#### Generación de Turbulencia Isótropa y Homogénea Mediante Dispositivos con Chorros Enfrentados

Proyecto Fin de Carrera presentado por: Manuel Olmedo Vicente

> Tutor del proyecto: Dr. Javier Dávila Martín

#### DEPT. DE INGENIERÍA ENERGÉTICA Y MECÁNICA DE FLUIDOS ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Sevilla, Marzo de 2004

### Agradecimientos.

Quiero expresar mi sincero agradecimientos a todas las personas que han colaborado en las distintas fases de este trabajo.

A Javier Dávila, mi tutor de proyecto, por su paciencia y confianza, así como por su apoyo tanto a la hora de aclararme los conceptos teóricos, como a la hora de aportar ideas y consejos de tipo práctico.

A Alfonso Gañán por su interés en este trabajo, así como su colaboración en el uso del control numérico.

A Antonio Barrero, que facilitó la reparación de las sondas que se utilizaron en este trabajo.

A Jorge Álvarez por su asesoramiento en el control numérico y por enseñarme el manejo de Latex .

A Jorge López, por su ayuda y consejos en el manejo de la máquina de control numérico.

Agradecer también su interés y ayuda a Rodrigo Bocanegra, así como sus consejos en la preparación de la exposición de este proyecto.

Un agradecimiento especial a Manuel González, Jefe del Laboratorio de Mecánica de Fluidos, sin su ayuda difícilmente podrían haberse realizado los trabajos de taller.

Al resto de mis compañeros del laboratorio, Elena, David, Sergio, Juán, Jose María, Álvaro, Eladio, y todos los demás, por su paciencia a la hora de soportar los ruidos deriviados de los experimentos y sobretodo por crear un ambiente de trabajo tan agradable.

Por último quisiera mencionar a Daniel Polo, cuyo proyecto fin de carrera ha sido una verdadera guía en el desarrollo de estos trabajos.

### Resumen.

En el presente trabajo pretendemos analizar la idoneidad de los métodos basados en matrices de chorros enfrentados y su combinación con rejillas metálicas, como sistemas de generación de turbulencia isótropa y homogénea con rangos inerciales amplios.

En el documento se ha pretendido seguir una estructura más o menos lógica, de forma que el lector primero vaya familiarizándose con los conceptos que se manejan tradicionalmente en turbulencia. De esta forma, en los dos primeros capítulos se aborda, tras una breve introducción, los fundamentos teóricos que son la base de los estudios sobre turbulencia (ecuaciones de Reynolds, hipótesis de Taylor, hipótesis de Kolmogorov, etc). El tercer capítulo se ha dedicado exclusivamente a la anemometría de hilo caliente ya que ha sido el sistema de medición utilizado en este trabajo. En él se han tratado de explicar sus pricipios básicos de forma que pueda ser una herramienta útil para aquella persona que se acerca por primera a la misma. En el cuarto capítulo se hace una descripción de todo el equipo experimental (dispositivos generadores de turbulencia, túnel, equipos de medida), así como de los procedimientos utilizados para realizar las medidas (calibración de sondas de hilo caliente, adquisición de datos, etc). En el quinto capítulo se muestran y analizan los resultados experimentales obtenidos. El trabajo se cierra con un capítulo en que se realiza una recapitulación de lo expuesto y propuestas para futuros trabajos. Dado que este estudio se ha utilizado la herramienta Matlab para el análisis espectral y el cálculo numérico, se ha incluido un anexo en el que se transcriben las rutinas realizadas.

## Contenido

1.	Intr	oducción a la turbulencia.	5
	1.1.	La turbulencia.	5
	1.2.	La inestabilidad como origen de la turbulencia	7
	1.3.	Escalas de turbulencia	7
	1.4.	Turbulencia isótropa y homogénea.	8
	1.5.	Objetivos del trabajo.	9
2.	Fun	damentos teóricos de la turbulencia homogénea.	11
	2.1.	Formulación estadística de las ecuaciones de Navier-Stokes. Las ecua- ciones de Reynolds	11
	2.2.	La hipótesis de Taylor	13
	2.3.	El espectro de energía cinética turbulenta	14
	2.4.	Magnitudes relacionadas con el espectro de energía	16
		2.4.1. Disipación de energía cinética turbulenta, $\epsilon$	16
		2.4.2. Escala de Kolmogorov, $\eta$	17
		2.4.3. Longitud integral, L	18

		2.4.4.	El rango inercial	20
		2.4.5.	Número de Reynolds basado en la longitud de Taylor, $Re_{\lambda}$	21
	2.5.	Implic	aciones de la isotropía y su generación en laboratorio	22
		2.5.1.	Generación en laboratorio de la turbulencia isótropa	22
3.	Ane	emome	tría de hilo caliente.	25
	3.1.	Introd	ucción	25
	3.2.	Pricipi	ios básicos de la anemometría de hilo caliente	27
	3.3.	Anemo	ometría de hilo caliente a temperatura constante	28
	3.4.	Caract	terísticas de la sonda de hilo caliente	30
		3.4.1.	Característica estática. Transferencia de calor estacionaria	30
		3.4.2.	Característica dinámica. Frecuencia límite	34
		3.4.3.	Diseño mecánico de las sondas.	35
4.	Des	cripció	on del equipo experimental. Métodos de medida	37
1.	4 1	Floqu	ing experimental	37
	4.1.	Ei equ		57
	4.2.	Ajuste	es en el equipo de anemometría	42
		4.2.1.	Elección del tipo de sonda	42
		4.2.2.	Ajustes en el anemómetro	43
		4.2.3.	Calibración de la sonda	46
	4.3.	Adqui	sición y tratamiento de datos	54
	4.4.	Experi	imentos realizados	55

#### CONTENIDO

5.	Res	ultados experimentales. 5			
	5.1.	El espectro de energía	59		
		5.1.1. Resultados obtenidos	60		
	5.2.	La disipación de energía cinética turbulenta	63		
	5.3.	Obtención de $Re_{\lambda}$ y $\eta$	69		
	5.4.	Obtención de la longitud integral, $L$	73		
	5.5.	Conclusiones	74		
6.	Con	nclusiones			
	6.1.	Puesta a punto de los equipos y realización de los dispositivos en taller.	75		
	6.2.	Métodos para la obtención de medidas y tratamiento de datos	76		
	6.3.	Experimentos realizados.	77		
	6.4.	Resultados obtenidos y conclusiones.	77		
	6.5.	Futuros trabajos.	78		
A.	A. Rutinas en Matlab.				
	A.1.	Espectro de energía cinética turbulenta	81		
	A.2.	Obtención de $\epsilon$ , $Re_{\lambda}$ y $\eta$	82		

5

#### CONTENIDO

## Capítulo 1

## Introducción a la turbulencia.

En el presente trabajo, se prentende realizar el estudio de las características de la turbulencia generada mediante dispositivos basados en matrices de chorros enfrentados, así como analizar su idoneidad a la hora de obtener turbulencia isótropa y homogénea con rangos inerciales amplios. Por tanto y para introducir al lector en esta materia, se realiza en este primer capítulo un breve repaso de algunos conceptos relacionados con la misma.

#### 1.1. La turbulencia.

El problema de los movimientos turbulentos constituye uno de los desafíos más grandes de la Física, debido a su extraordinaria complejidad. Sin embargo, los movimientos turbulentos son muy comunes, tanto en la naturaleza (ríos, flujos atmosféricos,...), como en multitud de aplicaciones tecnológicas (flujos en conductos, aerodinámica de vehículos, turbinas...). De hecho, la mayor parte de los procesos tecnológicos en los que intervienen fluidos en movimiento, se caracterizan por la aparición de la turbulencia. Tanto es así, que dicho problema aparece en casi todas las ciencias experimentales y por supuesto en las Matemáticas. A pesar de esto, hoy en día no existe una teoría completa del fenómeno. La dificultad más importante radica, como se verá más adelante, en el hecho de que las ecuaciones de Reynolds, utilizadas para describir los movimientos turbulentos, no forman un sistema matemático cerrado (problema de cierre), sino que hay que recurrir a hipótesis adicionales, llamadas modelos de turbulencia, para obtener soluciones. Esto lleva a tener que utilizar la experimentación, no ya como fuente de comprobación, si no como fuente de datos para poder cerrar el problema planteado.

Actualmente, son diversos los niveles de modelización que se utilizan en el estudio de la turbulencia.

Así, el desarrollo de potentes ordenadores está facilitando, por ejemplo, la resolución directa de las ecuaciones de Navier-Stokes (DNS), sin promediados o aproximaciones, aunque eso sí, su uso se limita a geometrías sencillas a moderados números de Reynolds.

Por otro lado, dado que son los torbellinos mayores los más efectivos en el transporte de las propiedades del fluido, se está recurriendo a la simulación más exacta de los mismos (LES), mediante la resolución numérica de las ecuaciones de movimiento para las escalas grandes. El efecto de las escalas más pequeñas, se incluye en base a modelos que, debido a su homogeneidad e isotropía, son más simples. En los modelos más simples, se recurre a otro tipo de modelado basado en métodos estadísticos (RANS). Éstos toman como punto de partida las ecuaciones de Reynolds, que aparecen como promediado de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Si bien todo el mundo tiene una noción intuitiva de lo que es la turbulencia, podemos intentar definirla de forma más precisa, aunque concisa, a través de las propiedades que la caracterizan.

Para empezar, podemos decir, que un flujo turbulento se caracteriza por su irregularidad. Ésta se manifiesta, por la aparición de fluctuaciones en las variables fluidodinámicas que le dan una apariencia aleatoria, a pesar de ser un fenómeno caótico.

Otra propiedad es su difusividad, ya que la turbulencia amplifica notablemente los fenómenos de transporte de masa, cantidad de movimiento y energía, gracias a las fluctuaciones.

También caracteriza a la turbulencia su carácter tridimiensional. Esto es así, ya que aunque en las escalas mayores pueden existir preferencias por determinadas direcciones que confieran al movimiento apariencia unidireccional o plana, en las escalas pequeñas el movimiento es siempre tridimensional.

Además, los flujos turbulentos son siempre disipativos. La turbulencia, para mantenerse, va tomando energía del flujo principal y se invierte en la deformación de las partículas fluidas.

Por último comentar que este fenómeno aparece cuando el número de Reynolds

supera un valor crítico, ya que el efecto de la viscosidad es siempre estabilizante.

#### 1.2. La inestabilidad como origen de la turbulencia.

La estabilidad se define, como la capacidad de un sistema de permanecer en un estado de equilibrio, ante pequeñas perturbaciones. En el caso de fluidos en movimiento, este sería el caso de un flujo laminar.

Sin embargo, cuando el número de Reynolds se hace suficientemente grande, los flujos laminares se hacen inestables. Así ante pequeñas perturbaciones, el flujo pasa de un estado de equilibrio a otro. Este nuevo estado es también inestable, por lo que el fluido volverá a evolucionar a otro, ante nuevas perturbaciones. De esta forma, al final, se alcanza el régimen turbulento, en el que conviven distintas escalas de vórtices, todos ellos inestables, que evolucionan de forma caótica. Esto quiere decir que partiendo de condiciones iniciales muy próximas, se llega a estados completamente distintos.

#### 1.3. Escalas de turbulencia.

Cuando se desarrolla la turbulencia son los vórtices de mayor tamaño los que extraen energía del flujo principal. El tamaño de éstos es comparable a la escala del mismo y depende de cómo se genera la turbulencia.

Estos vórtices grandes, como se comentó anteriormente, son inestables y tienden a dividirse en otros más pequeños, por efecto de cortadura, o por interacción entre ellos. De esta manera tiene lugar un proceso en cascada, en el que van apareciendo vórtices cada vez menores. El proceso continúa, hasta que el tamaño del torbellino es tan pequeño que el Reynols no es lo suficientemente grande como para mantener la inestabilidad y la energía cinética del mismo se disipa, por los efectos viscosos, en forma de energía térmica.

Los torbellinos que aparecen, pueden agruparse en tres escalas.

- **Macroescala:** Agrupa a los torbellinos más grandes. El número de Reynolds asociado a éstos será del mismo orden que el del flujo principal ( $Re = UL/\nu$ ), donde U es la velocidad del fluido, L la longitud característica del sistema y  $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido. Las características de los mismos dependerán de las condiciones de contorno, y tienen carácter anisótropo.
- **Escala inercial:** Estos son de tamaño menor que los anteriores, pero todavía no existe disipación de energía. Los torbellinos ya han perdido memoria de cómo fueron generados y el movimiento es isótropo. El número de Reynolds que tradicionalmente se asocia a estos casos, es  $Re_{\lambda} = u\lambda/\nu$ , donde  $\lambda$ , es un tamaño relacionado con las escalas pequeñas.
- **Escala disipativa:** Es la escala más pequeña y en la que se pruduce la disipación. El número de Reynolds asociado a este rango  $Re = u\eta/\nu$  (donde  $\eta$  es la escala de Kolmogorov que determina el límite del rango no disipativo) es de orden unidad.

#### 1.4. Turbulencia isótropa y homogénea.

Cuando en un flujo turbulento no existen direcciones preferentes, es decir, cuando las propiedades estadísticas promediadas no varían bajo rotaciones del sistema de coordenadas o bajo reflexiones respecto a los planos coordenados, se dice que la turbulencia es isótropa. Si además, las características que describen al flujo turbulento permanecen invariantes al movernos por distintos puntos del flujo, entonces además la turbulencia será homogénea. La turbulencia isótropa y homogénea, es por tanto, la forma más simple de turbulencia, y es la que necesita menos ecuaciones y magnitudes para ser descrita.

Este tipo de turbulencia es sin embargo ideal y no se da realmente en la naturaleza. De todas formas, bajo ciertas condiciones, pueden darse situaciones en las que exista, de forma aproximada, isotropía. Por ejemplo, cuando existen zonas alejadas de contornos, como en el caso de los flujos atmosféricos.

Por otro lado, la teoría basada en las hipótesis de Kolmogorov, relativas a la cascada de energía, predicen que aún existiendo anisotropía en las escalas grandes, en las escalas pequeñas, el carácter de la turbulencia es fuertemente isótropo (isotropía local). Esto permitiría aplicar los resultados del estudio de la turbulencia isótropa, a fenómenos turbulentos reales, dominados por la estructura de las pequeñas escalas. Además, el estudio y conocimiento profundo de sus características,

podrían suministrar una herramienta idónea, para estudiar los flujos no isótropos más generales, al menos en una primera aproximación.

#### 1.5. Objetivos del trabajo.

En el presente trabajo se pretenden caracterizar los regímenes turbulentos obtenidos usando distintos dispositivos, consistentes en matrices de chorros enfrentados y su combinación con rejillas metálicas. Además se quiere analizar su idoneidad para conseguir, a escala de laboratorio, turbulencia isótropa con un rango inercial suficientemente grande.

Los resultados experimentales obtenidos en estos flujos turbulentos (homogéneos e isótropos) pueden ser utilizados para mejorar los modelos de escala pequeña (modelos de submalla) que se utilizan enlas Simulaciones Numémicas de Grandes Escalas (LES.)

Además este proyecto servirá como punto de partida para el estudio del comportamiento de partículas pesadas en flujos turbulentos.

