

El objetivo principal del capítulo es presentar a la Investigación Operativa como un método y proceso con el que se pueden resolver los distintos problemas de la vida cotidiana. Se realiza un breve repaso histórico a la evolución y los avances ocurridos en este tipo de investigación, así como en los distintos algoritmos y soluciones de programación surgidos. De la exposición detallada de los distintos tipos de programación se llega a la conclusión de que nuestro caso concreto no encaja en ninguno de ellos, puesto que se puede considerar que lleva parte de cada uno. Por la tanto para la resolución de nuestro problema no se puede hacer de una forma sencilla, implementando un sólo algoritmo, sino que será necesario la combinación de varios de ellos.

6. La investigación Operativa

“Pocas situaciones en la vida no son susceptibles de ser descritas en términos de optimización”

Existen varias definiciones diferentes de lo que es la Investigación Operativa (IO). Por ejemplo:

- Un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de una base cuantitativa para las decisiones que tengan que ver con las operaciones bajo su control (McCord y Kimball. 1951)
- El uso de la lógica y de la matemática de forma que no interfieran con el sentido común (Woolsey. 1980)
- La ciencia que estudia el modelado de sistemas probabilísticos y determinísticos que se originan en la vida real desde un punto de vista de toma de decisiones óptimas (Hillier y Lieberman. 1990)
- El estudio de cómo formular modelos matemáticos para problemas complejos de administración e ingeniería y cómo analizarlos para tener una visión de las posibles soluciones (Rardin. 1998)

La definición de intencionalidad más generalista pero a la vez más completa en cuanto a lo descriptiva es la que aparece en el texto (Lawrence y Pasternak, 1998):

Un enfoque científico para la toma de decisiones ejecutivas que consiste en:

- a) El arte de modelar situaciones complejas
- b) La ciencia de desarrollar técnicas de solución para resolver dichos modelos
- c) La capacidad de comunicar efectivamente los resultados
- d) El estudio de la asignación óptima de recursos escasos a determinada actividad.

A menudo la Investigación Operativa es denominada Ciencia de la Administración. Esta ciencia, tal como la conocemos hoy, se desarrolló a partir de los grandes éxitos obtenidos mediante su aplicación en la resolución de problemas militares en la Segunda Guerra Mundial. Por ello recibió el nombre de Investigación Operativa.

Cuando estas técnicas fueron introduciéndose en el mundo de los negocios como ayuda a la toma de decisiones, se acuñó el término Ciencia de la Administración o Ciencia de la Gestión. En la actualidad hay muy poca distinción entre ambos términos y se usan indistintamente.

6.1. Modelización

La modelización es una de las áreas más atractivas de la ingeniería y las ciencias aplicadas. De hecho, los ingenieros necesitan construir modelos para resolver problemas de la vida real. El objetivo de un modelo consiste en

reproducir la realidad de la forma más fiel posible, tratando de entender cómo se comporta el mundo real y obteniendo las respuestas que pueden esperarse de determinadas acciones. En la práctica se utilizan muchos tipos de modelos, tales como modelos de ecuaciones diferenciales, modelos de ecuaciones funcionales, modelos en diferencias y de elementos finitos, y modelos de programación matemática.

La selección del modelo adecuado para reproducir la realidad es una etapa crucial para obtener una solución satisfactoria a un problema real. Las estructuras matemáticas asociadas no son arbitrarias, sino una consecuencia de la realidad misma.

Los problemas de programación matemática son problemas particulares a los que uno se enfrenta con cierta frecuencia, que se pueden resolver usando muchas de las herramientas disponibles, procedimientos o paquetes de software.

Sin embargo, otros problemas también muy frecuentes como los problemas de programación lineal con muchas variables y/o restricciones, o los problemas de programación no lineal no son tan fáciles de modelar, y requieren una gran labor de análisis e incluso en muchos casos de creatividad.

