# Capítulo 2

# MODELADO DE LOS ELEMENTOS CONSTITUYENTES DEL GRUPO DE SOBREALIMENTACIÓN

## 2.1 Introducción

El objeto de este Proyecto es la aplicación de la turbosobrealimentación a un modelo de acción de ondas de un MCIA. Para ello hay que adoptar un modelado adecuado de los distintos componentes que integran el grupo de sobrealimentación.

La aplicación de la turbosobrealimentación a un MCIA requiere la instalación de varios dispositivos, al menos una turbina y un compresor. En este Capítulo se pretende mostrar los fundamentos teóricos que se han empleado en el modelado de estos dispositivos.

Tradicionalmente ambos elementos se han caracterizado mediante la generación de curvas de funcionamiento en ensayos experimentales denominadas curvas características que relacionan las principales magnitudes (flujo másico, rendimiento, relación de compresión, etc). La gran complejidad del flujo a través de estas turbomáquinas dificulta tremendamente la obtención de modelos teóricos y de gran aplicabilidad. Esta caracterización estacionaria de estos elementos, en función de la evaluación de ciertas magnitudes físicas choca directamente con el tratamiento de las condiciones de contorno que se ha implementado en el programa y con el carácter dinámico del modelo de acción de ondas.



FIGURA 2.1 CURVA CARACTERÍSTICA DE UN COMPRESOR [5]

El tratamiento de las condiciones de contorno y por lo tanto de cualquier elemento distinto de un conducto es muy sencillo mediante la aplicación del método de las características. En virtud de los cálculos en el punto adyacente a la condición de

contorno que se está evaluando se obtiene una característica. Ya se ha indicado con anterioridad que la solución mediante el método de las características se obtiene mediante la intersección de dos de ellas, por lo que la característica anterior se denomina característica incidente. La condición de contorno se traduce pues en la generación de otra característica denominada característica reflejada cuya intersección con la incidente permite obtener la evolución de las magnitudes físicas en el extremo del conducto mediante la aplicación de las relaciones inversas.

El tratamiento anterior resulta de aplicación inmediata a muchas de las condiciones de contorno con las que trabaja el modelo pero en el caso de las turbinas y los compresores existe la dificultad añadida de estar empleando una caracterización estacionaria de estos elementos para un cálculo no estacionario. La aplicación de correlaciones empíricas se hace necesaria para contemplar estos efectos.

#### 2.2 Modelo de la turbina

Las turbinas que nos podemos encontrar en la turbosobrealimentación de MCIA serán radiales salvo en configuraciones especiales en las que se empleen turbinas de flujo axial. En ambos casos, la selección de la turbina apropiada para una u otra aplicación ha de realizarse en virtud de una serie de parámetros que determinan su comportamiento. Estos parámetros se representan en forma de curvas que recogen las características del flujo estacionario a través de la turbina.

Se han hecho importantes esfuerzos mediante la aplicación de técnicas tridimensionales computacionales para la evaluación de las condiciones del flujo a través del rotor de la turbina. Estas técnicas complejas deben considerar la geometría de la turbina. En estos casos la aplicación de los modelos está restringida normalmente al flujo estacionario. En el otro extremo, se hace uso de modelos monodimensionales.

Es obvio que el régimen de funcionamiento de una turbina acoplada a un motor de combustión interna alternativo no se puede considerar estacionario, en virtud de la operación cíclica e intermitente del motor. Esto se puede resolver considerando la turbina como un dispositivo cuasi-estacionario, aún más si tenemos en cuenta que una turbina es un elemento significativamente mayor, en términos de volumen y longitud, que por ejemplo una tobera. En cualquier caso, la adopción de esta hipótesis resulta necesaria dado que las curvas características de las turbinas normalmente representan únicamente condiciones de flujo estacionario.

Los parámetros que se suelen emplear para expresar las condiciones del flujo a través de una turbina son:

- Relación de presiones: -
- Parámetro de flujo másico: -
- Parámetro de velocidad del rotor:
- Rendimiento:
- Diagrama *h-s*

Estos parámetros se presentan como curvas para cada velocidad de giro del rotor.

En la modelización que se ha incluido en el programa las turbinas axiales y las radiales reciben idéntico tratamiento en función de las curvas características respectivas. Las turbinas de flujo axial empleadas normalmente en turbocompresores disponen de una corona de álabes fijos, el estator, y una corona de álabes móviles en el rotor. La caída de presión depende del grado de reacción definido como la relación entre el salto entálpico en el rotor y el salto entálpico en el conjunto de rotor y estator, siendo muy común el empleo de un grado de reacción del 50 %. Para una turbina axial con cierto grado de reacción, se tiene que para cada velocidad del rotor se tiene una curva individual, pero están tan juntas que conforman una única curva para todo el rango de funcionamiento, tal y como se aprecia en la Figura 2.2.



FIGURA 2.2 CURVA TÍPICA TURBINA AXIAL

En las turbinas de flujo radial que se emplean en la sobrealimentación el fluido entra radialmente y abandona la turbina en dirección axial. También se suele optar por emplear turbinas con un 50 % de grado de reacción en el punto de diseño. Las curvas características de las turbinas radiales son fuertemente dependientes de la velocidad de giro del rotor, tal y como se muestra en la Figura 2.3. Se puede apreciar que la relación de presiones para flujos másicos pequeños se incrementa con el aumento de la velocidad de giro mientras que el flujo másico máximo disminuye cuando se incrementa la velocidad de giro.



El modelo que se ha desarrollado no contempla la totalidad de las situaciones, por otro lado frecuentes, que se pueden dar en la sobrealimentación. Así, no se

consideran sistemas de admisión múltiples en la turbina ni la implementación de turbinas de admisión parcial o de geometría variable.



## FIGURA 2.4 TURBOCOMPRESOR CON ADMISIÓN MÚLTIPLE EN TURBINA

Una limitación importante en la aplicación del modelo surge de la necesidad de caracterizar un amplio rango de condiciones de funcionamiento de la turbina. En realidad, los resultados experimentales disponibles únicamente caracterizan el comportamiento de la turbina en una zona más o menos extensa en torno al punto de diseño. Por lo tanto, no hay datos disponibles relativos a zonas más alejadas, por ejemplo, en la zona de flujo casi nulo o inverso, que dado el carácter oscilatorio del mismo, puede ser un punto de funcionamiento absolutamente real. Si bien, se puede extrapolar con relativa facilidad la curva de relación de presiones al origen no sucede lo mismo con la de rendimiento. Esto unido al carácter hiperbólico de las ecuaciones que gobiernan el flujo en los conductos provoca una cierta ausencia de robustez del modelo si las condiciones iniciales, por otro lado difíciles de establecer, se encuentran alejadas del punto de funcionamiento real.

La disponibilidad de curvas características es también un problema, si tenemos en cuenta que el funcionamiento adecuado de las turbomáquinas está limitado a un rango estrecho de condiciones de operación. Por esta razón, una determinada turbina y por tanto una familia de curvas características puede ser adecuada para un determinado motor y condiciones de operación y en cambio dar lugar a resultados absurdos al ser acoplada a un motor de características distintas. Puesto que es objeto de este trabajo el análisis de la sobrealimentación para múltiples configuraciones y condiciones de operación, se ha optado por realizar un escalado de las curvas para adaptarlas a los distintos motores. Esta solución que con mayor o menor fortuna puede estar justificada en el caso de la curva del gasto frente a la relación de presiones resulta inabordable para el rendimiento. El desarrollo de técnicas más robustas para el análisis y adaptación de cualquier curva característica a las condiciones del motor de modo que se consiga una convergencia hacia la zona de funcionamiento adecuada de la turbina podría ser objeto de mejora de los trabajos aquí desarrollados.

El planteamiento que se ha seguido parte del modelado inicial de una turbina que descarga a una presión constante a la salida, para posteriormente desarrollar el caso general de presión variable a la salida de la turbina.

## 2.2.1 Representación de una turbina con presión constante a la salida

El desarrollo de la condición de contorno de turbina de presión constante a la salida se basa en la combinación de las ecuaciones de ondas que describen el flujo del gas en los conductos previos a la turbina con las curvas características de la turbina.

El desarrollo matemático corresponde a los textos elaborados por Benson [1] y ampliados posteriormente por Winterbone y Pearson [2] que constituyen el fundamento de todo el software desarrollado no sólo para la sobrealimentación sino para la mayoría de las condiciones de contorno existentes.

Como resultado de esta combinación se generan relaciones entre las variables de Riemann  $\lambda$  y  $\beta$  que son las variables con las que trabaja el programa en lugar de las variables "físicas". Las curvas características de las turbinas generalmente se presentan en forma gráfica ó como tablas de datos empíricos. Esta información es procesada para generar unas variables de Riemann análogas  $\lambda^*$  y  $\beta^*$  con las que poder obtener las características y con ellas la solución.

En adelante  $\lambda$  y  $\beta$  se pasan a denominar  $\lambda_{in}$  y  $\lambda_{out}$  en referencia a las características incidente y reflejada respecto a la condición de contorno que se esté tratando.

En este análisis se asume que la presión  $p_2$  tras la turbina permanece constante ligeramente por encima de la presión de referencia ya que el fluido debe vencer las pérdidas derivadas de los conductos y dispositivos en el escape (el silenciador por ejemplo).

La relación de presiones a lo largo de la turbina se define en términos de presión de remanso a presión estática como  $p_{01}/p_2$ . La principal diferencia derivada de considerar la presión de salida constante se traduce en que a pesar de existir un incremento de la entropía del fluido al cruzar la turbina debido a las irreversibilidades, este no se trasmite de nuevo hacia la entrada de la turbina si el flujo es directo. Debido a ello no es necesario corregir el nivel de entropía en la sección de entrada a la turbina por lo que el valor de  $\lambda_{in}$  permanece constante para un instante de tiempo determinado. Si se diera la situación de inversión del flujo, esto afectaría a la variable de Riemann incidente  $\lambda_{in}$ , pero en este caso no se considerará ya que su influencia resulta muy poco significativa.