Por otro lado se describirán los distintos métodos usados para obtener los valores de las magnitudes usadas para caracterizar la turbulencia, que se han basado prácticamente en el análisis espectral de los datos obtenidos mediante anemometría de hilo caliente.

## Capítulo 2

# Fundamentos teóricos de la turbulencia homogénea.

En el presente capítulo se desarrolla la formulación estadística utilizada en el estudio de la turbulencia y se definen y explican las magnitudes utilizadas en el presente trabajo para caracterizarla.

### 2.1. Formulación estadística de las ecuaciones de Navier-Stokes. Las ecuaciones de Reynolds.

El procedimiento utilizado por Osborne Reynolds (1895) para realizar el estudio estadístico de la turbulencia se basa en descomponer la velocidad instantánea del fluido  $U_i$  de la siguiente forma

$$U_i(\mathbf{x}, t) = \overline{U_i}(\mathbf{x}, t) + u_i(\mathbf{x}, t), \qquad (2.1)$$

siendo  $\overline{U_i}$  la velocidad media y  $u_i$  la fluctuación. Análogamente se puede aplicar la descomposición a la presión.

$$P_i(\mathbf{x}, t) = \overline{P_i}(\mathbf{x}, t) + p_i(\mathbf{x}, t).$$
(2.2)

De las definiciones anteriores se puede deducir que la media de las fluctuaciones es

Capítulo 2. Fundamentos teóricos de la turbulencia homogénea.

nula

$$\langle u_i(\mathbf{x},t)\rangle = 0 \qquad \langle p_i(\mathbf{x},t)\rangle = 0.$$
 (2.3)

Por tanto el valor promediado que se utiliza para describir las fluctuaciones es la desviación típica de las mismas  $u_i'$ , es decir la raíz del promedio de las fluctuaciones al cuadrado (rms), que nos da una medida de la intensidad de las mismas

$$u_i'(\mathbf{x},t) = \sqrt{\langle u_i^2 \rangle}.$$
 (2.4)

Hasta ahora se ha considerado la dependencia con el tiempo, de las magnitudes que estamos manejando. Sin embargo y dado que en este estudio los procesos se pueden considerar estadísticamente estacionarios, no se volverá a poner de manifiesto dicha dependencia.

Las ecuaciones de Navier-Stokes, que representan la conservación de la masa y la conservación de la cantidad de movimiento son, para un fluido incompresible

$$\frac{\partial U_j(\mathbf{x})}{\partial x_j} = 0, \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial s_{i,j}}{\partial x_j}.$$
(2.6)

En la ecuación de cantidad de movimiento, el término  $s_{i,j}$  representa el tensor de velocidades de deformación, dado por

$$s_{i,j} = \rho \nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right). \tag{2.7}$$

Sustituyendo esta ecuación en la (2.6)se llega a

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 U_i.$$
(2.8)

Para obtener las ecuaciones de Reynolds basta con sustituir (2.1) y (2.2) en las ecuaciones de Navier-Stokes y promediar las ecuaciones obtenidas, resultando

$$\frac{\partial \overline{U_j}(\mathbf{x})}{\partial x_j} = 0, \tag{2.9}$$

14

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i u_j \rangle = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 \overline{U_i}, \qquad (2.10)$$

que son las llamadas ecuaciones de Reynolds. Como se puede observar, en estas ecuaciones aparece un témino nuevo  $\langle u_i u_j \rangle$  conocido como el tensor de esfuerzos de Reynolds, que incluye nuevas incógnitas, y por tanto, hay que encontrar nuevas ecuaciones para poder resolver el problema. Este constituye el conocido problema de cierre de la turbulencia del que se habló en el capítulo anterior.

#### 2.2. La hipótesis de Taylor.

La hipótesis de Taylor permite intercambiar las variables espaciales por las temporales a través de una transformación bastante sencilla. Para poder hacer esto Taylor argumentó en su hipótesis de turbulencia congelada, que los cambios que sufre la componente de las fluctuaciones en la dirección del flujo  $(u_1)$  medida en un punto fijo del mismo, pueden considerarse como los debidos al paso de una estructura congelada del movimiento turbulento a través de dicho punto, siempre que se cumpla que la velocidad media que arrastra a dicha estructura es mucho mayor que las fluctuaciones de velocidad  $(U_1 >> u'_1)$ . Según esto el campo de fluctuaciones en cada instante admite la transformación

$$u(x,t) = u(x - U_1 t, 0).$$
(2.11)

De esta forma se pueden relacionar las derivadas temporales con las espaciales

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\overline{U_1}\frac{\partial}{\partial x_1}.$$
(2.12)

A continuación vemos que la hipóteis de Taylor es una aproximación válida si  $u_1' \ll \overline{U_1}$  (Hinze 1975). Así si consideramos un flujo de turbulencia estacionaria y homogénea, la ecuación de cantidad de movimiento será:

$$\frac{DU_1}{Dt} = \frac{Du_1}{Dt} = \frac{\partial u_1}{\partial t} + (\overline{U} + u_i)\frac{\partial u_1}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_1} + \nu\frac{\partial^2}{\partial x_j\partial x_k}u_1,$$
(2.13)

Capítulo 2. Fundamentos teóricos de la turbulencia homogénea.

$$\frac{DU_1}{Dt} = \frac{Du_1}{Dt} = \frac{\partial u_1}{\partial t} + \overline{U}\frac{\partial u_1}{\partial x_i} = -u_i\frac{\partial u_1}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_1} + \nu\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_k}u_1.$$
 (2.14)

Cuando  $\overline{U}_1 \gg u'$  los términos del segundo miembro son despreciables respecto de los del primero, ya que las fluctuaciones de presión son del orden de  $\rho u_1^2$  debido a que la velocidad media no introduce apenas variaciones de presión, por ser bastante uniforme. Normalmente se considera válida la hipótesis de taylor para valores de u' inferiores al 10 % del valor de  $\overline{U}$ .

#### 2.3. El espectro de energía cinética turbulenta.

El espectro de energía es una herramienta importante a la hora de caracterizar la turbulencia. Ya que de su conocimiento se desprenden magnitudes que nos permiten realizar una descripción de la misma. Para definir este concepto, es necesario remitirse a la forma que presenta el valor de la fluctuación de velocidad cuando lo representamos en el tiempo(Figura 2.1). En la fluctuación de velocidad intervienen, como es sabido, torbellinos o vórtices de distintos tamaños y por tanto asociados a distintas frecuencias (vórtices grandes se asocian a bajas frecuencias y vórtices pequeños a altas). De esta forma si a través de una herramienta, como la transformada de Fourier, descomponemos la fluctuación en las componentes correspondientes a cada frecuencia, podemos obtener la contribución de las distintas escalas de torbellinos a la fluctuación total u'. Partiendo de este razonamiento, podemos a su vez medir como contribuye cada escala a la energía total turbulenta ( $\sim u'^2$ ). La magnitud que nos representa esto es el espectro de enérgía cinética turbulenta, que cumple la propiedad

$$u_1'^2 = \langle u_1^2 \rangle = \int_0^\infty E_{11}(f) df.$$
 (2.15)

Si obtenemos el espectro a través de un analizador de espectro vía flitrado, un dispositivo que permite separar de la señal la parte correspondiente a una banda de frecuencia  $\Delta f$ , centrada en una frecuencia f, podemos describir el espectro como

$$E_{11}(f) = \frac{\langle u_1^2(f) \rangle}{\Delta f}.$$
(2.16)

Si además el ancho de banda capaz de filtrar el analizador pudiera tender a cero, tendríamos un espectro continuo dado por

$$E_{11}(f) = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{\langle u_1^2(f) \rangle}{\Delta f}.$$
(2.17)

16



Figura 2.1: Fluctuaciones en la velocidad del fluido

Como se ha comentado, en el espectro se reparte la energía cinética turbulenta, entre las frecuencias incluidas en todo el registro de fluctuaciones. Cada frecuencia corresponde a torbellinos de tamaños y tiempos característicos determinados. Así los torbellinos grandes provocan fluctuaciones a baja frecuencia y los pequeños a frecuencias altas. Si al representar el espectro éste existe principalmente en las frecuencia bajas, entonces, la turbulencia estará dominada por las escalas grandes, mientras que si la turbulencia la dominan las escalas pequeñas, entonces el espectro estará desplazado hacia la región de altas frecuencias. Esto se pone de manifiesto si gracias a la hipótesis de Taylor, obtenemos el espectro en número de ondas, a través del espectro en frecuencias.

El número de ondas nos da una medida del tamaño de los torbellinos en función de la frecuencia y se define, a partir de la hipótesis de Taylor, de la forma

$$k_1 = \frac{2\pi f}{\overline{U}_1}.\tag{2.18}$$

El espectro en número de ondas se relaciona con el espectro en frecuencias a través de la siguiente relación

$$E_{11}(k_1) = \frac{\overline{U}_1}{2\pi} E_{11}(f).$$
(2.19)

Por supuesto la integral del espectro en número de ondas cumple también la

Capítulo 2. Fundamentos teóricos de la turbulencia homogénea.

propiedad,

$$u_1'^2 = \langle u_1^2 \rangle = \int_0^\infty E_{11}(k_1) dk_1.$$
 (2.20)

Dado que en el desarrollo de este trabajo, se han utilizado sondas simples, sólo se ha podido obtener el espectro unidimiensional, correspondiente a las fluctuaciones en la dirección del flujo principal. Sin embargo las condiciones de isotropía, permitirían relacionarlo con el espectro tridimensional, a través de:

$$E_{11} = \int_{k1}^{\infty} \{ (1 - \frac{k_1^2}{k}) \frac{E(k)}{k} \} dk$$
(2.21)

y por tanto

$$E(k) = \frac{k^3 d[k^{-1} \frac{dE_{11}(k)}{dk}]}{dk}.$$
(2.22)

## 2.4. Magnitudes relacionadas con el espectro de energía.

En este apartado se verán algunas maginutes que se desprenden del espectro de energía y que serán utilizas para describir la turbulencia.

#### 2.4.1. Disipación de energía cinética turbulenta, $\epsilon$ .

Cuantifica la velocidad a la que se disipa la energía cinética, debido a los agentes viscosos, transformándose en calor. Visto de otra manera, sería la tasa a la que se debe inyectar energía al flujo, para mantener la turbulencia.

Ya se ha comentado con anetrioridad que la energía cinética turbulenta pasa de los torbellinos grandes a los pequeños, repartiéndose entre éstos sin pérdidas. Esto ocurre así ya que el número de Reynolds correspondiente a los torbellinos grandes es elevado y por tanto los efectos viscosos son despreciables frente a los inerciales. Sin embargo para los torbellinos pequeños el número de Reynolds disminuye y la viscosidad gana importancia, disipándose la energía en calor.

18

Podemos describir este fenómeno de disipación sin más que escribir la ecuación de la energía cinética para un fluido newtoniano encerrado en un superficie S y ocupando un volumen V(ver McComb apéndice A.)

$$\frac{dE_T}{dt} = \int_V \rho u_i f_i dV - \int_V \rho \epsilon dV, \qquad (2.23)$$

donde  $E_T$  es la energía cinética total en el volumen de control,  $f_i$  son las fuerzas externas por unidad de masa,  $\epsilon$  es la velocidad de dispación de la energía cinética por unidad de masa de fluido y por unidad de tiempo, que viene definida por

$$\epsilon = \frac{\nu}{2} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2.$$
(2.24)

Analizando los miembros de la ecuación (2.23) se puede ver que la integral correspondiente al primer término del segundo miembro de la ecuación, representa la generación de energía (si es positivo) debida a las fuerzas exteriores. Por otro lado el segundo término, como ya se adelantó, representa la destrucción de energía cinética, ya que por la definición dada en (2.24)  $\epsilon$  es siempre positiva. También se puede comprobar, que el caso estacionario ( $\frac{dE_T}{dt} = 0$ ) corresponde a la situación  $u_i f_i = \epsilon$  y que cuando las fuerzas exteriores son nulas, la velocidad con la que decae la energía cinética del fluido coincide con  $\epsilon$ .

Si bien en (2.24) se da una definición de  $\epsilon$ , podemos evaluarla a partir del espectro de energía (ver Mydlarski y Warhaft 1995) utilizando la relación isotrópica(Batchelor 1953)

$$\epsilon = 15\nu \int_0^\infty k_1^2 E_{11}(k_1) dk_1, \qquad (2.25)$$

expresión que ha sido utilizada en el presente trabajo.

#### 2.4.2. Escala de Kolmogorov, $\eta$ .

La escala de Kolmogorov nos da una estimación del tamaño máximo de los torbellinos para la cual los efectos disipativos juegan un papel primordial, ya que para escalas mayores, el efecto viscoso es más débil que el inercial. Visto de otra forma, nos da el valor de la escala en la que los efectos viscosos empiezan a ser dominantes. Dado que en la disipación sólo intervienen la viscosidad  $\nu$  y la velocidad de disipación, podemos definir esta longitud o escala característica mediante análisis dimensional como

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
(2.26)

En términos de número de ondas, se tendría que a la escala de Kolmogorov le correspondería el valor  $k_{max}$  relacionado con las escalas más pequeñas,

$$k_{max} = \frac{2\pi}{\eta}.\tag{2.27}$$

Por otro lado podemos definir también un tiempo y una velocidad característica

$$\begin{cases} \tau = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \\ v = (\nu\epsilon)^{\frac{1}{4}}. \end{cases}$$
(2.28)

Si definimos un número de Reynolds basado en la longitud  $\eta$  se obtendrá

$$Re_{\eta} = \frac{v\eta}{\nu} = 1. \tag{2.29}$$

Esto significa que para tamaños cercanos a  $\eta$ , los efectos viscosos son comparables a los inerciales, poniendo de manifiesto que las escalas pequeñas son las responsables de la disipación como se comentó anteriormente.

#### 2.4.3. Longitud integral, L.

La longitud integral nos proporciona una medida estadística del tamaño de los torbellinos más grandes. Esta magnitud vendrá determinada por las dimensiones geométricas de nuestro sistema generador de turbulencia. Así en nuestros experimentos la longitud integral será del orden del tamaño de los orificios que generan los chorros, o de la distancia entre los mismos.

