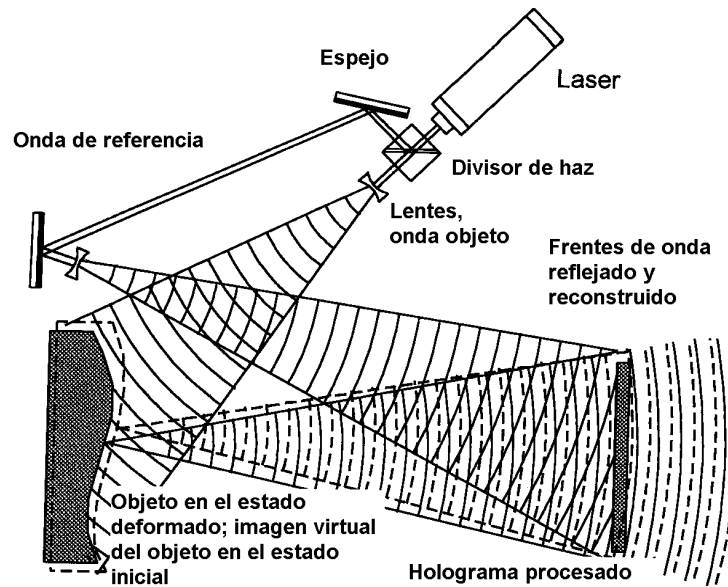


Figura 2. 17 Reconstrucción holográfica en tiempo real [4]

Tanto en el método de doble exposición como en el de tiempo real, la distribución de intensidades de las franjas en el patrón de interferencia sigue una variación cosenoidal. Sin embargo, mientras que en el método de doble exposición obteníamos las franjas más brillantes allí donde la interferencia de fase era múltiplo par de π , para el caso de utilizar el método de tiempo real obtenemos las franjas más brillantes allí donde la interferencia de fase $\Delta\phi$ es múltiplo impar de π . Esto se debe a que el signo del tercer término del holograma reconstruido que corresponde con la imagen virtual reconstruido es negativo.

Tiempo promedio.

Hasta ahora los dos métodos explicados realizaban el registro holográfico sobre configuraciones estacionarias del objeto, de tal forma que durante el proceso de registro ninguna magnitud física del objeto cambiaba, permanecía en un estado estacionario. Ahora para hacer el registro vamos a aumentar el tiempo de exposición de tal forma que T_m tiempo de exposición será mayor que t_0 tiempo característico de variación de los

parámetros físicos del objeto. Al aumentar el tiempo de exposición, un mismo punto de la placa holográfica recibe información de distintos estados del objeto. Para que el registro no sea una distribución borrosa y se pueda procesar la información almacenada en la placa holográfica, los cambios físicos del objeto deben seguir un cierto orden en el tiempo. Por eso este método es apropiado para procesar información de parámetros físicos del objeto que varíen armónicamente.

Consideremos el caso de que el objeto vibre armónicamente; si es así nos dará la interferencia de fase:

$$\Delta\phi(P)\text{sen}(\omega t) \quad [65]$$

donde ω la frecuencia angular de vibración, $\Delta\phi$ es la máxima amplitud de vibración del punto P. Si asumimos que la dirección de iluminación y observación son normales, y que la máxima amplitud es $Z(P)$, tendremos que $\Delta\phi(P) = 4\pi Z/\lambda$, donde la luz tiene que viajar desde y hasta P a lo largo de $Z(P)$. Durante la vibración, el método de interferometría en tiempo real genera en cada instante un patrón de interferencia cosenoidal:

$$\begin{aligned} I(P, t) &= 2 I_1(P) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{1 - \cos[\Delta\phi(P) \text{sen}(\omega t)]\} dt = \\ &= 2 I_1(P) \{1 - J_0[\Delta\phi(P)]\} \end{aligned} \quad [66]$$

donde J_0 es la función de Bessel de orden cero de primera especie. Estas franjas tienen poco contraste (Figura 2.18.). El método puede ser usado para la determinación de las frecuencias de vibración monitorizando el patrón de interferencia mientras varía la frecuencia de excitación.

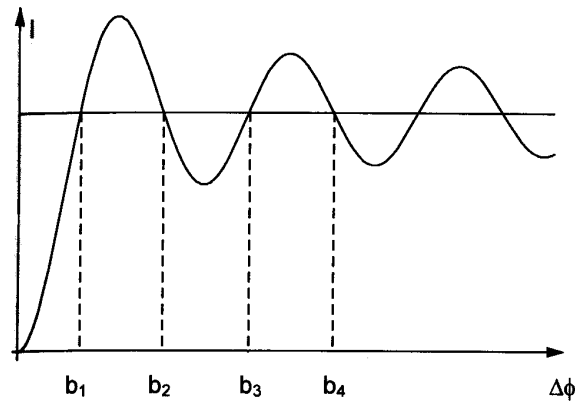


Figura 2. 18

Sin embargo, el método más usado para el estudio de parámetros físicos que varían armónicamente es el método de tiempo promedio. Vamos a retomar la fase de la interferencia armónica. En este caso el tiempo característico es $t_0 = 2\pi / \omega$, y se cumple que $T_m > t_0$. Tras registrar y reconstruir holográficamente varios frentes de onda en la forma de:

$$E_{01}(P) e^{i \Delta\phi(P) \text{sen}(\omega t)} \quad [67]$$

el conjunto de los frentes de onda reconstruidos interfieren simultáneamente, produciendo el campo:

$$E_{av}(P) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E_{01}(P)}{T} \int_0^T e^{i \Delta\phi(P) \text{sen}(\omega t)} dt = E_{01}(P) J_0^2(\Delta\phi(P)) \quad [68]$$

La irradiancia obtenida en la imagen reconstruida es:

$$I(P) = I_1(P) J_0^2(\Delta\phi(P)) \quad [69]$$

Ahora las franjas representan contornos de igual amplitud de vibración en los modos de vibración. Máxima intensidad corresponde con $\Delta\phi(P) = 0$, que ocurre en los

nodos de vibración. Las zonas oscuras centrales de las franjas corresponden a ceros en la función de Bessel (figura 2.19.).

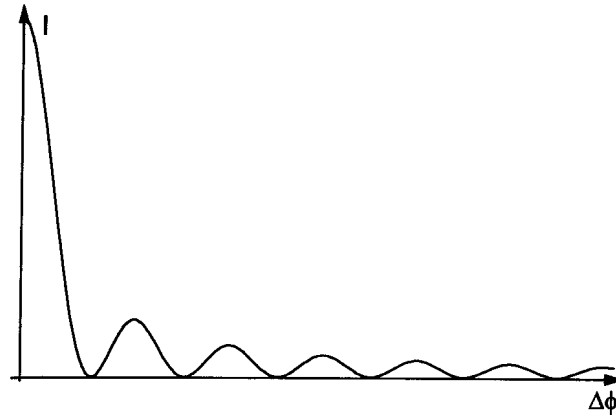


Figura 2. 19

2.3.2. Procesado del interferograma para la obtención de la fase.

Utilizando cualquiera de las técnicas de interferometría holográfica anteriormente descritas, lo que obtenemos es un registro del patrón de interferencia entre los dos estados del sólido que guarda información acerca de los cambios de los parámetros físicos que ha sufrido el objeto. Este registro del patrón de interferencia lo llamaremos interferograma. Para poder evaluar cuantitativamente los cambios en los parámetros físicos del objeto necesitamos procesar el interferograma para obtener la diferencia de fase registrada en el, es decir, evaluar la diferencia de camino óptico recorrido en cada punto procesando la distribución de irradiancias registrada en el interferograma (Figura 2.20.).



Figura 2. 20 Interferograma realizado sobre un modelo a escala de una torre de refrigeración [25]

Como vimos anteriormente en el método de doble exposición o en el método de tiempo real, la distribución de irradiancias $I(x,y)$ del interferograma depende de la distribución de interferencia de fase $\Delta\phi$ en la forma de una cosenoidal. Supondremos la misma amplitud para todos los puntos de la superficie. Si queremos expresar la irradiancia registrada en la forma más general podemos contemplar el caso de alteraciones debido a defectos en el material empleado, ruido, u otras distorsiones posibles, entonces las diferentes amplitudes hacen que la irradiancia sea:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\Delta\phi(x, y)] \quad [70]$$

Esta es la distribución de intensidades $I(x,y)$ grabada en una placa holográfica, o para un mejor estudio consideraremos que el registro se ha hecho sobre un sensor CCD. En este caso, el interferograma queda registrado en una matriz de $N \times M$ píxeles, con valores comprendidos en una escala de grises L y guardado digitalmente como un fichero de memoria en la computadora. Entonces (x,y) son las coordenadas del píxel. Los parámetros $a(x, y)$ y $b(x, y)$ contienen las intensidades de la interferencia de los frentes

de onda y las distintas alteraciones. Normalmente se dice que $a(x,y)$ modela los términos aditivos de las alteraciones y $b(x,y)$ modela los términos multiplicativos de las alteraciones.

Una vez hechas estas consideraciones, nuestro problema consiste en determinar la interferencia de fase $\Delta\phi(x,y)$ a partir del registro de la irradiancia que tenemos, el interferograma, mediante algún tipo de inversión de la función. Este problema se presenta complicado, ya que a partir de la distribución de grises que tenemos que representan la irradiancia, tenemos que sacar sin ambigüedades la distribución de interferencia de fase $\Delta\phi(x,y)$. Tenemos dos problemas principalmente: la determinación del signo de la interferencia, y la determinación de la fase absoluta.

