

4.3.1.6.- APLICACIONES

A continuación se muestran los resultados obtenidos después de la aplicación tanto de la teoría del disco actuador como del equilibrio radial simplificado a diversos ejemplos y se compararán los resultados con los existentes en bibliografía.

Para la resolución de los diversos casos se usarán diferentes variables que relacionamos a continuación:

- r_h y r_t , radios de raíz y de cabeza respectivamente
- C_x , velocidad axial de entrada
- c_{q1} y c_{q2} , velocidades tangenciales de entrada y salida
- Ω , velocidad de giro
- b_2 , ángulo relativo de salida
- x_{ad} , x_{le} y x_{te} , posiciones de los planos usados en la teoría del disco

actuador

1. Flujo a través de un estator de un compresor. Ley torsional ‘torbellino fijo’. Resolución mediante equilibrio radial

Se trata de un caso de problema inverso aplicando equilibrio radial ya que viene impuesta la ley torsional, por lo que tendremos una relación entre la velocidad tangencial de salida y el radio ($c_q = k * r$). Por lo tanto, con la ley torsional podemos obtener la distribución radial de la velocidad axial así como los triángulos de velocidades (ver figuras).

Datos de resolución:

$$r_h = 0.4 \text{ m}$$

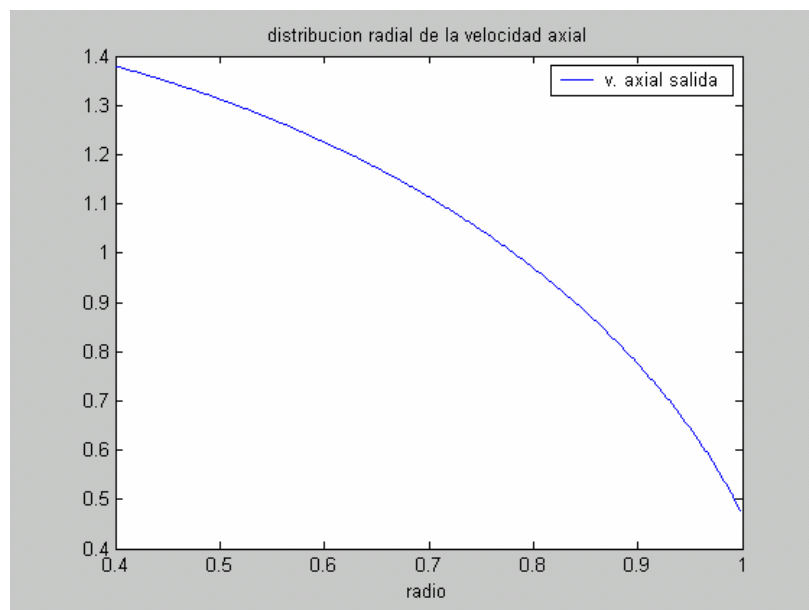
$$r_t = 1 \text{ m}$$

$$C_x = 1 \text{ m/s}$$

$$k = 1$$

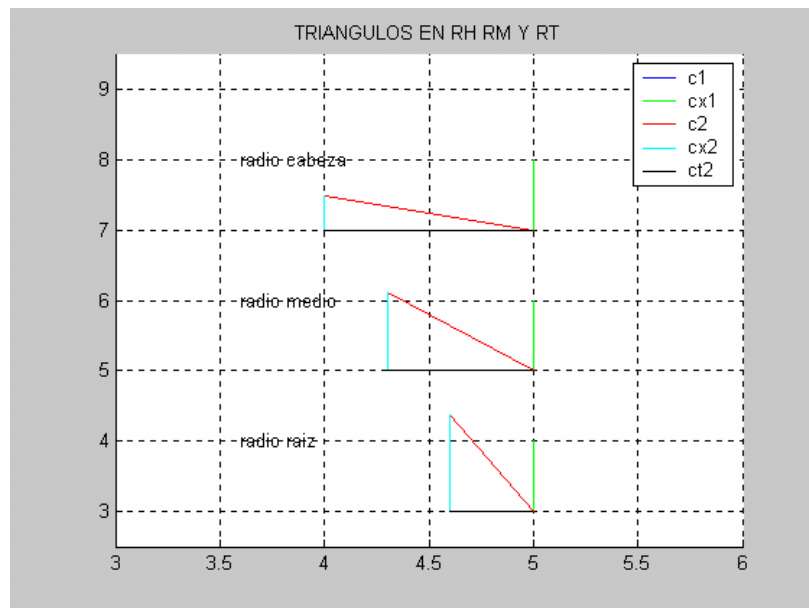
EQUILIBRIO RADIAL			
		MET. APROXIMADO	MET. NUMERICO
r	C_q	Cx	Cx
0,40	0,40	1,356466	1,379508
0,50	0,50	1,288410	1,312037
0,60	0,60	1,200000	1,225988
0,70	0,70	1,086278	1,114111
0,80	0,80	0,938083	0,969041
0,90	0,90	0,734847	0,775787
1,00	1,00	0,400000	0,474813

(Turbomachinery Performance Analysis - Tabla 5.3)



(figura 4-1-A)

Si observamos las velocidades obtenidas (figura 4-1-A) vemos como los resultados coinciden con los mostrados en la tabla anterior, siendo mas cercanos a los obtenidos mediante un método numérico (que es lo que usamos) que a los obtenidos mediante un método aproximado.



(figura 4-1-B)

También se puede observar la variación de la velocidad axial mediante los triángulos de velocidades. Las dimensiones de los triángulos en las representaciones se encuentran todas referidas a la velocidad axial de entrada (esto será válido para todas las representaciones de los triángulos de velocidades).

2. Flujo a través de un estator de un compresor. Ley velocidad ‘torbellino libre’. Resolución mediante equilibrio radial

Se trata de un caso similar al anterior pero con una ley torsional distinta. En este caso la relación entre la velocidad tangencial y el radio es de la forma ($c_q = k / r$). Procediendo de forma similar podemos obtener la distribución radial de la velocidad axial así como los triángulos de velocidades (ver figuras).

Datos de resolución:

$$r_h = 0.4 \text{ m}$$

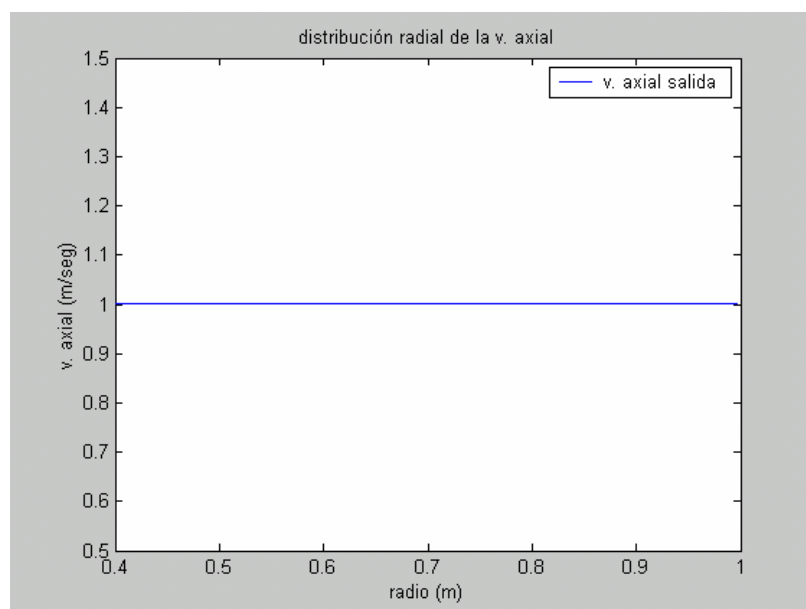
$$r_t = 1 \text{ m}$$

$$C_x = 1 \text{ m/s}$$

$$k = 1$$

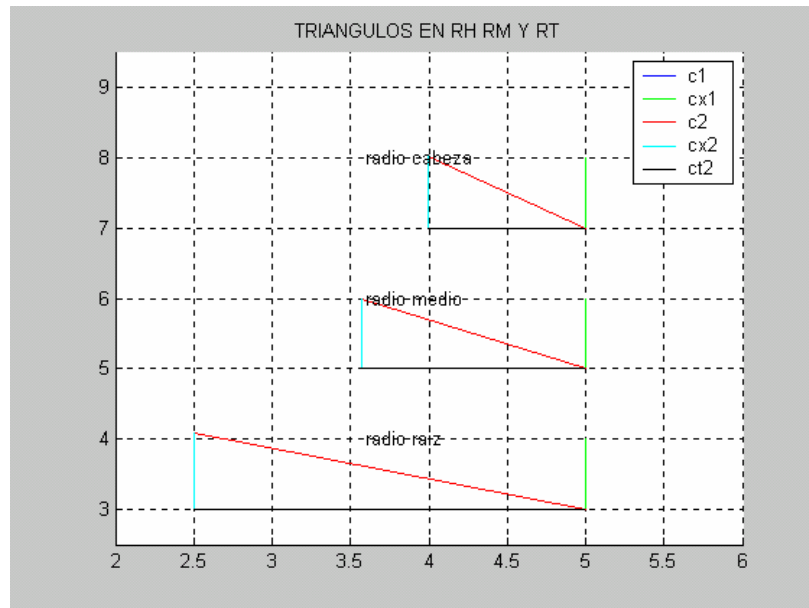
TORBELLINO LIBRE		
r	C_q	C_x
0,40	2.500	1.000
0,45	2.222	1.000
0,50	2.000	1.000
0,55	1.818	1.000
0,60	1.666	1.000
0,65	1.538	1.000
0,70	1.428	1.000
0,75	1.333	1.000
0,80	1.250	1.000
0,85	1.176	1.000
0,90	1.111	1.000
0,95	1.052	1.000
1,00	1.000	1.000

(Turbomachinery Performance Analysis - Tabla 5.4)



(figura 4-2-A)

Observando de nuevo los resultados (figuras 4-2-A y 4-2-B), nos encontramos que estos son coincidentes con los encontrados en la bibliografía (tabla anterior).