Un método para la obtención de la longitud integral, es aquel que está basado en la correlación que existe entre el valor de la fluctuación de dos puntos próximos en el espacio. De esta forma podríamos definirla como la mayor distancia entre dos puntos para la cual los valores de la fluctuación de velocidad de ambos, están correlacionados. Definimos el momento de segundo orden de las fluctuaciones, atraves de la ecuación

$$Q_{ij}(x, x'; t, t') = \langle u_i(x, t) u_j(x', t') \rangle.$$
(2.30)

El coeficiente de correlación  $R_{11}$  se define a partir del momento de segundo orden para las fluctuaciones de velocidad  $Q_{ij}(x, x'; t, t')$  (2.30),para t = t' = 0 a través de las siguiente ecuación

$$Q_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = R_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') u_1(\mathbf{x}) u_1'(\mathbf{x}')$$
(2.31)

Así, si tomamos  $R_{11}(r_1)$  como el valor del coeficiente de correlación espacial para los valores de la componente  $u_1$  fluctuación tomados en el mismo instante t, entre dos puntos separados una distancia  $r_1$  en la dirección del flujo principal podemos definir la longitud integral a través de la ecuación

$$L_{11} = \int_0^\infty R_{11}(r_1) dr_1, \qquad (2.32)$$

En los experimentos realizados en este trabajo, las muestras se han realizado en un único punto espacial, con una única sonda. Por tanto no se puede aplicar la ecuación anterior y se recurre a la correlación temporal. De esta forma, si consideramos la función  $R_{11}(\tau)$  como el coeficiente de correlación temporal de los valores  $u_1$ tomados en un mismo punto del espacio pero espaciados temporalmente, definimos el tiempo integral  $T_I$  como

$$T_I = \int_0^\infty R_{11}(\tau) d\tau, \qquad (2.33)$$

que no es más que el tiempo máximo que puede pasar entre dos medidas de la  $u_1$  en un punto, para que estén correlacionadas. Aplicando la hipótesis de Taylor que nos permite intercambiar variable temporal por espacial, podemos obtener la longitud integral a partir de  $T_I$  sin más que hacer

$$L_{11} = \overline{U}T_I. \tag{2.34}$$

Del mismo modo que hicimos para la escala de Kolmogorov, podemos expresar la longitud integral en términos de números de onda. De esta forma obtendíamos  $k_{min}$ , correspondiente a los torbellinos grandes.

$$k_{min} = \frac{2\pi}{L}.\tag{2.35}$$

#### 2.4.4. El rango inercial

Hemos visto que la longitud integral y kmin, corresponden a las escalas grandes de la turbulencia, que son las que determinan el contenido principal de energía de la turbulencia. Por otro lado se tiene que la escala de Kolmogorov y  $k_{max}$  determinan el valor de las escalas en las que se produce la disipación de la misma. Entre estos límites exite un abanico de tamaños de vórtices de una escala del orden de l tal que  $L \gg l \gg \eta$ , que forman el llamado rango inercial. Cuanto mayor sea la relación  $k_{max}/kmin$ , más ancho será el rango inercial. En teoría, por tanto, puede hacerse todo lo amplio que se quiera, pues la relación anterior crece al aumentar el número de Reynolds.

El rango inercial, es importántisimo en el estudio de la turbulencia, pues es una zona, en la que podemos estudiar la transferencia de energía, sin preocuparnos por los detalles de entrada o salida de la misma. Además en este rango la turbulencia es homgénea y no disipativa. Veremos ahora, como en el rango inercial podemos escribir una expresión analítica para describir el espectro de energía. Así la hipótesis de Kolmogorov postula que a números de ondas suficientemente elevados el espectro de energía sólo depende de la viscosidad, de la velocidad de disipación y del número de ondas, y no depende de los detalles de las escalas grandes que generan la turbulencia. Por tanto, aplicando análisis dimensional, se puede escribir

$$E(k) = \nu^{\frac{5}{4}} \epsilon^{\frac{1}{4}} f(k\eta), \qquad (2.36)$$

donde f es una función universal, o sea, indendiente del tipo de flujo.

Por otro lado en el rango inercial, a números de Reynolds grandes, la dependencia con la viscosidad debe desaparecer. Por tanto debemos buscar una expresión de f, que haga que E(k) sea independiente de la viscosidad cuando el número de Reynolds tienda a infinito.

$$f(k\eta) = \alpha \nu^{\frac{-5}{4}} \epsilon^{\frac{5}{3}} k^{\frac{-5}{3}}, \qquad (2.37)$$

donde  $\alpha$  es una constante. De esta forma se obtiene la ecuación del espectro en la

zona inercial dada por

$$E(k) = \alpha \epsilon^{\frac{2}{3}} k^{\frac{-5}{3}}.$$
 (2.38)

La expresión anterior hacía referencia al espectro tridimensional, por tanto haciendo uso de la ecuación (2.22) podemos escribir la expresión del espectro unidimensional bajo las hipótesis de Kolmogorov

$$E_{11}(k_1) = C_k \epsilon^{\frac{2}{3}} k_1^{\frac{-5}{3}}, \qquad (2.39)$$

en la que  $C_k$  es la constante de Kolmogorov, que experimentalmente toma valores en torno a 0,5 (ver la recopilación de los valores obtenidos por distintos autores, hecha por Sreenivasan en 1995).

#### 2.4.5. Número de Reynolds basado en la longitud de Taylor, $Re_{\lambda}$ .

La longitud de Taylor ( $\lambda$ ) es una longitud característica definida de forma artificial, pero que resulta útil en el tratamiento matemático. Por tanto no se identifica con ningún tamaño físicamente relevante, aunque puede decirse que corresponde a tamaños pequeños respecto a las escalas mayores del sistema a estudiar, aunque no tan pequeños como la escala de Kolmogorov. Por tanto  $\lambda$ , se encuentra comprendida entre L y  $\eta$ . La ventaja de utilizar un número de Reynolds referido a este valor, radica en que nos permite comparar la intensidad de la turbulencia en experimentos diferentes, pues es independiente de la geometría de estos.

El valor de  $Re_{\lambda}$  se define como

$$Re_{\lambda} = \frac{u'\lambda}{\nu},\tag{2.40}$$

donde la longitud de Taylor viene definida por

$$\lambda = \left[\frac{\overline{u^2}}{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}\right]^{\frac{1}{2}}.$$
(2.41)

Por otro lado la velocidad de dispicación puede expresarse como (Mydlarski y Warhaft 1995) Capítulo 2. Fundamentos teóricos de la turbulencia homogénea.

$$\epsilon = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}.$$
(2.42)

Por tanto la escala de Taylor quedaría

$$\lambda = u' \left(\frac{15\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.43}$$

#### 2.5. Implicaciones de la isotropía y su generación en laboratorio

Partiendo de la definición de isotropía dada en el primer capítulo, se pueden obtener las siguientes implicaciones para el tensor de correlaciones de segundo orden

$$\langle u_1 u_2 \rangle = \langle u_1 u_3 \rangle = \langle u_2 u_3 \rangle = 0, \qquad (2.44)$$

$$\langle u_1^2 \rangle = \langle u_2^2 \rangle = \langle u_3^2 \rangle = \langle u^2 \rangle. \tag{2.45}$$

Así la correlación correspondiente a un único punto del espacio y en un mismo instante de tiempo  $R_{11}$ , puede escribirse

$$Q_{11}(0) = \langle u^2 \rangle = \frac{2(\frac{1}{2}(\langle u_1^2 \rangle + \langle u_2^2 \rangle + \langle u_3^2 \rangle))}{3} = \frac{2E}{3}, \qquad (2.46)$$

donde E representa la energía cinética dde las fluctuaciones por unidad de masa. Por tanto la condición de isotropía implica que la energía cinética turbulenta se reparte por igual en las tres direcciones del espacio.

#### 2.5.1. Generación en laboratorio de la turbulencia isótropa.

En laboratorio, es corriente que los investigadores utilicen como método para generar turbulencia isótropa, métodos basados en hacer pasar la corriente a través de rejillas o mallas, generándose la conocida *turbulencia de rejilla*. Si el perfil de velocidades es plano en gran parte de la sección y se tiene que la capa límite asociada a la pared del túnel es delgada, entoces se forman vortices aguas abajo de cada barra que forma la malla. Estas calles de torbellinos coalescen a cierta distancia aguas abajo y forman un flujo turbulento. La experiencia demuestra que, suficientemente lejos de la rejilla, estos flujos son isótropos y homogéneos, salvo en la zona afectada por la capa límite. Así en la práctica se tiene que cerca de la malla la tubulencia depende fuertemente del modo en que se produce, pero al alejarse la estructura de la turbulencia adquiere un carácter más universal.

Este tipo de métodos se conoce como métodos pasivos, pues los elementos generadores de turbulencia permanecen inmóviles. Exisisten un buen número de experimentos basados en éstos (ver Comte-Bellot y Corrsin 1965, Kistler 1966, Schedvin 1974, Van Atta 1969). Un ejemplo de estos métodos pasivos se encuentra en el trabajo realizado por Daniel Polo (2000), en el que se realizan experimentos con una matriz de chorros inyectados en la dirección del flujo, para conseguir una mejora en la intesidad turbulenta, respecto a la conseguida usando malla metálica. Existen también otro métodos, denominados activos, en los que los elementos generadores de turbulencia, presentan cierto movimiento y por tanto comunican cantidad de movimiento al fluido. Entre los trabajos realizados con estos métodos destacan por un lado el realizado por Gad-el-Hak y Corrsin(1974), en el cual la turbulencia se generaba en un túnel mediante una parrilla de chorros de aire inyectados en proporción variable respecto al flujo pricipal; y por otro, el realizado por Mydlarsky y Warhaft(1996), en que se utiliza una malla con aletas triangulares que giran de forma aleatoria, colocada a la entrada del túnel, consiguiendo  $Re_{\lambda} \sim 500$ .

## Capítulo 3

## Anemometría de hilo caliente.

#### 3.1. Introducción.

Como se ha visto anteriormente, la turbulencia es un fenómeno de gran importancia, dado que se da en la mayoría de los procesos en los que intervienen fluidos en movimiento, y su contribución al transporte de masa, calor y cantidad de movimiento, así como su influencia en la generación de pérdidas es muy significativa.

Debido al carácter fluctuante y casi caprichoso de dicho fenómeno, la aparición de técnicas experimentales capaces de responder rápidamente y con suficiente exactitud a los cambios en el seno fluido ha sido importantísima para poder abordar, o si quiera asomarnos, al estudio del mismo. Todo esto unido, claro está, al desarrollo de los ordenadores y de aplicaciones informáticas que han permitido el poder trabajar con el ingente número de datos que se derivan de los experimentos en turbulencia, que de otra forma hubieran sido imposible estudiar.

En turbulencia tres son los métodos experimentales más implantados, la anemometría de hilo caliente (HWA), la anemometría láser-doppler (LDA) y finalmente la velocimétría por imágenes de partículas (PIV).

En la anemometría de hilo caliente (HWA) las medidas de velocidad están basadas en la transferencia de calor entre un sensor (hilo fino calentado eléctricamente) y el medio fluido que lo rodea. La cantidad de calor transferida está relacionada con la temperatura del hilo, las propiedades físicas y geométricas del mismo y con las características del fluido en movimiento y por su puesto su velocidad. Por sus características este método es probablemente la herramienta más utilizada en estudios con aire o gas a bajas o moderadas intensidades turbulentas, ya que presenta las siguientes ventajas comparativas respecto a los otros métodos anteriormente citados.

- 1. Bajo coste en comparación con otras técnicas como LDA.
- 2. Buena respuesta en frecuencia. Así es fácil realizar medidas por encima de varios cientos de kilohercios, en contraste con las limitaciones que presenta la LDA a altas frecuencias.
- 3. El pequeño tamaño de la sonda. Permite obtener medidas de gran resolución espacial, sin distorsionar excesivamente al flujo fluido.
- 4. Se pueden obtener medidas de temperatura usando sondas multisensor.
- 5. Usando sondas con varios sensores se pueden realizar medidas de una, dos o tres componentes de la velocidad.
- 6. Exactitud, tanto la HWA como la LDA consiguen medidas con buena precisión, del orden de un  $1\,\%.$
- 7. Los sistemas de hilo caliente presentan menores niveles de ruido que el resto.
- 8. La salida del HWA es una señal continua analógica, por lo que pueden realizarse tanto análisis en el dominio temporal como en el de la frecuencia.
- 9. El uso de dos o más sondas separadas, permite obtener informació sobre la correlación espacial y temporal de las fluctuaciones, así como obtener información sobre las distintas escalas temporales o espaciales que se desarrollan en el flujo.

Por otro lado, este método presenta ciertos inconvenientes que limitan su uso.

- 1. Debido a su fragilidad el hilo puede romperse frecuentemente, lo que lo hace inapropiado para medidas en entornos agresivos o con partículas en suspensión.
- 2. El HWA está restringido a intensidades turbulentas bajas, ya que a altas aparecen errores. Estos pueden ser debidos a simplificaciones en la ecuación que nos da la velocidad en función de la tensión de salida. Aunque también a que no es capaz de detectar inversiones en el sentido del movimiento del flujo, que pueden ocurrir a intensidades turbulentas altas.

- 3. Aunque la sonda es de pequeño tamaño crea una pequeña distorsión en la corriente fluida lo que da lugar a pequeños errores de poca consideración.
- 4. Dado que el HWA está basado en la transferencia de calor a través de la sonda, la oxidación o contaminación de la misma por deposición de partículas hacen que varíe su comportamiento y es necesaria una continuada calibración de la misma.

Dado que en los experimentos realizados en este trabajo, la intensidad turbulenta no excede del 25% y que se ha trabajado con aire, el sistema HWA se considera la elección idónea.

## 3.2. Pricipios básicos de la anemometría de hilo caliente.

En la HWA la medidas de velocidad del fluido se basan en el fenómeno de transferencia de calor por convección desde el hilo-sonda hacia el fluido que lo rodea, dependiendo este calor de la velocidad del mismo. El principio básico se puede explicar de forma bastante simple.

La sonda o hilo, no es más que un brazo de un puente de Wheastone alimentado eléctricamente y controlado. Al estar el puente alimentado, la sonda será recorrida por una corriente eléctrica y disipará calor, por efecto Joule, hacia el medio que la rodea. De esta forma, si la sonda se encuentra en el seno de un fluido en movimiento, los cambios en las condiciones del flujo provocarán cambios en la transferencia de calor por convección y por tanto variará la temperatura del hilo. Esto provoca una variación en la resistencia del mismo y el consiguiente desequilibrio del puente. Los sensores (amperímetro o voltímetro) conectados al puente detectan este desequilibrio y el sistema de control actuará variando la tensión de alimentación del puente para volverlo a equilibrar, existiendo por tanto una relación entre la tensión y las condiciones del flujo.

Existen dos tipos de anemometría de hilo caliente, según la magnitud que se controle, la Anemometría a Corriente Constante (CCA) y la Anemometría a Temperatura Constante (CTA). En la CCA, se controla la intensidad que atraviesa a la sonda, mientras que en la CTA se controla la resistencia (temperatura) de la misma. Puesto que en el presente trabajo se ha utilizado la anemometría a temperatura constante, con nos vamos a extender en la CCA. Sólo apuntamos, a modo de breve descripción (ver Figura 3.1), que a través de un amperímetro se controla la corriente que atraviesa a la sonda. Por otro lado el puente es constantemente equilibrado variando la resistencia del brazo enfrentado a la sonda, en el puente. La intensidad en la sonda se mantiene constante variando la resistencia  $R_s$ . De esta forma ante una variación en las condiciones del flujo se deberá equilibrar el puente  $(R_3)$  y se volverá a ajustar  $R_s$  para fijar la intensidad al valor de referencia (I = cte), lo que provocará un cambio en la tensión de alimentación del mismo. Calibrando para distintas velocidades se obtiene la relación tensión-velocidad. Como se puede apreciar este método es bastante engorroso.

En el siguiente apartado se describe la anemometría CTA, que ha sido el método empleado en este trabajo por ser, como se verá, menos engorroso.



