Planificación del Transporte

2.1.- Introducción a la Planificación del Transporte.

En este capítulo se hace una pequeña introducción genérica de los modelos de Planificación del Transporte existentes.

2.1.1.- Introducción.

La mayoría de las actividades desarrolladas en torno a las ciudades están relacionadas de una u otra forma con el desplazamiento de personas y mercancías entre diferentes zonas, para lo cual se hace uso del viario y las infraestructuras disponibles. Un sistema de transporte eficiente es esencial para la salud económica y calidad de vida en las regiones urbanas.

Después de la segunda guerra mundial, la demanda de transporte ha sufrido un gran aumento, debido fundamentalmente al desarrollo humano y al crecimiento de los niveles de vida. Ahora bien, el incremento de la movilidad presenta una serie de problemas como la contaminación, aumento de las tasas de incidentes, efectos sociales debido a la expansión de autopistas y un uso poco eficiente de la oferta de transporte a causa de la alta congestión.

En los estudios de planificación urbana se evalúan las modificaciones y ampliaciones del sistema de transporte existente con el objetivo de mejorar los problemas antes mencionados, considerando la utilización de diferentes modos de transporte.

La planificación del tráfico urbano ha seguido un proceso evolutivo. Los primeros estudios se basaban en una serie de pequeñas entrevistas realizadas a los habitantes de la ciudad, pudiéndose estudiar a partir de aquí el comportamiento de los viajeros. Luego se cambia el concepto de pequeñas entrevistas por procedimientos de detección para determinar patrones de comportamiento en los viajes urbanos. La utilización futura de autopistas se predecía manualmente mediante asignaciones (O-D) sobre rutas planificadas. En los 50 se realizan estudios sobre la utilización del suelo y su relación con el tráfico urbano, ya que era necesario disponer de mejores métodos de estimación para predecir el tráfico futuro. En la actualidad se emplean métodos de previsión de la población futura y su distribución, análisis de generación de viajes en relación con las características de las zonas y una planificación sobre un viario lo más completo posible.

2.1.2.-El Proceso de Planificación del Transporte.

La base del modelado de problemas de transporte es un conjunto de postulados, los más importantes son: los patrones de viajes son tangibles, estables y predecibles, y la demanda de transporte es directamente proporcional a la distribución y densidad de utilización del suelo, que puede ser estudiada y determinada con gran precisión para uso futuro.

El procedimiento tradicional de acometer un proceso de planificación de transporte es identificar los submodelos del sistema, que son analizados por separado, y con más frecuencia de forma secuencial.

El proceso de planificación puede ser dividido en los siguientes pasos:

1- **Definición y Organización de objetivos:** se trata la necesidad de adquirir los recursos necesarios, así como de establecer el grupo de trabajo. Igualmente se marcan los objetivos del estudio.
2- **Establecer un año base para la recogida de información**: se obtienen los datos que pueden ser relevantes para el análisis del sistema de transporte.
3- **Análisis del modelo:** se trata de establecer las relaciones entre las cantidades medidas en el paso anterior y calibrar dichas relaciones para el año base. Esto se realiza con ciertos modelos matemáticos utilizados de forma secuencial, es decir la salida de uno será la entrada de otro. (Generación de viajes, distribución de viajes, división modal y asignación de tráfico).
4- **Previsión de viajes:** los modelos desarrollados y calibrados en el paso 3 son empleados para estimar la distribución y generación futura de viajes.
5- **Evaluación de la red:** se utiliza para contrastar la propuesta en términos de costes y beneficios con los resultados de predicción de viajes.

2.2.- Modelos de Generación de viajes.

El objeto de estos modelos es el de obtener una estimación del número de viajes originados o con destino en cada zona de la región objeto de estudio para el periodo de tiempo establecido.

Los viajes se pueden clasificar como **residenciales** (aquellos que tienen como origen o destino la residencia habitual) o **no residenciales** (ninguno de sus extremos es la residencia).

Dentro de los residenciales, se denomina **extremo generador** a la residencia y **extremo atractor** al otro punto. Para los viajes no residenciales, llamaremos extremo generador al origen y extremo atractor al destino.

Los modelos de Atracción-Generación tratan de obtener para cada zona objeto de estudio un par de valores (a_i, g_i) que expresen el total de viajes atraídos y generados por la correspondiente zona. Se suelen utilizar fórmulas polinómicas del tipo siguiente: g = $\sum_i a_i x_i + k$, donde los coeficiente se obtienen mediante análisis de regresión. Dichas fórmulas son diferentes si se emplean para zonas generadoras o atractoras.

Dada la gran facilidad con la que se puede obtener información sobre la movilidad de una familia y de ciertas variables relacionadas con ella, como por ejemplo con encuestas domiciliarias, es normal que los estudios de transporte empleen dicha familia como unidad de medida, sobre todo en la fase de Atracción-Generación.