(figura 4-2-B)

3. Flujo a través de un estator de un compresor. Ley torsional ‘velocidad tangencial constante’. Resolución mediante equilibrio radial

Igual que los dos casos anteriores pero ahora la relación es del tipo ($c_q = k$). De igual forma podemos obtener la distribución radial de la velocidad axial así como los triángulos de velocidades (ver figuras).

Datos de resolución:

$$r_h = 0.4 \text{ m}$$

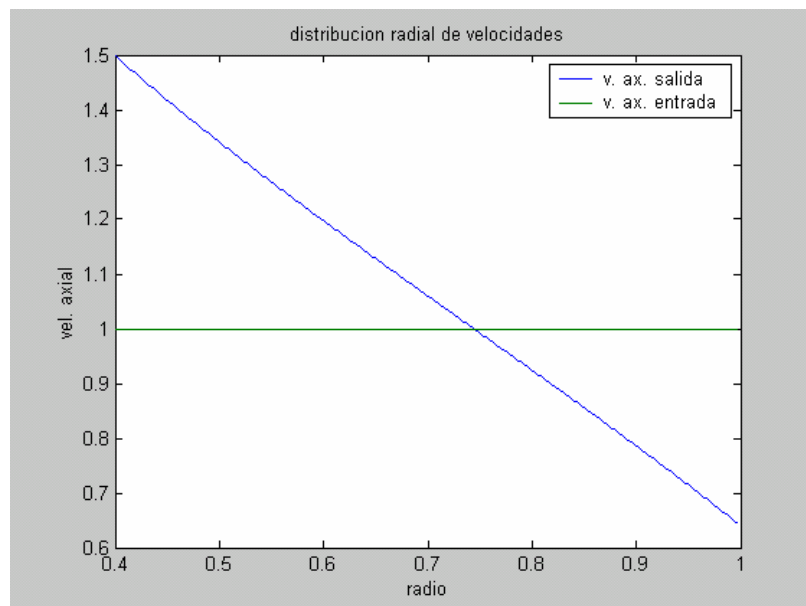
$$r_t = 1 \text{ m}$$

$$C_x = 1 \text{ m/s}$$

$$k = 1$$

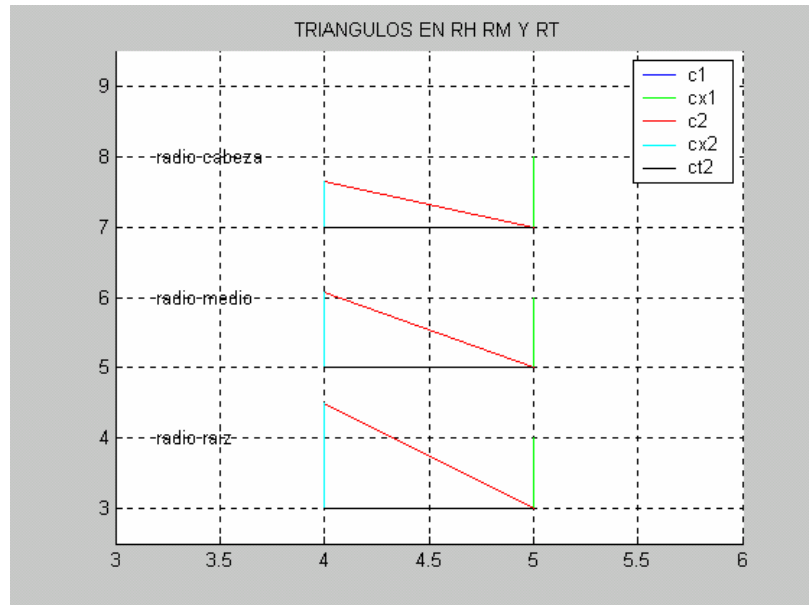
VEL. TANGENCIAL CONSTANTE		
r	C_q	C_x
0,40	1,00	1,493668
0,45	1,00	1,411341
0,50	1,00	1,335761
0,55	1,00	1,263398
0,60	1,00	1,193428
0,65	1,00	1,123107
0,70	1,00	1,055944
0,75	1,00	0,989266
0,80	1,00	0,920458
0,85	1,00	0,852913
0,90	1,00	0,783868
0,95	1,00	0,710162
1,00	1,00	0,637141

(Turbomachinery Performance Analysis - tabla 5.4)



(figura 4-3-A)

Comparando el perfil de la velocidad axial obtenido (figura 4-3-A) con los datos de la tabla anterior podemos comprobar la concordancia de los mismos.



(figura 4-3-B)

4. Flujo a través de un rotor de un compresor. Resolución mediante equilibrio radial. Problema directo.

En este caso no se conoce la ley torsional sino la distribución de los ángulos a la salida por lo que se trata de un caso de problema directo aplicando equilibrio radial.

Datos de resolución:

$$r_h = 0.5 \text{ m}$$

$$\Omega = 2.427 \text{ seg}^{-1}$$

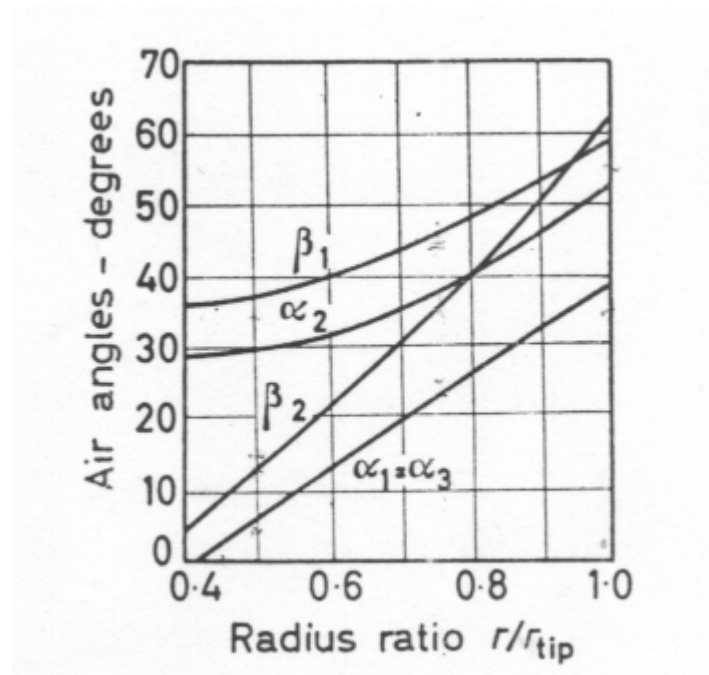
$$b_2 = (13,35,62)$$

$$r_t = 1 \text{ m}$$

$$c_{q1} = (0.157, 0.529, 0.795) \text{ m/s}$$

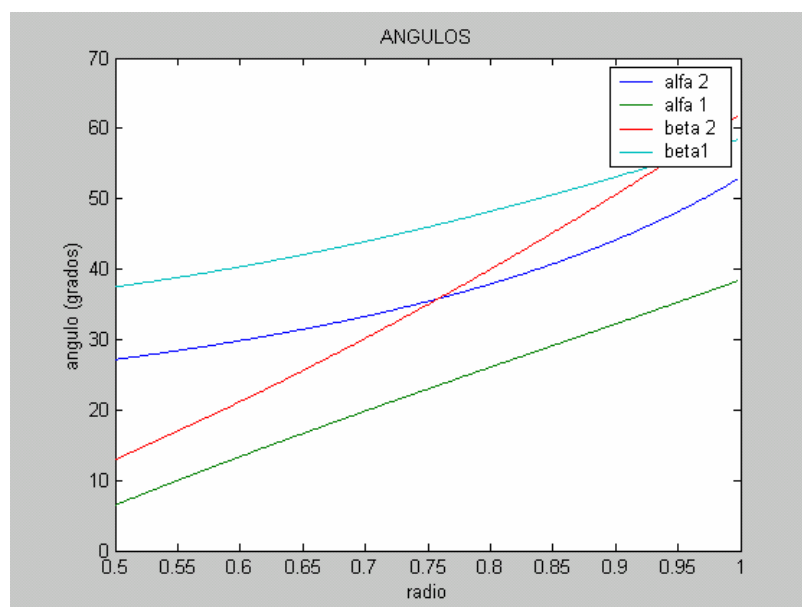
$$C_x = (1.3774, 1.2467, 1) \text{ m/s}$$

En el caso de que las variables que introducimos no sean constantes con el radio, como ocurre en este caso con c_{q1} , C_x y b_2 , los valores introducidos de dichas variables corresponden a tres radios diferentes. En todos los casos serán el radio de raíz, el radio medio y el radio de cabeza.