Figura 3.1: Esquema CCA

## 3.3. Anemometría de hilo caliente a temperatura constante.

El método basado en la CTA consta de dos partes básicas. Por un lado la sonda, consistente en un hilo conductor, normalmente de tungsteno, que forma un brazo de un puente de Wheastone. La otra parte es el anemómetro de hilo caliente, que consiste en un circuito electrónico que incluirá al resto del puente y un amplificador operacional realimentado, que conectado al puente se encargará de equilibrarlo continuamente y nos dará el valor de salida de la tensión (alimentación del puente).

El proceso puede resumirse de forma esquemática como sigue:



Figura 3.2:

En este caso la magnitud que se mantiene constante es la temperatura de la sonda, es decir su resistencia. Para ello el amplificador operacional alimentará el puente con distintas tensiones. En la figura 3.3 se muestra un esquema básico de un CTA.

Fijando  $R_3$ , en cada instante el amplificador generará una tensión proporcional al error (tensión de desequilibrio), con la que se alimentará al puente de Wheastone. De esta forma, cuando por causa de una variación en las condiciones del flujo, la  $R_{sonda}$  varía y se desequilibra el puente, esta tensión de desequilibrio es detectada por el amplificador que actúa variando la tensión de alimentación del puente de Wheastone y por tanto la intensidad que atraviesa a la  $R_{sonda}$ , que vuelve por tanto a su valor original.

La tecnología electrónica actual, permite unos tiempos de respuesta muy rápidos, lo que hace de la CTA un método muy fiable para medir las fluctuaciones de la velocidad en la corriente fluida.

Comparando este método con la CCA, se muestra como menos engorroso, ya



Figura 3.3: Esquema de CTA

que una vez fijado el valor de la resistencia de operación, este permanece casi invariable gracias a la propia electrónica del sistema. Mientras en la CCA, es necesario actuar constantemente sobre las resistencias de cara a equilibrar el puente. Es por esto que el método CTA es el más usado en anemometría y el elegido en nuestro trabajo.

#### 3.4. Características de la sonda de hilo caliente.

En este apartado, se tratarán las características más importantes de las sondas de hilo caliente y cómo afectan a su funcionamiento, así como sus limitaciones.

#### 3.4.1. Característica estática. Transferencia de calor estacionaria.

Se estudiará la forma en la que la sonda transfiere calor al fluido que la rodea, y cómo a partir del balance de energía, se puede llegar a una ecuación que ligue, la velocidad del fluido, con la intensidad de corriente que atraviesa al hilo. En este sentido, se establecerá un paralelismo entre la transferencia de calor en el hilo-sonda, y la que existiría en un hilo de longitud infinita. Para ello se tendrán en cuenta, las pérdidas de calor por conducción hacia los soportes del hilo.

Partamos pues, del balance de energía en un elemento diferencial del hilo:

$$d\dot{Q}_e = d\dot{Q}_{fc} + d\dot{Q}_c + d\dot{Q}_r + d\dot{Q}_s, \qquad (3.1)$$

donde  $d\dot{Q}_e$  es la tasa de generación de calor por efecto Joule,  $d\dot{Q}_{fc}$  es la transferencia de calor por convección forzada al fluido,  $d\dot{Q}_c$  es el calor transferido por conducción,  $d\dot{Q}_r$  el correspondiente a la radiación, y  $d\dot{Q}_s$  la velocidad a la que el hilo almacena energía.

Cada uno de estos términos puede expresarse, en función de las ecuaciones que los modelan.

$$d\dot{Q}_e = I^2 R_w = \frac{I^2 \chi_w}{A_w} dx.$$
(3.2)

Ies la intensidad que atraviesa el hilo,  $X_w$  su resistividad y  $A_w$  la sección.

$$dQ_{fc} = h(T_w - T_a)\pi d\,dx,\tag{3.3}$$

$$d\dot{Q}_c = -K_w A_w \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} dx.$$
(3.4)

Siendo h el coeficiente de película, d el diámetro del hilo,  $K_w$  la conductividad térmica del hilo y  $T_w$  su temperatura.

$$d\dot{Q}_r = \pi d(T^4_{\ w} - T^4_{\ s})\sigma\epsilon. \tag{3.5}$$

Donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $\epsilon$  la emisividad del materia del hilo, y  $T_s$  la temperatura media de las superficies que interaccionan con él.

$$d\dot{Q}_s = \rho_w C_w A_w \frac{\partial T_w}{\partial t} dx.$$
(3.6)

En esta ecuación  $\rho_w$  es la densidad del hilo y  $C_w$  su capacidad calorífica por unidad de masa.

Teniendo en cuenta, que el término correspondiente a la radiación es despreciable, se obtendrá, sin más que sustituir las ecuaciones (3.2) a (3.6) en (3.1), la expresión siguiente.

$$I^{2}\frac{\chi_{w}}{A_{w}} = \pi dh (T_{w} - T_{a}) dx - K_{w} A_{w} \frac{\partial^{2} T_{w}}{\partial x^{2}} dx + \rho_{w} C_{w} A_{w} \frac{\partial T_{w}}{\partial t} dx.$$
(3.7)

Veamos ahora como se puede simplificar esta ecuación, sin más que suponer que el hilo es infinito, y que la transferencia de calor es estacionaria (equilibrio). En este caso se anulan los términos de almacenamiento de energía y de transferencia por conducción, quedando la ecuación (3.7), de la forma siguiente

$$I^2 \frac{\chi_{w\infty}}{A_{w\infty}} = h(T_w - T_a)\pi ddx.$$
(3.8)

Integrándola para todo el hilo se obtendrá

$$I^2 R_{w\infty} = \pi h l (T_w - T_a) d. \tag{3.9}$$

Por otro lado, la resistividad del material que compone el hilo depende de la temperatura. Experimentalmente se ha obtenido, en diversos trabajos, que dicha dependencia toma la forma

$$\chi_w = \chi_0 [1 + \alpha_0 (T_w - T_0) + \beta_0 (T_w - T_0)^2], \qquad (3.10)$$

auque para medidas de velocidad se considera suficientemente aproximada, esta ecuación más simple

$$\chi_w = \chi_0 [1 + \alpha_0 (T_w - T_0)]. \tag{3.11}$$

Puesto que la resistencia viene dada por  $\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\chi_w}{A_w} dx$  se obtiene

$$R_w = R_0 [1 + \alpha_0 (T_w - T_0)], \qquad (3.12)$$

3.4. Características de la sonda de hilo caliente.

$$\frac{R_w - R_0}{\alpha_0 R_0} = T_{w\infty} - T_0. \tag{3.13}$$

Ecuación que nos da la dependencia de la resistencia con la temperatura. Introduciendo esta ecuación en (3.9) y utilizando la correlación que proporciona el número de Nusselt, para convección forzada, en función de los números de Prandtl  $(P_r)$  y de Reynolds  $(R_e)$ , se puede escribir

$$I^{2}R_{w\infty} = \frac{\pi lk}{\alpha_{0}} \frac{R_{w\infty} - R_{a}}{R_{0}} (0, 42P_{r}^{0,2} + 0, 57P_{r}^{0,33}R_{e}^{0,5}).$$
(3.14)

Sabiendo que el número de Reynolds viene dado por  $R_e = \frac{\rho U d}{\mu}$ , se obtendrá la siguiente ecuación, que es una forma de la Ley de King (fig 3.4).

$$\frac{I^2 R_{w\infty}}{R_{w\infty} - R_a} = A + BU^{0,5}$$

$$A = \frac{0,42\pi lk}{\alpha_0 R_0} P_r^{0,2}$$

$$B = 0,57 \frac{\pi lk}{\alpha_0 R_0} P_r^{0,33} \{\frac{\rho d}{\mu}\}^{0,5}.$$
(3.15)

Puesto que esta ecuación sólo es válida para un hilo infinito, habrá que realizar una correción para el caso de la sonda de longitud finita. En la práctica, se emplean ecuaciones análogas

$$\frac{I^2 R_{w\infty}}{R_{w\infty} - R_a} = A + BU^n. \tag{3.16}$$

Los valores de  $A, B \ge n$  se obtienen experimentalmente a través de la calibración de la sonda, que se describe en el capítulo 4 de este trabajo.


Figura 3.4: Ley de King

#### 3.4.2. Característica dinámica. Frecuencia límite.

Cuando se producen cambios en la velocidad del fluido, el hilo no responde instantáneamente, debido a su inercia térmica. Esto supone un retraso a la hora de alcanzar un nuevo equilibrio. Por este motivo, la respuesta del hilo, por si sóla, es demasiado lenta para la mayoría de los estudios de turbulencia; existiendo una frecuencia límite, para la cual el hilo no es capaz de suministrar datos fidedignos. Es por esto, que se hace necesario un sistema basado en un amplificador realimentado, que permite incrementar la velocidad o frecuencia de respuesta por encima de 1000 veces.

Partiendo del balance de energía para una situación no estacionaria (transitorio entre dos estados de equilibrio) para un hilo de longitud infinita, se puede obtener una expresión para la frecuencia límite.

Añadiendo a la ley de King el término correspondiente al almacenamiento de energía tendremos

$$I^{2}R_{w} = (R_{w\infty} - R_{a})(A + BU^{n}) + m_{w}C_{w}\frac{\partial T_{w}}{\partial t}.$$
(3.17)

Derivando (3.12) respecto al tiempo y sustituyendo en (3.17) se obtendrá

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{1}{\alpha_0 R_0} \frac{\partial R_w}{\partial t},\tag{3.18}$$



Figura 3.5:

$$I^2 R_w = (R_{w\infty} - R_a)(A + BU^n) + \frac{m_w C_w}{\alpha_0 R_0} \frac{\partial R_w}{\partial t}.$$
(3.19)

Esta ecuación diferencial tiene una constante de tiempo  $\tau$ , que da una idea del tiempo que tarda en evolucionar de un estado a otro la sonda, y que tiene la expresión

$$\tau = \frac{m_w C_w}{\alpha_0 R_0 (A + BU^n - I^2)}.$$
(3.20)

Por lo que la frecuencia límite será

$$f_{limite} = \frac{1}{2\pi\tau}.$$
(3.21)

#### 3.4.3. Diseño mecánico de las sondas.

La sonda de hilo caliente consiste en un hilo muy fino montado sobre unos soportes (fig 3.6).

El material elegido para el hilo es el tungsteno, pues presenta todas las características deseables en una sonda de hilo caliente; coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura ( $\alpha$ ) alto, alta resistencia mecánica, alta resistividad, buen comportamiento a altas temperaturas. De hecho, el tungsteno puede ser empleado a temperaturas superiores a  $300^{\circ}$ C y en velocidades supersónicas.

Las sondas tienen un tamaño típico de 1mm de longitud y 5 micras de diámetro. El hilo está colocado entre unos soportes con forma de aguja, normalmente de acero inoxidable. Estos soportes están metidos dentro del cuerpo de la sonda, y se conectan a través de cables finos a las conexiones, normalmente chapadas en oro.



Figura 3.6: Sonda de hilo caliente

# Capítulo 4

# Descripción del equipo experimental. Métodos de medida

## 4.1. El equipo experimental

Todos los experimentos se realizaron en un túnel de viento, al que se acopló, a través de una tobera, un ventilador axial responsable de generar la corriente fluida mediante aspiración, y cuya velocidad se controló con un variador de frecuencia.

Para la generación de turbulencia se utilizaron distintos dispositivos consistentes en matrices de chorros enfrentados, así como su combinación con rejillas metálicas.

Para la calibración de la sonda de hilo caliente, se utilizó una tobera convergente de madera, conectada al extremo opuesto al ventilador, para obtener corrientes con bajas intensidades turbulentas.

Por otro lado para la toma de medidas se contó con un equipo de anemometría de hilo caliente y de una tarjeta de adquisición de datos conectada a un PC. El tratamiento de los datos obtenidos, para obtener los valores de las magnitudes que nos permitieran describir la turbulencia, se realizó íntegramente con Matlab.

Describimos ahora en detalle cada uno de estos equipos.

Túnel: El túnel consiste en un conducto de sección cuadrada de 120mm x 120mm

y 1,5 m de longitud. Sus caras laterales son de vidrio, para mejorar la óptica de la instalación de cara a la toma de fotografías o medidas con laser. El resto de las caras son de metacrilato.

En su cara superior tiene varios taladros para permitir la fijación del soporte de la sonda de hilo caliente y de un tubo de Pitot.

**Dispositivos generadores de turbulencia:** Se utilizaron dos dispositivos distintos para la generación de la turbulencia.

1. DISPOSITIVO 1: Consiste en un pequeño conducto de metacrilato, de sección cuadrada de 120mm x 120mm de sección interior, 250mm de longitud y 8mm de espesor (figuras 4.1 y 4.2).

En sus caras laterales se realizaron dos matrices cuadradas de 64 agujeros de 8mm de diámetro con una separación de 16mm entre sus centros. Cada una de las dos matrices está rodeada por un conducto cúbico de 138mm de lado, atornillado al dispositivo por sus caras laterales. En la boca de cada cubo, puede colocarse una rejilla metálica cuadrada de 130 mm de lado.



Figura 4.1: Dispositivo generador de turbulencia con matriz de chorros

40



Figura 4.2: Dispositivo generador de turbulencia con malla metálica

2. DISPOSITIVO 2 (FRACTAL): Es un dispositivo parecido al anterior de misma sección y longitud, y de 4mm de espesor. En las dos caras laterales se han realizado taladros de distintos tamaños (8mm, 5mm, 2.5mm y 1.5mm de diámetro) dispuestos en una configuración fractal, como se puede ver la figura. Además este dispositivo ha sido cerrado por su cara posterior, para que todo el flujo entre a través de los agujeros (figura 4.3).



Figura 4.3: Dispositivo con configuración fractal de chorros

**Ventilador y variador:** El aire que entra en el túnel es aspirado mediante un ventilador axial, de la marca S&P modelo TBT2/400, con motor trifásico de

2 polos y 1.5 Kw de potencia.

La velocidad del motor se ha controlado mediante el uso de un variador modelo VTN2-4002 de Varta con una potencia máxima de 1,5 KW. La máxima frecuencia de trabajo ha sido de 60 Hz.



Figura 4.4: Variador de velocidad



Figura 4.5: Ventilador con tobera metálica, conectado a variador

Equipo de anemometría de hilo caliente: El anemómetro utilizado fue el modelo AN-1005 de la casa AA.LAB SYSTEMS, con tres canales. Este equipo es

42

#### 4.1. El equipo experimental

bastante fiable y puede alcanzar tiempos de respuesta de 1.2 microsegundos. Por otro lado, este modelo incorpora su propio sistema de acondicionamiento de la señal de salida, a través de una función de amplificación de la señal (GAIN) y otra que permite la suma de una tensión constante (OFFSET), lo que permite adaptar su salida al rango de tensiones que admite la tarjeta de adquisición de datos utilizada (DAS 1402), de cara a aprovechar al máximo su resolución. Además incorpora una serie de filtros, que nos permitió obtener señales bastante libres de ruido.

Finalmente comentar que el AN-1005 posee un potente sistema de adquisición de datos capaz de muestrear a frecuencias de 500 kHz y 16 bits de resolución. Por desgracia problemas con el software suministrado por el fabricante hicieron imposible su uso.