En cuanto a los factores ligados a la generación de viajes, podemos mencionar el número de vehículos que posee cada familia (a más vehículos mayor es la posibilidad de utilizar transporte privado frente al público), la renta familiar, la estructura da la familia dividiendo sus elementos por edad, sexo u ocupación. Otro factor interesante sería la densidad residencial del área.

Por el contrario, los factores que influyen en la atracción de viajes están menos ligado con la familia y su renta, y más con las oportunidades que ofrece la futura zona destino. Entre los factores que influyen podemos considerar las infraestructuras de transporte en la zona, calificación y disponibilidad del suelo.

2.2.1.- Modelos de Generación de Viajes.

Los primeros se desarrollaron a finales de los 50. Entre ellos cabe destacar el modelo de Shuldiner aplicado a la ciudad de Modesto. El objetivo era obtener el número de viajes generados por día y por familia respondiendo a la expresión :

$$v = 2{,}18 + 3{,}40\ A + 0{,}50\ H + 0{,}0129\ S - 0.0343\ F$$

v : número de viajes generados por día y familia.
A : número de automóviles por familia.
H : número de miembros por familia.
S : índice del rango social.
F : índice de vinculación al hogar.

Posteriormente han aparecido nuevos modelos que consideran valores más globales.

2.2.2.- Modelos de Atracción de Viajes.

Hay diferentes modelos que han ido apareciendo a lo largo de la historia. Los distintos coeficientes se obtienen mediante procedimientos de regresión lineal.

Por ejemplo el de Thumock en 1968 :

$$v = 0.88\ E_T + 0.90\ E_m - 133$$

E_T : empleo total.
E_m : empleo pequeño comercio.

2.3.- Modelos de distribución de viajes.

2.3.1.- Introducción.

Los modelos de distribución de viajes entre zonas tratan de determinar la distribución de los viajes generados / atraídos en una zona entre los posibles destinos en otras zonas. Los modelos reciben como datos de entrada los resultados a_i y g_i (atracción y generación) obtenidos mediante los modelos de atracción y generación de viajes. El objetivo de los modelos de distribución es conocer el número de viajes que se realizan entre cada par de zonas.

Sea v_{ij} el número de viajes generados por la zona i y atraídos por la zona j. Podemos definir la **matriz de viajes** como la matriz cuadrada de orden n (número de zonas) de la forma :

$$\begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ v_{n1} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix}$$

El objetivo inicial de los modelos de distribución era el de proporcionar herramientas que permitían obtener los elementos de la matriz de viaje. De la definición de sus elementos obtenemos las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} & v_{11} + \dots + v_{1n} = g_1 \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & v_{n1} + \dots + v_{nn} = g_n \\ & v_{11} + \dots + v_{n1} = a_1 \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & v_{1n} + \dots + v_{nn} = a_n . \end{aligned}$$

Como a_i y g_i son conocidos, se tiene un sistema de ecuaciones con n^2 incógnitas (v_{ij}) , si bien existe dependencia lineal del segundo grupo de ecuaciones con respecto al primero, por tanto el sistema tiene infinitas soluciones. En la actualidad los modelos de distribución tratan de explicar a posteriori el por qué de los movimientos interzonales.

2.3.2.- Modelos Gravitatorios.

Los modelos gravitatorios son considerados modelos generales pues sus posibilidades de empleo son muy imprecisas. Se basan en una cierta analogía entre ciertos procesos socio-espaciales. La fórmula general de dicho modelo se puede expresar mediante la siguiente fórmula :

$$I_{ij} = K\frac{P_i Q_j}{F_{ij}}$$

I_{ij} : interacción entre la zona i y la j (puede expresar el flujo de viajeros, mercancías...).
P_i : variable de producción de la zona i, que expresa la capacidad generadora de la zona (puede expresar población, renta ,número total de trabajadores...).
Q_j : variable de servicio de la zona j, que expresa su capacidad atractora (puede medirse en función de la oferta de empleo disponible, superficie dedicada a industria...)
F_{ij} :función de rozamiento o fricción (expresa la dificultad de relación entre zona i y j)

La aplicación de un modelo de tipo gravitatorio al caso del transporte ha de llevar una expresión del número de viajes generados en i y atraídos en j de la forma :

$$v_{ij} = f\,(g_i, a_j, K_{ij}, f_{ij}(u_{ij})^{-\alpha})$$

v_{ij} : viajes des de i a j.
g_i : número total de viajes generados en la zona i.
a_j : número total de viajes atraídos por la zona j.
K_{ij} : factor de corrección determinado de forma que $g_i = \sum v_{ij} \quad y \quad a_j = \sum v_{ij}$.
$f_{ij}(u_{ij})$: función de rozamiento o fricción.
α : parámetro a determinar por el ajuste.

El volumen de viajes entre las zonas i y j es proporcional al número total de viajes que se generan en i y los que se atraen en j e inversamente proporcional a una función de rozamiento o fricción.

2.3.3.- Modelos de Oportunidad.

Son un tipo de modelo de distribución zonal en la que el factor de fricción pierde peso y la separación espacial se interpreta en término del número de oportunidades de ofertas intermedias a lo largo de cada itinerario. Elegido un origen i las hipotéticas zonas de destino, se clasifican en orden de separación creciente respecto a la zona i.