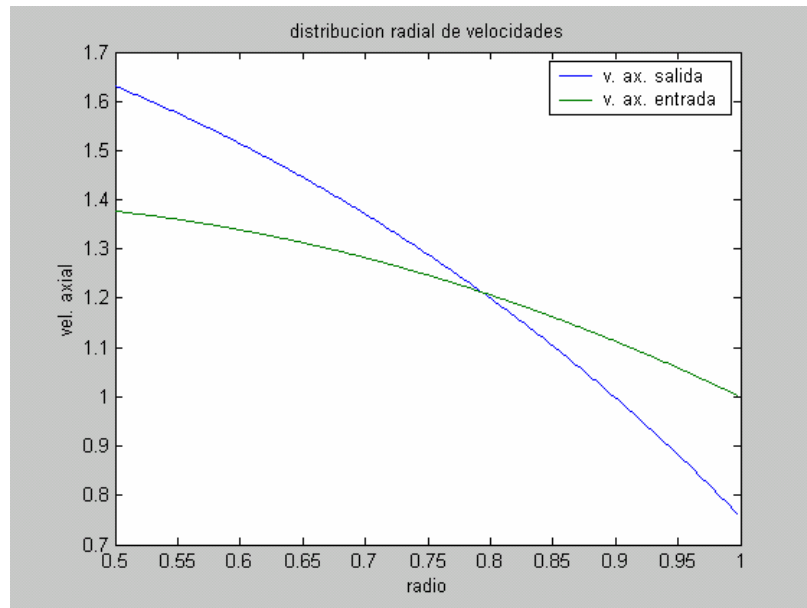


(Axial Flow Compressors - Horlock figura 5.1)

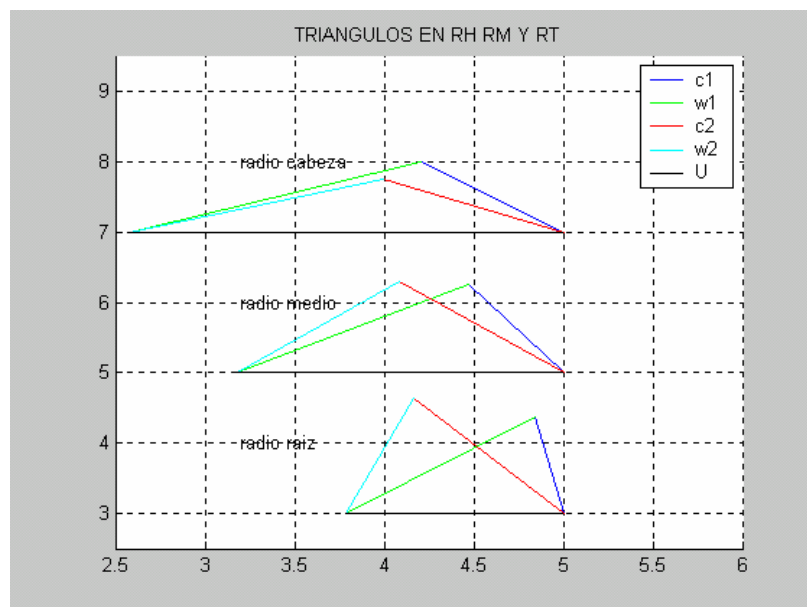
Se puede comprobar en la siguiente figura (4-4-A) de los ángulos, como los resultados obtenidos mediante nuestro programa son muy similares a los mostrados en la figura anterior.



(figura 4-4-A)



(figura 4-4-B)



(figura 4-4-C)

5. Flujo a través de un rotor de un compresor. Resolución mediante equilibrio radial. Problema directo.

Al igual que en el caso anterior tenemos un caso de problema directo ya que lo que conocemos es la distribución radial de los ángulos a la salida.

Datos de resolución:

$$r_h = 0.5 \text{ m}$$

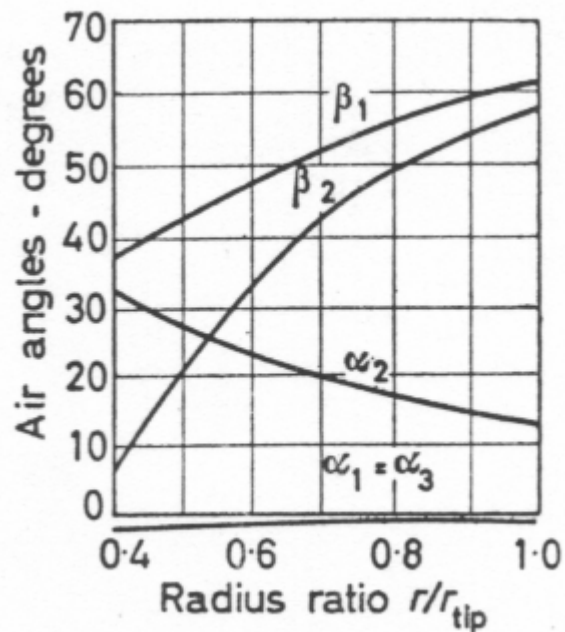
$$\Omega = 1.8417 \text{ seg}^{-1}$$

$$b_2 = (7, 42.5, 57)$$

$$r_t = 1 \text{ m}$$

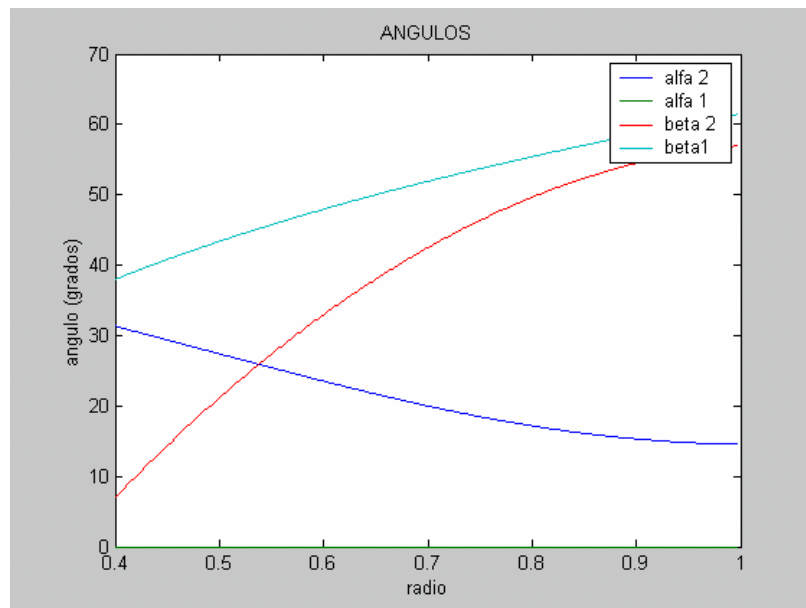
$$c_{q1} = (0, 0, 0) \text{ m/s}$$

$$C_x = (0.9429, 1.008, 1) \text{ m/s}$$

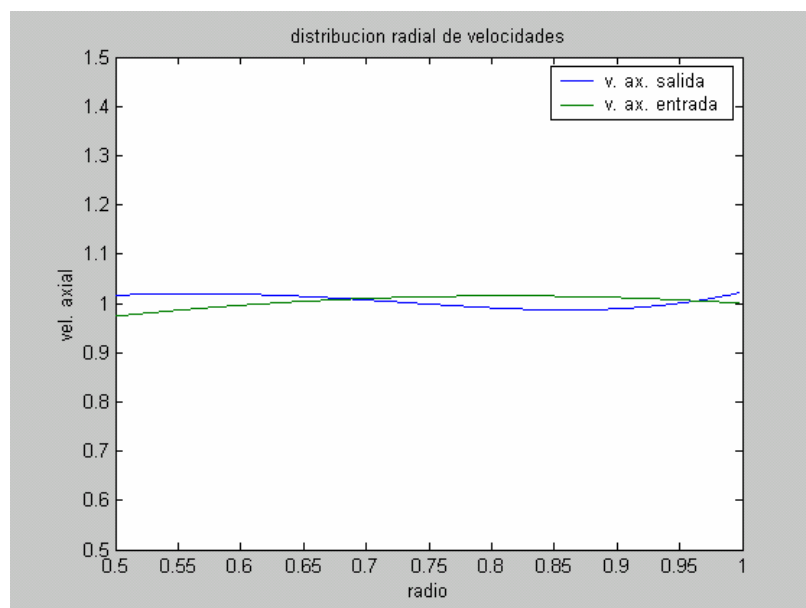


(Axial Flow Compressors - Horlock figura 5.2)

De nuevo podemos comprobar la validez de los resultados hallados comparando los ángulos obtenidos y mostrados en la figura (4-5-A) con los ángulos de la figura anterior.



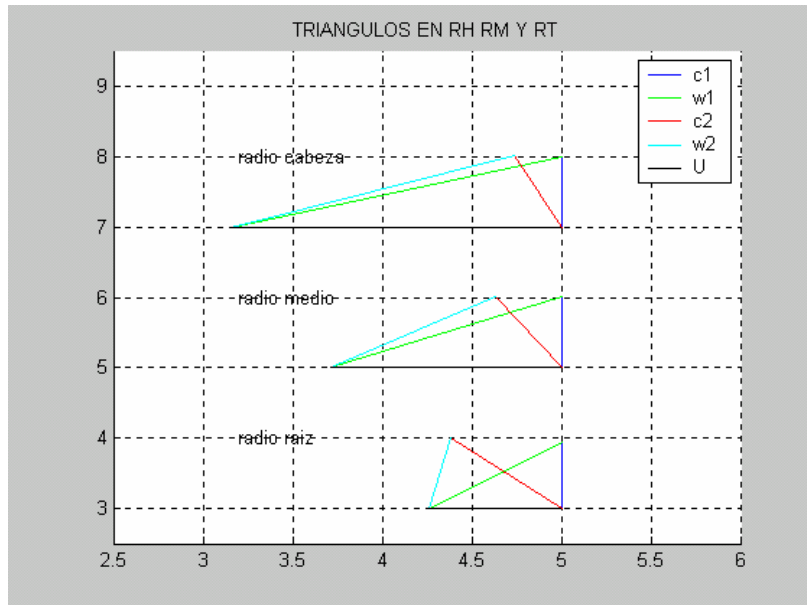
(figura 4-5-A)



(figura 4-5-B)

Fijándonos en el perfil de velocidades obtenidos (figura 4-5-B) podemos prever que este ejemplo corresponde a la ley torbellino libre, la cual tiende a crear pequeñas variaciones en el perfil de la velocidad axial (esto se verá con mas detalle

posteriormente). Este dato nos es desconocido de inicio para los casos en los cuales se introduce la distribución angular de salida en vez de la ley torsional.