(i) (i) (i) -	1. 6. 5	

Figura 4.6: Equipo de anemometría de hilo caliente

**Tarjeta de adqusición de datos:** La tarjeta empleada para digitalizar la señal analógica proveniente del anemómetro fue el modelo DAS-1402 de KEITHLEY-METRABYTE. La tarjeta se configuró en modo unipolar, con un rango de tensiones de 0 a 8 V, para aprovechar al máximo su resolución. Admite frecuencias de muestreo de hasta 100 kHz, aunqe el programa que se suministra con la misma limita el número de muestras a 10.000.

## 4.2. Ajustes en el equipo de anemometría

### 4.2.1. Elección del tipo de sonda

En la elección del tipo de sonda ha sido importante tener en cuenta algunas consideraciones sobre el tipo de estudios que queríamos realizar. Dado que el fluido a estudiar ha sido aire y no había partículas en suspensión ni estábamos en entornos agresivos, la elección de una sonda de hilo caliente y no la lámina de hilo caliente, pareció la más obvia. Respecto al tamaño de la sonda, los factores a considerar fueron por un lado la resolución espacial requerida para la misma y por otro minimizar el flujo de calor que se transmite a través de los soportes por conducción.

La resolución espacial mejora conforme disminuimos la longitud de la sonda, pues ésta será capaz de captar torbellinos más pequeños. De todas las sondas que había disponibles la de menor tamaño era el modelo de Dantec TP 55P11 de 1,25mm de longitud y 5 micras de diámetro (figura 4.7). Este modelo se comportará bien para medida de los torbellinos más grandes, sin embargo podría perder eficacia al medir los torbellinos más cercanos al rango disipativo. Este problema se evidenciará en la atenuación del espectro de energía. Como se recoge en el trabajo realizado por Wyngaard (1968) para sondas simples y en X, la atenuación aumenta con el incremento del número de ondas relativo a la longitud del hilo  $(k_1 l)$  y con el decremento de la relación  $\eta/l$  (figura 4.8). Estos son los llamados errores de resolución espacial y que para valores de  $k_1 l$ , cercanos a uno son pequeños. Dado que en nuestro caso  $k_1 l \sim 1$ 



Figura 4.7: Sonda simple SN, modelo TP 55P11 de Dantec

se tendrán errores menores del 10%

En relación a minimizar el efecto de la conducción hacia los soportes del hilo, se tiene, que una relación entre la longitud y el diámetro del mismo de 200, es suficientemente buena (en nuestro caso es  $1,25 \text{ mm}/5\mu\text{m} = 250$ ).



Figura 4.8: Atenuación del espectro Em/E en función de  $K_1 l$ 

#### 4.2.2. Ajustes en el anemómetro

Antes de realizar medidas con el anemómetro, es necesario realizar unos ajustes en el mismo encaminados a equilibrar el puente de Wheastone, fijar la temperatura de operación del hilo, ajustar la velocidad de respuesta del mismo (respuesta en frecuencia) y a obtener una señal de salida libre de ruidos. Los pasos a seguir con el AN-1005 son los descritos en el manual de usuario que proporciona el fabricante, aquí se tratarán brevemente:

1. Obtención de la resistencia del cableado: El cable apantallado y las conexiones tipo BNC que unen la sonda al equipo de anemometría poseen una resistencia que se sumará a la propia del hilo, al estar en serie con ella . Por tanto hay que tenerla en cuenta a la hora de equilibrar el puente. Para ello se sustituye la sonda, en la conexión al cable, por un conector que funciona como un cortocircuito y posteriormente se equilibra el puente.

2. Obtención de la resistencia de la sonda a  $T_{ambiente}$ : Aunque el fabricante proporciona una valor para la resistencia del hilo, esta puede variar debido a que se oxida y ensucia con el uso, lo que hace necesario obtener de nuevo su valor ( $R_{sonda20^\circ}$ ). Por eso, una vez que se ha ajustado el equipo a la resistencia del cableado, se sustituye el cortocircuito por la sonda. Luego se procede a equilibrar de nuevo el puente, variando el valor de las resistencias en el equipo. De esta forma se obtiene un valor  $R_{decade}$ . Este valor no es exactamente el de la resistencia del hilo, pues incluye además el valor de la resistencia de los soportes ( $R_{lead}$ ) y un tramo de cable de unos 25 cm que no se ha considerado en el apartado anterior. El valor de  $R_{lead}$  lo suministra el fabricante y el del tramo del cable puede considerarse nulo.

A continuación se muestran los valores que se obtuvieron para la sonda TP 55P11:

 $R_{sonda}(fabricante) = 3,5\Omega$  $R_{lead} = 0,5\Omega$  $R_{decade} = 4,24\Omega$ 

 $R_{sonda20^{\circ}} = R_{decade} - R_{lead} = 3,74\Omega$ 

3. Valor de la resistencia de la sonda a la temperatura de operación  $(R_w)$ : La resistencia del hilo estará afectada por la temperatura del mismo. El grado de sobrecalentamiento  $(a = R_w/R_{sonda20^\circ})$  es la relación entre la resistencias del hilo a la temperatura de operación y a la temperatura ambiente. Un grado se sobrecalentamiento muy elevado, puede provocar la oxidación del hilo y por su puesto su rotura. Nosotros elegimos una temperatura de operación de unos 200 °C, que es la recomendada por H.H.Bruun(1995).

46

#### 4.2. Ajustes en el equipo de anemometría

Una vez fijada la temperatura de operación, se obtiene el valor de la resistencia  $R_w$ , usando las siguientes ecuaciones (4.1)

$$\begin{cases} a = \frac{R_w}{R_{20}}, \\ R_w = R_{20}(1 + \alpha_{20}(T_w - T_{20})). \end{cases}$$
(4.1)

En estas ecuaciones,  $\alpha_{20}$  es el coeficiente de variación de la resistencia eléctrica con la temperatura. Dicho coeficiente es suministrado por el fabricante y se supone constante con la temperatura.

Una vez se obtiene  $R_w$ , se calcula el valor final de la resistencia  $R_{decade-final}$ , a la que hay que ajustar el equipo de anemometría, sumándole  $R_{lead}$ , que se supone no afectada por la temperatura.

$$\begin{cases} a = 1,648 \\ R_w = 6,1635\Omega \\ R_{decade-final} = R_w + R_{lead} = 6,663\Omega \end{cases}$$
(4.2)

- 4. Respuesta en frecuencia: Para ajustar de forma adecuada la velocidad de respuesta de nuestro sistema a los cambios en las condiciones del flujo, se usó el procedimiento habitual. En éste, se simulan los cambios mencionados a través de un tren de pulsos a alta frecuencia . Así se visualizó, utilizando el software que suministra el fabricante, la forma de la respuesta a pulsos de 5000 Hz. Se fueron ajustando los mando adecuados (Damping y Filtrer) hasta obtener una respuesta con la forma aconsejada por el fabricante (fig 4.9).
- 5. Acondicionamiento de la señal de salida: Una vez realizados los ajustes anteriores, es necesario tratar la señal de salida para aprovechar al máximo la resolución de nuestra tarjeta de adquisición de datos. Para realizar estas operaciones, nuestro equipo cuenta con dos funciones básicas: Voffset, que resta una tensión negativa a la tensión de salida y Gain, que se multiplica a la señal resultante.

A modo de ejemplo, supongamos que los valores de tensión de salida medidos están en el intervalo (-5V,-4V), y nuestra tarjeta de adquisición datos admite



Figura 4.9: Respuesta al pulso aconsejada por fabricante

un rango de valores de 0V a 10V. Pues bien, si ajusto Gain = 8 y Voffset = -5,125 V, entonces mi nuevo rango de tensiones será (1V,9V), que supone un buen aprovechamiento de la tarjeta de adquisición de datos.

### 4.2.3. Calibración de la sonda

Se describe a continuación, el proceso seguido para la obtención de la curva de calibración de la sonda utilizada, que permite obtener los valores de velocidad a partir de las tensiones generadas, por el equipo de anemometría.

El valor de tensión depende de la velocidad del fluido en el que se encuentra inmerso la sonda. Por tanto existirá una relación de la forma:

$$E = f(U_1, U_2, U_3). \tag{4.3}$$

E es la tensión y  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  son los valores de las tres componentes de la velocidad, en el punto de medida. Dado que los coeficientes de transferencia de calor no son los mismos en las tres direcciones del espacio, tanto por la naturaleza del flujo como por la geometría del hilo, se tendrá, que cada una de las componentes de la velocidad, contribuye de forma distinta al valor de la tensión E. En el caso de utilizar una sonda simple, se puede considerar que únicamente la velocidad en la dirección del flujo contribuye a la refrigeración del hilo. Esto puede verse en el siguiente desarrollo.

Tomemos  $\overline{U}_1$  como el valor de la velocidad media en la dirección longitudinal del túnel, y sean  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  las fluctuaciones en las tres direcciones, entonces el valor de la velocidad será

$$V = \sqrt{(\overline{U}_1 + u_1)^2 + u_2^2 + u_3^2} = \overline{U}_1 \sqrt{1 + \frac{2u_1}{\overline{U}_1} + \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}{\overline{U}_1^2}}.$$
 (4.4)

Para intensidades turbulentas moderadas ( $T_u$  pequeños), se tendrá que  $U_1 \gg u_1, u_2, u_3$ y por tanto se cumplirá

$$V \simeq U_1 + u_1. \tag{4.5}$$

De esta forma se puede simplificar la ecuación (4.3) quedando

$$E = f(U_1). \tag{4.6}$$

Se pueden utilizar distintos tipos de funciones para modelar la relación (4.6), leyes potenciales, polinómicas, etc. Entre estas destaca la Ley de King, obtenida en el capítulo anterior. De todas estas se optó por una ley polinómica, por ser la que mejor correlación ofrece para nuestras medidas. De esta forma expesamos la relación en la siguiente forma

$$E = C_0 + C_1 U + C_2 U^2. (4.7)$$

Los valores de las constantes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$  se deben obtener mediante experimentación.

El método para la obtención de la curva de calibración, se basa en la obtención de varios pares de valores (E,U). Por tanto, para poder calibrar la sonda, es necesario conocer el valor de la velocidad en el punto el que está situada la misma. Además es necesario que esta velocidad sea uniforme, por lo que se procuraran intensidades turbulentas bajas. Para conocer la velocidad del fluido, se hizo uso de un tubo de Pitot, del que se hablará más adelante. Puesto que no fue posible situar en el mismo punto, el tubo de Pitot y la sonda de hilo caliente, se situó el Pitot en una sección del túnel anterior a la ocupada por la sonda. Esto no introduce errores, ya que se comprobó que los perfiles de velocidad eran prácticamente iguales en las dos secciones. Esto se debe a que si bien, los perfiles no están totalmente desarrollados, dada la corta longitud del túnel, la capa límite se modifica lentamente.

Para mejorar la uniformidad del flujo en el túnel, se utilizó una tobera convergente, de madera, unida al túnel por el extremo de entrada del aire.



Figura 4.10: Tobera convergente de madera

1. Medidas con tubo de Pitot: En el trabajo realizado por Daniel Polo (2000), se hace una descripción del tubo de Pitot, que transcribimos aquí. 'El tubo de Pitot, es un conducto delgado, a fin de no perturbar mucho la corriente, que se introduce paralelo a la dirección de la velocidad media. El tubo presenta dos orificios, uno lateral por el que se capta la presión estática en la corriente, y otro en la punta, donde se pretende medir la presión de remanso. Para alcanzar dicho punto de remanso, la deceleración se hace lo más isentrópica posible, por lo que el tubo presenta una forma más o menos redondeada. Ambos orificios se conectan mediante tubos a los extremos de una columna de líquido, por lo que ésta queda sometida, a la diferencia entre la presión dinámica y la estática. Esta diferencia representa la energía cinética del fluido por unidad de volumen.'

50



Figura 4.11: Tubo de Pitot

Así, si no se tienen en cuenta pérdidas (isentropía) se puede escribir

$$\begin{cases}
P_0 = P + \frac{1}{2}\rho_{aire}v^2 \\
P_0 - P = \Delta P = \frac{1}{2}\rho_{aire}v^2.
\end{cases}$$
(4.8)

Aplicando fluidoestática en la columna de líquido se obtiene

$$\Delta P = \rho_{liq}gh,\tag{4.9}$$

e igualando las ecuaciones (4.8) y (4.9) se llega a

$$\frac{1}{2}\rho_{aire}v^2 = \rho_{liq}gh$$

$$v = \sqrt{2\frac{\rho_{liq}}{\rho_{aire}}gh}.$$
(4.10)

Esta ecuación representa la relación de la velocidad con la altura de la columna de líquido. Si derivamos esta expresión respecto a la altura h, obtendremos una expresión de la sensibilidad del tubo de Pitot

$$\left(\frac{\partial v}{\partial h}\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2h}} \sqrt{\frac{\rho_{liq}}{\rho_{aire}}g}.$$
(4.11)

Como se puede observar, la sensibilidad depende de la altura de la columna y de la densidad del líquido. Para obtener buenas sensibilidades a bajas velocidades, tendremos que utilizar un fluido de baja densidad. Aunque en trabajos anteriores (ver Daniel Polo 2000), se hizo uso del etanol ( $\rho = 802 \text{ Hg/m3}$ ), en este trabajo se utilizó hexano ( $\rho = 675 \text{ Kg/m3}$ ). Cabría pensar que el hexano podría dar problemas por su volatilidad, pero se comprobó que al ser el tiempo de toma de muestras, para cada velocidad, suficientemente pequeño (10 s), este efecto es totalmente inapreciable y no introduce errores significativos.

Para mejorar aun más la sensibilidad del Pitot, se inclinó el tubo de vidrio, que contenía la columna de hexano, un ángulo  $\alpha=15^{\circ}$  respecto al plano que lo contiene, y un ángulo  $\beta=60^{\circ}$  respecto al plano horizontal. Para esto se construyó un soporte de madera (figuras 4.12 y 4.13). De esta forma, la relación entre la altura de la columna (h) y la longitud real que recorre el líquido en el interior del tubo (l) es:

$$h = l\sin\alpha\sin\beta \tag{4.12}$$

Las ecuaciones que proporcionan la velocidad y la sensibilidad pasan a ser



Figura 4.12: Soporte para la columna de líquido del Pitot

$$v = \sqrt{2 \frac{\rho_{liq}}{\rho_{aire}} g l \sin \alpha \sin \beta}, \qquad (4.13)$$



Figura 4.13: Ángulos del soporte

$$\left(\frac{\partial v}{\partial l}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{2l}}{\sqrt{\frac{\rho_{liq}}{\rho_{aire}}g\sin\alpha\sin\beta}}.$$
(4.14)

Las mejoras obtenidas se pueden observar analizando las tablas (ver Tabla 4.1, 4.2 y 4.3) en las que se muestran las velocidades y sensiblilidades para distintas alturas, correspondientes a distintintos líquidos.