Este modelo lo propuso por primera vez Stouffer en la década de los 40. Lo aplicó a un conjunto de trabajadores con residencia establecida. La hipótesis fue que el viajero decidirá su punto de destino, en este caso su lugar de trabajo, de forma que el viaje sea lo más corto posible, aumentando la longitud de éste sólo si no existe otra alternativa de menor distancia.

El modelo postula la siguiente relación:

$$t_{ij} = g_i P_{ij}$$

P_{ij} : probabilidad de que el viaje generado en i sea atraído a j. Para calcularla se introducen los siguientes elementos:

D_j: número de oportunidades que se ofrecen en el destino j.

V_j: número de oportunidades que se ofrecen hasta el destino j.($D_j = V_j - V_{j-1}$)

L : probabilidad de aceptar una oportunidad cualquiera. Se supone igual para todas, e igual, por tanto, al inverso del total de estas.

Q_{ij}:probabilidad de que un individuo que comenzó su viaje en i continúe más allá de j.

En consecuencia se tiene que $P_{ij} = Q_{ij-1} - Q_{ij} \;\Rightarrow\; t_{ij} = g_i(Q_{ij-1}Q_{ij})$

2.3.4.- Modelos de Proyección de Matrices de Viaje.

Nos vamos a centrar ahora en la adecuación de los modelos de distribución zonal para predecir la demanda futura.

La obtención de t_{ij} es bastante complicada pues la variable tiempo aparece como un elemento constitutivo de las fórmulas que determinan atracciones y generaciones. Existen procedimientos directos para obtener matrices de distribución de viajes en un año horizonte a partir de los datos obtenidos en un año base. Entre estos métodos pueden citarse los siguientes :

a) **Método del factor constante** : consiste en la suposición de un crecimiento lineal a lo largo del periodo considerado, tanto de atracciones como de generaciones, todo en igual proporción, con los elementos de la nueva matriz de viaje serán : $t_{ij}^f = t_{ij}^0 \times E$.

t_{ij}^0: elementos de la matriz Ten el año base.

t_{ij}^f: elementos de la matriz T en el año horizonte.

E : coeficiente de expansión.

Este procedimiento sólo es válido para aproximaciones muy groseras o en situaciones de desarrollo económico y social muy atenuado.

b) **Método del factor promedio** : aquí se supone que el factor de crecimiento es distinto según se trate de una zona atractora o generadora. Responde a la fórmula :

$$t_{ij}^f = t_{ij}^0 \times \frac{E_i + E_j}{2}$$

$E_i = \frac{g_i^f}{g_i^0}$; $E_j = \frac{g_j^f}{g_j^0}$; f: *año horizonte* ; 0: *año base*

c) **Método de Fratar** : al igual que antes, se supone conocido el valor de atracciones y generaciones para el año horizonte, y a partir de su relación se obtiene un factor que da para cada elemento de la matriz de viajes, en el año base, el correspondiente elemento en el año horizonte de la forma :

$$t_{ij}^{f} = t_{ij}^{0} \times E_{ij} \qquad ; \qquad E_{ij} = \frac{g_i^f}{g_i^0} + \frac{a_j^f}{a_j^0}$$

Este método es de más rapidez que el del factor promedio, lo que puede tener su importancia en términos de costes de utilización de equipo informático.

Cada uno de los métodos descritos constituyen una aproximación bastante simple de la realidad, de aquí su importancia y utilización.

2.3.5.- Procedimiento de Balanceamiento Bidimensional.

El método fue desarrollado por Kruithof en 1937 para la predicción del tráfico de telefonía en Holanda. Posteriormente Fratar (1954) y Furness (1965) aplicaron el algoritmo al contexto de distribución de viajes.

El procedimiento se estructura en el calibrado de los factores de generación y atracción de viajes. Este procedimiento es de ámbito general y puede ser aplicado a otros métodos tales como métodos de crecimiento y procedimientos gravitatorios.

Dicho procedimiento finaliza cuando las variaciones que se producen en los factores de equilibrado son muy pequeñas o bien el número de iteraciones realizadas son las especificadas como criterio de finalización.

2.3.6.- Procedimiento de Balanceamiento Tridimensional.

Dichos modelos utilizan una estratificación adicional de los viajes. El modelo emplea dos factores de corrección, el primero sobre los orígenes de los viajes y el segundo sobre los destinos. El tridimensional incorpora un tercer factor que recoge la división de cada par origen-destino en clases basadas en la fricción existente en la realización del desplazamiento entre el par de zonas (i,j). Se dice que el par (i,j) pertenece a la clase k si la función de fricción entre ambas zonas se encuentra acotada por valores de rozamiento asociados a la clase.

$$f^{-}(t_{ij}) \leq f(t_{ij}) \leq f^{+}(t_{ij})$$

El modelo de distribución de viajes toma como entrada los valores de fricción existente entre cada par de zonas $f(t_{ij})$, los datos de generación de viajes g_i, los datos de atracción de viajes a_j, los datos sobre la nueva dimensión incorporada F_k y por último la matriz de acotaciones de clases.