Si queremos extraer la interferencia de fase $\Delta\phi(x,y)$ a partir de la distribución de irradiancias mediante algún tipo de inversión de la expresión de la irradiancia anteriormente escrita, el primer problema que aparece es que el coseno no es una función biunívoca, es de carácter periódico:

$$\cos\Delta\phi = \cos(s\Delta\phi + 2\pi \cdot n) \quad s \in \{-1,1\}, \quad n \in Z \quad [71]$$

Una distribución de fase determinada a partir de una distribución de intensidades adolece de una indefinición en el signo de s y en el término aditivo múltiplo de 2π .

La ambigüedad concerniente al signo de s es lo que llamamos problema del signo de la interferencia. Cuando procesamos la información del interferograma debemos tener en cuenta que de un punto a otro desconocemos el signo de la variación de la fase. Por ejemplo, en la Figura 2.21. se puede observar que existe un colina, pero desconocemos si en esa colina la fase aumenta o disminuye, es decir, no sabemos si el campo de desplazamientos correspondiente es hacia fuera o hacia dentro del plano del objeto.

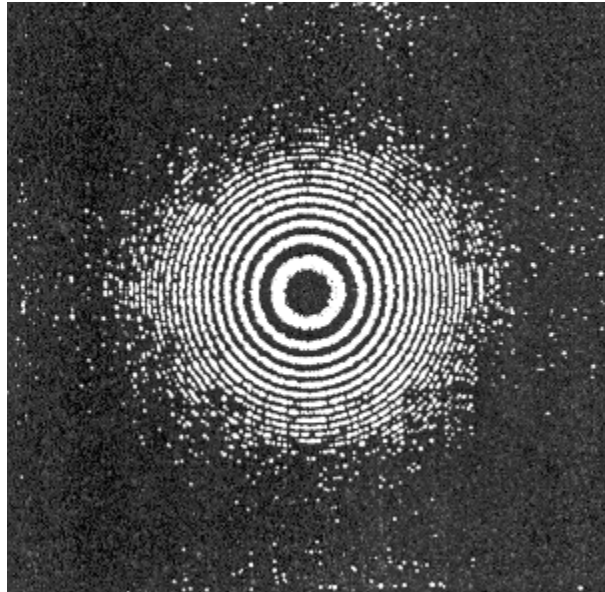


Figura 2. 21 Interferograma con una colina de signo indeterminado [6]

Una forma clásica de eludir este problema es usar información acerca de la forma esperada de deformación teniendo en cuenta las condiciones de carga y la geometría del objeto, con lo que obtenemos información sobre la forma en que se va a modificar el camino óptico recorrido y a partir de aquí, la forma de la interferencia de fase. Otra forma de eludir el problema es introducir en el registro, durante el experimento, un diferencia de fase lineal con una pendiente positiva, mayor que cualquier descenso en la interferencia de fase que queremos determinar, produciendo entonces un mapa de fase únicamente creciente. Posteriormente, durante el procesado, eliminamos la interferencia de fase introducida y quedarnos con la interferencia de fase que queríamos calcular.

El otro problema en la determinación de la fase es la evaluación de la fase absoluta de la interferencia, es decir, eliminar la ambigüedad en el valor del factor multiplicativo n de la fase para obtener la fase absoluta. Si tenemos un punto P de fase absoluta conocida y asumimos que no existen saltos de fase mayores de 2π , el factor n puede ser determinado contando los saltos de fase de orden de 2π desde P hasta cualquier punto a través de un camino continuo. Previamente hemos procesado el patrón de interferencia para obtener la interferencia de fase como un mapa continuo de valores,

mediante técnicas como *demodulation* o *unwrapping*, que nos proporcionan el incremento de fase relativo entre punto y punto del interferograma. Este punto de fase conocida puede ser un punto de desplazamiento conocido o con $\Delta\phi = 0$. Este problema, si no es resuelto, puede ser eludido optimizando el montaje, para el caso de conformarnos con obtener información solo relativa del interferograma. Si por el contrario, la información que solicitamos del interferograma es de carácter absoluto, debemos resolver el problema utilizando un punto de referencia tras haber procesado el interferograma.

Actualmente, hay varias técnicas de procesado del interferograma para solventar los problemas anteriormente descritos. Antiguamente las técnicas eran cuantitativas, contando el orden de las franjas de forma manual. Estas técnicas nuevas se presentan como una gran alternativa, ya que la información que proporcionan es cuantitativa y la procesan de forma automática. Podemos diferenciar dos tipos de técnicas, las técnicas que trabajan con el interferograma obtenido de forma convencional y las técnicas que necesitan un montaje especial y así obtener nuevos datos para el procesado.

De las técnicas que trabajan con el interferograma la más importante es la técnica de análisis de franjas o *fringe skeletonizing*. Esta técnica se basa en que los extremos locales de la distribución de irradiancia se corresponden con los máximos y mínimos de la función coseno. De esta forma, primero detecta los puntos que deben ser múltiplos enteros, pares o impares (es decir, máximos o mínimos), de π , luego hace una integración para obtener el orden y por último interpola para obtener la fase en todos aquellos puntos que no sean ni máximos ni mínimos. A continuación vamos a hacer una exposición detallada de los pasos a seguir para emplear la esta técnica, sin entrar en profundidad a explicar cada uno de ellos. Los pasos a seguir son:

1. Filtrar espacialmente y temporalmente el patrón de interferencia para eliminar la influencia del ruido.
2. Determinación de los bordes de la zona del interferograma a analizar.