La programación matemática es una potente técnica de modelado usada en el proceso de toma de decisiones. Cuando se trata de resolver un problema de este tipo, la primera etapa consiste en identificar las posibles decisiones que pueden tomarse; esto lleva a identificar las variables del problema concreto. Normalmente, las variables son de carácter cuantitativo y se buscan los valores que optimizan el objetivo. La segunda etapa supone determinar qué decisiones resultan admisibles; esto conduce a un conjunto de restricciones que se determinan teniendo presente la naturaleza del problema en cuestión. En la tercera etapa, se calcula el coste/beneficio asociado a cada decisión admisible; esto supone determinar una función objetivo que asigna, a cada conjunto

posible de valores para las variables que determinan una decisión, un valor de coste/beneficio. El conjunto de todos estos elementos define el problema de optimización.

6.2. Comentarios históricos

Cómo hacer un uso óptimo de los recursos disponibles es un problema tan antiguo como la humanidad. Sin embargo, hasta finales del siglo XIX y principios del XX no empezó a tomar forma la investigación Operativa tal y como la conocemos hoy. Las primeras investigaciones de interés son de las dos primeras décadas del siglo XX: los diagramas de Gantt para Planificación de Proyectos, los estudios de Markov sobre Procesos Estocásticos, la Teoría de Colas, etc. Pero muchos expertos en la materia sitúan sus orígenes en la Segunda Guerra Mundial, cuando la confianza en la intuición comenzó a desvanecerse, y se empezaron a utilizar técnicas de Investigación Operativa para la toma de decisiones bajo escasez de recursos. Para maximizar el rendimiento, era necesario asignar los recursos disponibles, de un modo efectivo, a las diversas operaciones y actividades.

Los dirigentes militares británicos encargaron a científicos e ingenieros el análisis de varios problemas: de despliegue de radares, manejo de operaciones de bombardeo, colocación de minas, etc. Las administraciones británica y americana formaron grupos de trabajo, compuestos por gran número de científicos (matemáticos, estadísticos, físicos, biólogos y psicólogos) para hacer una distribución racional, más fiable que la dada por la intuición, de los medios con los que contaban. Los esfuerzos de este primer grupo de Investigación Operativa fueron decisivos para ganar combates tan importantes como la Batalla Aérea Británica, la Batalla de Atlántico Norte y la Campaña de las Islas del Pacífico.

Después de la guerra, estos éxitos atrajeron la atención de la industria y de las empresas, que querían solucionar nuevos problemas causados por el aumento de la complejidad de los procesos industriales y a una mayor especialización en los mismos. Esta situación a menudo generaba incompatibilidad de objetivos, y por lo tanto una gran dificultad e inseguridad en la toma de las distintas decisiones. Las decisiones se pueden dividir en Estructuradas, Semiestructuradas e Inestructuradas, tal y como se recogen en la siguiente tabla:

Tipos de Decisión	Nivel de decisión		
	Operativo	Táctico	Estratégico
Estructuradas	<ul style="list-style-type: none"> • Contabilidad • Cuentas por pagar y por cobrar • Toma de pedidos • Control de inventario 	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de presupuestos • Reportes de personal • Análisis de hacer o comprar 	<ul style="list-style-type: none"> • Ubicación de almacenes • Inversiones • Sistemas de distribución
Semiestructuradas	<ul style="list-style-type: none"> • Programación de producción • Determinación de niveles de inventario • Gestión de recursos • Pronósticos de demanda 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación de créditos • Preparación de presupuestos • Distribución de planta • Programación de proyectos • Diseño de incentivos 	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción de una nueva planta • Fusiones y adquisiciones • Planeamiento de nuevos productos • Planes de aseguramiento de la calidad
Inestructuradas	<ul style="list-style-type: none"> • Adquisición de software • Aprobación de préstamos 	<ul style="list-style-type: none"> • Reclutamiento de un ejecutivo • Adquisición de hardware 	<ul style="list-style-type: none"> • Planeamiento de inversiones y desarrollo • Incorporación de nuevas tecnologías • Imagen social

Tabla 6.1 Clasificación y tipos de decisiones

Además, se pueden identificar al menos otros dos factores que contribuyeron significativamente al gran avance de esta ciencia en ese período. De un lado, las mejoras sustanciales que se obtenían al desarrollar y perfeccionar las técnicas de Investigación Operativa, y de otro, el desarrollo paralelo de los

ordenadores, que aumentó de forma espectacular la capacidad de almacenamiento de datos y la velocidad de resolución de los problemas.