2.4.- Modelos de Asignación de Tráfico.

2.4.1.- Introducción.

La asignación de tráfico es el proceso que distribuye un conjunto conocido de viajes sobre una red de transporte. Requiere como entrada una descripción completa del sistema de transporte existente y una matriz que recoja los desplazamientos que se producen. La salida dependerá del nivel de sofisticación del procedimiento de asignación, pero siempre incluye una estimación del volumen de tráfico y los tiempos o coste de viajes en cada tramo del sistema ; algunas técnicas de asignación incluyen información en el interior de las intersecciones mediante la inclusión de giros.

Los objetivos de la asignación de tráfico desde el punto de vista de la planificación serían: conocer las deficiencias del actual sistema, evaluar los efectos de las mejoras y las extensiones al sistema de transporte actual asignando la previsión futura de viajes y establecer las prioridades de construcción asignando estimaciones de viajes para años intermedios.

2.4.2.- Funciones Volumen-Retraso y Tiempo de Viaje.

Como es lógico pensar, cuando aumenta el volumen de tráfico en un tramo, la velocidad de desplazamiento de los vehículos tiende a disminuir. En principio, dicho descenso es pequeño, aumentando a medida que crece el volumen de tráfico. En el análisis de los sistemas de tráfico, el tiempo medio de viaje en el tramo se modela como una función positiva, lineal y creciente del volumen de vehículos. Los parámetros incluidos en la expresión suelen ser la capacidad y los factores de medida como por ejemplo el tiempo de viaje.

Existen dos métodos de obtención de fórmulas de retraso :

a) Por medio de una serie de parámetros a partir de un conjunto de medidas.
b) Desarrollo de las expresiones a partir de estudios sobre velocidad y tiempo de viajes característicos de la red.

Los parámetros básicos del tramo, en relación con el tiempo de viaje t_a sobre el tramo a con flujo f_a son : el tiempo de viaje en flujo libre t_a^0 , el tiempo empleado por un vehículo cuando no existe ningún otro vehículo en el tramo, y la capacidad del tramo c_a (una medida de flujo, a partir de la cual el tiempo de viaje sobre el tramo se incrementará muy rápidamente).

2.4.3.- Las condiciones de Wardrop.

El problema de asignación de tráfico pretende determinar el flujo de tráfico que circula por los tramos a partir de la demanda de viaje entre un conjunto de pares de nodos y funciones de retraso definidas. Las dos condiciones de asignación óptima fueron consideradas y descritas por Wardrop (1952), aunque Pigou (1920) formuló la primera noción sobre equilibrio de tráfico con una descripción del comportamiento del tráfico rodado bajo congestión.

En el análisis de los modelos de asignación, la **congestión** es fundamental. Así, como se ha comentado ya con anterioridad, con el crecimiento del volumen de tráfico decrece la velocidad media de desplazamiento de los vehículos sobre el tramo. Primero lo hace lentamente, y luego iría aumentando poco a poco hasta llegar a la saturación del tramo. El tiempo medio de desplazamiento se modela mediante las funciones **volumen-retraso**.

Kohl reconoció que las rutas seleccionadas por los viajeros eran las más cortas, es decir, aquellas en las que el tiempo empleado en recorrerlas era mínimo. Siendo este el componente principal en la toma de decisión a la hora de escoger la ruta, se ha comprobado que existen otros factores que también influyen en el conductor.

El resultado de los patrones de viaje procedentes de la selección de rutas se conoce como **flujo óptimo del sistema**. La situación óptima para el sistema queda caracterizada porque el tiempo marginal empleado entre un origen y un destino es el mismo independientemente de la ruta seleccionada. Si el tiempo de viaje fuera inferior en una ruta que en otra sería posible una redistribución de los flujos de las rutas con mayor tiempo de viaje hacia rutas con menor tiempo, de manera que se alcance un nuevo equilibrio.

Existen dos alternativas para obtener el flujo óptimo en el sistema. La primera es la imposición de las rutas a los usuarios, conocido como **sistema óptimo involuntario**. La segunda consiste en intentar persuadir a los conductores a seleccionar la ruta de una forma eficiente. Este sistema voluntario es conocido como **estrategia de congestión**.

Dada las funciones que describen las relaciones entre el volumen de tráfico, coste del viaje y demanda de transporte, el tráfico puede ser asignado sobre el viario acorde con dos principales principios : el principio de igualdad de tiempos de viajes independientemente de la ruta seleccionada de forma eficiente, también llamado **asignación descriptiva**, siendo uno de los más empleados, o el principio de mínimo coste total, el cual es denominado **asignación normativa**.

Las dos condiciones descritas por Wardrop son la condición de equilibrio de usuario y la condición de optimalidad del sistema. La primera corresponde con la selección de rutas minimizando el tiempo total de viaje del conductor. El segundo principio hace referencia a minimizar el coste total del sistema, es decir minimizar el coste total observado por todos los conductores.