3. Determinación de los máximos y mínimos, es decir, extracción del “esqueleto” del interferograma mediante *fringe tracking*, *pattern segmentation*, o cualquier otro método.
4. Intensificar la forma del “esqueleto” uniendo líneas interrumpidas, añadiendo puntos perdidos, eliminando líneas cruzadas, interconectadas o cualquier tipo de error visible. Este es un paso interactivo.
5. Numeración de las franjas obtenidas de forma consecutiva para obtener el orden de la interferencia.
6. Interpolación entre las franjas obtenidas para obtener la fase en todos aquellos punto que no son parte del “esqueleto” del interferograma.
7. Cálculo de los parámetros físicos que queremos medir a partir del interferograma procesado.

En la figura 2.22. podemos ver los distintos estados por los que pasa el interferograma hasta que por fin obtenemos el esqueleto de las franjas [(a),(b),(c),(d),(e)] que nos permite evaluar los cambios en los parámetros físicos del objeto[(f)].

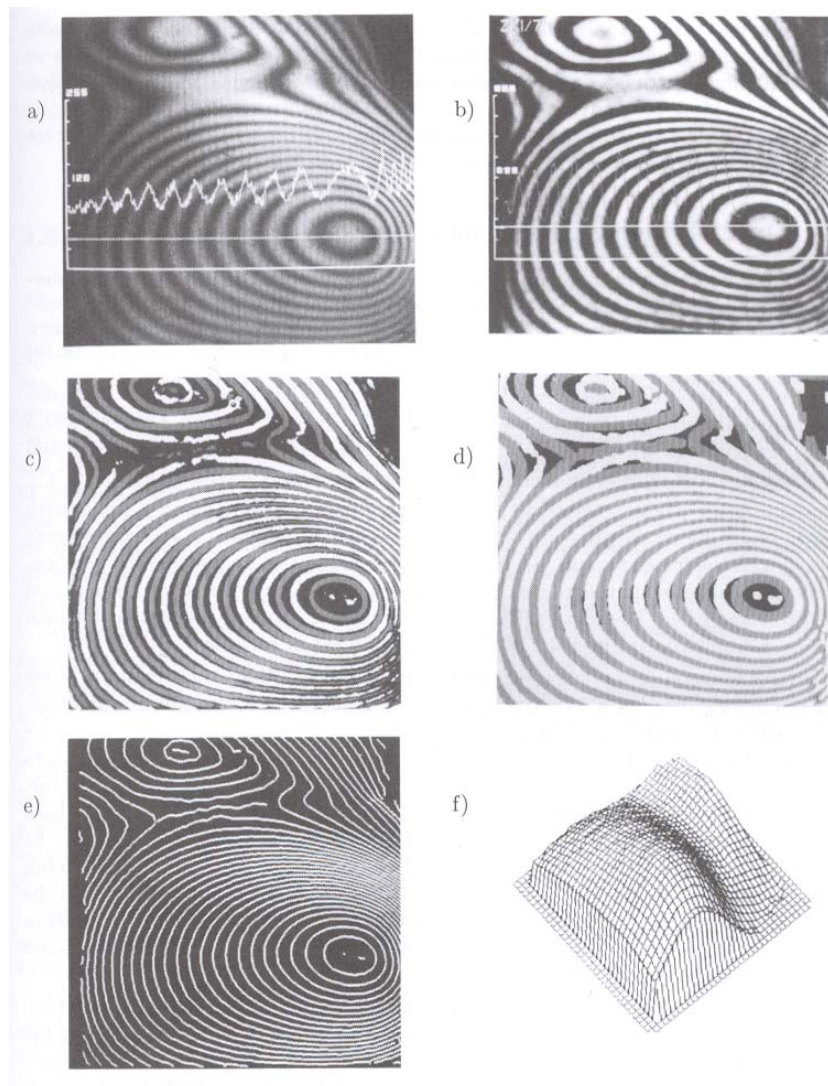


Figura 2. 22 Fases del procesado de un interferograma por skeletonizing [4]

Las técnicas que utilizan montajes especiales para la determinación de la fase son mas complicadas. Hay dos técnicas principales, temporal heterodyning y phase sampling evaluation.