(figura 4-5- C)

6. Flujo a través de un rotor de un compresor. Resolución mediante equilibrio radial. Problema directo.

Caso similar al anterior donde de nuevo se conoce la distribución de los ángulos a la salida en vez de la relación entre la velocidad tangencial y el radio. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

Datos de resolución:

$$r_h = 0.5 \text{ m}$$

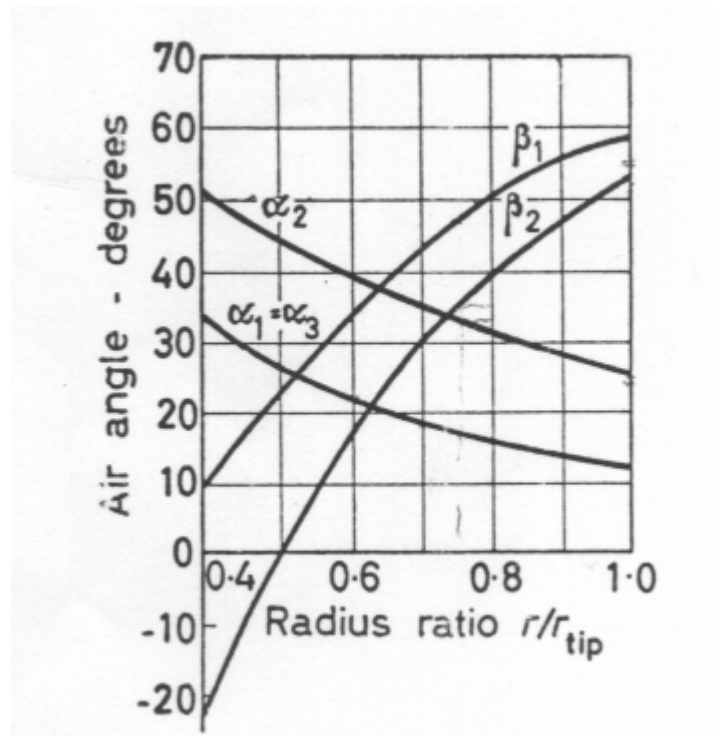
$$r_t = 1 \text{ m}$$

$$C_x = (0.98, 0.98, 1) \text{ m/s}$$

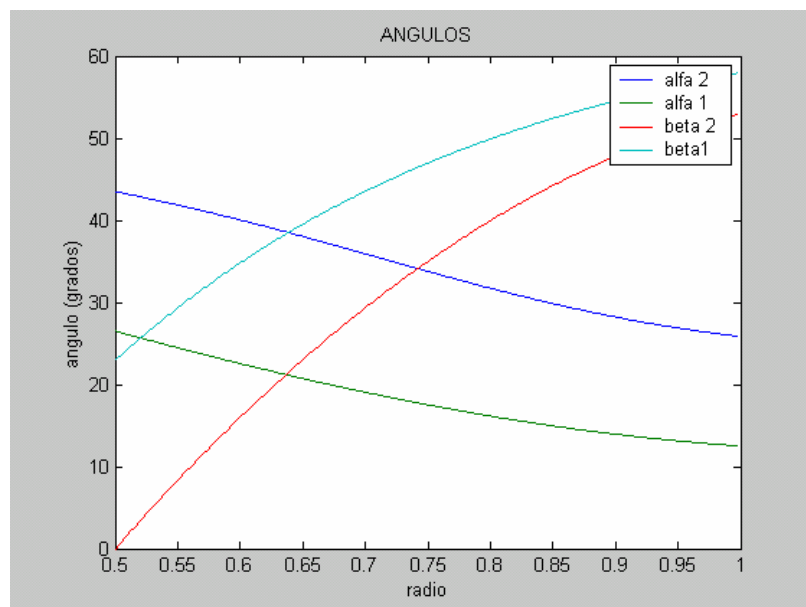
$$c_{q1} = (0.4921, 0.3105, 0.2217)$$

$$b_2 = (0.35, 53)$$

$$\Omega = 1.822 \text{ seg}^{-1}$$

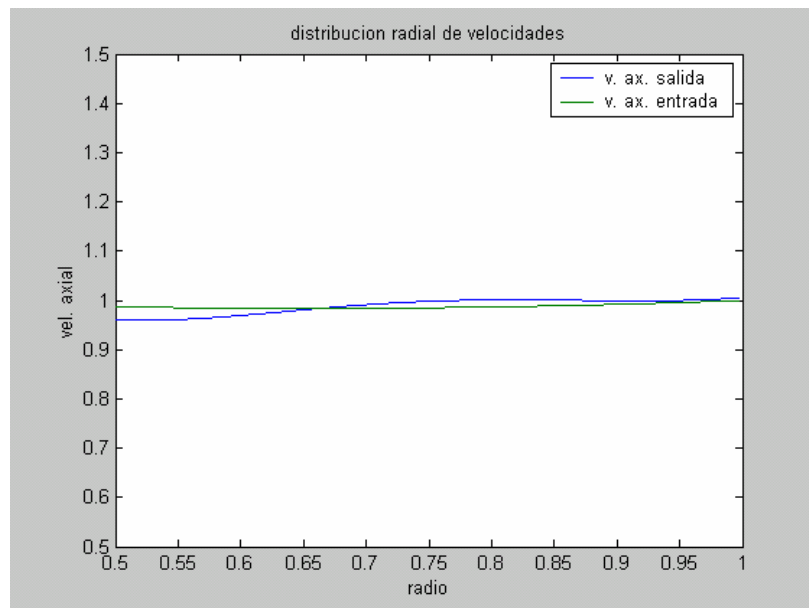


(Axial Flow Compressors - Horlock figura 5.3)



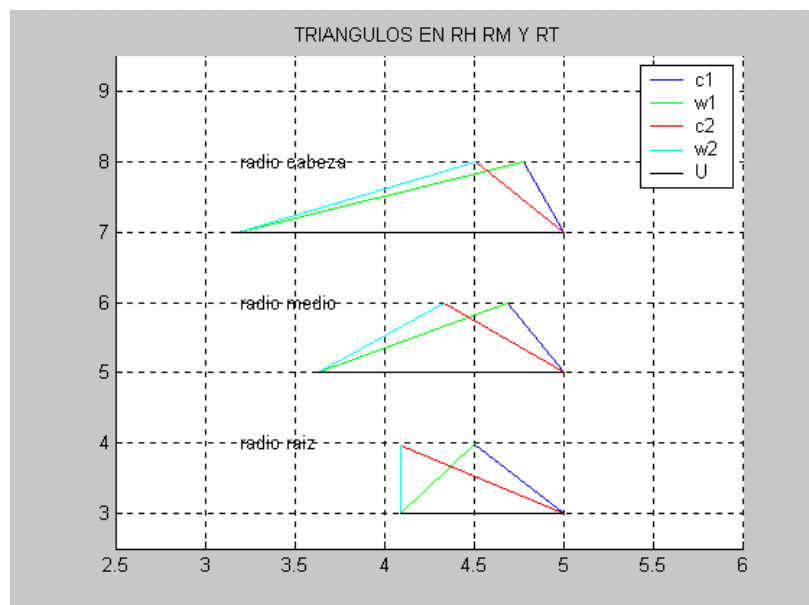
(figura 4-6-A)

Como en los casos anteriores, se puede ver la validez de los resultados obtenidos.



(figura 4-6-B)

Para este caso, después de la inspección del perfil de velocidades obtenido, podemos afirmar de nuevo que la ley torsional que sigue es la de torbellino libre, debido a la pequeña variación existente entre los perfiles de velocidad a la entrada y a la salida.



(figura 4-6-C)

7. Flujo a través de un rotor de un compresor. Resolución mediante equilibrio radial. Problema directo.

Similar al anterior.