En el equilibrio de usuario el resultado de las decisiones tomadas por todos los conductores dirige el problema a una situación donde ningún conductor puede reducir su tiempo de viaje seleccionando una ruta en detrimento de otra, esto se conoce como **situación óptima de usuario**. Dicha situación se caracteriza porque todas las rutas utilizadas entre un origen y un destino tienen el mismo tiempo de viaje medio.

Así, podemos resumir los dos principios de Wardrop como:

1) El tiempo de viaje en todas las rutas utilizadas es igual y menor que aquellos tiempos que pueden ser experimentados por un vehículo en cualquier otra ruta.
2) El tiempo de viaje medio es mínimo.

La demanda en los modelos de asignación de viajes puede ser fija o variable. En cada caso la formulación del principio de Wardrop toma una forma diferente:

2.4.3.1.- Demanda fija.

Consideremos un par de puntos origen y destino (p,q) $\in$ C (C representa el conjunto de pares orígenes/destinos definidos en el viario). Sea c_{pqr} el tiempo de viaje empleado en la ruta r que conecta el nodo origen p con el nodo destino q. Asumimos que las rutas están ordenadas por volumen de circulación, por ello las rutas que presentan flujo cumplen :

$$c_{pq1} = c_{pq2} = ... = c_{pql}$$

y las rutas no empleadas para cada par origen-destino (L+1....) tienen tiempo de viaje que son al menos iguales o superiores a las rutas anteriores.

$$c_{pq1} = c_{pq2} = ... = c_{pql} \leq c_{pqi} \quad \forall i = l+1,...$$

Sea R_{pq} el conjunto de índices para rutas no cíclicas entre un par (p,q) $\in$ C, h_{pqr} el flujo que circula por la ruta r que conecta el par (p,q) $\in$ C y π_{pq} el tiempo de viaje en la ruta más corta. Las condiciones de equilibrio de usuario de Wardrop son :

$$\begin{aligned} h_{pqr} \geq 0 &\Rightarrow c_{pqr} = \pi_{pq} \qquad \forall r \in R_{pq} \\ h_{pqr} = 0 &\Rightarrow c_{pqr} \geq \pi_{pq} \qquad \forall r \in R_{pq} \end{aligned}$$

2.4.3.2.- Demanda variable.

Normalmente el problema de asignación de tráfico se formula como un problema con demanda variable, donde los viajes entre un origen y un destino se modelan como funciones del menor coste de viaje entre dicho origen y destino. La premisa básica detrás de tales modelos es que los viajeros tienen un número de posibles rutas que seleccionan según consideraciones económicas, tales como el coste del viaje.

Si se observa la red de transporte como un mercado económico, la demanda correspondería a las necesidades de viajes y la oferta a la red o viario que se ofrece a los usuarios y que tiene un coste asociados al propio viaje. El equilibrio se alcanza cuando el número de viajes entre un par origen- destino es igual a la demanda de viajes a un coste determinado.

Para extender las condiciones de equilibrio de usuario para demanda elástica, consideramos que la demanda viene determinada como función del coste más bajo en una ruta, es decir:

$$d_{pq} = g_{pq}(\pi) \qquad \forall (p,q) \in C$$

Las condiciones de Wardrop para demanda elástica serían:

$$\begin{array}{lll}
h_{pqr} \geq 0 & \Rightarrow \quad c_{pqr} = \pi_{pq} & \forall r \in R_{pq} \\
h_{pqr} = 0 & \Rightarrow \quad c_{pqr} \geq \pi_{pq} & \forall r \in R_{pq} \\
d_{pq} \geq 0 & \Rightarrow \quad d_{pq} = g(\pi) & \forall (p,q) \in C \\
d_{pq} = 0 & \Rightarrow \quad g(\pi) \leq 0 & \forall (p,q) \in C
\end{array}$$

2.4.4.- Formulación Matemática del Modelo de Equilibrio de Usuario.

2.4.4.1.- Demanda fija.

Las restricciones del modelo son las correspondientes al envío de flujo en una red urbana. Se pueden expresar como:

a) La red está fuertemente conectada, es decir todo par origen-destino está conectado por una ruta.

$$\forall (p,q) \in C \quad \Rightarrow \quad \left| R_{pq} \right| \geq 1$$

$\left| R_{pq} \right|$: número de rutas que existen entre los nodos p y q.

b) La demanda d_{pq} es no negativa para cada par $\forall (p,q) \in C$.

c) La función que especifica el tiempo de viaje $t_a : R_+ \to R_{++}$ es positiva y continua para cada tramo $a \in A$.

El modelo básico queda:

$$Min \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(s)\, ds$$

$$s.a.$$

$$\begin{array}{ll}
\sum_{r \in R_{pq}} h_{pqr} = d_{pq} & \forall (p,q) \in C \\
h_{pqr} \geq 0 & \forall r \in R_{pq},\ \forall (p,q) \in C \\
\sum_{(p,q) \in C} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqra} h_{pqr} = f_a & \forall a \in A
\end{array}$$

2.4.4.2.- Demanda variable.