La técnica de temporal heterodyning se basa en la interferencia de dos onda de diferente frecuencia para la determinación de la fase. En este método reconstruiremos holográficamente cada frente de onda con ondas de referencia de distinta frecuencia(Figura 2.23.). La frecuencia del campo reconstruido viene marcada por la

frecuencia de la onda de referencia. El patrón de interferencia holográfico resultante de la reconstrucción empleando ondas de referencia que difieren en $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ es:

$$I(x, y, t) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\Delta\phi(x, y) + t \Delta\omega] \quad [72]$$

donde $a(x, y)$ y $b(x, y)$ son los términos aditivos y multiplicativos de las distorsiones y $\Delta\phi(x, y)$ es la distribución de interferencia de fase que queremos calcular. La fase $\Delta\phi(x, y) + t \cdot \Delta\omega$ de un punto oscilante no aporta información, pero de la diferencia de fase entre dos puntos de irradiancia oscilante:

$$\Delta\Delta\phi(x_1, y_1, x_2, y_2) = [\Delta\phi(x_1, y_1) + t \cdot \Delta\omega] - [\Delta\phi(x_2, y_2) + t \cdot \Delta\omega] \quad [73]$$

podemos determinar los cambios relativos de fase $\Delta\Delta\phi$. La interferencia de fase puede ser calculada de punto a punto del interferograma a través de una línea.

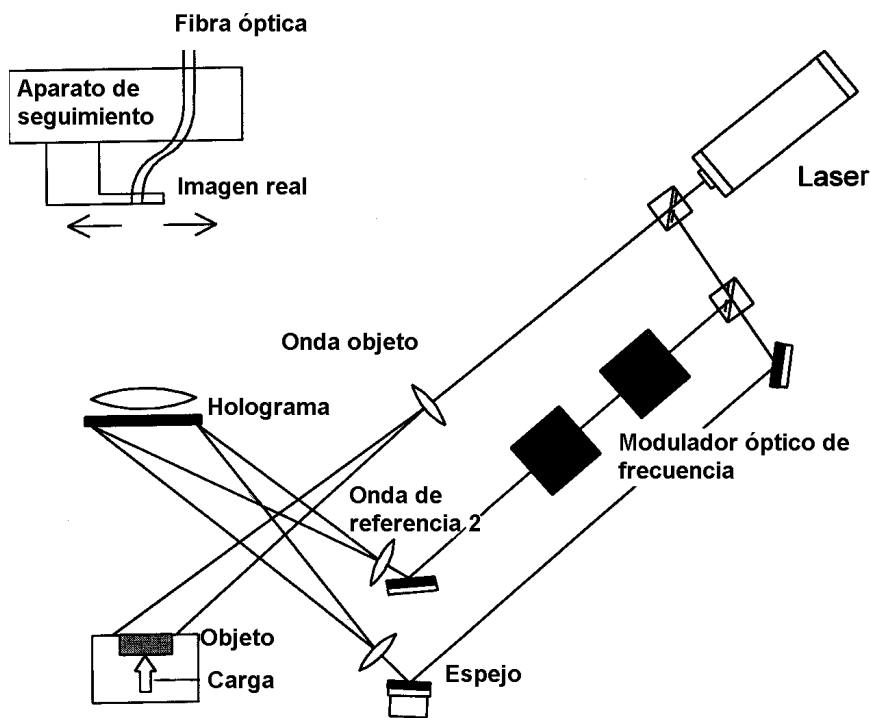


Figura 2. 23 Montaje holográfico con variación en la frecuencia de onda de referencia [4]

La técnica de phase samplig evaluation utiliza varios registros de patrones de interferometría holográfica con los que obtiene información de la fase en cada punto del objeto. Cada interferograma difiere del otro, en que la onda de referencia que interfiere con la onda objeto tiene en cada registro un desfase distinto. Este desfase lo provocamos, por ejemplo, modificando la posición de un espejo donde se refleja la onda de referencia. Esta técnica de procesado muestra sus mayores virtudes utilizando interferometría holográfica en tiempo real. El frente de onda reconstruido del holograma con la onda de referencia modificada en su desfase interfiere con la onda objeto, de tal forma que la irradiancia que registramos es:

$$I_n(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\Delta\phi(x, y) + \phi_{Rn}] \quad [74]$$

donde $a(x, y)$ y $b(x, y)$ son los términos aditivos y multiplicativos de las distorsiones, $\Delta\phi(x, y)$ es la distribución de interferencia de fase que queremos calcular y ϕ_{Rn} es el desfase en la referencia de onda en la n -ésima distribución de irradiancias que registramos $I_n(x, y)$. Esta distribución de irradiancias la podemos obtener introduciendo desfases en la onda de referencia conocidos o desconocidos, con la única diferencia que en el segundo caso necesitaremos hacer más interferogramas si queremos obtener la fase de cada punto. A continuación vamos a explicar someramente como se emplearía esta técnica introduciendo desfases conocidos.