Generalmente de dispone de una gráfica cuyo eje horizontal se representa algún tipo de parámetro de flujo másico y en el eje vertical se dispone la relación de presiones.

Los parámetros que se emplean en el modelo son:

 $\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}} = \frac{flujo \ másico \ x \ \sqrt{temperatura} \ de \ remanso \ a \ la \ entrada}}{presión \ de \ remanso \ a \ la \ entrada}$  $\frac{p_{01}}{p_2} = \frac{presión \ de \ remanso \ a \ la \ entrada}{presión \ a \ la \ salida \ del \ rotor}$ 

Esta forma de tratar las curvas permite hacer una simplificación de la turbina mediante la consideración de la misma como una tobera caracterizada por un área equivalente. Esta simplificación requiere considerar el flujo a través de la turbina isentrópico ya que las ecuaciones que se emplean para caracterizar la tobera equivalente están basadas en las relaciones isentrópicas.

La aplicación de esta simplificación permite establecer una relación entre el parámetro de flujo másico, el área equivalente y el número de Mach incidente, tal y como se recoge en las siguientes ecuaciones:

$$Ec. \ 2.1 \ F_N = \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}} \frac{1}{f(M)} \quad \text{donde } F_N \text{ es el área equivalente}$$
$$Ec. \ 2.2 \ M = \left[\frac{2}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{p_{01}}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma - 1)}{\gamma}} - 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}$$
$$Ec. \ 2.3. \qquad f(M) = \left(\frac{\gamma}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{M}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}}} \text{ para } M < 1.0$$
$$Ec. \ 2.4 \qquad f(M) = \left(\frac{\gamma}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}} \text{ para } M > 1.0$$

Al aplicar estas ecuaciones a la entrada de la turbina se obtiene:

Ec. 2.5 
$$\frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{p_{01} F_1} = \left(\frac{\gamma}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{M_1}{\sqrt{\left\{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right)^{\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}\right\}}}$$

 $M_1$  representa el Mach incidente en la sección de entrada a la turbina (en adelante sección 1) y  $F_1$  es el área del conducto de entrada en dicha sección.

Reestructurando la ecuación anterior tenemos:

Ec. 2.6 
$$M_1 = \left(C + \frac{\gamma - 1}{2}CM_1^2\right)^{\frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}} = f(M_1)$$

Ec. 2.7 
$$C = \left\{ \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01} F_1} \left(\frac{R}{\gamma}\right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)}}$$

Mediante las ecuaciones 2.6 y 2.7 resulta posible calcular, para un valor dado del parámetro de flujo másico, el valor del número de Mach incidente, mediante un algoritmo de aproximaciones sucesivas. Conocido el valor de  $M_1$  la relación entre la presión estática y de remanso se puede obtener mediante las relaciones isentrópicas:

Ec. 2.8 
$$\frac{p_{01}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

La relación entre las presiones estáticas a la entrada y salida de la turbina se obtiene mediante la ecuación 2.8 y el valor dado en la curva característica de la turbina de la relación de presiones correspondiente al parámetro reflujo másico que se está evaluando.

*Ec. 2.9* 
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_{01}} \frac{p_{01}}{p_2}$$

De este modo, la curva característica de la turbina puede ser transformada en términos de número de Mach incidente frente a la relación de presiones estáticas, que a su vez se puede evaluar mediante las ecuaciones de flujo no estacionario en los conductos.

Las condiciones del flujo antes de la turbina de caracterizan por las siguientes ecuaciones:

*Ec.* 2.10 
$$A_1 = \frac{\lambda_{in,1} + \lambda_{out,1}}{2}$$
  
*Ec.* 2.11  $U_1 = \frac{\lambda_{in,1} - \lambda_{out,1}}{\gamma - 1}$ 

 $A_1$  y  $U_1$  son variables adimensionales de la velocidad del sonido y de la velocidad del gas respectivamente.

Las condiciones tras la turbina si consideramos que la presión de descarga es constante están definidas en los siguientes términos y permanecerán constantes.

*Ec.* 2.12 
$$A_{A2} = \left(\frac{p_b}{p_{ref}}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}}$$

Se definen las variables de Riemann análogas como  $\lambda_{in}^* = \frac{\lambda_{in}}{A_{A2}}$  y  $\lambda_{out}^* = \frac{\lambda_{out}}{A_{A2}}$ 

La ecuación 2.10 puede expresarse mediante estas variables análogas como:

*Ec. 2.13* 
$$A_1^* = \frac{\lambda_{in,1}^* + \lambda_{out,1}^*}{2} = \frac{A_1}{A_{A2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}}$$
ó también  
*Ec.2.14*  $\lambda_{in,1}^* + \lambda_{out,1}^* = 2\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}}$ 

que introducen la presión estática a la entrada de la turbina. La ecuación 2.11 también se puede expresar mediante las variables de Riemann análogas:

Ec. 2.15 
$$U_1^* = \frac{\lambda_{in,1}^* - \lambda_{out,1}^*}{\gamma - 1}$$
 ó también  
Ec. 2.16  $\lambda_{in,1}^* - \lambda_{out,1}^* = (\gamma - 1)U_1^*$ 

El número de Mach a la entrada de la turbina vale  $M_1 = \frac{U_1}{A_1} = \frac{U_1^*}{A_1^*}$  por lo que

Ec.2.17 
$$U_1^* = M_1 A_1^* = M_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}}$$

La sustitución de este valor en la ecuación 2.16 nos da

Ec.2.18 
$$\lambda_{in,1}^* - \lambda_{out,1}^* = (\gamma - 1)M_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma - 1)}{2\gamma}}$$

Finalmente la combinación de las ecuaciones 2.14 y 2.18 por adición y sustracción nos proporcionan las ecuaciones en la forma que estamos buscando:

$$Ec. \ 2.19.1 \qquad \lambda_{in,1}^* = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1\right)$$
$$Ec. \ 2.19.2 \qquad \lambda_{out,1}^* = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}} \left(1 - \frac{\gamma-1}{2}M_1\right)$$

Las ecuaciones 2.19.1 y 2.19.2 relacionan las variables análogas de Riemann incidente y reflejada, con la relación de presiones estáticas a lo largo de la turbina y el número de Mach en el conducto de entrada, por lo que están en la misma forma que las condiciones de contorno de una tobera.

La aplicación de estas ecuaciones se puede hacer sobre cada par de datos (parámetro de flujo – relación de presión) de la curva característica de la turbina. No obstante, hay que considerar la existencia de dos puntos especiales que delimitan las zonas de funcionamiento de la turbina. Se consideran tres zonas de funcionamiento de la turbina delimitadas por dos puntos de transición en la curva. El subíndice B corresponde al punto de flujo nulo y separa la zona de flujo inverso de la de flujo directo. El subíndice D hace referencia al punto de máximo valor del parámetro de flujo másico con lo que se delimita la zona de flujo bloqueado a través de la turbina.



FIGURA 2.5 ZONAS DE FUNCIONAMIENTO EN LA TURBINA

Cuando el flujo está bloqueado, el número de Mach en el conducto alcanza un valor máximo que se denotará como  $(M_l)_D$ .Si la relación de presiones en el punto D vale  $(p_l/p_2)_D$ , la variable de Riemann análoga vale en D:

Ec. 2.20 
$$(\lambda_{in,1}^*)_D = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)_D^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}(M_1)_D\right)$$

De modo que si  $\lambda_{in,1}^*$  es mayor que  $(\lambda_{in,1}^*)_D$  el flujo está bloqueado en el estator de la turbina.

Dividiendo la ecuación 2.19.2 entre la 2.19.1 se obtiene:

Ec. 2.21 
$$\frac{\lambda_{out,1}^*}{\lambda_{iu,1}^*} = \frac{1 - \frac{\gamma - 1}{2}M_1}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1}$$

En el caso de que se produzca situación de flujo bloqueado, el valor de  $M_I$  permanece constante e igual a  $(M_I)_D$  por lo que la expresión anterior en el flujo bloqueado es igual a una constante.

*Ec. 2.22* 
$$\frac{\lambda_{out,1}^*}{\lambda_{iu,1}^*} = \frac{1 - \frac{\gamma - 1}{2} (M_1)_D}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} (M_1)_D} = \frac{\lambda_{out,1}}{\lambda_{iu,1}} = K_s \text{ puesto que } A_{A2} \text{ es constante.}$$

Este tratamiento nos proporciona una condición para evaluar la existencia de flujo bloqueado y nos da la condición de contorno en términos de las variables de

Riemann análogas. Si  $\lambda_{in,1}^* > (\lambda_{in,1}^*)_D$  existe bloqueo y la variable reflejada asociada vale  $\lambda_{out,1} = K_S \lambda_{in,1}$ 

El otro punto de transición está referido a la aparición de flujo inverso en la turbina. Generalmente, en las curvas características de las turbinas no se contempla la zona de flujo inverso (ni siquiera para un caudal inferior a cierto valor de referencia) ya que no se prevé que sea necesario caracterizar una zona donde se supone que la turbomáquina no va a trabajar por lo que aunque se podrían emplear las mismas ecuaciones anteriores, sustituyendo  $M_1$  por el Mach a la salida de la turbina  $M_2$  afectado de un signo negativo. Dado que la cantidad de flujo inverso que se experimenta en la turbina es generalmente muy pequeña en el modelo resulta suficiente con modelar la turbina como un extremo abierto con una presión dada por:

*Ec. 2.23*  $p_{OE} = \left(\frac{p_{01}}{p_2}\right)_B p_b$  donde  $(p_{01}/p_{2})_B$  es la relación de presiones para flujo nulo.