El problema de asignación de tráfico se suele formular con demanda variable, donde el número de viajes entre cada par de nodos origen-destino se presenta como función del coste de viaje entre dichos nodos. Los conductores tienen posibles alternativas, de las cuales se seleccionará una por motivos “ socio económicos “. El modelo sería igual que el anterior añadiendo la restricción $d_{pq} \geq 0 \quad \forall (p,q) \in C$ y cambiando la función objetivo por:

$$Min \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(s) ds - \sum \int_0^{d_{pq}} g_{pq}^{-1}(s) ds$$

2.4.5.- Caracterización de la Función de Equilibrio para Demanda Fija.

El paradigma de Wardrop especifica que los viajeros se desplazan por aquellas rutas que minimizan el tiempo individual de desplazamiento.

Sea π_{pq} el tiempo mínimo de recorrido al desplazarse una unidad desde el origen $r \in R$ al destino $s \in S$. Por tanto $\pi_{pqr} \equiv Min\left|c_{pqr}: r \in K_{pq}\right|$. Las condiciones de equilibrio se escriben como :

$$\left[c_{pqr} - \pi_{pq}\right] f_r^{pq} = 0 \qquad \forall \quad r \in R \quad , \quad s \in S, \quad k \in K_{rs}$$

Las condiciones de optimalidad de este modelo coinciden con las de Kuhn-Tucker, que expresan que la dirección de máxima mejora de la función objetivo sin restricciones ha de pertenecer al cono descrito por las direcciones de máxima inadmisibilidad de las restricciones.

La función objetivo que garantiza las condiciones de óptimo resulta ser :

$$G(x) = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(s) ds \, .$$

La solución para el problema de asignación de tráfico es equivalente a resolver un problema donde se minimiza el área bajo la curva volumen en cada arco del modelo.

2.5- Algoritmos para la resolución de Modelos de Asignación.

2.5.1-Introducción.

En este apartado revisaremos brevemente los algoritmos desarrollados para la resolución de modelos de asignación de tráfico.

El primer algoritmo fue desarrollado por Smock (1965). Este equivaldría a lo que hoy se conoce con el nombre de medias sucesivas.

A finales de 1960, comenzó a emplearse los algoritmos basados en dualidad, cuyas características son :

- Restricción de red.
- Restricciones independientes.
- Función objetivo no lineal y convexa.

2.5.2.- Método de Asignación Todo o Nada.

Aunque no es un método de resolución del modelo de asignación, se emplea para obtener soluciones iniciales y como paso intermedio en otros algoritmos. Es aceptable para redes de carreteras. Está basado en calcular para cada par origen - destino el camino más corto que los une, asignándole todo el volumen de tráfico existente entre ambos nodos. El problema se reduce a encontrar el camino más corto entre dos nodos.

2.5.3.- Método de las Medias Sucesivas. (MAS).

Es un método convergente desarrollado para la resolución aproximada al modelo de asignación. Los pasos generales a seguir serían:

- Inicialización.
- Actualización coste de tramos.
- Obtención de una nueva solución.
- Actualización de parámetros.
- Actualización de flujos en tramos.
- Comprobación del criterio de parada.

2.5.4.- Método de Frank - Wolfe.

2.5.4.1.- Procedimiento de Linealización de Frank - Wolfe.

El método de Frank y Wolfe fue desarrollado inicialmente para resolver problemas cuadráticos convexos con restricciones lineales, pero es aplicable a cualquier problema de optimización cuya función objetivo sea pseudoconvexa y diferenciable.

Los pasos de los que consta el algoritmo se pueden simplificar en :

- Inicialización.
- Búsqueda de una dirección en la que se mejora la solución actual.
- Comprobación de la convergencia.
- Búsqueda del incremento a la nueva solución.
- Actualización.
- Comprobación de la convergencia.

La resolución de este algoritmo conlleva una gran cantidad de problemas de ruta mínima, de aquí la importancia de conseguir un eficiente algoritmo de ruta mínima.

2.5.4.2.- Algoritmo Óptimo de Ruta Mínima.

Como ya se ha comentado, el mayor tiempo empleado en los algoritmos de asignación se emplea en la resolución del problema de ruta mínima entre dos centroides, de aquí la importancia de la eficiencia de dicho algoritmo.

Algoritmo de Dijkstra : es uno de los empleados para la resolución del problema de ruta mínima.

Dado un grafo G={N,A} se denominan C y S, respectivamente los conjuntos de vértices candidatos y escogidos. S contiene en todo instante el conjunto de vértices cuya distancia mínima al origen es conocida y C contiene los vértices restantes. Al principio del algoritmo S sólo contiene el vértice origen ; al final, contiene todos los vértices de G. En cada iteración escogemos el vértice v de C cuya distancia al origen es mínima y lo incorporamos a S. Por cada nodo del grafo se obtiene una variable u_k que contiene el coste de desplazarse desde el nodo inicial al k.