Altura (mm)	Velocidad (m/s)	Derivada ([m/s]/mm)	Sensibilidad (mm/[m/s])
1	3,61	1,81	0,55
2	5,11	1,28	0,78
3	6,26	1,04	0,96
4	7,23	0,90	1,11
5	8,08	0,81	1,24
6	8,85	0,74	1,36
7	9,56	0,68	1,46
8	10,22	0,64	1,56
9	10,84	0,60	1,66

Tabla 4.1 Para agua

Altura (mm)	Velocidad (m/s)	Derivada ([m/s]/mm)	Sensibilidad (mm/[m/s])
1	1,65	0,82	1,21
2	2,33	0,58	1,72
3	2,85	0,48	2,10
4	3,29	0,41	2,43
5	3,68	0,37	2,72
6	4,03	0,34	2,97
7	4,36	0,31	3,21
8	4,66	0,29	3,43
9	4,94	0,27	3,64

Tabla 4.2 Para etanol α=15°

Altura (mm)	Velocidad (m/s)	Derivada ([m/s]/mm)	Sensibilidad (mm/[m/s])
1	1,41	0,70	1,42
2	1,99	0,50	2,01
3	2,44	0,41	2,46
4	2,81	0,35	2,84
5	3,14	0,31	3,18
6	3,44	0,29	3,48
7	3,72	0,27	3,76
8	3,98	0,25	4,02
9	4,22	0,23	4,27

Tabla 4.3 Para hexano  $\alpha$ =60°  $\beta$ =15°



#### 4.2. Ajustes en el equipo de anemometría

2. **Realización de la calibración:** Para la obtención de los coeficientes de la ecuación polinómica (4.7) se obtuvieron medidas de parejas de valores (E,U). Para ello se utilizó el montaje descrito anteriormente, formado por el túnel, la tobera, el tubo de Pitot y el sistema de anemometría.



Figura 4.14: Montaje para la calibración de la sonda

Para minimizar las posibles perturbaciones en la corriente debidas al Pitot y que podrían afectar a las medidas tomadas en la sonda; se colocaron éstos con una pequeña diferencia de altura de aproximadamente 1cm.

Una vez realizado el montaje se procedió a la toma de medidas. Se realizaron mediciones para distintas velocidades medias del fluido, controladas mediante el variador de frecuencia. Se realizaron medidas para 20 velocidades medias, tomándose para cada una de ellas muestras de 10.000 datos recogidas con una frecuencia de muestreo de 1.000 Hz.

Se muestra en la gráfica (ver figura 4.15) la curva de calibración obtenida, para la sonda tipo TP 55P11, junto con el coeficiente de correlación.



Figura 4.15: Curva de calibración para la sonda 55P11

# 4.3. Adquisición y tratamiento de datos

Si bien el equipo de anemometría tiene su propio sistema de adquisición de datos, en el desarrollo de este trabajo no se ha podido hacer uso del mismo. Tras realizar varias pruebas durante el proceso de puesta a punto de dicho equipo, nos encontramos con que el software suministrado por el fabricante no funcionaba correctamente. En el momento de escribir este documento ya se ha resuelto parte del problema pues el equipo ya adquiere datos de forma correcta, pero existen todavía problemas con el formato del archivo en el que se almacenan que no se han podido resolver, aunque se espera su resolución en un futuro próximo.

Debido a estas incidencias, ha sido necesario utilizar una tarjeta de adquisición de datos instalada en un PC.

De esta forma, el sistema de adquisición de datos está formado por el equipo de anemometría, la tarjeta de adquisición de datos y el PC. La tarjeta de adquisición usada, fue el modelo DAS-1402 de KEITHLEY-METRABYTE. Su función consiste en convertir la señal analógica, proveniente de la salida BNC del anemómetro, en una señal digital que el ordenador pueda procesar. Si bien este modelo es algo antiguo, es suficientemente potente para las necesidades de este trabajo.

Para su correcto uso, la tarjeta de adquisición de datos, debe ser configurada. La forma de hacerlo está explicada en el manual de la misma, y no se va a tratar aquí. Para la adquisición de datos, se utilizó el software que se suministra con la misma. Éste, permite muestrear a frecuencias de muestreo bastante altas, hasta 100KHz, pero presenta importantes limitaciones en cuanto al tamaño de las muestras, ya que no permite tomar más de 10.000 muestras cada vez. Por tanto fue necesario muestrear varias veces en cada experimento, para poder tomar muestras de 500.000 datos, lo que supuso un coste de tiempo importante. Como se verá, esta limitación tuvo consecuencias a la hora de realizar los experimentos encaminados a obtener valores de la longitud integral, que no se realizaron con éxito dado el excesivo tiempo requerido.

### 4.4. Experimentos realizados

La turbulencia homogénea se caracteriza por la inexistencia de direcciones preferentes para los torbellinos que se generan. Por tanto, para que se genere este tipo de turbulencia, sería necesario que no existiesen contornos rígidos o gradientes de presión, que de alguna manera den lugar a estas direcciones preferentes, como en el caso de las corrientes atmosféricas.

En el laboratorio se utilizan métodos experimentales, que si bien producen una turbulencia anisótropa en las zona cercana a la generación de la misma, conforme nos alejamos de esta se hace isótropa. Entre estos métodos están los métodos pasivos basados en el uso de rejillas.

En el presente trabajo se pretendía caracterizar los regímenes turbulentos obtenidos, haciendo uso de un dispositivo con matrices de agujeros enfentados, bajo diferentes topologías y configuraciones.

En este sentido, se realizaron los iguientes experimentos, con la intención de generar turbulencia y obtener números de  $R_{\lambda}$  altos:

1. Generación de turbulencia mediante parrillas de chorros enfrentados e inyectados en una corriente principal: En este caso se utilizó el dispositivo 1(figuras 4.1 y 4.2), descrito al comienzo de este capítulo. Se acopló dicho dispositivo a la entrada del túnel, dejando libre la entrada de aire paralela a la sección transversal del túnel. De esta forma los chorros se inyectan dentro de una corriente principal que sigue la dirección del túnel.

2. Generación de turbulencia mediante parrillas de chorros enfrentados sin entrada de corriente principal: Se utilizó el dispositivo anterior, pero en este caso se tapó la entrada paralela a la sección transversal del túnel. De esta forma todo el caudal entraba a través de los chorros. Se buscaba una mayor intensidad turbulenta. Este ensayo se realizó para distintas velocidades medias. Además se tomaron datos en dos puntos distintos del túnel, a la distancia de 620mm de la parrilla y a 1500mm de la misma. Se pudo observar la atenuación de la turbulencia conforme recorría el túnel



Figura 4.16: Montaje con dispositivo generador de turbulencia

3. Generación de turbulencia mediante parrillas de chorros enfrentados y malla metálica sin entrada de corriente principal: Se ensayó, como método para mejorar el rango de escalas de turbulencia, la colocación de mallas metálicas antes de los agujeros que generaban los chorros. De esta forma se intentaba generar las escalas pequeñas artificialmente y aumentar su proporción. Se realizó este experimento a distintas velocidades medias.

#### 4.4. Experimentos realizados



Figura 4.17: Montaje con dispositivo y mallas

4. Generación de turbulencia mediante fractal: Se realizaron ensayos con el dispositivo 2 descrito al comienzo de este capítulo (figura 4.3). Se realizaron ensayos para distintas velocidades medias.



Figura 4.18: Montaje con dispositivo fractal

# Capítulo 5

# Resultados experimentales.

## 5.1. El espectro de energía.

Como se vio en el capítulo 2, el espectro de energía nos muestra la contribución a la energía cinética turbulenta que realizan los torbellinos de distintos tamaños. Además es una herramienta fundamental para obtener una serie de magnitudes, como la velocidad de disipación de energía turbulenta ( $\epsilon$ ), la escala de Kolmogorov ( $\eta$ ), el número de Reynolds correspondiente a la escala de Taylor ( $R_{\lambda}$ ) y la longitud integral(L).

Para la obtención del espectro se recurrió a un método basado en la transformada de Fourier de la fluctuación de velocidad obtenida experimentalmente, que a continuación describimos.

Partiendo de una muestra u[n] de N valores de la fluctuación de velocidad tomados a una frecuencia  $(f_s)$ , se puede obtener el espectro en frecuencias de dicha muestra a través de la transformada discreta de Fourier (DFT ver anexoA), dada por

$$U(f) = \sum_{n=0}^{N-1} u[n] e^{-j2\pi n t_s f} \qquad f = 0, \frac{f_s}{N}, \frac{2f_s}{N}, \dots, \frac{f_s}{2}$$
(5.1)

donde  $t_s = 1/f_s$ .

Teniendo en cuenta la definición del espectro de energía dada por la ecuación

(2.15), podemos relacionarlo con el espectro de las fluctuaciones

$$E_{11}(f) = \frac{2}{T} U(f) U^*(f), \qquad (5.2)$$

donde T es el tiempo que dura el muestre<br/>o $\left(T=N/f_s=Nt_s\right)$ 

En cada experimento realizado, se tomaron 50 muestras (M=50) de 10.000 datos. El espectro correspondiente se obtuvo haciendo la media para cada uno de 50 espectros resultantes.

$$E_{medio}(f) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M} E_k(f).$$
 (5.3)

En el Anexo A se describe en detalle el programa en Matlab que nos permite obtener el espectro de energía.

### 5.1.1. Resultados obtenidos.

En los espectros obtenidos, se pueden distinguir tres zonas o rangos, tal y como predice la teoría de Kolmogorov (figura 5.1).

- El primer rango corresponde a las escalas grandes.
- El rango inercial es el correspondiente a la zona paralela a la recta de pendiente -5/3.
- Por último aparece el rango disipativo, en el que los esfuerzos viscosos transforman la energía cinética en calor.

Dado que uno de los objetivos de este trabajo era obtener rangos inerciales anchos, comparamos a continuación los espectros obtenidos con los diferentes experimentos realizados.



Figura 5.1: Distintas zonas del espectro.

- 1. Espectro para dispositivo 1 sin malla y abierto: Corresponde a los experimentos realizados con el dispositivo de matriz de chorros enfrentados, dejando libre la entrada de aire paralela a la sección transversal del túnel. De esta forma los chorros se inyectan dentro de una corriente principal que sigue la dirección del túnel. Se muestra el espectro para una velocidad media  $\overline{U} = 14.9 \text{ m/s}$  (ver figura 5.2).
- 2. Espectros para dispositivo 1 sin malla y tapado: Corresponden a los experimentos realizados con el dispositivo de matriz de chorros enfrentados, tapando la entrada de aire paralela a la sección transversal del túnel. De esta forma toda la corriente entraba por los chorros laterales. Se muestran los espectros para distintas velocidades medias(ver figura 5.3). Se puede ver que conforme disminuye la velocidad media, baja el area bajo el espectro. Esto es debido a que cuando disminuye  $\overline{U}$ , la intensidad turbulenta decae y por tanto la energía cinética turbulenta, ya que los gradientes de velocidad son mucho menores.
- 3. Espectros para dispositivo 1 con malla y tapado: Corresponden a los experimentos realizados con el dispositivo de matriz de chorros enfrentados, al que se le añadieron dos mallas metálicas frente a los chorros. Además se tapó la entrada de aire paralela a la sección transversal del túnel. Se muestran los espectros para distintas velocidades medias(ver figura 5.4).



Figura 5.2: Espectro a U=14.9 m/s para dispositivo 1 sin malla y abierto.

4. Espectros para dispositivo 2 (fractal): Corresponden a los experimentos realizados con el dispositivo de matriz de chorros de distintos tamaños con configuración fractal enfrentados. Se muestran los espectros para distintas velocidades medias(ver figura 5.5). En este experimento se puede apreciar una atenuación del valor del espectro respecto a los anteriores, ya que el nivel de fluctuaciones (u') es muy bajo. Esto es debido a que el ventilador utilizado es axial y por tanto no es el apropiado para vencer las elevadas pérdidas de carga que se producen en las entradas a este dispositivo. Por otro lado, es posible que al haber agujeros de distinto tamaño, los chorros finos suavicen el perfil de velocidades de la corriente cercana a los mayores, lo que provoca una disminución de la turbulencia al ser menor la cortadura generada.



Figura 5.3: Comparación de espectros para dispositivo 1 sin malla a distintas  $\overline{U}(m/s)$ .

## 5.2. La disipación de energía cinética turbulenta.

Se muestra a continuación el método seguido para la obtención de  $\epsilon$  en los experimentos realizados.

En primer lugar, se puede obtener una aproximación inicial, que nos permita tener una idea de los resultados esperados. Para ello basta tener en cuenta, que la energía cinética por unidad de masa en la turbulencia será del orden de  $u'^2$ . Por otro lado, la tasa a la que los torbellinos grandes suministran energía es proporcional a la frecuencia carácterística de los mismos, es decir u'/L. Como la energía dispiada debe ser igual a la suministrada por las escalas grandes, se tendrá entonces que

$$\epsilon \sim \frac{u^{\prime 3}}{L}.\tag{5.4}$$



Figura 5.4: Comparación de espectros para dispositivo 1 con mallas a distintas  $\overline{U}({\rm m/s}).$ 



Figura 5.5: Comparación de espectros para dispositivo fractal a distintas  $\overline{U}(m/s)$ .

Así para nuestro sistema, se tendrá una primera aproximación para  $\epsilon$ dada por

$$\begin{cases} u' \sim 1 \text{m/s} \\ L \sim 0,01 \text{m} \end{cases} \Rightarrow \epsilon \sim 100 m^2 / s^3$$
(5.5)

De los posibles métodos que existen, el utilizado en este trabajo para obtener la velocidad de disipación, ha sido el método basado en la función  $k_1^2 E_{11}(k_1)$ . Dado que este método es bastante exacto y presenta poca dispersión en los datos. Además es un método muy cómodo, a la hora de implementarlo, si se cuenta con una herramienta numérica adecuada, como en nuestro caso.

Como se vió en el capítulo 2, existe una ecuación que relaciona la velocidad de disipación con el espectro unidimensional de energía

$$\epsilon = 15\nu \int_0^\infty k_1^2 E_{11}(k_1) dk_1.$$
(5.6)

En el apartado anterior describimos cómo se obtuvo el espectro. A partir de  $E_{11}(f)$ , podemos obtener el espectro en función del número de ondas, si más que realizar las siguientes transformaciones, en virtud de la hipótesis de Taylor,

$$k_1 = \frac{2\pi f}{\overline{U}},\tag{5.7}$$

$$E_{11}(k_1) = \frac{\overline{U}}{2\pi} E_{11}(f).$$
(5.8)

A partir de cierta frecuencia la señal representada corresponde a un ruido y por tanto no se corresponde con el verdadero valor del espectro. Para poder integrar, habrá que eliminar ese rango (a partir de unos 1.000 Hz). Se sustituirá por una función potencial que se obtiene extrapolando el intervalo correspondiente al rango disipativo de la función  $k_1^2 E_{11}(k_1)$  hasta una frecuencia suficientemente grande para poder completar la integración. Dicha función potencial resulta una recta cuando se representa en coordenadas logarítmicas. En la figura (5.6) se muestra la función resultante.



Figura 5.6: Extrapolación de la función  $k_1^2 E_{11}(k_1)$ .

En el apéndice A se describe el programa realizado en Matlab, para implementar el método explicado anteriormente. A continuación se muestran los resultados obtenidos en el cálculo de  $\epsilon$ , para los distintos experimentos realizados (tablas 5.2, 5.3 y 5.4).