El criterio para determinar si estamos en la zona de flujo inverso es  $\lambda_{in,1}^* < (\lambda_{in,1}^*)_B$ . La ecuación 2.14 aplicada en la situación de flujo inverso como:

*Ec.2.24* 
$$\lambda_{out,1}^* = 2\left(\frac{p_{01}}{p_2}\right)_B^{\frac{(\gamma-1)}{2\gamma}} - \lambda_{in,1}^*$$

Puesto que  $A_{A2}$  es constante, la variable de Riemann análoga reflejada para el flujo inverso se expresa como  $\lambda_{out,1} = 2(\lambda_{in}^*)_B A_{A2} - \lambda_{in,1}$ .

La aplicación de estas ecuaciones a cada punto de la curva de la turbina permite obtener una curva transformada en variables de Riemann análogas que resulta perfectamente compatible con las ecuaciones de ondas del flujo no estacionario. Si la turbina es axial, la transformación se realiza sobre una única curva mientras que en el caso de turbina radial hay que hacer esta transformación para cada una de las curvas ya que existe una cada curva distinta para cada velocidad del rotor.

La Figura 2.6 muestra como quedan las nuevas curvas tras la transformación, relacionando las variables de Riemann análogas incidente y reflejadas. Se distinguen las zonas de flujo inverso, directo y bloqueado para cada parámetro de velocidad del rotor. Los datos de las curvas quedan almacenados como parejas de variables de Riemann análogas  $\lambda_{in,1}^*$  y  $\lambda_{out,1}^*$  para cada velocidad del rotor. En la Figura 2.7 se recoge el diagrama de flujo que se ha seguido para la transformación de las curvas.

La obtención de la solución bajo estas condiciones resulta ahora muy sencilla. En primer lugar, en función de la velocidad de giro del rotor de la turbina, se le pasa como argumento de entrada el valor del parámetro de velocidad del rotor en cada instante. Se seleccionan las curvas correspondientes anterior y posterior a dicho valor, respecto alas cuales posteriormente se realizará una interpolación lineal.

Para cada instante de tiempo la característica incidente  $\lambda_{in,1}$  y  $A_{A2}$  son conocidos (la presión  $p_2$  se lee del fichero de datos que contiene las curvas características originales) por lo que se introducen en la función como argumentos de entrada. A partir de ambos, se obtiene el valor de la variable de Riemann análoga  $\lambda_{in,1}^*$  y se compara con

las condiciones que definen las situaciones de flujo inverso, directo y bloqueado. En los casos de flujo inverso y bloqueado se aplican las expresiones correspondientes y para el caso del flujo directo se interpola en las curvas transformadas, con lo que se obtiene el valor de la variable de Riemann análoga reflejada  $\lambda_{out,1}^*$  y con ella  $\lambda_{out,1}$ . Este procedimiento se aplica a cada una de las curvas por lo que se generan dos soluciones que se interpolan en función del parámetro del rotor y con ello se genera la característica reflejada de la condición de contorno de turbina de presión constante que se devuelve como argumento al programa principal.

Este desarrollo se ha implementado bajo la forma de la subrutina TURBPCTE. La aplicabilidad de esta aproximación es limitada ya que en la realidad, tras su paso por la turbina, los gases no son descargados a la atmósfera a una presión constante sino que en la mayoría de las situaciones se envían al sistema de escape formado por conductos, silenciadores, catalizador, etc. No obstante supone una base teórica para el desarrollo del modelo de turbina con descarga a presión variable que se desarrolla a continuación.



CURVAS CARACTERÍSTICAS TRANSFORMADAS



FIGURA 2.7 DIAGRAMA DE LA TRANSFORMACIÓN DE CURVAS CARACTERÍSTICAS EN LA SUBRUTINA TURBPCTE

## 2.2.2 Representación de una turbina con presión variable a la salida

Esta situación se presenta cuando tras la turbina se dispone un conducto de una cierta longitud por lo que a diferencia del caso anteriormente considerado no puede asumirse que la presión  $p_2$  permanezca constante. No obstante el procedimiento de cálculo de las condiciones de contorno se realiza de forma análoga al caso de presión constante mediante la relación entre las ecuaciones de onda en los conductos de entrada y salida a la turbina y las curvas características de flujo de la misma. A continuación se desarrollan las ecuaciones que gobiernan dicha relación donde se establece que el sentido del flujo es positivo cuando este va de la entrada a la salida de la turbina. En todos los desarrollos el subíndice 1 hace referencia a la sección de entrada a la turbia y el 2 a la de salida.

Las ecuaciones del flujo en los conductos viene dadas por:

En el conducto de entrada a la turbina:

*Ec.* 2.25 
$$\lambda_{in,1} = A_1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot U_1$$
  
*Ec.* 2.26  $\lambda_{out,1} = A_1 - \frac{\gamma - 1}{2} \cdot U_1$ 

En el conducto de salida de la turbina:

*Ec.* 2.27 
$$\lambda_{in,2} = A_2 - \frac{\gamma - 1}{2} \cdot U_2$$
  
*Ec.* 2.28  $\lambda_{out,2} = A_2 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot U_2$ 

Nuevamente se define las variables de Riemann análogas como:

*Ec.* 2.29 
$$\lambda_1^* = \frac{\lambda_1}{A_{A1}}$$
  $\lambda_2^* = \frac{\lambda_2}{A_{A2}}$ 

El número de Mach a la entrada y salida de los conductos vale:

*Ec. 2.30* 
$$M = \frac{U}{A} = \frac{U^*}{A^*}$$

Por lo que podemos expresar las ecuaciones anteriores en términos del número de Mach y las variables de Riemann análogas:

En el conducto de entrada a la turbina:

Ec. 2.31 
$$\lambda_{in,1}^* = A_1^* \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_1\right) \lambda_{out,1}^* = A_1^* \cdot \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_1\right)$$

En el conducto de salida de la turbina:

Ec. 2.32 
$$\lambda_{in,2}^* = A_2^* \cdot \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_2\right) \lambda_{out,2}^* = A_2^* \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_2\right)$$

Si se tiene en cuenta que  $A_1^* / A_2^*$  es igual a  $(p_1/p_2)(\gamma-1) / 2\gamma$ , donde  $p_1/p_2$  es la relación de presiones a lo largo de la turbina, existe una relación entre las variables de Riemann análogas y la magnitudes físicas que se conforman las curvas características de la turbina.

El flujo másico que atraviesa la turbina en cada instante viene dado por: *Ec. 2.33*  $\dot{m} = \rho_1 \cdot u_1 \cdot F_1 = \rho_2 \cdot u_2 \cdot F_2$  donde  $F_1$  y  $F_2$  son las secciones que conectan la turbina a los conductos de entrada y salida respectivamente.

Considerando las ecuaciones de los gases dadas por  $\rho = \frac{\gamma p}{a^2}$  y  $a = \sqrt{\gamma RT}$  el flujo másico se puede expresar como:

$$Ec \ 2.34 \qquad \dot{m} = \frac{u_n}{a_n} \cdot \frac{p_n}{\sqrt{T_n}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\gamma}{R}\right)} F_n \text{ con n=1,2}$$

$$Ec \ 2.35 \qquad \frac{\dot{m}\sqrt{T_n}}{p_n} = M_n \cdot \sqrt{\left(\frac{\gamma}{R}\right)} F_n \text{ con n=1,2}$$

Se define un parámetro de flujo  $G_n$  como  $G_n = \frac{\dot{m}\sqrt{T_n}}{p_n}$  con n=1,2 y una nueva

constante  $C_n$ :

Ec. 2.36 
$$C_n = \frac{\gamma - 1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{\gamma}\right)} \cdot \frac{1}{F_n} \text{ con } n = 1,2$$

Estas transformaciones permiten expresar ahora las ecuaciones de ondas 2.31 y 2.32 en términos de  $G_n$  y  $C_n$ :

En el conducto de entrada a la turbina:

*Ec.* 2.37 
$$\lambda_{in,1}^* = A_1^* (1 + C_1 G_1) \qquad \lambda_{out,1}^* = A_1^* (1 - C_1 G_1)$$

En el conducto de salida de la turbina:

*Ec*.2.38  $\lambda_{in,2}^* = A_2^*(1 - C_2G_2)$   $\lambda_{out,2}^* = A_2^*(1 + C_2G_2)$ 

Por lo tanto, las ecuaciones 2.37 y 2.38 contienen las características de la turbina expresadas en forma de ecuaciones de ondas, por lo que resultarán compatibles con las ecuaciones de ondas que se aplican en el cálculo de los conductos empleando las características. Para ello se realizan las siguientes transformaciones:

En primer lugar los parámetros de flujo aguas arriba y debajo de la turbina están relacionados mediante la siguiente expresión:

*Ec. 2.39* 
$$G_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/2} \cdot G_1$$

Sustituyendo el valor de  $G_2$  en la expresión que se obtiene de dividir las ecuaciones 2.37 y 2.38 tenemos que:

Ec. 2.40 
$$\frac{\lambda_{in,1}^*}{\lambda_{in,2}^*} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \cdot \left(\frac{1+C_1G_1}{1-C_2G_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/2}}\right)$$

La ecuación 2.40 relaciona las características incidentes en los conductos de entrada y salida de la turbina con el salto de presiones y temperaturas, con unas constantes representativas de la geometría de los conductos de entrada y salida y con un parámetro de flujo másico. Las ecuaciones 2.41 y 2.42 muestran los valores de las

relaciones entre las características análogas reflejada e incidente en el conducto de entrada y entre las características reflejadas análogas a ambos lados de la turbina.

$$Ec. \ 2.41 \qquad \frac{\lambda_{out,1}}{\lambda_{in,1}^*} = \frac{1 - C_1 G_1}{1 + C_1 G_1}$$
$$Ec. \ 2.42 \qquad \frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \cdot \left(\frac{1 + C_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/2} \cdot G_1}{1 - C_1 G_1}\right)$$

Como en el caso anteriormente considerado, en las curvas características de la turbina existen dos puntos de transición en las distintas zonas de funcionamiento de la turbina. Definimos el punto de funcionamiento B correspondiente al flujo másico nulo para separar la zona de flujo directo de la de flujo inverso y el punto D correspondiente al flujo bloqueado permite separar la zona de flujo directo de la zona de bloqueado en la turbina.