Llamaremos especial a un camino, desde el origen a otro vértice, que sólo pase por vértices de S. Un vector D mantiene la longitud del camino especial más corto desde el origen a cualquier vértice de G. Cuando se añade un vértice v a S, el camino especial más corto a v coincide con el camino mínimo a v. Al terminar el algoritmo todos los vértices de G están en S, luego todos los caminos desde el origen a cualquier vértice son especiales. En consecuencia, los valores de D proporcionan solución.

El grafo está representado por una matriz de distancias que denominaremos L, siendo L[i,j] la distancia existente entre los nodos (i,j).

Está demostrado que el algoritmo de Dijkstra es óptimo dependiendo de la estructura de datos empleada. Una solución estriba en utilizar una estructura denominada montículo con tantos nodos como vértices v en C y ordenado según el valor de D[v].Un montículo es un tipo especial de árbol binario, representado gráficamente por un vector.

2.6.- Asignación de Tráfico. Extensiones.

2.6.1.- Modelo de Asignación con Expansión de Intersecciones.

Una de las primeras extensiones que se acometió en el modelo de asignación fue ampliar los componentes del viario, incorporando la posibilidad de prohibir giros en las intersecciones. Hasta el momento, siempre se han considerado que estaban permitidos todos los giros. Ahora se introduce la posibilidad de prohibir algunos de estos giros, pudiéndose desplazar el vehículo únicamente hacia aquellos tramos permitidos una vez que ha llegado a la intersección.

La incorporación de los giros al modelo está acompañada de la inclusión de una función volumen - retraso. El nuevo modelo de asignación con la ampliación de los giros sería :

$$Min \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(s)\, ds + \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{a_1 \in A_i^-} \sum_{a_2 \in A} \int_0^{f_{a_1,a_2}} g_{a_1,a_2}(s) ds$$

$$s.a.$$

$$\sum_{r \in R_{pq}} h_{pqr} = d_{pq} \qquad \forall (p,q) \in C$$

$$h_{pqr} \geq 0 \qquad \forall r \in R_{pq}, \forall (p,q) \in C$$

$$\sum_{(p,q) \in C} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqra} h_{pqr} = f_a \quad \forall a \in A$$

$$\sum_{(p,q) \in C} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqra_2} \delta_{pqra_1} h_{pqr} = f_{a_1,a_2} \quad \forall a_1 \in A_i^-, \forall a_2 \in A_i^+, i \in \bar{I}$$

$\bar{I}$: conjunto de intersecciones donde se definen los giros.

A_i^-: conjunto de tramos cuyo nodo final es el nodo i.

A_i^+: conjunto de nodos con nodo inicial igual a i.

$g_{a_1,a_2}(s)$: función volumen - retraso del giro que conecta los tramos a_1, a_2.

El modelo es similar al modelo de asignación de demanda fija, con la única incorporación en la función objetivo del tiempo empleado en cruzar los giros permitidos y la restricción que indica que el volumen de vehículos que pasa por un giro es igual a la suma de todos los vehículos que utilizan una ruta que contiene al giro.

Las modificaciones a realizar dentro del algoritmo de asignación son mínimas. Se llevan a cabo en el algoritmo de ruta mínima empleado en la obtención de la dirección de mejora.

2.6.2.- Modelo de Ajuste de la Matriz Origen-Destino.

Dicho modelo se formula mediante un problema de optimización, siendo su autor Spiess.. La función objetivo a minimizar es la diferencia entre el volumen de vehículos observado (dispositivo de detección) y el obtenido mediante asignación de la matriz origen-destino.

$$Min\ Z(d) = \frac{1}{2}\sum_{a \in A}(f_a - \hat{f}_a)^2$$

$$s.a.$$

$$f = Asignacion(d)$$

La función de asignación es empleada para indicar el volumen resultante de la asignación de la matriz de demanda.

El problema pretende obtener una nueva matriz origen-destino que permita asignar a los tramos el volumen observado. El problema de estimación de la matriz es un problema con solución degenerada, es decir existe un número infinito de soluciones óptimas que permite asignar un volumen de vehículos igual al observado. El objetivo deseado es obtener una matriz que se ajuste a la matriz inicial y sea solución del problema planteado.

2.6.3.- Modelo de Asignación Transporte Público.

Los modelos de asignación descritos hasta el momento se centraban en la obtención del volumen que circulaba por los tramos. La incorporación de los servicios de transporte público, estableció la necesidad de incorporar la influencia de este en el proceso de asignación de tal forma que permitiera un análisis de las líneas de transporte (existentes y futuras) en el proceso de planificación.

Sea T una red consistente en un conjunto de nodos, tramos, líneas que describen su recorrido mediante una lista de nodos, en donde los pasajeros pueden subir y bajar del vehículo, y un conjunto de tramos peatonales. El tiempo o coste asociado a cada tramo o segmento de la línea es constante y conocido. La frecuencia de paso y tasa de afluencia de pasajeros a cada nodo es también conocida. A partir de estos últimos datos podemos calcular la distribución del tiempo de espera y lo que tarda en llegar el primer vehículo.