Datos de resolución:

$$r_h = 0.5 \text{ m}$$

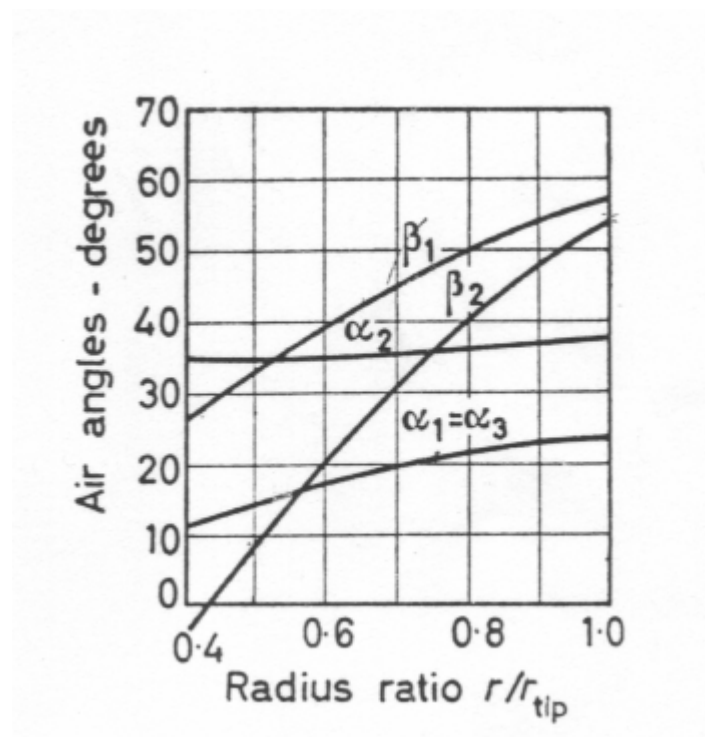
$$r_t = 1 \text{ m}$$

$$C_x = (1.08, 1, 1) \text{ m/s}$$

$$b_2 = (8, 36, 53)$$

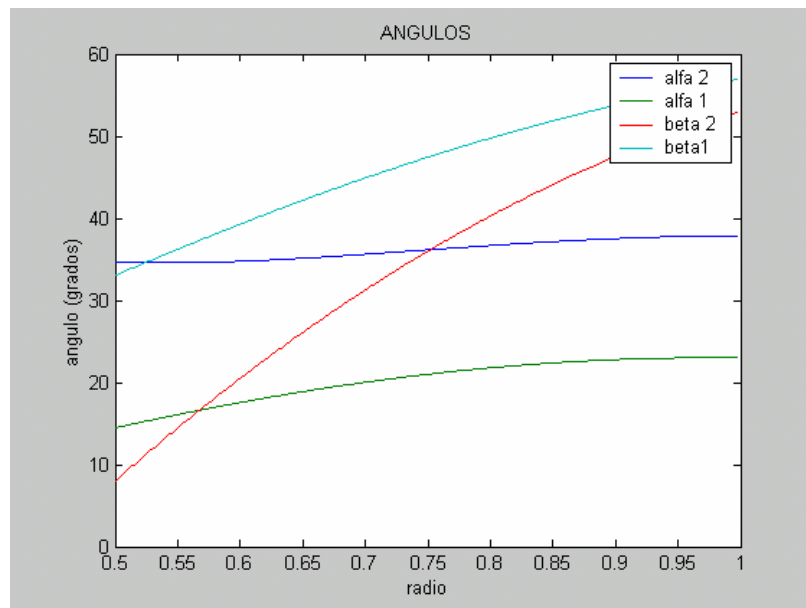
$$c_{q1} = (0.279, 0.3838, 0.4244) \text{ m/s}$$

$$\Omega = 1.964 \text{ seg}^{-1}$$

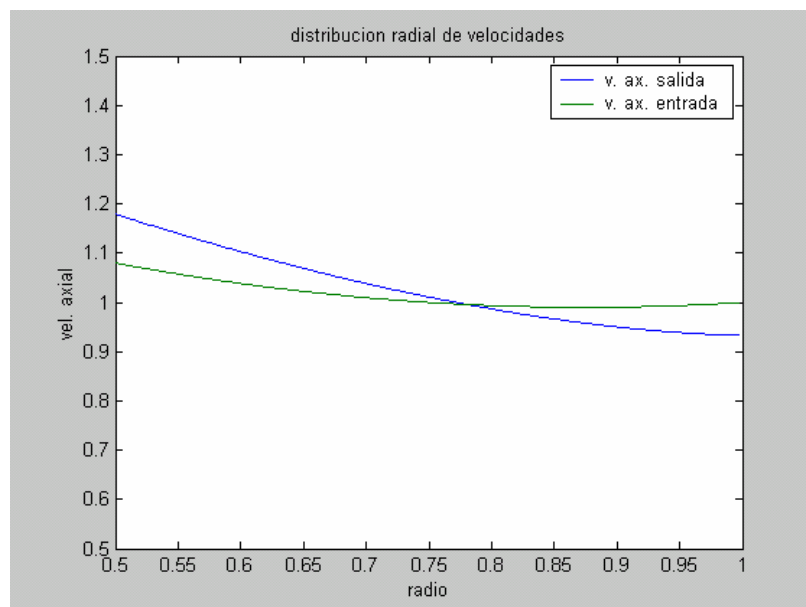


(Axial Flow Compressors - Horlock figura 5.4)

Si nos fijamos en los valores hallados para los distintos ángulos (figura 4-7-A) y los comparamos con los valores mostrados en la gráfica anterior podemos comprobar la gran precisión alcanzada.

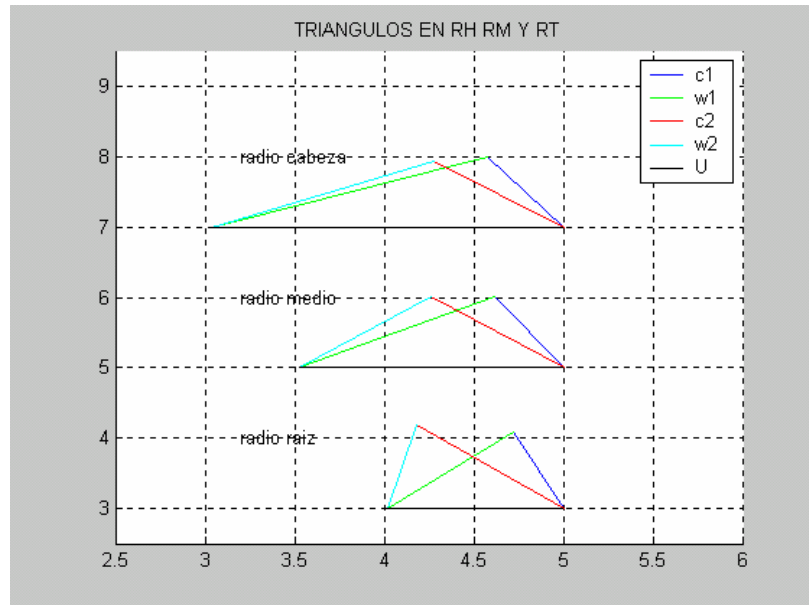


(figura 4-7-A)



(figura 4-7-B)

Mediante la inspección de los triángulos de velocidades también podríamos comparar los ángulos obtenidos en los radios representados.



(figura 4-7-C)

8. Flujo a través de un estator de un compresor. Resolución mediante teoría del disco actuador. Problema inverso.

En este caso se impone la ley torsional ‘torbellino fijo’ por lo que tendremos una relación del tipo $c_q = k * r$. Se obtienen los resultados que se muestran a continuación y que son similares al caso 1.

Datos de resolución:

$$r_h = 0.5 \text{ m}$$

$$r_t = 1 \text{ m}$$

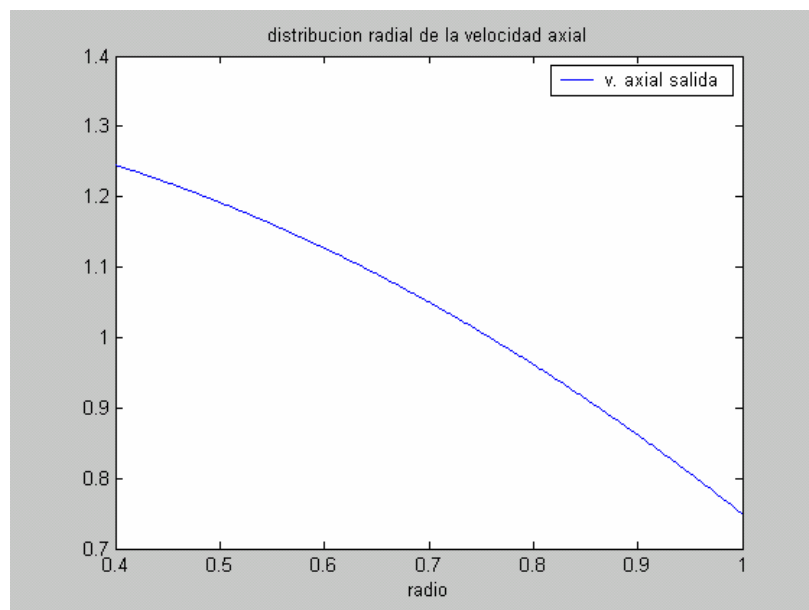
$$C_x = 1 \text{ m/s}$$

$$k = 1$$

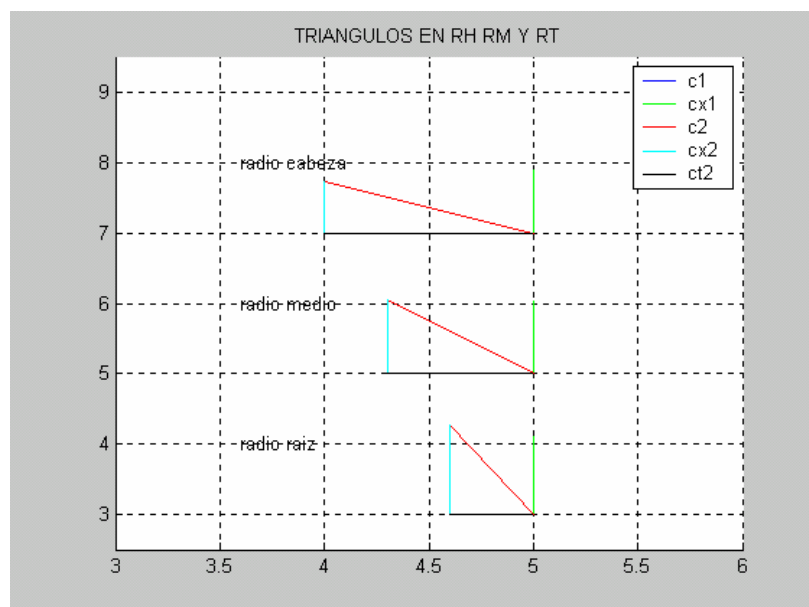
$$x_{le} = 0 \text{ m}$$

$$x_{ad} = 0.1 \text{ m}$$

$$x_{te} = 0.2 \text{ m}$$



(figura 4-8-A)