En la situación de bloqueo el parámetro de flujo  $G_l$  alcanza el valor máximo  $(G_l)_{max}$  que permite introducir las siguientes constantes para la zona de funcionamiento de bloqueo.

Ec. 2.43  

$$K_1 = 1 + C_1(G_1)_{\text{max}}$$
  
 $K_2 = 1 - C_1(G_1)_{\text{max}}$   
 $K_3 = C_1(G_1)_{\text{max}}$   
 $K_4 = C_2(G_1)_{\text{max}}$ 

Por lo que las ecuaciones 2.40, 2.41 y 2.42 bajo las condiciones de flujo bloqueado se expresan tal como sigue:

$$Ec. \ 2.44 \qquad \frac{\lambda_{in,1}^{*}}{\lambda_{in,2}^{*}} = \frac{K_{1} \cdot \left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}}{1 - K_{4}\left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)\left(\frac{T_{2}}{T_{1}}\right)^{1/2}}$$
$$Ec. \ 2.45 \qquad \lambda_{out,1}^{*} = \frac{K_{2}}{K_{1}}\lambda_{in,1}^{*}$$
$$Ec. \ 2.46 \qquad \frac{\lambda_{out,2}^{*}}{\lambda_{out,1}^{*}} = \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \cdot \left(\frac{1 + K_{4}\left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)\left(\frac{T_{2}}{T_{1}}\right)^{1/2}}{K_{2}}\right)$$

Las transformaciones pretenden expresar toda la información en función de la relación de características incidentes análogas a ambos lados de la turbina puesto que a la hora de evaluar el flujo en los conductos de entrada y de salida de la turbina las características incidentes serán datos.

El valor de  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*}$  en el punto de transición D correspondiente al flujo bloqueado

lo definimos como  $x_{max}$  y los valores de las relaciones de presión  $\frac{p_1}{p_2}$  y temperatura  $\frac{T_2}{T_1}$  como  $P_t$  y  $\theta_t$  respectivamente por lo que:

Ec. 2.47 
$$x_{\max} = \frac{K_1 P_t^{(\gamma-1)/2\gamma}}{1 - K_4 P_t \theta_t^{1/2}}$$

Para el caso del funcionamiento en flujo inverso se obtienen unas relaciones similares al caso anterior, no obstante como tampoco se dispone de las características del flujo en la zona inversa se deben adoptar ciertas suposiciones. En primer lugar se asume que la temperatura permanece constante por lo que  $T_2=T_1$ .

Ahora el valor  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*}$  de en el punto de transición B correspondiente al flujo

inverso se define como  $x_{min}$  quedando definido como:

*Ec.* 2.48 
$$x_{\min} = \left(\frac{p_{01}}{p_2}\right)_{\min}^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

Por lo que en la zona de flujo inverso la relación entre las características incidentes análogas de Riemann se puede expresar en la siguiente forma:

Ec.2.49 
$$\frac{\lambda_{in,1}^*}{\lambda_{in,2}^*} = \frac{x_{\min}(1+C_1G_1)}{1-C_2G_1\left(\frac{p_{01}}{p_2}\right)_{\min}}$$

Las ecuaciones 2.47 y 2.48 permiten identificar de forma sencilla la zona de funcionamiento en la que se encuentra la turbina. Se procede al cálculo de la relación  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*}$  y se compara con los valores límites de la zona de flujo directo. Si  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*} \ge x_{max}$ 

existirá bloqueo en la turbina mientras que si  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*} \le x_{min}$ .

Para que este procedimiento sea realizable hay que obtener los valores de  $G_1$ ,  $p_1/p_2$  y  $T_1/T_2$  de un modo similar al caso de turbina constante. En principio se emplean algunas de las expresiones anteriores y también se emplea el concepto de tobera equivalente a la turbina y las relaciones isentrópicas.

Las ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8 son nuevamente aplicables:

$$Ec. 2.6 M_1 = \left(C + \frac{\gamma - 1}{2}CM_1^2\right)^{\frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}} = f(M_1)$$

$$Ec. 2.7 C = \left\{\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}F_1}\left(\frac{R}{\gamma}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}}$$

$$Ec. 2.8 \frac{p_{01}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

En este caso a diferencia del anterior no podemos considerar que la temperatura  $T_2$  permanezca constante por lo que es necesario determinarla. Al igual que la relación de presiones estática y de remanso para la temperatura tenemos:

Ec. 2.50 
$$\frac{T_{01}}{T_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2\right)$$

Por lo tanto:

Ec. 2.51  

$$G_{1} = \frac{\dot{m}\sqrt{T_{1}}}{p_{1}} = \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}} \left(\frac{p_{01}}{p_{1}}\right) \left(\frac{T_{1}}{T_{01}}\right)^{1/2}$$
Ec. 2.52  

$$\frac{p_{1}}{p_{2}} = \left(\frac{p_{1}}{p_{01}}\right) \left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)$$

Para la relación entre las temperaturas es necesario recurrir al rendimiento de la turbina total a estático  $\eta_{TS}$ 

Ec. 2.53 
$$\eta_{TS} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_{01}}}{1 - \frac{T_{2S}}{T_{01}}}$$

La relación isentrópica entre las presiones y temperaturas estáticas y de remanso:

*Ec. 2.54* 
$$\frac{T_{2S}}{T_{01}} = \left(\frac{p_2}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Por lo que a partir de ambas expresiones llegamos a:

Ec. 2.55 
$$\frac{T_2}{T_{01}} = 1 - \eta_{TS} \left( 1 - \left( \frac{p_2}{p_{01}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma}} \right) \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2}{T_{01}} \cdot \frac{T_{01}}{T_1}$$

De forma similar al caso de presión constante se ha desarrollado un algoritmo para la transformación de la información recogida en las curvas. A diferencia del caso anterior, es necesario considerar además del parámetro de flujo y la relación de presiones para cada punto, el valor del rendimiento tal y como se ha mostrado en las ecuaciones anteriores. Como se comento al inicio de este trabajo, la disponibilidad de datos de rendimientos de turbinas más allá de la zona de funcionamiento prevista es prácticamente nula. No obstante el modelo precisa de algún valor de rendimiento para la zona cercana al flujo inverso que ha sido necesario extrapolar a partir de los valores reales. En general los valores de rendimiento fuera de las zonas de diseño que se han introducido son muy bajos, tal y como se puede visualizar en los datos empleados en la validación del modelo en el Capítulo 3.

El procesamiento de los datos se realiza desde el punto de flujo nulo hasta el flujo máximo, que corresponden a los puntos comprendidos entre la situación de inversión de flujo y el bloqueo. Para la zona de flujo inverso se generan unas curvas que van desde el flujo nulo hasta un flujo inverso nominal que se establece como valor mínimo, mediante incrementos sucesivos del flujo. De igual modo en la zona de flujo bloqueado se genera otra serie de puntos que van desde la relación de presiones de transición  $P_t$  hasta una relación de presiones máxima  $(p_1/p_2)_{max}$  mediante incrementos

de la relación de presiones. En este tramo el valor de  $T_2/T_1$  permanece constante e igual a  $\theta_t$  y el valor  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,2}^*}$  se obtiene mediante la ecuación 2.44.

Finalmente, como resultado de estas transformaciones, las curvas características aparecen como datos tabulados conforme al número de puntos con los que se haya discretizado la curva, más aquellos que se ha n generado para las zonas de flujo inverso

y flujo bloqueado. Las series de datos que se han generado son  $\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{out,1}^*}$ ,  $G_I$ ,  $\frac{p_1}{p_2}$  y  $\frac{T_2}{T_1}$ .

Este proceso debe realizarse para cada una de las curvas características que conforman el mapa de funcionamiento de la turbina según la velocidad del rotor. Una vez que se dispone de los datos transformados el proceso de obtención de las respectivas condiciones de contorno resulta bastante sencillo. Para cada instante de tiempo los valores iniciales de  $\lambda_{in,1}$ ,  $A_{A1}$ ,  $\lambda_{in,2}$  y  $A_{A2}$ , es decir, las características incidentes, son conocidos en los respectivos conductos de entrada y salida de la turbina. Estos datos permiten obtener los valores de las variables de Riemann análogas incidentes a la turbina  $\lambda_{in,1}^*$  y  $\lambda_{in,2}^*$  en ambas secciones. Se determina el valor del parámetro de giro del rotor para ese instante definido como  $N/\sqrt{T_{01}}$  para interpolar posteriormente entre las series de datos que se han obtenido para un determinado valor de dicho parámetro. Se procede al cálculo del ratio entre las variables análogas de Riemann incidentes a la turbina que es la variable fundamental para la determinación de las relaciones de presión, temperatura y gasto másico mediante interpolación en las curvas transformadas. En este caso ya se han generado puntos de funcionamiento para las zonas de bloqueo y flujo inverso por lo que no se requiere nada más que interpolar conforme al valor de la relación de características y del parámetro del rotor. Una vez

obtenidos de las respectivas curvas transformadas los valor de  $G_1$ ,  $\frac{p_1}{p_2}$  y  $\frac{T_2}{T_1}$ .mediante

dicha interpolación doble, se aplican las ecuaciones 2.45 y 2.46 para obtener los valores de las variables de Riemann análogas reflejadas en ambas secciones,  $\lambda_{out,1}^*$  y  $\lambda_{out,2}^*$ . Para la obtención de las características reflejadas los valores anteriores deben afectarse en función del correspondiente valor de  $A_{A1}$  ó  $A_{A2}$  en función del sentido del flujo.Está claro que en el caso de que se produzca una inversión del flujo debería producirse un incremento de la entropía por lo que  $A_{A1} > A_{A2}$ . Para determinar el ratio entre ambas magnitudes se asume que en estas circustancias se está produciendo un estrangulamiento a lo largo de la turbina por lo que para el flujo inverso:

*Ec. 2.56* 
$$\frac{A_{A1}}{A_{A2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma}{2\gamma}}$$

Esto permite recalcular cada una de las características incidentes y reflejadas en las secciones de entrada y salida,  $\lambda_{in,1}$ ,  $\lambda_{in,2}$ ,  $\lambda_{out,1}$  y  $\lambda_{out,2}$ . En función del sentido del flujo, se procede a aplicar una corrección sobre las características que permite introducir el efecto del cambio de entropía a lo largo de la turbina. Si lo que se produce es flujo inverso la corrección se aplica sobre el valor de  $\lambda_{in,1}$  mientras que si estamos en una situación de flujo directo se corrige el valor de  $\lambda_{in,2}$ . En ambos casos está corrección se aplica mediante la expresión 2.57:

Ec. 2.57 
$$\lambda_{in,c} = \lambda_{in,n} + \left[\frac{\lambda_{in,c} + \lambda_{out,c}}{2}\right] \cdot \left[\frac{A_{Ac} - A_{An}}{A_{Ac}}\right]$$

El subíndice *n* hace referencia al valor sin corregir y el subíndice *c* se refiere al valor calculado. Esta expresión se aplica mientras la diferencia entre los valores anterior y el calculado sean significativos, quedando determinada la solución cuando dicha diferencia es menor que un valor de cierto valor admisible. Para este valor final de  $\lambda_{in1}$ o  $\lambda_{in,2}$  se obtiene los correspondientes valores de las característica reflejadas  $\lambda_{out,1}$  y  $\lambda_{out 2}$  que conjuntamente con los valores de las características incidentes que son datos permiten la obtención de la evolución de las magnitudes con idéntico tratamiento al resto de condiciones de contorno del programa.

Este desarrollo se ha implementado bajo la forma de la subrutina TURBPVAR. La aplicabilidad de esta modelización está sujeta a la compatibilidad entre las situaciones del flujo impuestas por el motor y las condiciones que se obtienen en la turbina para cada velocidad de giro de la misma. Tal y como se comenta con posterioridad en el problema del acoplamiento entre la turbina y el compresor, está compatibilidad no está siempre garantizada, puesto que el régimen de giro del turbocompresor, al menos inicialmente, se impone como una valor que puede ser absolutamente incompatible con las condiciones del flujo en los conductos. Pese a las hipótesis que se han considerado para simplificar el problema (monodimensionalidad, aproximación cuasi-estacionaria, extrapolación del rendimiento y comportamiento de la turbina en una amplia zona de funcionamiento, interpolación lineal, etc.), no hay que olvidar el carácter hiperbólico de las ecuaciones y la tremenda dependencia que presenta el método de las características de las condiciones iniciales, lo que supone que se pierda un importante grado en la robustez y ante determinadas configuraciones y/o datos de partida el modelo falle.

La implementación de las ecuaciones anteriormente descrita se ha desarrollado conforme al diagrama de flujo que aparece en la Figura 2.8.



### 2.3 Modelo del compresor

La aerodinámica de los compresores centrífugos que se emplean en la sobrealimentación de los motores de combustión interna resulta extremadamente compleja, por lo que aún en condiciones de flujo estacionario, el flujo en el compresor no resulta completamente estacionario.

Al igual que con las turbinas, se han desarrollado diversas teorías para el flujo no estacionario unidimensional (Benson, Whitefield y Jenny) a través del rotor y el estator que no obstante siguen siendo muy complejas y difíciles de aplicar. Así pues, como en el caso anterior, se considerarán las curvas características y rendimientos asociados al flujo estacionario para el tratamiento del flujo no estacionario a lo largo del compresor.

En primer lugar se incidirá sobre los aspectos más relevantes de dichas curvas para posteriormente desarrollar el tratamiento de que nos lleva a obtener las condiciones de contorno asociadas a la entrada y salida del compresor en el flujo no estacionario.

Las características del flujo de los compresores se expresan mediante curvas que relacionan los siguientes parámetros:

Relación de presiones:  $\frac{p_{02}}{p_{01}}, \frac{p_2}{p_{01}}, \frac{p_2}{p_1}$  donde los subíndices hacen referencia a la \_

sección de entrada para el 1 y la de salida para el 2.

- Parámetro de flujo másico:  $\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}}, \frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}$  al igual que en el caso anterior la expresión que se empleará dependerá de si se emplean las magnitudes de remanso ó los datos están referidos a las magnitudes estáticas.
- Parámetro de velocidad del rotor:  $\frac{N}{\sqrt{T_{01}}}, \frac{N}{\sqrt{T_1}}$  donde *N* es la velocidad del rotor
- Rendimiento del compresor: Al igual que en los casos anteriores se pueden adoptar diversas expresiones en función de como definamos el rendimiento. En los desarrollos que se exponen en este trabajo se ha empleado el rendimiento definido como:

$$\eta_C = \frac{h_{02S} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}}$$

A la hora de analizar el funcionamiento del compresor podemos identificar tres zonas claramente diferenciadas. Normalmente, de estas tres zonas sólo se caracteriza en las curvas el flujo normal y directo estado acotado este comportamiento por los puntos de transición a las zonas de bombeo y bloqueo del compresor. Bajo condiciones de flujo no estacionario no resulta infrecuente el funcionamiento del compresor en la zona de bombeo. Resulta extremadamente dificultoso obtener datos para el funcionamiento en estas condiciones mediante pruebas de flujo estacionario debido a las violentas fluctuaciones que se producen en las condiciones.

Las curvas características típicas del compresor forman un conjunto que se suele denominar mapa de funcionamiento del compresor, de características similares al presentado en la Figura 2.9.



FIGURA 2.9 MAPA DE UN TURBOCOMPRESOR

Tal y como se aprecia en la Figura 2.9 se establece una línea de bombeo que actúa de frontera entre dicha zona y el flujo normal. En el otro extremo las curvas terminan al producirse bloqueo en el compresor.

En la zona de bombeo se dan fenómenos de desprendimiento de la capa límite asociados a gradientes inversos de presiones con flujos inversos y caídas muy significativas de los rendimientos. No obstante, la zona de máximo rendimiento suele estar relativamente próxima a dicha línea de bombeo con lo cual ante determinadas condiciones el fenómeno de bombeo no es una situación excepcional.

Es posible modificar la anchura de la zona de funcionamiento en términos de flujo másico de las características empleando compresores de álabes radiales o curvados hacía atrás. Una mayor amplitud de la zona de funcionamiento permite una mejor respuesta a las variaciones da carga y velocidad que nos podemos encontrar en aplicaciones automovilísticas por ejemplo.

En otras aplicaciones como en la propulsión marina ó en la generación eléctrica no hay que esperar unas condiciones de funcionamiento tan variables por lo que interesa la adopción de turbocompresores que para un estrecho rango de velocidades y gastos másicos obtengan unas elevadas prestaciones y rendimientos. Para ello se emplean grandes turbocompresores con álabes guía en el estator que presentan curvas similares a la representada en la Figura 2.10.



## TURBOCOMPRESOR EMPLEADO EN PROPULSIÓN MARINA Ó GENERACIÓN ELECTRICA

Del mismo modo que se ha hecho para las turbinas se va a proceder con el modelado de los compresores. No obstante a diferencia del caso anterior, no resulta necesario extrapolar el funcionamiento del compresor en la zona de flujo en condiciones de bombeo y la disponibilidad de curvas características es mucho mayor. Esto es principalmente debido a que el proceso de expansión que se realiza en la turbina es un proceso no forzado, donde las condiciones son menos críticas y que tiene una tendencia natural a producirse (ya se vio en el capítulo anterior que incluso se empleaba una tobera como analogía del proceso de expansión de la turbina). Por lo tanto, aún siendo importante tiene más peso optimizar el funcionamiento del compresor, donde se realiza un proceso mucho más forzado obligando al fluido a su compresión, por lo que los fabricantes caracterizan con un mayor detalle el funcionamiento de sus compresores.

Nuevamente se ha partido del modelado de un compresor con una presión constante a la entrada como simplificación y aproximación a la situación de presión variable a la entrada que es la que nos encontramos habitualmente en la turbosobrealimentación.

### 2.3.1. Representación de un compresor con presión constante a la entrada

Al igual que en los casos anteriores, la obtención de las condiciones de contorno asociadas a la implementación de un compresor de presión constante a la entrada se basa en la combinación de las ecuaciones de ondas y la información recogida en las curvas características para el flujo estacionario.

El caso que se considera supone la admisión directamente del aire sin existencia de conducto o dispositivo alguno. Esta situación no es demasiado aplicable en la realidad puesto que normalmente los compresores incorporan conductos de toma y dispositivos de filtrado de partículas.

En las ecuaciones del modelo y que se muestran a continuación el subíndice 2 hace referencia a la sección de salida siendo constantes las magnitudes a la entrada.