Una **estrategia** se puede definir como un conjunto de reglas que cuando son aplicadas permiten al viajero alcanzar su destino. El número y las clases de estrategias que el viajero puede seleccionar dependen de la información disponible antes y durante el viaje. Si no existe información adicional sobre el viaje una estrategia es definida por un camino.

Una estrategia se dice **admisible** si el grafo que define la estrategia no contiene ciclos. Una estrategia es **óptima** cuando no existe otra estrategia que permita alcanzar el nodo destino desde el origen con tiempo de viaje inferior.

Los tiempos de espera se obtienen asumiendo que los viajeros esperan una media igual a la mitad del tiempo entre llegadas combinada linealmente con la frecuencia. La probabilidad de la línea se define como la probabilidad de que se suban gente en la línea y es medida como el cociente de la frecuencia y la frecuencia combinada.

Para obtener la estrategia óptima comprobamos los tiempos empleados en cada una de las estrategias y seleccionamos aquella que proporcione el valor mínimo.
Una vez obtenida la estrategia óptima se realiza la asignación de flujo sobre los caminos obtenidos.

2.6.4.- Modelo Combinado de Asignación y Distribución.

Observando los diferentes procedimientos de planificación, se comprueba que el proceso de asignación se realiza con posterioridad al de distribución. Actualmente el proceso de distribución suele utilizarse como herramienta para predecir los viajes futuros entre las diferentes zonas del viario, de aquí su anterioridad. La utilización de los modelos de distribución antes y después del proceso de asignación conduce al estudio de modelos combinados cuyas soluciones proporcionen la información ofrecida por los modelos de asignación y distribución de forma conjunta.

Aquí se va a estudiar el modelo de planificación desarrollado por Patriksson (1992) que combina los procedimientos de distribución y asignación de viajes.

El área urbana bajo estudio se representa por un grafo G(N,A). El conjunto N contiene los nodos y podemos distinguir dos subconjuntos, las zonas origen P y las zonas destinos Q. El resto de los nodos serán intersecciones de calles. Cada tramo $a \in A$ tiene asociado un coste de viaje $c_a(f_a)$, que mide la falta de utilidad en el empleo del tramo **a** como función de su flujo f_a . Este coste puede contener diferentes componentes, entre ellos podemos destacar el tiempo de viaje en el tramo.

Entre los subconjuntos P y Q existe una demanda potencial de transporte, se dice que para todo los pares $(p,q) \in PxQ$ se define una demanda potencial.

El flujo total (número de viajes) que parten de p ∈P es conocido e igual a O_p ; el flujo total que llega a q ∈Q es conocido e igual a D_q . Para cada par (p,q) se define un conjunto de rutas desde p hacia q R_{pq} , conjunto no conocido explícitamente, y el flujo que circula sobre la ruta r con origen en p y destino en q se representa como h_{pqr} . Por último se define la matriz de incidencia entre tramos y rutas δ_{pqra} para G, formada por un conjunto de datos binarios que toman valor 1 si la ruta r ∈ R_{pq} contiene al tramo a. Los flujos en los tramos se pueden calcular mediante la expresión:

$$f_a = \sum_{pP} \sum_{qQ} \sum_{rR_{pq}} \delta_{pqra} h_{pqr}$$

Asumimos que la asignación de viajantes a las rutas para cada par (p,q), satisface el equilibrio de usuario postulado por Wardrop, que decía :

$$h_{pqr} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad c_{pqr} = \pi_{pq} \qquad \forall r \in R_{pq}$$
$$h_{pqr} = 0 \quad \Rightarrow \quad c_{pqr} \geq \pi_{pq} \qquad \forall r \in R_{pq}$$

c_{pqr} : coste en la ruta r.

π_{pq} : menor tiempo o coste para todas las rutas entre p y q.

También asumimos que la distribución de los viajeros entre un par de nodos sigue un modelo gravitatorio con función exponencial negativa, acorde a:

$$d_{pq} = a_p O_p b_q D_q e^{-\gamma \pi_{pq}} \quad con \quad p \in P \ y \ q \in Q$$

γ : parámetro de dispersión mayor de cero.

a_p, b_p : factores de balanceamiento.

El modelo de distribución y asignación combinada se puede formular como un problema de optimización convexa:

$$min\ T(d,f) = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} c_{a\sum}(s)ds + \frac{1}{\gamma} \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} d_{pq} \log d_{pq}$$

$s.a.$

$$\sum_{r \in R_{pq}} h_{pqr} = d_{pq} \qquad \forall\ p \in P, \forall\ q \in Q$$

$$\sum_{q \in Q} d_{pq} = O_p \qquad \forall\ p \in P$$

$$\sum_{p \in P} d_{pq} = D_q \qquad \forall\ q \in Q$$

$$h_{pqr} \geq 0 \qquad \forall\ r \in R_{pq}, \forall\ p \in P, \forall\ q \in Q$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqrs} h_{pqr} = f_a \qquad \forall a \in A$$