6.3. La Programación Lineal

Una de las áreas más importantes y activas de la Investigación Operativa es la **Programación Lineal**. Es una parte de la programación matemática, y una de las áreas más importantes de la matemática aplicada. Se utiliza en campos como la ingeniería, la economía, la gestión, y muchas otras áreas de la ciencia, la técnica y la industria.

Cualquier problema de programación lineal requiere identificar cuatro componentes básicos:

- El conjunto de datos.
- El conjunto de variables involucradas en el problema, junto con sus dominios de definición.
- El conjunto de restricciones lineales del problema que definen el conjunto de soluciones admisibles.
- La función lineal que debe ser optimizada (minimizada o maximizada).

Los problemas de Programación Lineal se basan en la optimización de una función lineal, la función objetivo, sujeta a una serie de restricciones lineales de igualdad o desigualdad de las variables.

El reconocimiento de la importancia de este tipo de problema coincidió con el desarrollo de un método eficiente, **el Método Simplex** (George Dantzing. 1941) y un medio, el ordenador, para aplicarlo.

Una buena parte de los fundamentos de la Programación Lineal se descubrió en un periodo sorprendentemente corto de tiempo de intensa labor de investigación y desarrollo, entre los años 1947 y 1949.

En la actualidad, el Algoritmo Símpex es una herramienta estándar que ha ahorrado enormes cantidades de dinero a la mayoría de las empresas o compañías en los países industrializados, y su uso en otros sectores de la sociedad avanza rápidamente. Se han escrito docenas de libros sobre Programación Lineal y publicado centenares de artículos describiendo aplicaciones importantes. Recientemente, el Algoritmo Símpex ha sido elegido como uno de los diez algoritmos de mayor influencia en el desarrollo y la práctica de la ciencia y la ingeniería en el siglo XX (Nash. 2002).

Uno de los descubrimientos más importantes en el desarrollo reciente de la Programación Lineal es el concepto de dualidad. Cada problema de Programación Lineal tiene asociado otro problema del mismo tipo que se denomina el problema dual. La relación existente entre el problema original (problema primal) y su dual, son muy útiles en muchas situaciones. En 1954 Lemke desarrolló **el Método Dual del Símpex** que conduce desde una solución óptima que no cumple las condiciones de no negatividad a la solución final del problema. Este método será fundamental en el desarrollo de algunos algoritmos para Programación Entera.

En 1956, Dantzing, Fold y Fulkerson desarrollaron el **Algoritmo Primal-Dual General**, que resuelve problemas de Programación Lineal trabajando simultáneamente con los problemas Primal y Dual. Originalmente, este algoritmo fue creado para resolver un tipo especial de problemas que surgieron en Flujo de Redes. Basándose en la Teoría de la Dualidad, se desarrolló el **Análisis de Sensibilidad**, que constituye una parte clave en cualquier estudio de Programación Lineal, pues muchos de los valores de los parámetros usados en los modelos son estimaciones y no valores exactos, y por tanto es necesario investigar qué efecto tendría la variación de alguno de ellos en la solución final.

En los últimos años, la Programación Lineal ha vuelto a ser un foco de atención mayoritaria y un área de investigación muy activa. La causa de este auge ha sido el desarrollo de dos algoritmos que difieren radicalmente del Método Símplex: el primero es el llamado **Método del Elipsoide**, desarrollado independientemente por Shor (1970) y Yudin y Nemirovskii (1976) para Programación Convexa No Diferenciable, aunque fue Kachian quien demostró en 1979 que dicho método puede resolver problemas de Programación Lineal rápidamente en un sentido teórico, y el segundo es el **Algoritmo de Punto Interior Proyectivo** de Karmarkar (1984) que constituye una potente y prometedora herramienta para resolver problemas grandes, pues es un algoritmo de tiempo polinomial, a diferencia del Simplex, que es un algoritmo de tiempo exponencial.

6.3.1. Programación lineal entera-mixta

En muchas situaciones de la vida real, las variables representan objetos indivisibles que deben tomar valores enteros, y/o incluso están más restringidas siendo binarias, es decir, que toman exclusivamente los valores 0 ó 1. El empleo de variables enteras hace más complejo el problema de programación lineal, debido a la ausencia de continuidad.