Las ecuaciones de ondas en el conducto de salida vienen dadas en términos de características incidente y reflejada por:

Ec. 2.58 
$$A_2 = \frac{\lambda_{in,2} + \lambda_{out,2}}{2}$$
Ec. 2.59 
$$U_2 = \frac{\lambda_{in,2} - \lambda_{out,2}}{\gamma - 1}$$

Según esto las variables de Riemann incidente y reflejada a la salida del compresor valen:

Ec. 2.60 
$$\lambda_{in,2} = A_2 + \frac{\gamma - 1}{2}U_2 = A_2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_2\right)$$
  
Ec.2.61 
$$\lambda_{out,2} = A_2 - \frac{\gamma - 1}{2}U_2 = A_2 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2}M_2\right)$$

Al igual que para las turbinas se definen las variables análogas de Riemann que permitirán expresar la información de las curvas características del compresor en términos compatibles a las ecuaciones de ondas que se manejan en los conductos. La variable de Riemann análoga se define como  $\lambda_2^* = \lambda_2 / A_{A2}$  por lo que:

*Ec.2.62* 
$$\frac{A_2}{A_{A2}} = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma}{2}}$$

Las variables de Riemann análogas se expresan en términos de p2 y M2 como:

$$Ec.2.63 \qquad \lambda_{in,2}^* = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right) \cdot \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_2\right)$$
$$Ec.2.64 \qquad \lambda_{out,2}^* = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right) \cdot \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(1 - \frac{\gamma-1}{2}M_2\right)$$

Lo primero que se debe aplicar es la ecuación de continuidad,  $\dot{m} = -\rho_2 \cdot u_2 \cdot F_2$  donde el signo negativo para la expresión se basa en el criterio de asignación del sentido positivo para las ecuaciones. Para los gases se cumple que:

*Ec. 2.65* 
$$\rho_2 = \frac{\gamma p_2}{a_2^2}$$
 por lo que el gasto se expresa en los siguientes términos:

*Ec.* 2.66 
$$\dot{m} = -\frac{\gamma p_2}{a_2} M_2 F_2 = -\sqrt{\left(\frac{\gamma}{R}\right)} \frac{p_2}{\sqrt{T_2}} M_2 F_2$$

introduciendo  $p_1$  y  $T_1$  podemos expresar el Mach a la salida en función de las magnitudes a la entrada y salida y la sección de salida del compresor.

Ec. 2.67 
$$M_2 = -\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)\left(\frac{1}{F_2}\sqrt{\frac{R}{\gamma}}\right)$$

Dadas las características del proceso de compresión no se puede asumir que la temperatura permanezca constante como se hizo en el caso de la turbina de presión constante. La relación entre las temperaturas a la entrada y a la salida debe obtenerse a través del rendimiento:

*Ec. 2.68* 
$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = 1 + \frac{1}{\eta_C} \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} - 1 \right)$$

El proceso de compresión es un proceso típicamente irreversible al cual va asociado un incremento de la entropía. El cambio de entropía a lo largo del compresor se obtiene mediante las siguientes expresiones:

Ec. 2.69 
$$a_{A2} = a_2 \left(\frac{p_{ref}}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} a_{A1} = a_1 \left(\frac{p_{ref}}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$
  
Ec. 2.70 
$$\frac{A_{A2}}{A_{A1}} = \frac{a_{A2}}{a_{A1}} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

Este conjunto de ecuaciones permiten la transposición de la información recogida en las curvas características para el funcionamiento normal, es decir, para cada conjunto de datos suministrados formados por  $\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}$ ,  $\eta_c$  y  $\frac{p_2}{p_1}$ . El tratamiento que se debe

realizar debe tener en consideración la posibilidad de funcionamiento bajo condiciones de bloqueo o bombeo. Ya se ha indicado con anterioridad que normalmente estas condiciones de funcionamiento no se reflejan en la elaboración de las curvas características de los compresores por lo que resulta necesario extender el comportamiento más allá de los datos suministrados.

Estudios realizados sobre el comportamiento de compresores en las proximidades de la zona de bombeo proponen una curva característica típica para el compresor similar a la presentada en la Figura 2.11. Este comportamiento se ha simplificado en este modelo. En lugar de la presión variable existente en la región de bombeo entre los puntos A y B se va a adoptar una presión constante e igual a la presión en B para toda esta zona. Además con esta simplificación, desaparece la posibilidad de encontrarnos con una zona de valores múltiples. El comportamiento en la zona de bloqueo desde el punto C al D se caracteriza por un gasto másico constante idéntico al del punto C y una relación de presiones decreciente.



Mass flow parameter

### FIGURA 2.11 COMPORTAMIENTO EN LA ZONA DE BOMBEO DEL COMPRESOR

Estos puntos separan las distintas zonas de funcionamiento del compresor y del mismo modo sucede con los respectivos puntos tras la transformación de las curvas, la zona de funcionamiento normal queda limitada por arriba por la zona de flujo bloqueado mediante la línea de bloqueo y por abajo mediante la línea de flujo nulo se establece la frontera con la zona de flujo inverso.

Analicemos a continuación las características del flujo en estos puntos. Cuando el flujo se bloquea, el valor del número de Mach a la salida  $M_2$  alcanza su valor máximo siendo igual al correspondiente punto C de la curva característica. Este máximo valor queda definido por:

Ec. 2.71 
$$(M_2)_{\text{max}} = -\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}\right)_C \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_C^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)_C \left(\frac{1}{F_2}\sqrt{\frac{R}{\gamma}}\right)$$

Las ecuaciones 2.63 y 2.64 aplicadas al punto C proporcionan:

Ec. 2.72 
$$\frac{\lambda_{out,2}^*}{\lambda_{in,2}^*} = \frac{1 - \frac{\gamma - 1}{2} (M_2)_{\max}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} (M_2)_{\max}}$$

El término de la derecha es una constante que denominaremos  $K_S$ , por lo que el comportamiento de los puntos a partir del punto C hasta el punto D, es decir de la zona de bloqueo viene dado por  $\lambda_{out,2}^* = K_S \lambda_{in,2}^*$  donde puesto que el valor de  $K_S$  es el máximo, la condición de contorno superior queda como:

Ec. 2.73 
$$\lambda_{out,2}^* = (K_S)_{\max} \lambda_{in,2}^*$$

En la zona de presión constante que simula el comportamiento del compresor en la zona de flujo próxima al flujo nulo al aplicar las ecuaciones 2.63 y 2.64 se obtiene:

Ec 2.74 
$$\frac{\lambda_{in,2}^* + \lambda_{out,2}^*}{2} = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)_B^{\frac{\gamma}{2\gamma}}$$

por lo que el valor de la característica análoga de Riemann reflejada valdría:

Ec. 2.75 
$$\lambda_{out,2}^* = 2\left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)_B^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - \lambda_{in,2}^*$$

La condición de flujo nulo equivale en los términos de las ecuaciones anteriores y aplicando la ecuación 2.75 se traduce en:

Ec. 2.76 
$$\lambda_{in,2}^* = \lambda_{out,2}^* = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)_B^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

El conjunto de ecuaciones anteriores permite acotar para cada velocidad del rotor la zona de funcionamiento normal del compresor entre las situaciones de bombeo, caracterizadas por el punto B y de máximo flujo dadas por el punto C. Mediante la aplicación de una comparación del valor de la variable análoga de Riemann incidente en cada instante con los valores asignados a estas situaciones se puede determinar muy fácilmente en que zona de funcionamiento estamos y cual es el valor de la variable reflejada.

En el punto C de flujo bloqueado:

Ec. 2.77 
$$(\lambda_{in,2}^*)_{\min} = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)_C^{2\gamma} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2}(M_2)_C\right]$$

 $\gamma - 1$ 

En el punto A que representa la frontera con la zona de flujo inverso:

Ec. 2.78 
$$\left(\lambda_{in,2}^*\right)_{\max} = \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)_B^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

La obtención de la característica reflejada de Riemann es inmediata. Si  $\lambda_{in,2}^* \leq (\lambda_{in,2}^*)_{min}$  estamos fuera de la zona normal de funcionamiento, en concreto en la zona de bloqueo y el valor de la característica reflejada se obtiene mediante la aplicación de la ecuación 2.73. En el caso de flujo inverso se debe cumplir:

Ec. 2.79 
$$\lambda_{in,2}^* \ge \left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)_B^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

y el valor de la característica reflejada asociada se determina mediante la aplicación de la ecuación 2.75. Para el conjunto de puntos comprendidos entre A y C, donde el compresor tiene un funcionamiento normal se hace uso de las ecuaciones 2.68, 2.67, 2.63 y 2.64 para proceder a su transformación.

Adicionalmente también se aplica en este caso la corrección del cálculo para considerar el incremento de entropía a lo largo del compresor mediante la aplicación de la ecuación 2.57 introducida en el modelo de turbina de presión variable. Cuando entre una iteración y la siguiente esta corrección es inapreciable se obtiene la solución y se devuelven los argumentos al programa principal.

Como se observa el desarrollo es similar a los considerados en la aplicación de las subrutinas de turbina de presión constante o presión variable. Estas ecuaciones se han implementado en el programa mediante el desarrollo de la subrutina COMPPCTE. Se ha considerado que los datos de las curvas se encuentran expresados mediante las correspondientes magnitudes estáticas y no de remanso al contrario de la situación que se suele presentar en la caracterización de las turbinas. A diferencia de los casos anteriores no se precisa introducir datos que no suministren las curvas proporcionadas por los fabricantes si bien se hace uso de técnicas de simplificación e interpolación que adolecen de las mismas limitaciones que se han comentado con anterioridad.

En la Figura 2.12 se presenta el diagrama de flujo de la subrutina desarrollada para el empleo de un compresor con presión constante a la entrada.



**FIGURA 2.12** DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBRUTINA COMPPCTE

## 2.3.2. Representación de un compresor de presión variable a la entrada

Los desarrollos necesarios para la obtención de las condiciones de contorno equivalentes al empleo de un compresor con presión variable a la entrada son análogos a los utilizados en el caso del modelo de la turbina de presión variable. Este caso es más representativo que el anteriormente considerado puesto que permite simular aguas arribas del compresor el efecto de los conductos y dispositivos de admisión.