En los resultados mostrados, podemos apreciar que los valores obtenidos para  $\epsilon$ , están lejos de los esperados según la estimación realizada en (5.5). Dado que los valores de u' son del orden de 1 m/s, la explicación estaría en que la longitud asociada a las fluctuaciones de menor frecuencia son mayores de lo esperado. Analizando el dispositivo y el montaje utilizado, hemos llegado a la conclusión de que existe una inestabilidad importante en la turbulencia que la hace no homogénea. Así, después de entrar la teralmente los chorros en el dispositivo a través de los agujeros, el fluido es obligado por la corriente que atraviesa el túnel a realizar un cambio de dirección en su trayectoria consistente en un giro de 90°. Esto provoca que se genere un chorro a la salida del dispositivo y entrada del túnel, resultado de la fusión de los generados por el dispositivo, que además podría presentar variaciones de dirección (fluctuaciones laterales). Estas fluctuaciones serían de baja frecuencia, siendo la longitud carácterística del orden de las dimensiones de la sección transversal del túnel. Estas se reflejarán por tanto en el espectro de energía, en la zona de bajos números de onda. La aparición de estás fluctuaciones asociadas al tamaño de la sección del túnel (L=0,1 m), explicarían que la velocidad de disipación  $\epsilon$  tome valores tan bajos.

)

Tabla 5.1: Velocidades de disipación para el dispositivo sin mallas laterales

U(m/s)	u'(m/s)	$\epsilon(m^2/s^3)$
8,94	1,10	3,7963
$^{8,38}$	$1,\!03$	$3,\!5707$
$7,\!49$	$0,\!93$	$3,\!4153$
$6,\!97$	$0,\!87$	3,2134
$6,\!23$	0,79	3,0729
$5,\!54$	0,70	$2,\!6812$
4,81	$0,\!60$	2,2962
4,16	0,47	1,6641
$3,\!61$	$0,\!32$	0,9699

Tabla 5.2: Velocidades de disipación para el dispositivo con mallas laterales

U(m/s)	u'(m/s)	$\epsilon(m^2/s^3)$
5,31	$0,\!61$	3,1210
$5,\!11$	$0,\!59$	2,9645
$4,\!61$	0,52	$2,\!6661$
4,21	$0,\!44$	2,1282
$3,\!90$	$0,\!37$	1,7343
$3,\!61$	$0,\!31$	1,3009

Tabla 5.3: Velocidades de disipación para el dispositivo fractal



Figura 5.7: Dispositivo y túnel con malla transversal.

En un intento de homogeneizar el flujo entrante en el túnel, se realizó el experimento introduciendo una malla metálica entre la sección transversal de entrada al túnel y la salida del dispositivo generador de turbulencia (con matriz de chorros). Además se permitio la entrada de una pequeña corriente paralela a los laterales de la pared del túnel, con la intención de suavizar el perfil de velocidades y minimizar el movimiento lateral del chorro central. Para ello se practicaron dos filas de taladros a la tapa de madera que impedía la entrada de corriente según la dirección longitudinal del túnel (ver figura 5.7). Sin embargo estos intentos fueron infroctuosos, consiguiendose únicamente disminuir la intensidad turbulenta y el  $R_{\lambda}$ , sin conseguir una mejora en los valores de  $\epsilon$ .

Por otro lado, queremos hacer referencia a otro método para la obtención de  $\epsilon$  basado en el espectro de Kolmogorov, usado en otros trabajos (ver Daniel Polo 2000).

En este método, se parte de las hipótesis de Kolmogorov que permiten describir el rango inercial a través de la ecuación

$$E_{11} = C_k \epsilon^{2/3} k_1^{-5/3}, \tag{5.9}$$

en la que  $C_k$  es la constante de Kolmogorov. Tomándose de los valores de  $C_k$  recopilados por Sreenivasan (1995), el obtenido por Gad-el-Hak y Corrsin (1974)  $C_k = 0, 57$ . Luego se ajusta la region correspondiente al rango inercial del espectro obtenido ex-

#### 5.3. Obtención de $Re_{\lambda}$ y $\eta$ .

perimentalmente, mediante la función

$$E_{11} = Ak_1^{-5/3}. (5.10)$$

Así a partir del valor de A obtenido, se puede calcular  $\epsilon$ 

$$A = C_k \epsilon^{2/3}.\tag{5.11}$$

En el presente trabajo no se utilizó este método debido a que el basado en la integral de la función  $k_1^2 E_{11}(k_1)$ , es más exacto y da lugar a menos dispersión en los datos. Como puede verse en el trabajo realizado por Daniel Polo (2000), en el método de Kolmogorov aparecían mayores dispersiones, debido a que al ceñirnos únicamente al rango inercial, el número de puntos utilizados para extrapolar la curva que describe el rango inercial, es pequeño, en comparación con el número de puntos que intervienen en el método de la integral.

## 5.3. Obtención de $Re_{\lambda}$ y $\eta$ .

A partir de los valores de  $\epsilon$ , se obtienen los correspondientes al resto de las magnitudes que nos van a servir para describir la turbulencia. Para ello basta con aplicar las ecuaciones vistas en el capítulo 2. Así para el número  $Re_{\lambda}$  se tendrá

$$\lambda = u' \left(\frac{15\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}},\tag{5.12}$$

$$Re_{\lambda} = \frac{u'\lambda}{\nu}.$$
(5.13)

Y para la escala de Kolmogorov

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
(5.14)

En las siguientes tablas se muestran los resultados obtenidos en los distintos experimentos realizados (tablas 5.5, 5.6 y 5.7).
Capítulo 5. Resultados experimentales.

$\overline{U}(m/s)$	$T_u$	$\lambda(m)$	$Re_{\lambda}$	$\eta(m)$
9,44	0,1169	0,0087	$641,\!48$	0,0001748
8,81	$0,\!1158$	0,0082	$556,\!83$	0,0001735
$^{8,10}$	$0,\!1160$	0,0078	$487,\!88$	0,0001790
$7,\!36$	$0,\!1155$	$0,\!0073$	$414,\!37$	0,0001824
$6,\!58$	$0,\!1139$	$0,\!0067$	$336,\!77$	0,0001865
$5,\!81$	0,1124	0,0062	$271,\!59$	0,0001923
$5,\!06$	0,1081	$0,\!0057$	$208,\!68$	0,0002013
4,31	0,0992	$0,\!0051$	$146,\!25$	0,0002154
$3,\!63$	$0,\!0831$	$0,\!0047$	$93,\!83$	0,0002447

Tabla 5.4: Resultados para el dispositivo con matriz de chorros sin mallas laterales

$\overline{U}(m/s)$	$T_u$	$\lambda(m)$	$Re_{\lambda}$	$\eta(m)$
8,94	0,1232	$0,\!0085$	622,71	0,0001726
$^{8,38}$	$0,\!1230$	0,0082	$562,\!31$	0,0001753
$7,\!49$	0,1248	$0,\!0076$	$472,\!85$	0,0001773
$6,\!98$	$0,\!1245$	$0,\!0073$	420,88	0,0001800
$6,\!23$	0,1271	0,0068	$357,\!83$	0,0001820
$5,\!54$	$0,\!1263$	0,0064	299,08	0,0001883
4,81	$0,\!1256$	0,0060	$241,\!31$	0,0001958
4,16	0,1124	0,0054	169,79	0,0002122
$3,\!62$	0,0898	0,0049	107, 12	0,0002428

Tabla 5.5: Resultados para dispositivo con mallas laterales

Analizando estos datos se puede observar que se obtienen números de  $Re_{\lambda}$  bastante altos. Comparando con los resultados obtenidos por Daniel Polo (2000) mediante la parrilla de chorros en la dirección del flujo principal ( $Re_{\lambda} \sim 150$ ), con los obtenidos por Gad-el-Hak y Corrsin (1973) inyectando chorros a una corriente principal ( $Re_{\lambda} \sim 150$ ) o con los publicados por Mydlarsky y Warhaft (1996) que usaron un complejo sistema formado por una malla con placas triangulares que rotaban ( $Re_{\lambda} < 450$ ); se evidencia que nuestro sistema es un sistema muy eficaz para generar turbulencia, obteniéndose intensidades turbulentas elevadas, para velocidades medias moderadas. Además hay que resaltar la simplicidad de los dispositivos utilizados para la generación de la turbulencia y el pequeño tamaño del túnel (sección cuadrada de 12 mm de lado).

$\overline{U}(m/s)$	$T_u$	$\lambda(m)$	$Re_{\lambda}$	$\eta(m)$
$5,\!31$	0,1162	0,0052	215,70	0,0001813
$4,\!61$	$0,\!1117$	0,0047	$162,\!62$	0,0001886
4,21	0,1042	0,0045	$131,\!87$	0,0001995
$3,\!61$	$0,\!0863$	0,0041	$85,\!07$	0,0002256

Tabla 5.6: Resultados para el dispositivo con configuración fractal



Figura 5.8: Evolución de  $Re_{\lambda}$  con  $\overline{U}$ .

Por otro lado en los resultados se muestra la evolución del número  $Re_{\lambda}$  con la velocidad media, poniéndose de manifiesto que disminuye al caer la velocidad, dado que decae la energía total transmitita al fluido y por tanto la energía turbulenta. Esto se puede ver en la siguiente gráfica (ver figura 5.8). Además puede observarse también que la rejila metálica mejora aún más el número  $Re_{\lambda}$ , de forma que para una misma velocidad media se tienen valores mayores. Esto se debe a que al introducir en origen a través de la malla y de forma artificial las escalas menores, es menor la cantidad de energía invertida por los torbellinos grandes en la generación de los pequeños y por tanto  $\epsilon$  disminye, haciendo  $\lambda$  mayor. Dicho de otro modo, para una misma cantidad de energía, la proporción de torbellinos pequeños aumenta.

También es de utilidad representar la evolución de la intensidad turbulenta (ver figura 5.9), para medir la calidad de nuestro generador de turbulencia, ya que nos muestra como va variando la proporción de energía suministrada a la turbulencia frente a la total. Esto se puede observar también representando  $u'^2$  frente a  $\overline{U}$  (ver figura 5.10). Así se puede observar que la intensidad turbulenta se mantiene prácticamente constante para el rango el velocidades que va de 9,5 a 4,5 m/s y la función que relaciona  $u'^2$  y  $\overline{U}^2$  se puede representar como una recta. Esto muestra la eficacia de nuestro dispositivo que es capaz de mantener un alto nivel de turbulencia siempre y cuando la energía suministrada al fluido supere cierto valor, el correspondiente a  $\overline{U} > 4,5 \,\mathrm{m/s}$ . Además puede observase que el hecho de incluir las mallas laterales mejora el nivel de turbulencias, aunque eso si, disminuye la velocidad media del fluido para una misma velocidad del ventilador, ya que introducen mayores pérdidas de carga.



Figura 5.9: Evolución de  $T_u$  con  $\overline{U}$ .

Respecto a los resultados obtenidos con el dispositivo fractal, es evidente que la cantidad de datos o puntos obtenidos es muy pequeña, debido a que el rango de velocidades con el que se pudo trabajar estaba muy limitado por la velocidad máxima alcanzada por el fluido ( $\overline{U}_{max} \sim 5 \text{ m/s}$ ), dado que el ventilador utilizado no es el apropiado para vencer las pérdidas generadas.



Figura 5.10: Evolución de  $u'^2$  con  $\overline{U}^2$ .

# 5.4. Obtención de la longitud integral, L.

Como se explicó en el capítulo 2, la longitud integral es una medida estadística del tamaño típico de los torbellinos grandes que forman parte de la estructura turbulenta y depende de la forma en que se genara la turbulencia. A la hora de medir esta magnitud, tendremos que centrarnos en la zona del espectro de energía correspondiente a las bajas frecuencia. Para poder captar estos torbellinos será necesario muestrear a frecuencia menores que la usada para la obtención del rango inercial, en nuestro caso se tomaron muestras a una frecuencia de 1.000 Hz. Por otro lado para minimizar la dispersión de los datos obtenidos es necesario tomar muestras de gran tamaño. Esto ha supuesto una dificultad en nuestro trabajo, ya que el software con el que se ha contado no permite tomar muestras de tamaño superior a 10.000 datos. Esta limitación añadida a la gran cantidad de datos necesario, ha hecho inviable poder obtener unos resultados fidedignos.

## 5.5. Conclusiones

Los resultados obtenidos en nuestro trabajo nos permiten llegar a las siguientes conclusiones en cuanto a la idoneidad de los dispositivos utilizados para generar turbulencia isótropa y homogénea, así como proponer mejoras.

- Los resultados referentes a la velocidad de disipación  $\epsilon$  nos indican que la turbuelncia obtenida no es homogénea, debido a la aparición de fluctuaciones que tienen una longitud característica del orden de las dimensiones de la sección del túnel.
- Los valores correspondientes a  $Re_{\lambda}$  y la intensidad turbulenta nos muestran que el sistema de chorros enfrentados es muy eficaz a la hora de generar turbulencia, debido a la cortadura que se produce. Por tanto se propone para futuros trabajos realizar ensayos utilizando el mismo principio, pero haciendo que los chorros se generen en la misma dirección del túnel, para que desaparezca la inestabilidadn del chorro central causante de la no homogeneidad del flujo. Así, se podría utilizar una parrilla de chorros paralela al plano transversal al túnel, en la que se alternaran chorros entrantes y salientes para producir la cortadura.
- Además se ha comprobado que combinando el uso de rejillas metálicas con los chorros, el rango inercial es más amplio, obteniéndose valores de  $Re_{\lambda}$  mayores, debido como se explicó a que se generan más torbellinos de pequeña escala.
- Respecto al sistema fractal, si bien no se han podido conseguir velocidades medias suficientemente grandes para realizar una comparación con el dispositivo de matriz de chorros, se ha comprobado que en el rango de velocidades estudiado no produce mejoras sustanciales. Sin embargo se propone realizar ensayos futuros cuando se cuente con un ventilador apropiado (centrífugo).

# Capítulo 6

# Conclusiones

En el presente capítulo se repasará el trabajo realizado en este proyecto y se hará una recapitulación de los resultados y conclusiones, terminando con algunas propuestas para futuros trabajos.

# 6.1. Puesta a punto de los equipos y realización de los dispositivos en taller.

Durante la primera fase de este trabajo se puso a punto el equipo de anemometría. Así tras realizar un estudio sobre los fundamentos de la anemometría de hilo caliente, y dado que este equipo era de nueva adquisición, tuvimos que aprender su funcionamiento y realizar diversas pruebas previas para probar que funcionaba adecuadamente. Como resultado de las mismas se detectaron fallos en el sistema de adquisición de datos, que resultaron ser debidos al software suministrado por el fabricante, para salvar este problema se recurrió a una tarjeta de adquisición de datos conectada a un PC.

Antes de poder realizar medidas con el equipo de anemometría fue necesario calibrar la sonda de hilo caliente. Para conocer la velocidad del fluido en el punto de medida de recurrió a un tubo de pitot. Para aumentar la sensiblidad del mismo ante las pequeñas variones de presión, se construyó un soporte de madera para el tubo que contenía a la columna de líquido. Dicho soporte introduce dos ángulos de inclinación, uno de 60° respecto al plano horizontal, y otro de 15° del tubo respecto a

la horizontal del plano que lo contiene, así la altura de líquido (h) queda relacionada con la longitud del mismo (l), mediante  $h = l \sin 60^{\circ} \sin 15^{\circ}$ . Además como líquido de medida se utilizó hexano por su baja densidad.