Si introducimos desfases conocidos no necesitamos mas que hacer cuatro interferogramas. Queremos determinar la distribución de incrementos de fase $\Delta\phi(x, y)$ pero tampoco conocemos ni $a(x, y)$ y $b(x, y)$, por lo que como mínimo necesitamos un sistema de tres ecuaciones $m=3$. Si modificamos la expresión antes escrita de la irradiancia queda:

$$I_n = a + b \cdot \cos[\Delta\phi + \phi_{Rn}] = a + u \cdot \cos\phi_{Rn} + v \cdot \sin\phi_{Rn} \quad [75]$$

donde $u(x, y) = b(x, y) \cdot \cos[\Delta\phi(x, y)]$ y $v(x, y) = -b(x, y) \cdot \sin[\Delta\phi(x, y)]$

Podemos escribir el siguiente sistema de ecuaciones con el que podemos calcular u y v , y a partir de ahí, la distribución de incremento de fase para cada punto

$$\begin{pmatrix} n & \sum \cos \phi_{Rn} & \sum \sin \phi_{Rn} \\ \sum \cos \phi_{Rn} & \sum \cos^2 \phi_{Rn} & \sum \sin \phi_{Rn} \cos \phi_{Rn} \\ \sum \sin \phi_{Rn} & \sum \sin \phi_{Rn} \cos \phi_{Rn} & \sum \sin^2 \phi_{Rn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum I_n \\ \sum I_n \cos \phi_{Rn} \\ \sum I_n \sin \phi_{Rn} \end{pmatrix} \quad [76]$$

$$\Delta \phi(x, y) = \arctan \frac{-v(x, y)}{u(x, y)} \quad [77]$$

De esta forma obtenemos el incremento de fase en cada punto de forma precisa y evaluada de forma automática si empleamos para registrar los interferogramas un sensor CCD.

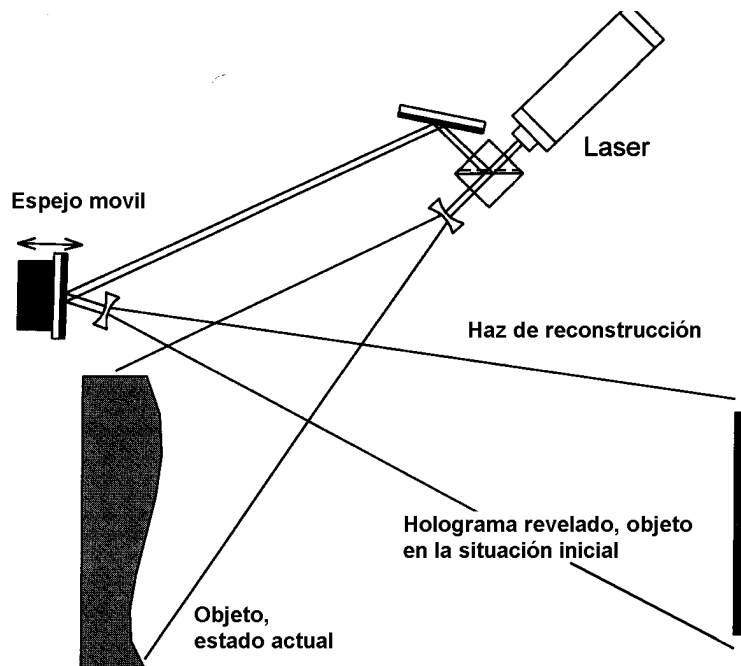


Figura 2. 24 Montaje holográfica para *phase sampling* [4]

De entre las ventajas que ofrece esta técnica, podemos resaltar que: la evaluación de la fase se realiza de forma automática, la interferencia de fase se calcula para todos los píxeles sin necesidad de interpolar, se resuelve el problema de la ambigüedad del signo de la interferencia, se calcula por añadidura los efectos del ruido

y las alteraciones por lo que se pueden compensar, gran resolución y precisión. Como contrapartida lo más importante es la necesidad de realizar varios registros y la complicación en el montaje.

2.3.3. Información que proporciona el interferograma.

Hay un algunos procesos físicos en donde el camino óptico recorrido es modificado por muy distintas causas. Si la modificación inducida en el camino óptico recorrido puede ser controlada para cambiar sólo la fase del campo luminoso y el desplazamiento lateral para que permanezca dentro de un menor que el diámetro medio de moteado o speckle, podremos después realizar medidas cuantitativas mediante interferometría holográfica.

A continuación vamos a mostrar una pequeña representación de las distintas formas de obtener información, de forma cuantitativa, utilizando interferometría holográfica .

Una clase de medidas que podemos realizar son las referentes a la deformación de superficies opacas de reflexión difusa. Algunas de las propiedades físicas que se pueden medir basadas en los desplazamientos de los elementos de la superficie son:

- Los desplazamientos unidimensionales de los puntos de la superficie en la dirección del vector de sensibilidad pueden ser calculados. Si sabemos que los desplazamientos de todos los puntos de la superficie son en la misma dirección podemos realizar un montaje de forma optimizada en el que la evaluación de los parámetros físicos se haga directamente.
- El campo de desplazamientos tridimensional de todos los puntos de la superficie de un objeto pueden ser calculado. El campo vectorial de desplazamientos puede

ser definido por translaciones como sólido rígido, rotaciones como sólido rígido, deformaciones, o como una combinación de los anteriores.