El empleo de compresores implica redefinir el procedimiento de cálculo de los rendimientos volumétricos de los cilindros. Las condiciones de referencia dejan de ser las del ambiente exterior ya que en tal caso al aplicar la sobrealimentación los rendimientos volumétricos que se obtendrían serían netamente superiores a la unidad. Para ello, se adopta en el caso de motor sobrealimentado las condiciones a la salida del compresor, en concreto la media de los valores registrados por lo que el rendimiento volumétrico así definido nos da una idea de la eficacia en cuanto al llenado de los cilindros del sistema desde la salida del compresor hasta el cilindro. El rendimiento de un motor sobrealimentado es ligeramente superior a la versión atmosférica equivalente debido a que se producen incrementos en la temperatura durante el proceso de compresión que mejoran ligeramente el llenado.

Otro aspecto distintivo que se ha introducido en el modelado del compresor, es la adición de una longitud equivalente que permite tener en cuenta el efecto del tamaño físico del compresor a la hora de generar las condiciones de contorno equivalentes.

A continuación se muestran las ecuaciones que permiten la implementación de la subrutina COMPPVAR que modela el funcionamiento del compresor de presión variable a la entrada.

Las características análogas de Riemann se definen del mismo modo que en los casos anteriores:

A la entrada del compresor:

Ec. 2.80 
$$\lambda_{in,1}^* = A_1^* \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1 \right)$$
  
Ec. 2.81  $\lambda_{out,1}^* = A_1^* \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_1 \right)$ 

A la salida del compresor:

Ec. 2.82 
$$\lambda_{in,2}^* = A_2^* \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_2 \right)$$
  
Ec. 2.83  $\lambda_{out,2}^* = A_2^* \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2 \right)$ 

Se define también un parámetro de flujo másico y una constante representativa para cada la sección de entrada y salida.

*Ec.* 2.84 
$$G_n = \frac{\dot{m}\sqrt{T_n}}{p_n}; n = 1, 2$$
  
*Ec.* 2.85  $C_n = \frac{\gamma - 1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{\gamma}\right)} \frac{1}{F_n}; n = 1, 2$ 

donde los subíndices 1 y 2 hacen referencia a las secciones de entrada y salida del compresor.  $F_n$  es el valor del área del correspondiente conducto de entrada o salida del compresor.

Ahora las ecuaciones que definen los valores de las características análogas de Riemann valen:

A la entrada del compresor: *Ec. 2.85*  $\lambda_{in,1}^* = A_1^* (1 + C_1 G_1)$  *Ec. 2.86*  $\lambda_{out,1}^* = A_1^* (1 - C_1 G_1)$ A la salida del compresor: *Ec. 2.87*  $\lambda_{in,2}^* = A_2^* (1 - C_2 G_2)$ *Ec. 2.88*  $\lambda_{out,2}^* = A_2^* (1 + C_2 G_2)$ 

A través de la aplicación de la ecuación de continuidad y siguiendo un desarrollo idéntico al de la turbina de presión variable se obtienen las relaciones entre las variables análogas de Riemann que nuevamente son las ecuaciones fundamentales para la transformación de las curvas, ya que estas expresiones quedan en función del salto de presiones y temperaturas a lo largo del compresor, del parámetro de flujo másico a la entrada y de las respectivas constantes representativas de las geometrías de entrada y salida al compresor. En estos desarrollos no resulta necesario abordar el cálculo del número de Mach puesto que se supone que las curvas características disponibles vienen expresadas en términos de variables estáticas y no de remanso.

Las relaciones entre las características análogas de Riemann valen:

$$Ec. 2.89 \qquad \frac{\lambda_{in,1}^{*}}{\lambda_{in,2}^{*}} = \left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \cdot \left(\frac{1+C_{1}G_{1}}{1-C_{2}G_{1}\left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)\left(\frac{T_{2}}{T_{1}}\right)^{\frac{1}{2}}}\right)$$
$$Ec. 2.90 \qquad \frac{\lambda_{out,1}^{*}}{\lambda_{in,1}^{*}} = \frac{1-C_{1}G_{1}}{1+C_{1}G_{1}}$$
$$Ec. 2.91 \qquad \frac{\lambda_{out,2}^{*}}{\lambda_{out,1}^{*}} = \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \left(\frac{1+C_{2}\left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)\left(\frac{T_{2}}{T_{1}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot G_{1}}{1-C_{1}G_{1}}\right)$$

La ecuación que define el cambio de entropía que sufre el fluido a lo largo del proceso de compresión es:

*Ec. 2.92* 
$$\frac{A_{A2}}{A_{A1}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

Al igual que en el caso de presión constante, es necesario proveer puntos de funcionamiento más allá de la zona de funcionamiento normal tanto para la

zona de bombeo como para el régimen de funcionamiento en condiciones de bloqueo. No obstante en la aplicación de este modelo no se han generado puntos más allá del punto dato de transición al flujo bajo bloqueo puesto que no se ha considerado adecuado para la generación de más puntos las ecuaciones que se empleaban en el caso de la turbina que consideraban el proceso isotérmico.

El ratio de temperaturas entre la entrada y la salida también se obtiene de la definición del rendimiento del compresor:

Ec. 2.93 
$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = 1 + \frac{1}{\eta_C} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} - 1 \right]$$

El cambio de entropía debido al proceso de compresión que sufre el fluido al atravesar el compresor se evalúa con la misma expresión 2.57 que empleamos en las subrutinas anteriores.

Las curvas transformadas que se obtienen de la aplicación de estas ecuaciones a las curvas del compresor estacionarias son muy dependientes de la sección de entrada al compresor pudiendo darse fenómenos de múltiples soluciones asociadas al comportamiento del compresor en la zona de bombeo, lo que puede provocar el fallo del programa. Una adecuada selección de este parámetro elimina este problema. Aunque no se ha llegado a implementar en el programa se podría discriminar entre las múltiples soluciones para adoptar aquella que resulta más próxima al valor calculado con anterioridad.

Una vez que se ha procedido a la transformación de la información recogida en las curvas el procedimiento de obtención de las características reflejadas es bastante simple. Se toman los valores de las características incidentes a ambas secciones del compresor y los valores de  $A_{A1}^*$  y  $A_{A2}^*$  que permiten generar las variables análogas de Riemann incidentes.

El cociente entre las variables de Riemann incidentes en ambas secciones es la variable fundamental junto con el parámetro de velocidad del rotor para la interpolación sobre los datos tabulados  $G_1, \frac{p_2}{p_1}$  y  $\frac{T_1}{T_2}$ .

Las relaciones entre las características incidentes y reflejadas que aparecen en las ecuaciones 2.89, 2.90 y 2.91 permiten la obtención de las correspondientes características reflejadas análogas de Riemann. A continuación en función del sentido del flujo se debe proceder al recalculo de  $A_{A2}$  o  $A_{A1}$  y obtener, en función de ese nuevo valor, las correspondientes características de Riemann reflejas e incidentes en ambas secciones. Llegados a este punto se aplica nuevamente la corrección que tiene en cuenta el salto entrópico a lo largo del compresor en función del sentido del flujo. El cálculo resulta satisfactorio cuando el valor corregido difiere del anterior en un error aceptable, adoptándose esta condición para finalizar la subrutina y devolver los argumentos de salida a al programa principal, donde bajo la forma de características reflejadas, se tratan de manera equivalente al resto de condiciones de contorno.

En el modelo que se ha implementado resulta necesaria la introducción de una longitud equivalente que tenga en cuenta el tamaño físico del compresor para reproducir adecuadamente el proceso de compresión. Los desarrollos teóricos a este respecto proponen distintas alternativas para la evaluación de dicha longitud equivalente. En este trabajo se ha adoptado una expresión sencilla propuesta por Yano [1], donde la longitud equivalente esta directa y únicamente determinada por el diámetro del rotor:

$$Ec. \ 2.94 \qquad \left(L_{eq}\right)_{Y} = 4 \cdot 3d$$

dejando para posteriores desarrollos la posibilidad de aplicación de factores más complejos.

El diagrama de flujo que resume el funcionamiento de la subrutina COMPPVAR se adjunta a continuación en la Figura 2.13.



**FIGURA 2.13** DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBRUTINA COMPPVAR

#### 2.4Acoplamiento de turbina y compresor

Una vez que se han modelado cada una de los elementos principales del grupo de sobrealimentación, turbina y compresor, es necesario analizar el acoplamiento entre ambos puesto que es la energía extraída en la turbina la que se emplea en el accionamiento del compresor. En líneas generales, este acoplamiento se fundamenta en la continuidad del flujo másico y en el balance de energía entre los dispositivos integrantes del sistema.

Este modelo se va a ceñir al esquema de funcionamiento más sencillo formado por una turbina y un compresor acoplados sobre el mismo eje. Para futuros desarrollos se puede considerar el acoplamiento de más elementos, como un compresor de dos etapas con refrigeración intermedia. Existen dos estrategias para resolver este acoplamiento. En primer lugar se puede plantear la evaluación de la potencia producida en la turbina y la absorbida por el compresor para cada ciclo del motor. La alternativa consiste en la evaluación instantánea de la energía disponible para acelerar ó decelerar el rotor del turbocompresor mediante la aplicación de las ecuaciones dinámicas al turbocompresor y la evaluación de las condiciones a la entrada y salida de ambos dispositivos en cada instante. Puesto que esta información resulta muy fácilmente accesible en el programa ya que se evalúan muchas magnitudes en cada punto de los conductos se ha optado por implementar la segunda opción que además resulta más exacta.

En la Figura 2.14 se aprecia un diagrama del turbocompresor. Para cada instante de tiempo la turbina transmite una potencia al eje  $W_T$  y el compresor absorbe una potencia  $W_C$ . Ambas potencias están ligadas por el rendimiento mecánico del turbocompresor  $\eta_m$ , puesto que se producen pérdidas debidas a los cojinetes, rodamientos, etc.