Para controlar la velocidad el ventilador y poder generar corrientes de distinta velocidad media, se contó con un variador de frecuencia, que fue conectado al ventilador y configurado para este propósito.

Los dispositivos generadores de turbulencia fueron construidos en el laboratorio del Grupo de Mecánica de Fluidos, del Departamento de Ingeniería Energética y Mecánica de Fluidos. Para la realización del dispositivo fractal se recurrió a una máquina de control numérico.

# 6.2. Métodos para la obtención de medidas y tratamiento de datos.

La obtención de los datos se realizó a través del equipo de anemometría. La señal analógica suministrada por el mismo era tratada por la tarjeta de adquisición de datos (convertidor analógico/ digital) que conectada a un PC permitía obtener muestras a diversas frecuencias. La principal limitación la imponía el software que acompañaba a la misma, ya que no permitía adquirir más de 10.000 datos por muestra. Para poder contar con un número representativo de datos, el proceso de adquisición se repitió 50 veces en cada experimento (500.000 datos en total).

Una vez obtenidos los ficheros con los datos de los experimentos, fueron tratados mediante el programa matemático Matlab, que posee herramientas que facilitan mucho operaciones como la obtención del espectro de Fourier de una señal digital o la realización de integrales númericas, imprescindibles en este trabajo. Ésto supone una mejora respecto al método de trabajo utilizado por Daniel Polo (2000), en el que el tratamiento de los datos se realizó mediante el programa Test Point. Este programa no realiza bien el algoritmo de la FFT y fue necesario escribir a mano el algoritmo correspondiente a la DFT (Transformada Discreta de Fourier), lo que supone además un mayor tiempo de cálculo.

### 6.3. Experimentos realizados.

En este trabajo se pretendía comprobar la idoneidad de los dispositivos basados en matrices de chorros enfrentados en la generación de turbulencia isótropa y homogénea, así como estudiar la mejora que produce su combinación con mallas metálicas. Para ello se montaron los distintos experimentos descritos en el apartado 4.4. del cuarto capítulo del presente documento, que se enumeran a continuación:

- 1. Generación de turbulencia mediante parrilla de chorros enfrentados e inyectados transversalmente en una corriente principal en la dirección del túnel.
- 2. Generación de turbulencia mediante parrilla de chorros enfrentados sin entrada de corriente principal. En ella toda la corriente que entra en el túnel lo hace a través de los chorros.
- 3. Generación de turbulencia mediante parrilla de chorros enfrentados y malla metálica. En él se intenta comprobar la mejora que supone el introducir las escalas menores en origen, de cara a conseguir un rango inercial mayor.
- 4. Generación de turbulencia mediante fractal. Este dispositivo está compuesto por agujeros de distintos tamaños, repartidos en una configuración fractal. En él se intenta estudiar una idea parecida a la anterior, generando en origen tanto las escalas mayores como las más pequeñas, de cara a conseguir un abanico más amplio de torbellinos en el rango inercial.

### 6.4. Resultados obtenidos y conclusiones.

Como se explica en el capítulo 5 de este trabajo, para la caracterización de la turbulencia se recurrió al espectro de energía cinética turbulenta, que se obtuvo a través de la transformada discreta de Fourier mediante Matlab de los datos de fluctuación de velocidad adquiridos. A partir de dicho espectro se pudieron obtener las distintas magnitudes utilizadas en este estudio: velocidad de disipación turbulenta  $(\epsilon)$ , número de Reynolds asociado a la escla de Taylor  $(Re_{\lambda})$  y la escala de Kolmogorov  $(\eta)$ . Para la longitud integral, si bien se obtuvieron valores mediante diversos métodos basados en la función de correlación temporal o a través de la relación entre  $Re_L$  y  $Re_{\lambda}$ , se observó una gran dispersión en los mismos, debido por un lado a la inestabilidad del flujo resultante de la union de los chorros, así como debido a la limitación que supone el no poder tomar muestras más grandes. Por ese motivo no

se han mostrado aquí dichos resultados.

Los resultados obtenidos, comentados en el capítulo 5, nos muestran por un lado, que se obtienen números de Reynolds  $Re_{\lambda}$  elevados comparados con estudios anteriores de otros autores. Así mismo se observa que los valores obtenidos para  $\epsilon$ son pequeños respecto a los esperados, debido a la inestabilidad de la corriente. De esta forma podemos llegar a las siguientes conclusiones.

- 1. Los valores de  $Re_{\lambda}$  y  $T_u$ , muestran que el sistema de chorros enfrentados es muy eficaz a la hora de generar turbulencia, debido a la cortadura que produce.
- 2. El uso de rejilla metálica, mejora más esta eficacia, dado que la energía que tienen que invertir los torbellinos grandes en generar los pequeños es menor.
- 3. Para el fractal, si bien el número de datos es pequeño debido a que no se contó con una ventilador apropiado para vencer las pérdidas, se puede ver un comportamiento similar a los anteriores.
- 4. Por desgracia la inestabilidad del flujo resultante de la unión de los chorros, hace que la tuebulencia no sea homogénea.

### 6.5. Futuros trabajos.

Puesto que se ha comprobado la idoneidad de utilizar dispositivos de chorros enfrentados y puesto que el único problema ha consistido en la inestabilidad debida a la orientación de los mismos respecto del túnel, se proponen las siguientes líneas de trabajo, de cara a mejorar estos resultados e impedir la aparición de la inestabilidad.

- En primer lugar, se terminarán de resolver los problemas relacionados con el sistema de adquisición del equipo de anemometría. Para ello se investigará el formato de los archivos generados por el nuevo software suministrado por su fabricante y se realizará un programa capáz de leerlos.
- Se realizarán experimentos, en los que los chorros se generen en la dirección del túnel, para evitar el giro de 90°. Para poder generar corrientes en los dos sentidos, respecto a la parrilla de chorros, se utilizarán dos ventiladores, succionando en sentidos opuestos. Además se propone realizar el experimento en el túnel de viento que se encuentra en el laboratorio del Grupo de Mecánica de Fluidos, que dispone de mayor sección y de un ventilador más potente.

#### 6.5. Futuros trabajos.

• Por otro lado sería conveniente repetir los experimentos realizados con el fractal, utilizando un ventilador apropiado (centrífugo) que permita alcanzar velocidades mayores en los orificios.

Todas estal líneas de trabajo propuestas serán desarrolladas por el autor de este trabajo, durante el resto del presente año 2.004.

# Apéndice A

# Rutinas en Matlab.

### A.1. Espectro de energía cinética turbulenta.

Se muestra a continuación la rutina realizada en Matlab para la obtención del espectro de energía. Primero el programa transforma los valores de tensión, procedentes del anemómetro, en velocidad mediante la curva de calibración de la sonda de hilo caliente. Luego realiza la transformada discreta de Fourier utilizando el algoritmo para la transformada rápida fft (Fast Fourier Transform) que incorpora Matlab.

%PROGRAMA PARA OBTENER EL ESPECTRO DE ENERGÍA. %Datos iniciales. n = 10000; %Tamaño de muestras fs = 9000; Frecuencia de muestreo en Hz Ts = 1/fs; T = n/fs; %Tiempo de muestreo x = zeros(n, 1); F = zeros(n, 1); %Vector de frecuencias (sólo las n/2 primeras) Fe = fs \* (0 : n/2 + 1)/n; F = Fe(2 : n/2 + 1);%Carga de archivos de datos. load c:s1.txt; load c:s2.txt; load c:s3.txt; load c:s4.txt; load c:s5.txt; load c:s6.txt;

load c:s1.txt; load c:s2.txt; load c:s3.txt; load c:s4.txt; load c:s5.txt; load c:s6.txt; load c:s7.txt; load c:s8.txt; load c:s9.txt; load c:s10.txt; load c:s11.txt; load c:s12.txt; load c:s13.txt; load c:s14.txt; load c:s15.txt; load c:s16.txt; load c:s17.txt; load c:s18.txt; load c:s19.txt; load c:s20.txt; load c:s21.txt; load c:s23.txt; load c: load c:s24.txt; load c:s25.txt; load c:s26.txt; load c:s27.txt; load c:s28.txt; load c:s29.txt; load c:s30.txt; load c:s31.txt; load c:s32.txt; load c:s33.txt; load c:s34.txt; load c:s35.txt; load c:s36.txt; load c:s37.txt; load c:s38.txt; load c:s39.txt; load c:s40.txt; load c:s41.txt; load c:s42.txt; load c:s43.txt; load c:s44.txt; load c:s45.txt; load c:s46.txt; load c:s47.txt; load c:s48.txt; load c:s49.txt; load c:s50.txt; s26s27s28s29s30s31s32s33s34s35s36s37s38s39s40s41s42s43s44s45s46s47s48s49s50; %Aplicamos curva de calibración  $u = e^{\Lambda 2} * 0,1073 - e^{\Lambda 2} * 2,6878 + 19,576;$ E = zeros(n/2 + 1, 1);for i = 1:50;x = u(1:n,i);%Transformada discreta de Fourier de uX = fft(x);W = X(1:n/2+1)Ts;Y = abs(W); $Z = Y^{\land 2};$ E = E + 2/T \* Z; Espectro endEmedio = E(2:n/2+1)/50;U = u;Ufinal = zeros(500000, 1);for i = 1:500000;Ufinal(i) = U(i);end;Umedia = mean(Ufinal);K1 = 2 \* pi \* F/Umedia;% Representación de  $E_{11}$  junto a  $K_1^{\wedge}(-5/3)$  $recta = K1.^{(-5/3)};$ loglog(F, Emedio, F, recta)

### A.2. Obtención de $\epsilon$ , $Re_{\lambda}$ y $\eta$

El siguiente programa hace un estudio espectral y obtiene las magnitudes necesarias para caracterizar la turbulencia. El programa parte de los valores obtenidos en el programa para la obtención del espectro de energía. En este programa se ha hecho uso de la herramienta cftool de Matlab, que permite realizar operaciones numéricas

84

#### A.2. Obtención de $\epsilon$ , $Re_{\lambda}$ y $\eta$

como interpolaciones polinómicas, por splines, además de integrar.

#### %ESTUDIO ESPECTRAL.

% Previamente se habrá ejecutado el programa para la obtención del espectro de enrgía. % Obtenemos  $E_{11}(K_1)$  a partir de  $E_{11}(f)$ 

```
EK = Umedia * Emedio/(2 * pi);
%Obtenemos K_1^{\wedge} 2 * E_{11}(K_1)
K1 = K1';
K1cuadrado = K1;
K1cuadrado = K1cuadrado.^{2};
EKcuadrado = K1cuadrado. * EK;
%Obtención de T_u
Desvtipica = std(Ufinal);
Tu = Desvtipica/Umedia;
%Obtención de \epsilon.
%Extrapolación
%Frecuencia en la que corto el espctro.
frec2 = input(' Teclea frecuencia de corte')
%Frecuencia a la que empiezo a interpolar.
frec1 = input(' Teclea frecuencia para comenzar la recta')
kmax = round(frec2 * fs/n);
kmin = round(frec1 * fs/n);
intervalok = kmax - kmin;
for i = 1: intervalok;
K1disipalog(i) = log10(K1(i + kmin - 1));
Edisipalog(i) = log10(EKcuadrado(i + kmin - 1));
end
K1disipalog = Fdisipalog';
Edisipalog = Edisipalog';
cftool(K1disipalog, Edisipalog);
recta2 = fit(Fdisipalog, Edisipalog, 'poly1');
Kdefi = (fs/n : fs/n : 10000);
Edefi = zeros(1, 10000/(fs/n));
for i = 1 : kmax
Edefi(i) = Emedio(i);
end
for i = kmax : \frac{50000}{(fs/n)}
Edefi(i) = 10^{r}ecta2(loq10(Kdefi(i)));
end
loglog(K1defi, Edefi)
```

K1defi = 2 \* pi \* Fdefi/Umedia; $K1de ficuadrado = K1de fi.^{2};$ EKdefi = Umedia \* Edefi/(2 \* pi);EKcuadradodefi = K1deficuadrado. \* EKdefi;K1defi = K1defi';EKcuadradodefi = EKcuadradodefi';EKdefi = EKdefi';%Para la integración numérica aproximo la función mediante spline cftool(K1defi, EKcuadradodefi);Curvaajustada = fit(K1defi, EKcuadradodefi, 'cubicspline');plot(K1defi, Curvaajustada(K1defi));%Integración integral = integrate(Curvaajustada, 2 \* pi \* 1000/Umedia, fs/n); $epsilon = 15*1, 5*10^{\wedge}(-5)*integral$  $kolmogorov = ((1,5*10^{(-5)})^{3}/epsilon)^{(1/4)}$ uprima = std(Ufinal) $landa = (15 * (1,5 * 10^{(-5)})/epsilon)^{0,5} * uprima$  $Relanda = uprima * landa/(1,5 * 10^{(-5)})$ UmediaTu

+

# Bibliografía

- [1] G.K. Batchelor, "The theory of homogeneous turbulence". Cambridge Science Classics, 1953.
- [2] H.H. Bruun, "Hot wire anemometry: principles and signal analysis." Oxford Science Publications, 1995.
- [3] G. Comte-Bellot y S. Corrsin, "Space-time correlation measurements in isotropic turbulence". Journal of Fluid Mechanics, 48, 273-337, 1970.
- [4] G. Comte-Bellot y S. Corrsin, "The use of a contraction to improve the isotropy of grid generated turbulence". Journal of Fluid Mechanics, 1965.
- [5] J. Dávila, J.C. Vassilicos, "The number of straining structures in homogeneous turbulence scales as  $(L/\eta)^2$ ". Physical Review Letters, 2003.
- [6] M. Gad-el-Hak y S. Corrsin, "Measurements of the nearly isotropic turbulence behind a uniform jet grid". Journal of Fluid Mechanics, 62, 115-143, 1974.
- [7] J.O. Hinze, "Turbulence". McGraw-Hill, Inc. 1975.
- [8] A.L. Kistler y T. Vrebalovich, "Grid Turbulence at large Reynolds numbers". Journal of Fluid Mechanics, 26, 37-47, 1996.
- [9] J.J. Lasserre, MCoantic y F. Anselmet, "Improvements to hot-wire measurements of turbulent energy dissipation". Advances in Turbulence VIII. CIMNE, 2000.
- [10] L. Mydlarsky and Z. Warhaft, "On the onset of high-Reynolds-number gridgenerated wind tunnel turbulence". Journal of Fluid Mechanics, 320, 331-368, 1996.
- [11] J. Schedvin, G.R. Stegen y C.H. Gibson, "Universal similarity at high grid Reynolds numbers". Journal of Fluid Mechanics, 65, 561-579, 1974.

- K.R. Sreenivasan, "On the universality of Kolmogorov constant". Phys. Fluids, 7, 2778-2784, 1995.
- [13] C.W. Van Atta y W.Y.Chen, "Measurements of spectral energy transfer in grid turbulence". Journal of Fluid Mechanics, 38, 743-763, 1969.
- [14] S.L. Voropayev y H.J.S. Fernando, "Propagation of grid turbulence in homogeneous fluids". American Institute of Physics, 1996.
- [15] L.C. Wyngaard. "Measurements of small-scale turbulence structure with hot wires". Journal of Scientific Instruments (Journal of Physics E), Series 2 Volume 1:1105-1108,1968.