(figura 4-8-B)

9. Flujo a través de un rotor de un compresor. Resolución mediante teoría del disco actuador. Problema inverso.

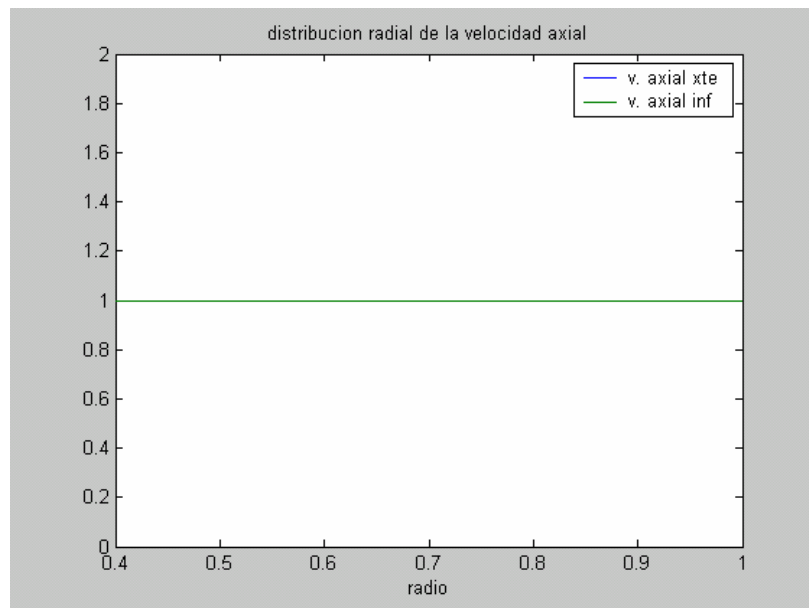
En este caso se impone la ley torsional ‘torbellino libre’. Sin embargo, en este caso, ésta relación será calculada a partir de los coeficientes de carga y de flujo en el radio medio r_m y en un radio de referencia r_0 .

Datos de resolución:

$$\begin{array}{llll}
 r_h = 0.5 \text{ m} & r_t = 1 \text{ m} & C_x = 1 \text{ m/s} & r_0 = 0.4 \text{ m} \\
 x_{le} = 0 \text{ m} & x_{ad} = 0.1 \text{ m} & x_{te} = 0.2 \text{ m} & \\
 f_m = 0.5 & y_m = 0.3 & y_0 = 1.0875 &
 \end{array}$$

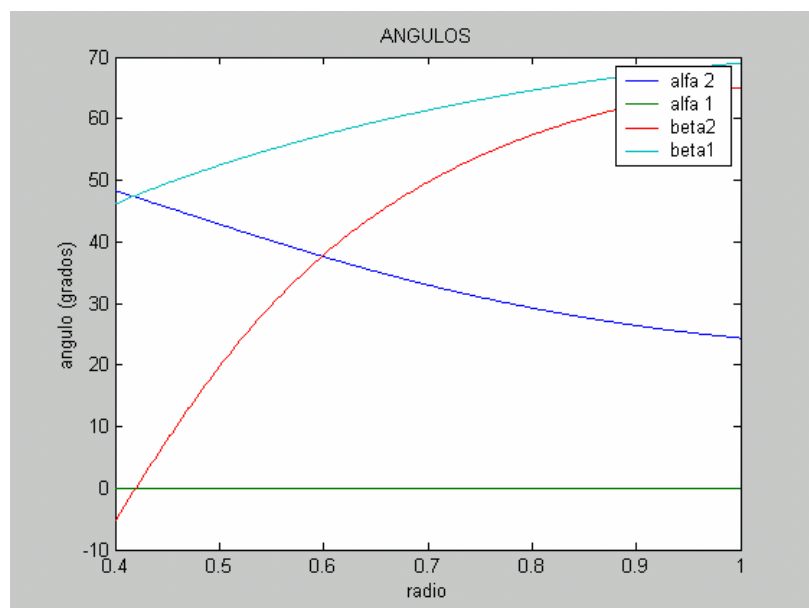
TORBELLINO LIBRE					
r/r_i	c_{xte}/C_x	b_1	b_2	e_R	f_{te}
0,400000	1,000000	46,410000	-5,251599	51,661599	0,951954
0,500000	1,000000	52,708000	21,760569	30,947431	0,761575
0,600000	1,000000	57,599000	39,149229	18,449771	0,634644
0,700000	1,000000	61,455000	49,852296	11,602704	0,543973
0,800000	1,000000	64,546000	56,826531	7,719469	0,475990
0,900000	1,000000	67,067000	61,682089	5,384911	0,423095
1,000000	1,000000	69,154000	65,250454	3,903546	0,380783

(Turbomachinery Performance Analysis - Tabla 5.8 – 5.9)

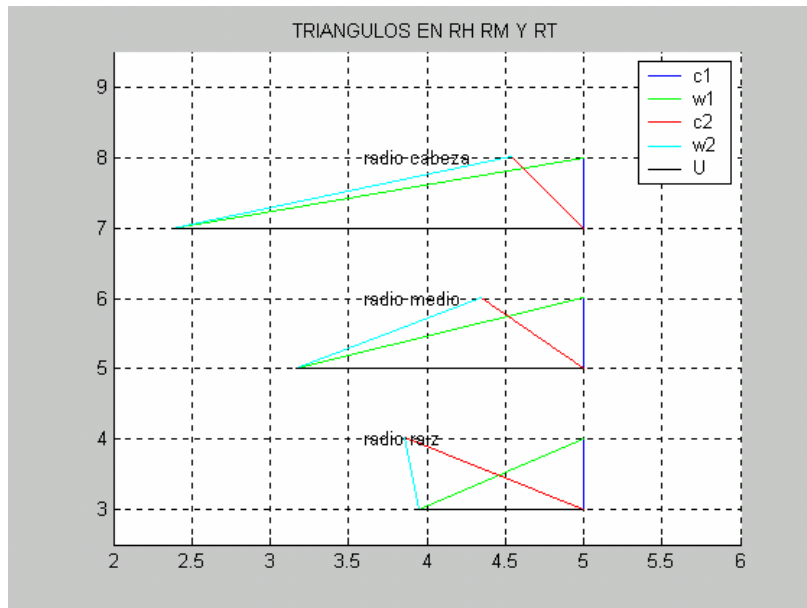


(figura 4-9-A)

Podemos comprobar como los resultados obtenidos y representados en las distintas gráficas coinciden con los existentes y mostrados en la tabla anterior. Notar además, que el grado de exactitud alcanzado en este caso es muy elevado.



(figura 4-9-B)



(figura 4-9-C)

10. Flujo a través de un rotor de un compresor. Resolución mediante teoría del disco actuador. Problema inverso.

En este caso se impone la ley torsional ‘torbellino mixto’, lo cual nos lleva a una relación del tipo $c_q = a * r + b / r$. Sin embargo y al igual que en el caso anterior esta relación será calculada a partir de los coeficientes de carga y de flujo.

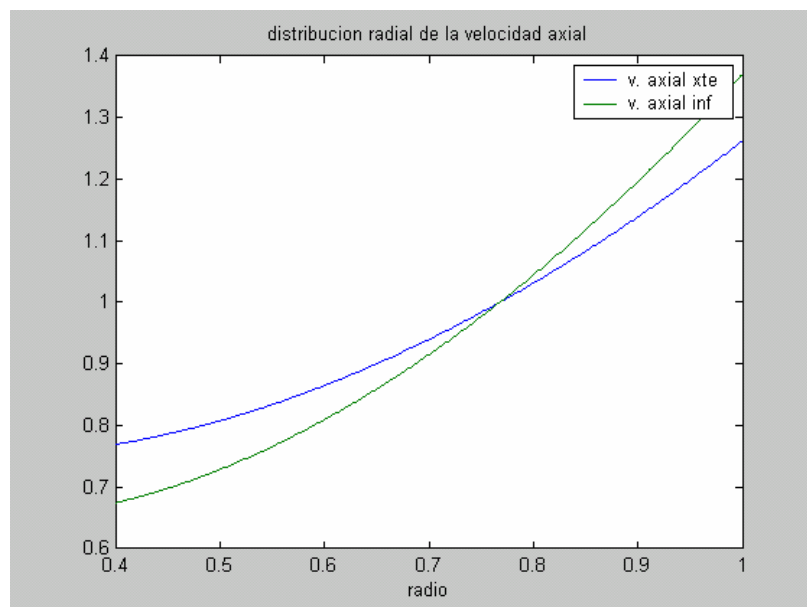
Datos de resolución:

$$\begin{array}{llll}
 r_h = 0.5 \text{ m} & r_t = 1 \text{ m} & C_x = 1 \text{ m/s} & r_0 = 0.4 \text{ m} \\
 x_{le} = 0 \text{ m} & x_{ad} = 0.1 \text{ m} & x_{te} = 0.2 \text{ m} & \\
 f_m = 0.5 & y_m = 0.3 & y_0 = 0.6 &
 \end{array}$$