**FIGURA 2.14 ESOUEMA DEL TURBOCOMPRESOR** 

El rendimiento mecánico del acoplamiento se puede considerar como el cociente entre el trabajo neto que se comunica al compresor entre en trabajo que desarrollaría la turbina en ausencia de pérdidas en el eje [2]:

$$\eta_{\rm mecánico} = \frac{W_{\rm TURBINA} - W_{\rm PÉRDIDAS}}{W_{\rm TURBINA}}$$

Debido a la diferencia entre la potencia instantánea desarrollada por la turbina y la potencia absorbida en el compresor y debida a las pérdidas, se produce una aceleración/deceleración del turbocompresor que viene dada por:

Ec. 2.95 
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 2\pi \frac{dN_T}{dt}$$

En la ecuación 2.95  $\alpha$  representa la aceleración angular del grupo turbocompresor en rad/s<sup>2</sup>,  $\omega$  es la velocidad angular en rad/s y  $N_T$  la velocidad de giro del grupo en revoluciones por segundo.

El par instantáneo en la turbina, el compresor y debido a pérdidas viene dado por:

Ec. 2.96  

$$L_{TURBINA} = \frac{W_{TURBINA}}{2\pi N_{T}}$$

$$L_{PÉRDIDAS} = \frac{W_{PÉRDIDAS}}{2\pi N_{T}} = (1 - \eta_{MECÁNICO}) \frac{W_{TURBINA}}{2\pi N_{T}} = (1 - \eta_{MECÁNICO}) L_{TURBINA}$$

$$L_{COMPRESOR} = \frac{W_{COMPRESOR}}{2\pi N}$$

Planteando el balance entre todos los elementos se obtiene la siguiente ecuación:

Ec. 2.97 
$$L_{TURBINA} - L_{PERDIDAS} - L_{COMPRESOR} = I\alpha = 2\pi \frac{dN_T}{dt}$$

En esta expresión I es el momento polar de inercia del grupo turbocompresor. Conforme menor inercia tiene el grupo más rápida será su respuesta. Tradicionalmente, la lentitud en la respuesta a la variación de las condiciones de funcionamiento ha sido una crítica constante a los motores diesel sobrealimentados de automoción. No obstante, el desarrollo de turbocompresores con cada vez menos inercia por parte de la industria ha logrado que se minore este efecto negativo.

Despejando en la ecuación anterior tenemos:

Ec. 2.98 
$$\frac{dN_T}{dt} = \frac{1}{2\pi I} (\eta_{MEC\dot{A}NICO} \cdot L_{TURBINA} - L_{COMPRESOR})$$

En la ecuación 2.98 la variación de la velocidad de giro del turbocompresor queda expresada como una derivada con respecto al tiempo. El paso de tiempo tal cual no se emplea en el programa por lo que se debe expresar conforme a la variación de un cierto dZ que es la variable de cálculo [1].

La integración de esta ecuación permite calcular la velocidad del grupo en un instante posterior a uno dado, mediante la expresión siguiente:

Ec. 2.99 
$$N_{T2} = N_{T1} + \left(\frac{1}{2\pi I} \cdot \frac{x_{ref}}{a_{ref}} (\eta_{MEC\dot{A}NICO} \cdot L_{TURBINA1} - L_{COMPRESOR1})\right) dz$$

que relaciona la velocidad en un instante determinado con la velocidad en el instante posterior a través del rendimiento mecánico, las potencias instantáneas en el compresor y la turbina y el momento de inercia. En la transposición de esta fórmula al modelo, se ha de introducir una cierta velocidad inicial para comenzar el cálculo. La adopción de este valor inicial plantea la introducción de una situación de funcionamiento que nada tiene que ver con la debida a los flujos existentes en la turbomáquina. No es objeto de este Proyecto el desarrollo de herramientas destinadas a garantizar la convergencia de los resultados pese a la introducción de dicha velocidad inicial (con un cierto carácter aleatorio), de modo que desde cualquier estado inicial se obtenga un resultado. Pese a las simplificaciones que se han planteado en este trabajo las ecuaciones que definen el flujo en los conductos mantienen cierto carácter hiperbólico y por su parte el método de las características obtiene la evolución con una dependencia total de las condiciones iniciales. Todo ello provoca que se pueda dar una absoluta divergencia entre la velocidad de partida del grupo y las condiciones reinantes que hacen que la solución no se obtenga y el programa falle.

### 2.5 Válvula de Waste-Gate

Aunque la turbosobrealimentación requiere de una turbina y de un compresor acoplados, para su aplicación real y eficiente son necesarios algunos otros dispositivos cuya misión fundamental es establecer un cierto control sobre el grado de sobrealimentación que el turbocompresor transfiere al motor.

La problemática surge de la realimentación que existe en el proceso. Como ya se ha indicado con anterioridad, los gases de escape mueven a la turbina y transfieren su energía al eje. El acoplamiento permite reconducir dicha energía al compresor con lo que al girar este se incrementa la cantidad de aire que evoluciona por el motor para el mismo régimen. El hecho de introducir más aire trae consigo la introducción de una mayor cantidad de combustible en el cilindro y por tanto una mayor potencia. A su vez se incrementa la energía disponible en el escape para su expansión en la turbina de modo que de no introducir algún elemento de control, el grado de sobrealimentación crecerá hasta niveles peligrosos para la integridad del motor creando sobrepresiones en la admisión

El funcionamiento adecuado del turbo sería que éste empezase a soplar desde cargas y regímenes muy bajos, pero si no se actúa se tendrán sobrepresiones en los regímenes elevados. Resulta por tanto imprescindible limitar el grado de sobrealimentación que se trasmite al motor. Para ello se diseñó la válvula de descarga o waste gate.

La citada válvula permite montar un turbo que proporcione el soplado adecuado a un régimen suficientemente bajo, evitando que suba excesivamente cuando la carga y revoluciones sobre el motor aumentan el volumen de gases de escape, mediante la derivación de los gases que accionan la turbina, a través de un bypass.

La función de reducir la presión de los gases de admisión y evitar el daño de una sobrepresión, se puede llevar a cabo de dos maneras:

- Derivando los gases de escape que salen del motor, haciendo que no atraviese la turbina, de esta manera se evita que transforme su energía térmica en energía cinética. Esto reduce el rendimiento del compresor, pero considerando que el accionamiento es "gratis" no importa excesivamente la perdida de rendimiento.
- Puede situarse la válvula en el colector de admisión derivando a la aspiración del turbo el exceso de presión. Este segundo sistema no esta muy extendido, siendo el más empleado el del bypass en el escape.

En el modelo se ha implementado la primera opción. La Figura 2.15 muestra un esquema de funcionamiento de la válvula de waste gate

Respecto al funcionamiento de la válvula hay que identificar los puntos de control y la ley de apertura de la misma. Para ello se dispone de un actuador tarado a un cierto nivel de presión medido a la salida del compresor. En cuanto se alcanza esta presión, la válvula (puede ser de mariposa o de tulipa) se desplaza de su posición y permite el flujo de los gases de combustión sin pasar por la turbina y por lo tanto sin realizar trabajo. Conforme la presión en la salida del compresor aumente mayor será la abertura de la válvula y menos trabajo se entregará al compresor con lo que la presión disminuirá hasta los niveles adecuados.



FIGURA 2.15 VÁLVULA DE WASTE GATE

La válvula de waste gate está formada normalmente por una cápsula sensible a la presión compuesta por un muelle, una cámara depresión y un diafragma o membrana. El lado opuesto del diafragma está permanentemente condicionado por la presión del colector de admisión al estar conectado al mismo por un tubo. Cuando la presión del colector de admisión supera el valor máximo de seguridad, desvía la membrana y comprime el muelle de la válvula desplegándola de su asiento. La presión máxima a la que puede trabajar el turbo la determina el fabricante y para ello ajusta el tarado del muelle de la válvula de descarga.

En la Figura 2.16 se muestran los elementos necesarios para la realización física de la válvula.

En el caso de que la válvula de waste gate fallase se podría originar un exceso de presión sobre la turbina que provocaría que cada vez girara a más revoluciones. En esta situación puede suceder que la lubricación sea insuficiente y se rompa la película de engrase entre el eje y los cojinetes en los que se apoya con el consecuente incremento de temperatura del conjunto que puede provocar que la fusión o el gripado de estos componentes.



## FIGURA 2.16 COMPONENTES DE LA VÁLVULA WASTE GATE

En el modelo de que se ha implementado el funcionamiento es similar no obstante existe alguna diferencia. En primer lugar, en vez de establecer la apertura de la válvula para un determinado nivel de presión se ha optado por evaluar en cada instante la relación de compresión que suministra el compresor y la apertura de la válvula se produce cuando la relación de compresión alcanza un valor límite. En segundo lugar, no se ha introducido una ley de apertura de la válvula de waste gate mediante una cierta sección de paso para cada nivel de presión como ocurre en la realidad con el actuador sino que en su lugar el cociente entre la relación de presión medida y el valor límite establecen la abertura de la válvula por lo que a mayor diferencia más sección de paso.

En realidad no basta con actuar sobre el flujo de los gases sino que es necesario actuar sobre el sistema de inyección del combustible para evitar que se produzca una emisión excesiva de inquemados.

El modelado de la válvula resulta pues sencillo ya que este comportamiento se puede simular mediante la aplicación conjunta de dos condiciones de contorno. Por un lado, mientras que la válvula no se abre, se trata del mismo modo que dos extremos cerrados, a cada lado de la válvula. Cuando la presión en la admisión crece y se debe realizar la apertura de la válvula, se hecha mano de la condición de contorno de estrangulamiento, donde la relación de áreas viene determinada por la relación entre el valor medido de la relación de compresión que suministra el turbo y la relación máxima permitida afectada por un cierto coeficiente de minoración.