Como respuesta a esta necesidad surgen algoritmos de resolución para problemas de Programación Lineal Entera. A finales de los años 50 y principios de los 60, Ralph Gomory inició sus trabajos en esta rama de la Optimización, y **diseñó el Método de los Planos Cortantes** de Gomory, que contribuye en gran medida a profundizar en el conocimiento del problema. En 1970 Mitten publicó un artículo en el que se recogían **los Métodos de Separación y Acotación** para la resolución de este tipo de problemas, que fueron desarrollados durante la década de los 60.

Estos métodos se basan en principios muy simples y funcionan muy bien para problemas con menos de cien variables, pero un crecimiento pequeño del tamaño del problema puede provocar tiempos de computación demasiado grandes, ya que dichos periodos crecen exponencialmente. Muchos problemas importantes que surgían en la práctica no podían ser resueltos, y este crecimiento exponencial parecía difícil de superar. Sin embargo, a mediados de los años 80 se publicaron artículos clave que marcaron una nueva era en la metodología de la solución de problemas de Programación Entera.

Las nuevas aproximaciones algorítmicas combinan el preprocesamiento automático de los problemas, la generación de planos cortantes y algunas técnicas de separación y acotación. Cuando ni siquiera estos algoritmos pueden encontrar la solución óptima para un modelo real, se suele resolver el problema sin la restricción de que los valores de las variables sean enteros, redondeando posteriormente la solución obtenida. Esta técnica resulta normalmente muy poco satisfactoria, pues la solución auténtica del problema puede estar muy lejos de la solución redondeada.

Para solventar estos problemas, disponemos actualmente de **Algoritmos Heurísticos** bastante eficientes, los cuales suelen encontrar de una forma rápida soluciones factibles aceptables que, aunque no sean necesariamente óptimas, están más cerca de la solución final que las soluciones redondeadas.

6.3.2. Ejemplos de problemas de Programación Lineal

Dentro de los problemas de Programación Lineal existen dos que por su especial estructura permiten el desarrollo y aplicación de algoritmos especiales: **el problema del transporte y el problema de asignación.**

En el problema del transporte, el objetivo es llevar ciertas cantidades de productos desde varios orígenes a diferentes destinos, de forma que alguna medida de la efectividad de la operación sea óptima. En 1941, Hitchcock

formuló el problema en la forma que lo conocemos hoy. Asimismo, Koopman publicó en 1947 un artículo que también contribuyó significativamente al planteamiento original del problema, y Dantzing desarrolló en 1951 el Método Simplex para el Problema del Transporte.

El problema de asignación es a su vez un caso especial del problema del transporte en el que se deben asignar ciertos objetos a ciertas tareas de forma unívoca. La estructura particular del problema hace que las soluciones sean degeneradas y permitió a los matemáticos húngaros König y Egerváry demostrar un teorema esencial para el desarrollo del método húngaro, que se fundamenta en la idea de que se puede sumar o restar una constante de cualquier fila o columna sin cambiar el conjunto de soluciones óptimas. Basándose en el trabajo de König, Kuhn ideó en 1955 **el Método Húngaro**.

Uno de los desarrollos más espectaculares en Investigación Operativa ha sido el gran avance en la metodología y aplicación de los modelos de Optimización de Redes.

El **Análisis de Redes** tiene sus fundamentos teóricos en **la Teoría de Grafos**, una rama de las matemáticas que nace en 1736 con la formulación (realizada por Leonhard Euler) del famoso problema de los puentes de Königsberg. En 1959, Dijkstra presentó en su trabajo “A note on two problems in connection with graphs” uno de los algoritmos más sencillos y eficientes para la resolución del problema del camino más corto, que se conoce con el nombre de **Algoritmo de Dijkstra**. Para el problema del flujo máximo, Ford y Fulkerson diseñaron en 1962 **el Algoritmo del Aumento de Flujo**. Asimismo, **el Algoritmo para la Búsqueda del Árbol de Expansión Minimal** se debe a Kruskal, que lo desarrolló en 1957.

Otro tipo de problemas de redes de gran relevancia, en cuanto a aplicaciones prácticas se refiere, **es la Planificación de Proyectos**. Para dirigir con éxito un proyecto a gran escala se debe realizar cuidadosamente la planificación y

coordinación de las diferentes actividades que lo componen. Para ayudar a esa tarea, a mediados de los años cincuenta se crearon procedimientos formales basados en el uso de redes.