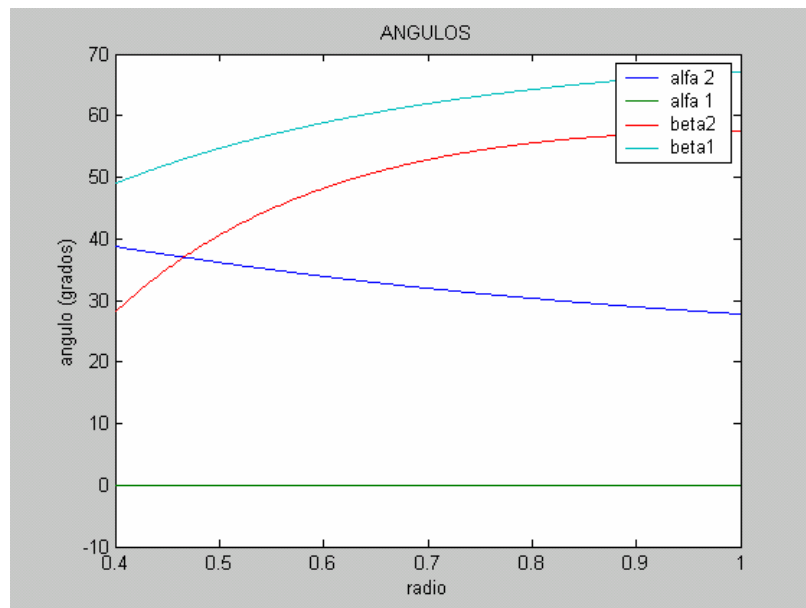
TORBELLINO MIXTO				
r/r_i	c_{xte}/C_x	b_1	b_2	f_{te}
0,40	0,72318	49,85400	30,15737	0,688447
0,50	0,78391	55,24700	42,60863	0,597008
0,60	0,86289	59,08600	49,00817	0,547631
0,70	0,95201	61,93200	52,66735	0,517878
0,80	1,04682	64,11900	54,96628	0,498271
0,90	1,14495	65,85100	56,52028	0,484426
1,00	1,24507	67,25500	57,63206	0,474108

(Turbomachinery Performance Analysis - Tabla 5.8 – 5.9)

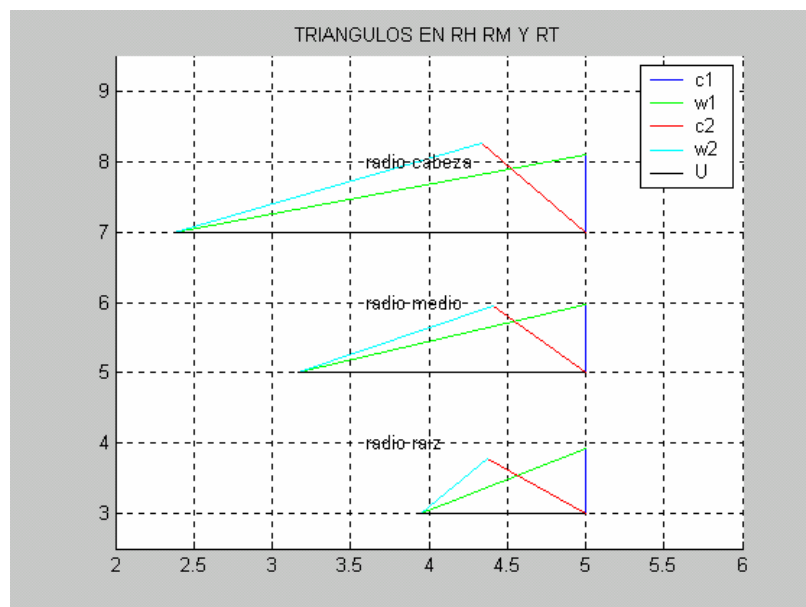
En este caso, a diferencia del anterior, se puede observar como, aunque los resultados obtenidos son válidos, la precisión alcanzada es menor. Para ello hay que tener en cuenta la influencia que sobre los resultados tienen diversos factores del método de resolución como pueden ser las interpolaciones realizadas de los datos de entrada, la tolerancia, etc.



(figura 4-10-A)



(figura 4-10-B)



(figura 4-10-C)

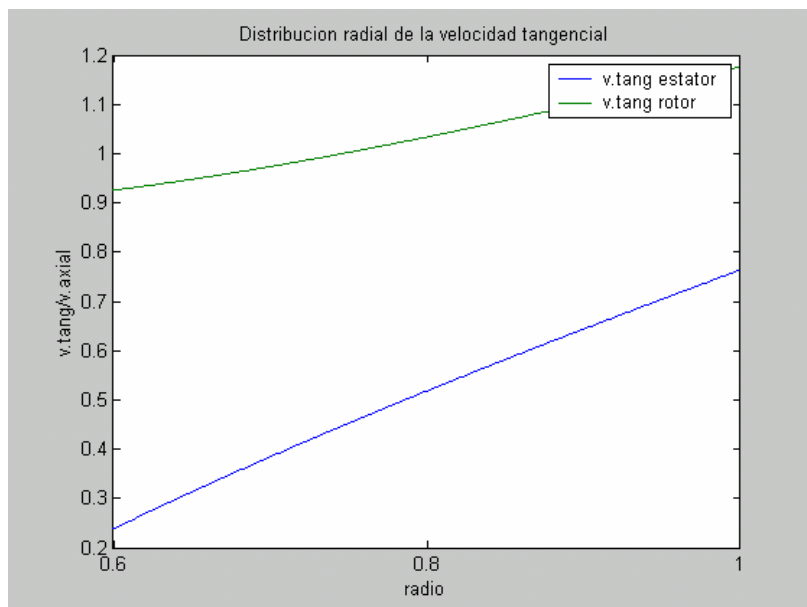
11. Flujo a través de escalonamiento múltiple. Resolución mediante teoría del disco actuador. Problema inverso.

En este caso se impone la ley torsional ‘trabajo específico constante’. La relación entre la velocidad tangencial y el radio viene impuesta en este caso por los coeficientes en el radio medio.

Nos encontramos en este caso con dos etapas (dos rotor y dos estator).

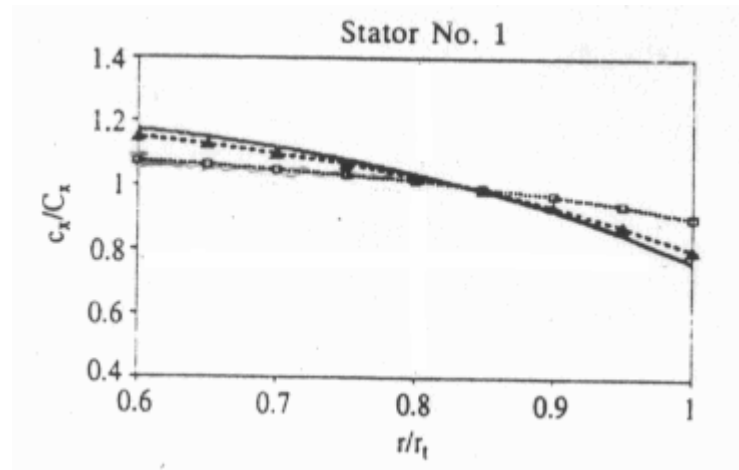
Datos de resolución:

$$\begin{array}{lll}
 r_h = 0.5 \text{ m} & r_t = 1 \text{ m} & k_{\text{disco}} = 3.1731 \\
 x_{le} = (0, 0.15, 0.3, 0.45) \text{ m} & x_{ad} = (0.05, 0.2, 0.35, 0.5) \text{ m} & R_m = 0.6 \\
 x_{te} = (0.1, 0.25, 0.4, 0.55) \text{ m} & C_x = 1 \text{ m/s} & f_m = 0.5 \\
 y_m = 0.25
 \end{array}$$



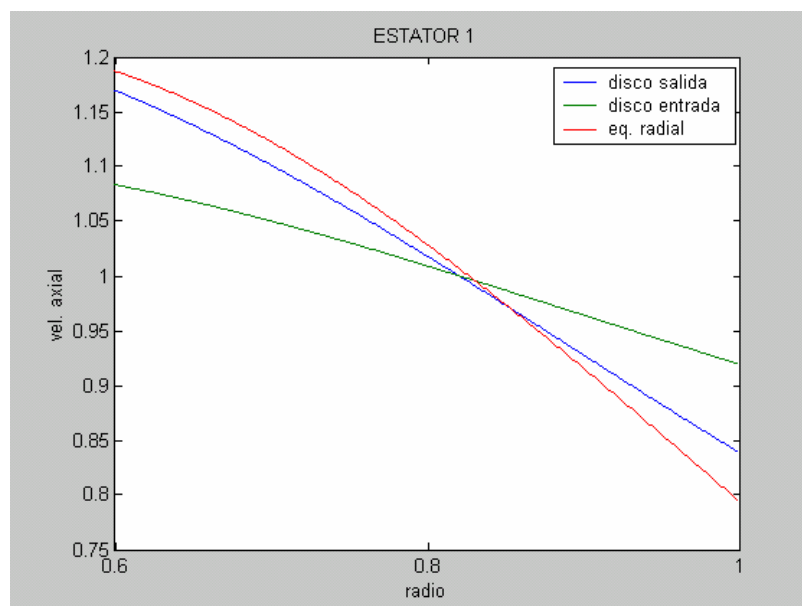
(figura 4-11-A)

Consideramos para la resolución de este caso que la ley torsional seguida (relación entre la velocidad tangencial de salida y el radio) es la misma en todos los elementos, tanto rotor como estator.