- Partiendo de la base de que la interferometría holográfica mide con alta resolución espacial, la diferenciación numérica para las obtención de las deformaciones y tensiones es posible. Las deformaciones coplanarias en el caso de tensión plana pueden ser calculadas. Podemos calcular momentos flectores, coeficientes de expansión térmica, o incluso el módulo de Poisson. La tensión superficial de los fluidos podemos calcularla también mediante interferometría holográfica.
- Hasta ahora todos los desplazamientos eran estacionarios, pero también podemos calcular los desplazamientos de forma dinámica. Los movimientos pueden ser capturados mediante el registro de impulsos, o medidos de forma integral como en el método de tiempo promedio. La propagación de ondas de impacto puede ser visualizadas mediante interferometría holográfica.

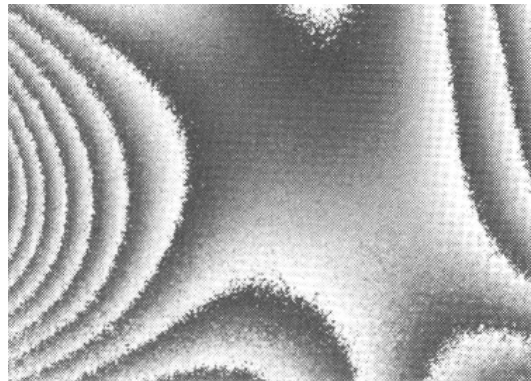


Figura 2. 25 Interferograma realizado sobre una chapa metálica un instante después de recibir el impacto de un proyectil sobre su borde izquierdo libre, y con sus otros tres bordes empotrados [4]

- Las vibraciones mecánicas son las que más se estudian mediante técnicas de interferometría holográfica. Podemos calcular la amplitud de la vibración de los puntos de un objeto sometidos a vibraciones armónicas. Optimizando el montaje

y el postprocesado del interferograma también tenemos acceso a fase de la vibración y a los modos de vibración.

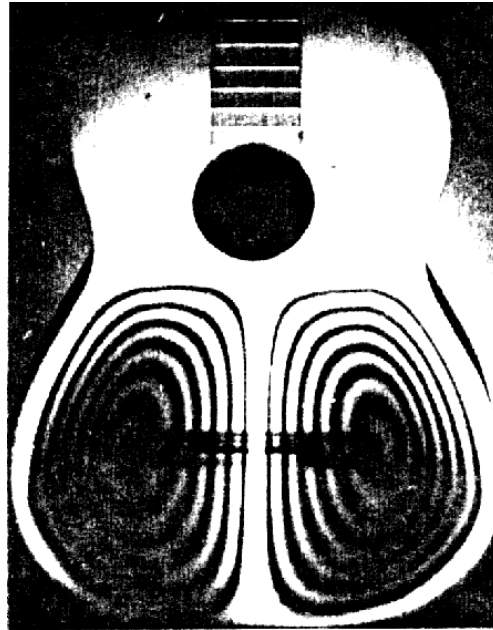


Figura 2. 26

La segunda clase de medidas que podemos hacer se refieren a la variación del índice de refracción de objetos transparentes. La distribución del índice de refracción en un gas, un líquido, un sólido, o plasma puede ser provocada por multitud de fenómenos físicos, A partir del interferograma podemos, correlacionando la distribución de interferencia de fase con los distribución de índices de refracción, obtener información de los fenómenos físicos. Algunos ejemplos podrían ser:

- Hoy en día la interferometría holográfica ha sustituido a la interferometría de Match-Zehnder en el estudio del flujo de fluidos. La densidad de un gas o de una mezcla de gases se relaciona con el índice de refracción mediante la ecuación de Gladstone-Dale. A partir de aquí podemos correlacionar la diferencia de camino óptico recorrido al atravesar un gas con índice de refracción n con la densidad de dicho gas.

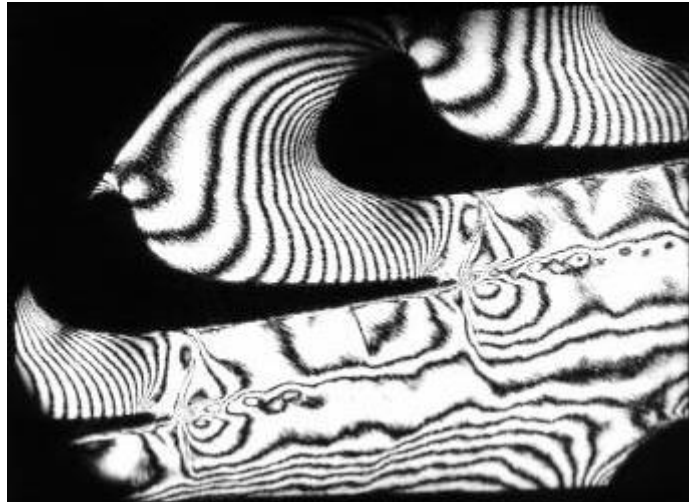


Figura 2. 27 Interferograma realizado sobre los álabes de una turbina [25]

- Con la interferometría holográfica podemos visualizar flujos de forma dinámica, es decir, detectar las líneas de corriente del flujo bajo estudio. Podemos visualizar el movimiento de las líneas de corriente introduciendo una mezcla de líquidos de distinto índice de refracción y observando su evolución. Podemos registrar ondas de choque y su propagación.