Los dos procedimientos mas usados son **CPM** (Critical Path Method), que se emplea para determinar el retraso que puede sufrir la ejecución de cada actividad sin retrasar el proyecto, en el caso en que la duración de cada una de ellas se conozca con certidumbre, y **PERT** (Program Evaluation and Review Technique), desarrollado en 1950 por auditores que trabajaban en la construcción del misil Polaris, y que se usa cuando la duración de las diferentes actividades que componen el proyecto es incierta. Al usar estas dos técnicas en la construcción del misil Polaris, el proyecto se finalizó dos años antes de lo planificado inicialmente, lo cual hizo que ganaran muchos adeptos.

Dos son las criticas que se hacen más frecuentemente a la Programación Lineal:

- En primer lugar, la hipótesis de linealidad de todas las funciones que aparecen en el modelo parece demasiado restrictiva, y muchos de los problemas reales no la cumplen, y por tanto no se pueden resolver aplicando este tipo de técnicas. Aparece así **la Programación No Lineal**.
- En segundo lugar, en los problemas reales casi nunca aparece una única y bien definida función objetivo a optimizar, sino que frecuentemente la decisión se debe tomar en función de varios objetivos, la mayoría de las, veces incompatibles entre ellos. Como respuesta a cada una de estas criticas tenemos nuevos temas dentro de la Investigación Operativa; **La Programación no Lineal y la Teoría de decisión Multicriterio**.

6.3.3. Programación No Lineal

Aunque los problemas de Programación Lineal tienen multitud de aplicaciones, en muchos problemas interesantes de optimización puede ocurrir que la función objetivo y/o las restricciones no sean lineales. Se dice que se trata de un problema de **Programación No Lineal** (PPNL).

Dos de los conceptos fundamentales para la resolución de problemas de este tipo son el concepto de convexidad de conjuntos, que fue estudiado en detalle por Minkowski en 1911, y el concepto de convexidad de funciones, que normalmente se atribuye a Jensen (1906). Desde que Lagrange (1736-1813) **desarrolló la Teoría Fundamental “los Multiplicadores para el tratamiento de problemas de Optimización con Restricciones de Igualdad”**, se han creado muchos métodos para resolver diferentes problemas de Programación No Lineal, entre los cuales podemos destacar las **Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker para el caso general**, desarrolladas independientemente por Karush (1939) y Kuhn y Tucker (1951). Para la Programación Convexa se trabaja actualmente con tres tipos de algoritmos diferentes:

- Los algoritmos de tipo gradiente, entre los cuales merece la pena destacar **el Método del Gradiente Reducido Generalizado** (Lasdon y Warren, 1978).
- Los algoritmos secuenciales irrestrictos, que incluyen **el Método de Función Barrera** que fue propuesto por Carroll en 1961, **y el Método de Función de Penalización**, que se suele atribuir a Courant, aunque fueron Camp en 1955 y Pietrykowski en 1962 quienes discutieron el uso de esta aproximación para resolver problemas de programación no lineal.
- Los algoritmos de aproximación secuencial, (incluyendo los métodos de aproximación lineal y aproximación cuadrática), como por ejemplo **el Algoritmo de Frank Wolfe** (1956), que combina aproximaciones lineales

de la función objetivo (lo cual nos permite usar el Algoritmo Símplex) con el procedimiento de búsqueda unidimensional.

6.3.4. Problemas de multicriterios

El análisis de problemas de decisión con criterios múltiples constituye el área de desarrollo más activa en los últimos años en el campo de las ciencias de la decisión. Esta importante rama de la Investigación Operativa surgió como crítica al paradigma decisional tradicional en el que se trataba de tomar decisiones en función de un único criterio, cuando en muchos casos de la vida ordinaria el encargado de tomar las decisiones desea ordenar el conjunto de soluciones factibles atendiendo a diferentes criterios que reflejen sus particulares preferencias.