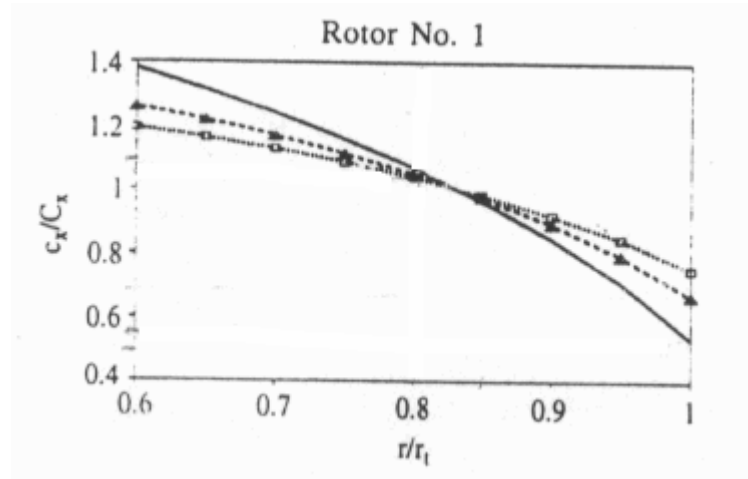


(Turbomachinery Performance Analysis - Figura 5.15)

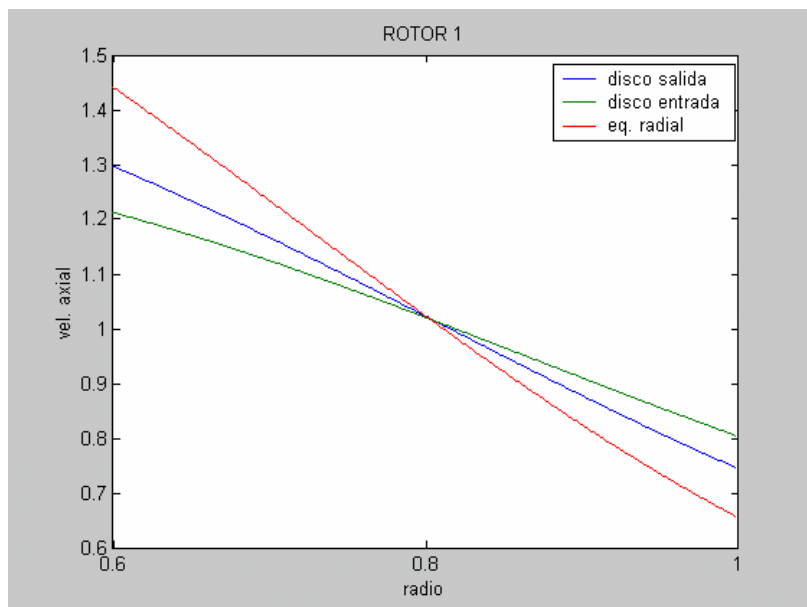
Comparando ambas gráficas podemos comprobar la validez de los resultados obtenidos para el primer elemento del escalonamiento múltiple, además de la precisión alcanzada. Del mismo modo se puede comprobar con las sucesivas gráficas la validez para los demás elementos.



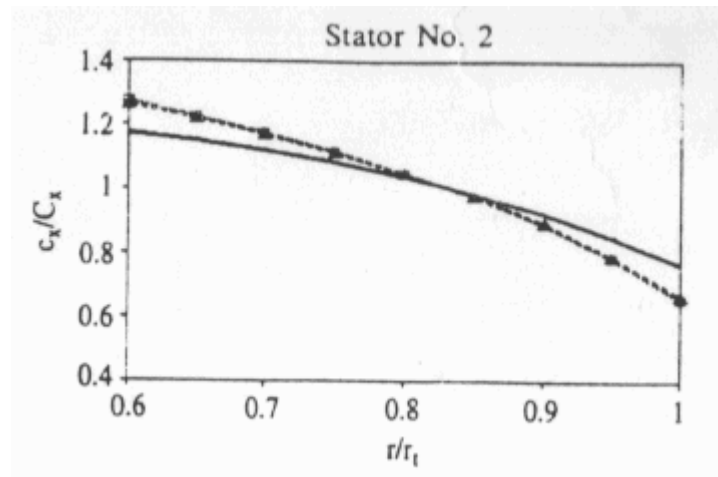
(figura 4-11-B)



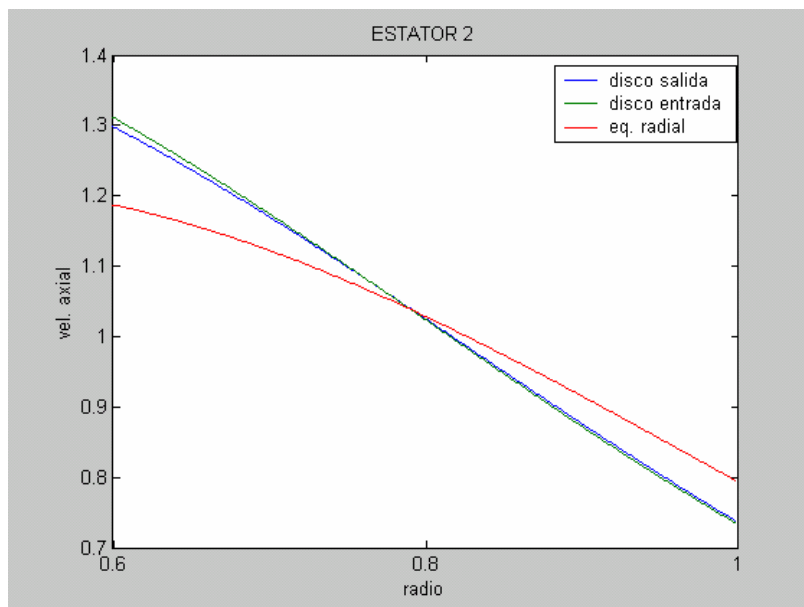
(Turbomachinery performance Analysis – Figura 5.15)



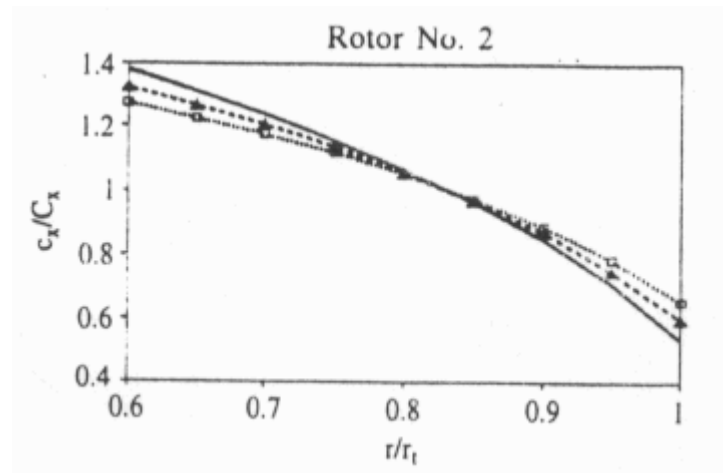
(figura 4-11-C)



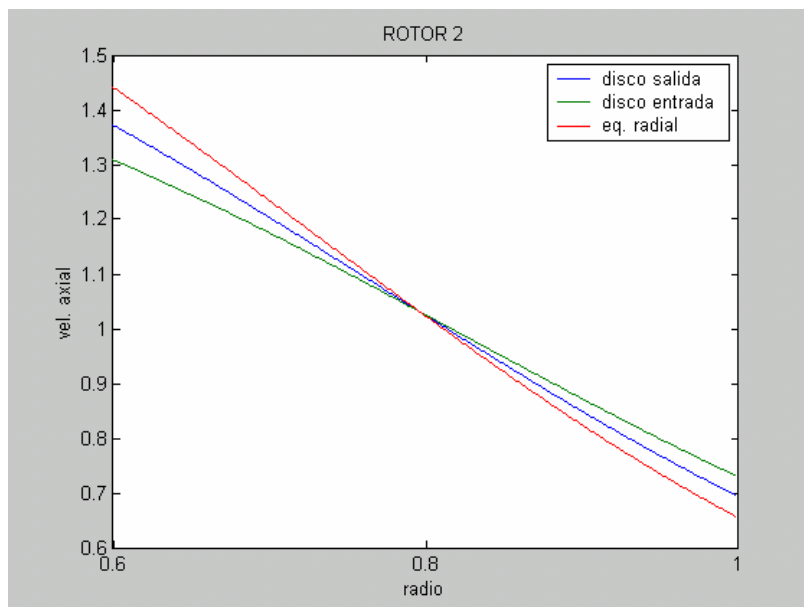
(Turbomachinery Performance Analysis - Figura 5.15)



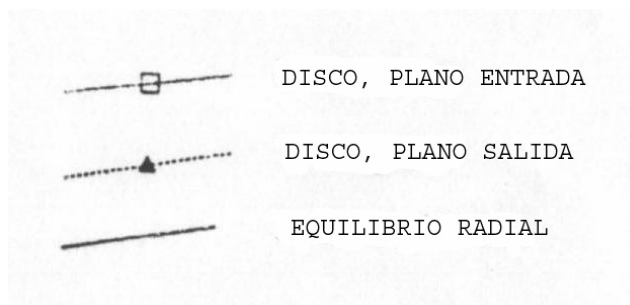
(figura 4-11-D)



(Turbomachinery Performance Analysis - Figura 5.15)



(figura 4-11-E)



(Notación de las figuras)