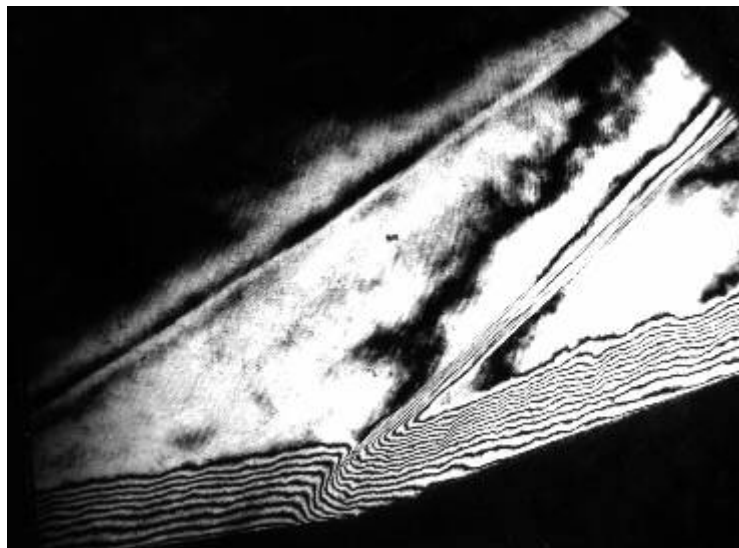


Figura 2. 28 Interferograma obtenido de un fluido supersónico incidiendo sobre una cuña [25]

- Utilizando la relación entre el índice de refracción y la densidad del fluido y la ecuación de los gases ideales podemos calcular la presión y la temperatura, teniendo en cuenta el peso molecular y la constante universal de los gases. De esta forma tenemos a nuestra disposición una técnica para medir la transferencia de calor mediante la obtención de la distribución de temperatura de un gas.
- Para el caso de líquidos la ecuación de Gladstone-Dale no es válida. Utilizaremos la ecuación de Lorentz-Lorenz que tiene en cuenta la refractividad específica de la sustancia bajo estudio.

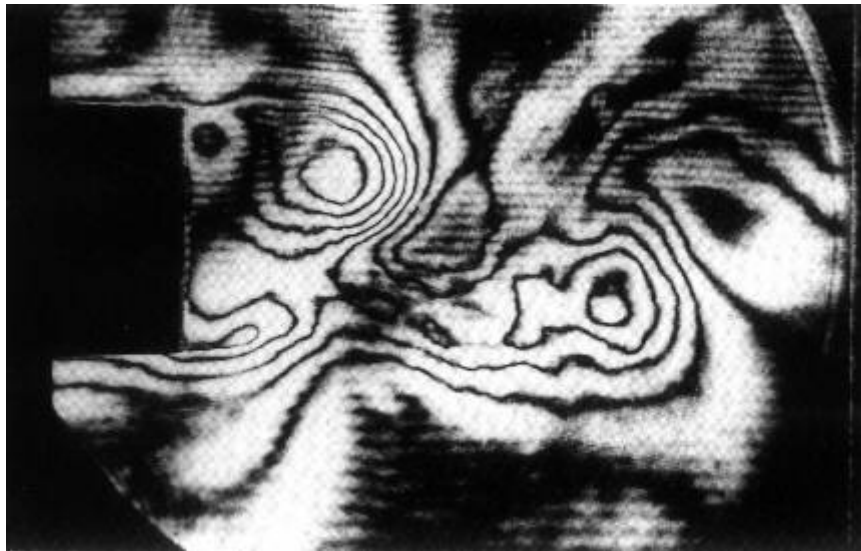


Figura 2. 29 Interferograma realizado sobre la estela de un obstáculo en el seno de un fluido [25]

- En los experimento de transferencia de masa, las concentraciones de masa pueden ser medidas, tanto espacial como temporalmente, mediante interferometría holográfica.
- El índice de refracción de un gas electrónico tiene una gran dependencia con la densidad electrónica, por lo que esto puede ser medido empleando técnicas de interferometría holográfica en el diagnostico de plasmas.

- Las tensiones de sólidos transparentes pueden ser medidas holográficamente teniendo en cuenta que las tensiones modifican el índice de refracción.

Un tercer tipo de medidas que podemos hacer mediante la interferometría holográfica, es la determinación del contorno de objetos opacos, comparando dos hologramas que están realizados sobre el objeto en el mismo estado de cargas, es decir, el objeto permanece estático, pero variamos el índice de refracción del fluido que atraviesan los haces en su camino desde la fuente de iluminación hasta el punto de observación.