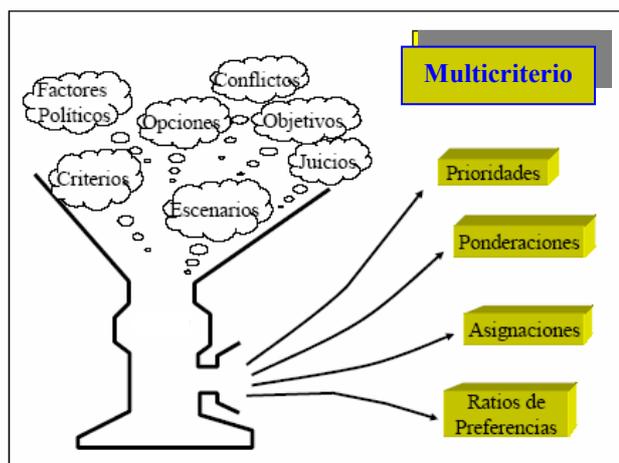


Figura 6.1 Problemas de Multicriterios.

Para el caso que nos ocupa este es el que más nos interesa, ya que se trata de repartir los recursos disponibles (número total de coches y horas de conducción) en función de varios factores (demanda, tiempos, viajes...). Por lo que profundizaremos más en los **capítulos 8 y 9**.

6.3.5. Problemas de Optimización Combinatoria y Algoritmos Evolutivos

Los problemas de **Optimización Combinatoria** tratan de encontrar la solución óptima de un número finito o infinito numerable de alternativas. En las últimas décadas ha surgido gran variedad de este tipo de problemas en áreas tan diversas como la Investigación Operativa, las Ciencias de la Computación, la Ingeniería, etc. Entre todos **los problemas de Optimización Combinatoria** tal vez el más conocido sea **el Problema del Viajante de Comercio**.

Un logro importante en la resolución de este tipo de problemas es la conjetura establecida a finales de los años sesenta, que dice que existe una clase de problemas combinatorios con una complejidad intrínseca tan grande que cualquier algoritmo que lo resuelva requiere tiempos computacionales que crecen polinomialmente con el tamaño del problema. A partir de esta conjetura surge **la Teoría de la NP-completitud** y **el concepto de Problema Duro**, cuyos primeros artículos se deben a Cook (1971,1972), Karp (1972) y Levin (1973).

Para este tipo de problemas se utilizan los **llamados Algoritmos de Aproximación**, que proporcionan soluciones próximas al óptimo en tiempos de computación razonables. Entre ellos merece destacarse **las Técnicas de Enfriamiento Estadístico**, que introdujeron Kirkpatrick, Gellat y Vechi (1982, 1983) e independientemente Cerny (1985). Los conceptos básicos de estas técnicas se basan en una fuerte analogía con el proceso físico de enfriamiento de sólidos. Un rasgo característico de este método es que encuentra soluciones de alta calidad que no dependen fuertemente de la elección de la solución inicial, es decir, es efectivo y robusto. Además, es posible dar una cota superior de tipo polinomial sobre los tiempos de computación para algunas implementaciones del algoritmo. Así, el método no presenta los inconvenientes que presentan los algoritmos de búsqueda local y se puede aplicar de forma

general, lo que lo convierte en un interesante algoritmo general de aproximación.

En la misma línea de intentar imitar procesos naturales que se sigue en el diseño de **las técnicas de Enfriamiento Estadístico** se encuentran las técnicas agrupadas bajo el nombre de **Algoritmos Evolutivos**, quizás una de las áreas en las que más intensamente se trabaja en la actualidad.

Los algoritmos evolutivos son un conjunto de metaheurísticos modernos utilizados con éxito en un número elevado de aplicaciones reales de gran complejidad. Su éxito resolviendo problemas difíciles ha sido el motor de un campo conocido como Computación Evolutiva, en el que se encuadran estudios sobre aplicabilidad, complejidad algorítmica, fundamentos de funcionamiento y muchos otros aspectos, con el objetivo de facilitar la promoción y comprensión de los algoritmos evolutivos a nuevos campos de trabajo.

Se entiende la computación evolutiva como un concepto adaptable para la resolución de problemas, especialmente apropiado para problemas de optimización complejos. Esta visión es la alternativa a algunas descripciones en desuso que muestran a la computación evolutiva como una colección de algoritmos parecidos listos para ser usados en cualquier problema.

En la actualidad, y dado el gran impacto de las técnicas de IO, hay muchas asociaciones profesionales dedicadas a este campo. Hoy en día hay más de cuarenta y cuatro países que son miembros de la International Federation of Operational Research Societies (IFORS), organización mundial cuyo objetivo es el desarrollo de la Investigación Operativa como una ciencia unificada y su avance en todas las naciones del mundo.

6.4. Clasificación de los problemas de Investigación Operativa

Los problemas de IO se pueden clasificar de dos modos diferentes: atendiendo al objetivo del problema y por el grado de certidumbre de los datos.

6.4.1. Clasificación según el objetivo del problema

➤ **Modelos de optimización**, cuyo objetivo es maximizar cierta cantidad (beneficio, eficiencia) o minimizar cierta medida (coste, tiempo), quizás teniendo en cuenta una serie de limitaciones o requisitos que restringen la decisión (disponibilidad de capital, personal, material, requisitos para cumplir fechas límite, etc.). Ejemplos célebres de modelos de optimización son:

- **Problemas de secuenciación**, que se ocupan de colocar objetos en cierto orden. Por ejemplo, supongamos que tenemos N trabajos que deben ser procesados en el mismo orden en M máquinas distintas en las que se requieren tiempos de procesamiento diferentes. ¿De qué forma se deben ordenar los trabajos para que el tiempo total de procesamiento de éstos en cada una de las máquinas sea mínimo?

- **Problemas de localización**, que consisten en realizar una asignación de recursos a actividades de manera que se optimice cierta medida de efectividad. Por ejemplo, si la medida de efectividad viene dada por una función lineal con varias variables que debe cumplir un conjunto de restricciones definidas por funciones lineales de dichas variables, el problema es de Programación Lineal. Si hay que asignar unívocamente objetos a tareas para optimizar alguna medida como puede ser un tiempo o un costo, el problema es de Asignación. Si tenemos que distribuir objetos desde ciertos orígenes a varios

destinos de forma que cierta función lineal alcance su valor óptimo, estamos ante un problema de Transporte o Transbordo.

- **Problemas de rutas**, que tratan de encontrar la ruta óptima desde un origen a un destino cuando existen varias alternativas posibles. El ejemplo más característico es el clásico Problema del Viajante de Comercio. Un viajante de comercio tiene que visitar N ciudades una y sólo una vez antes de volver a su origen. ¿En qué orden debe visitarlas para minimizar la distancia total viajada? Este problema de formulación tan sencilla es, en muchos casos, muy difícil de resolver.

- **Problemas de búsqueda**, que difieren de los otros tipos de problemas que hemos discutido en que hay que buscar cierta información que es necesaria para tomar una decisión. Algunos ejemplos son: buscar barcos enemigos en el océano, realizar auditorías en empresas en busca de trampas o errores, realizar exploraciones de la tierra para encontrar recursos naturales como petróleo, cobre, etc. En cada caso el objetivo es minimizar los costos asociados con la recolección y análisis de datos para reducir los errores de decisión y los propios costos de decisión. La Teoría de la Decisión Estadística proporciona una base para resolver muchos problemas de búsqueda.

➤ **Modelos de predicción**, cuyo objetivo es describir o predecir sucesos (nivel de ventas, fechas de terminación de proyectos, número de clientes, etc.) dadas ciertas condiciones. Ejemplos de estos modelos son:

- **Problemas de reemplazamiento**, que se ocupan de decidir el tiempo adecuado para reemplazar los equipos que fallan o se deterioran. Uno de los problemas que se ajusta a este planteamiento es muy conocido: ¿Cuándo debemos cambiar de coche?. Como cada uno tiene su propia medida de efectividad, no hay una respuesta única aún suponiendo que los coches tuvieran exactamente el mismo rendimiento.

Otros problemas bastante cotidianos que encajan en este marco son los problemas de reemplazamiento de maquinaria industrial, de ordenadores en centros de cálculo, establecimiento de garantías, etc.

- **Problemas de inventario**, que consisten en determinar la cantidad ideal de productos que se deben de tener disponibles en una tienda o almacén. Si un cliente quiere comprar una cierta cantidad de productos pero no están disponibles, esto supondría una venta perdida. Por otro lado, si hay un exceso de productos, el costo de almacenamiento puede ser demasiado grande. El objetivo de este problema es encontrar un punto de equilibrio.

- **Problemas de colas**, que son muy cotidianos. Esperamos en colas para coger el autobús, para poner una transferencia, etc. Cualquier problema en el que haya que esperar para obtener un servicio es un problema de colas. Estos problemas vienen definidos por la distribución de los tiempos entre dos llegadas consecutivas al sistema, la distribución de los tiempos de servicio de cada uno de los dependientes, el número de dependientes presentes en el sistema, la disciplina de la cola y el tamaño de la sala de espera. El objetivo del problema es encontrar una forma de mejorar el rendimiento global del sistema, que se mide normalmente atendiendo al tamaño de la cola, o bien al tiempo que transcurre desde que un cliente llega al sistema hasta que lo abandona (tiempo de respuesta). En la gran variedad existente de libros de Teoría de Colas se proponen soluciones para muchos modelos de este tipo, pero los problemas reales son tan complejos y sus componentes están tan interconectadas que la simulación es un aspecto vital en este área.

- **Problemas de competencia, o de asignación de recursos**, que surgen cuando uno o más objetos compiten por un recurso. Resolver un problema de este tipo conlleva un proceso subyacente de Toma de Decisiones.

6.5. Riesgo al aplicar la Investigación Operativa

Al aplicar la IO al estudio de sistemas y a la resolución de problemas se puede, inconscientemente, tratar de manipular los problemas para buscar que se ajusten a las diferentes técnicas y modelos de algoritmos establecidos, en lugar de analizar los problemas y buscar resolverlos obteniendo las soluciones mejores, utilizando los métodos apropiados, es decir, resolver el problema utilizando los métodos que proporcionan las mejoras soluciones y no buscar ajustar el problema a un método específico.

Para llegar a hacer un uso apropiado de la IO, lo primero es comprender la metodología para resolver los problemas, así como los fundamentos de las técnicas de solución para de esta forma saber cuándo utilizarlas o no en las diferentes circunstancias.

6.6. Conclusiones

Nuestro caso concreto no encaja en ninguno de los problemas de IO detallados anteriormente, puesto que se puede considerar que lleva parte de cada uno: se trata de un problema de optimización, cuyo objetivo es maximizar la calidad, la frecuencia, y el servicio a nuestros clientes, intentando minimizar los tiempos de espera y los recursos disponibles, que por desgracia no son limitados. Pero también se puede tratar como un problema de predicción, para intentar adelantarnos a las posibles reacciones que puedan tener nuestros clientes en función de las posibles decisiones que se puedan tomar. El problema de saturación de las horas puntas, no es más que una versión más del problema de colas y el intentar repartir los recursos (coches y horas de conducción) entre las distintas líneas, (dependiendo de cada franja horaria y de cada temporada que se esté estudiando) es un problema de competencias o de asignación de recursos. Por la tanto para la resolución de nuestro problema no se puede

hacer de una forma sencilla, implementando un solo algoritmo de los descritos anteriormente, sino que será necesario la combinación de varios de ellos.

Sin duda se trata de un problema de multicriterios, ya que hay tener en cuenta una gran cantidad de factores (viajeros, tiempos, transbordos, ocupación, frecuencias, esperas, número de coches, número de horas, temporadas, franjas horarias, coches completos, puntualidad, regularidad, factores externos, tráfico, obras, desvíos, decisiones políticas, etc...)

Quizás los algoritmos que mejor se adaptan a este tipo de problemas son los de Optimización Combinatoria y/o algoritmos evolutivos, o incluso el mejor puede ser el diseño e implementación de una **red neuronal**. No obstante, la complejidad de estas soluciones supera a la del problema inicial, por lo que se ha optado por el **método AHP** (que se detalla en el capítulo siguiente), de mayor sencillez y facilidad de implementación.

El problema que nos ocupa lo vamos a resolver en dos partes, en un primer paso vamos a establecer una matriz de prioridades, (problema de decisión multicriterio) utilizando el razonamiento de método AHP, para posteriormente realizar un reparto de los recursos disponibles, a partir de unos niveles de calidad que se definirán posteriormente.