

1. Introducción	3
2. Trabajo específico	3
2.1. Desarrollo teórico	4
2.1.1. Trabajo útil 2 1 2 Trabajos parásitos	4
2 1 3 Factor de deslizamiento	6
2.1.4 Factor de distorsión del fluio	6
2.1.5 Trabajo de fugas	8
2.1.5.1 Trabajo de fugas en rotores abiertos	8
2.1.5.2 Trabajo de fugas en rotores cerrados	9
2.1.6 Trabajo de fricción de disco	11
2.1.7 Trabajo de recirculación	13
2.2. Predicción de trabajo específico	13
2.2.1. Soplante de rotor abierto	14
2.2.1.1. Factor de bloqueo	14
2.2.1.2. Factor de deslizamiento	15
2.2.1.3. Trabajo útil	15
2.2.1.4. Trabajo de fugas	15
2.2.1.5. Coeficiente de trabajo de recirculación	17
2.2.1.6. Trabajo por fricción de disco	19
2.2.1.7. Resultados	23
2.2.2. Soplante de rotor cerrado	
2.2.2.1. Factor de deslizamiento	
2.2.2.2 Factor de bloqueo	
2.2.2.3. Trabajo útil	
2.2.2.4. Trabajo de fricción de disco	
2.2.2.5. Coeficiente de trabajo de fugas	
2.2.2.6. Resultados	

3. Cálculo teórico de las curvas características	43
3.1. Fricción en el rotor	47
3.2. Perdidas por incidencia	49
3.3. Pérdidas por difusión en la entrada	50
3.4. Pérdidas por carga de álabe	50
3.5. Pérdidas de raíz a cabeza de álabe	51
3.6. Pérdidas por distorsión de la velocidad radial	52
3.7. Pérdidas por mezcla de velocidades a la salida del rotor	53
3.9. Pérdidas por fugas	54
3.10. Pérdidas por expansión brusca a la salida del rotor	55
3.11. Pérdidas por fricción en la voluta	56
3.12. Pérdidas por fricción en la brida de impulsión	58
3.13. Pérdida total de presión de remanso	59
4. Resultados	61
4.1. Soplante de rotor abierto	61
4.1. Soplante de rotor cerrado	67





1. Introducción

El objetivo del siguiente capítulo es establecer un modelo monodimensional, que permita de alguna manera predecir el comportamiento de turbomáquinas, semejantes a las estudiadas en el proyecto.

Se pretende establecer un procedimiento que permita, para un compresor centrífugo cualquiera, predecir las curvas de relación de compresión, trabajo específico y rendimiento isoentrópico.

2. Trabajo específico

El primer paso es obtener el trabajo especifico que la turbomáquina comunica al fluido, ya que a través de el podremos tener una primera idea de la relación de compresión que se obtiene.

El aumento de la entalpía de remanso, proporcionada por el rotor se evalúa a través del trabajo desarrollado por el rotor. La precisión en la predicción del trabajo desarrollado por el rotor es fundamental para todos los aspectos con el análisis y diseño aerodinámico de un compresor centrífugo.

El trabajo útil *Blade Work*, es el trabajo a partir del cual se obtiene el aumento de presión, además de este existen otra serie de trabajos parásitos, que representan perdidas.

El trabajo útil el que se obtiene al hacer un balance del momento cinético en una superficie de control que rodee al rotor, aplicando el teorema de Euler como en el capítulo anterior.

Aunque este trabajo se defina como útil, utilizable sería quizá un nombre más exacto dado que parte del aumento de presión que se genera en el fluido esta afectado de pérdidas e irreversibilidades, que lo alejan del trabajo isoentrópico.

Además del trabajo útil, existen una serie de trabajos que se denominan parásitos, que solo contribuyen al aumento de la temperatura y no al aumento de presión; por lo que se considera un trabajo desperdiciado.

Debido a la comodidad que representa el trabajar con variables adimensionales, se usará como variable característica del trabajo desarrollado por la turbomáquina el coeficiente de trabajo, también conocido como coeficiente de carga:

$$I = \frac{\Delta h_0}{u_2^2} \quad \text{Con} \quad u_2 = w r_2$$



El objeto del modelo monodimensional, consiste en evaluar el trabajo desarrollado por los álabes; o trabajo útil, y estimar a base de correlaciones semiempíricas los distintos trabajos parásitos.

En unas pocas líneas puede decirse que el presente modelo consiste en suponer que el calor absorbido por el fluido a su paso por la turbomáquina, consiste en una parte aprovechable como aumento de presión más una parte que solo se destinará a aumentar la temperatura del mismo.

$$I = I_B + \sum_{i=1}^n I_{pi}$$

> I_B : Coeficiente de trabajo útil

 \succ I_{pi} : Coeficiente de trabajo parásito

2.1. Desarrollo teórico

En las siguientes páginas se desarrollan las ecuaciones y correlaciones que permiten estimar tanto el trabajo útil como, los distintos trabajos parásitos; profundizando en las distintas causas o fenómenos físicos que los originan.

2.1.1. Trabajo útil

El trabajo útil se calcula a través de un balance del momento cinético en un volumen de control que rodea al rotor, siendo equivalente al que se obtendría aplicando el modelo de Euler.

De acuerdo con esto el coeficiente de trabajo útil se expresa como:

$$I_B = \frac{c_{q_2}u_2 - c_{q_1}u_1}{u_2^2}$$

Donde " ^{C}q " es la componente tangencial de la velocidad absoluta, y " \mathcal{U} " es la velocidad tangencial o de arrastre.



Si el fluido estuviera perfectamente guiado, es decir si hubiera un número infinito de álabes, el primer término de la ecuación anterior quedaría:

$$\frac{c_{u_2}^*}{u_2} = 1 - \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{n} Tan(\mathbf{b}_2)}{\mathbf{r}_2 A_2 u_2} = 1 - \mathbf{I} \cdot \mathbf{f}_2 Tan(\mathbf{b}_2)$$

Donde:

- > $f_2 = \frac{m}{r_2 A_2 u_2} = \frac{c_{r2}}{u_2}$: es el coeficiente de flujo
- \triangleright

> $I = \frac{1}{1 - B_2}$: es el factor de distorsión de flujo que está relacionado con la

reducción efectiva de área de paso " B_2 ", debido a efectos viscosos en el perfil de velocidades. La relación entre la velocidad tangencial de salida real y la que se obtendría con un número infinito de álabes se define como coeficiente de deslizamiento "s", por lo que el coeficiente de trabajo útil queda:

$$I_{B} = \boldsymbol{s}(1 - \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{f}_{2} Tan(\boldsymbol{b}_{2})) - \frac{u_{1}c_{q1}}{u_{2}^{2}}$$

2.1.2 Trabajos parásitos

El fluido en las holguras existentes entre el rotor y la carcasa; tanto la holgura entre los álabes y la carcasa, como la holgura de disco consume parte de la energía aportada al mismo, este trabajo parásito se define como, pérdidas por fricción de disco " I_{DF} ".

En rotores cerrados parte del flujo de salida se escapa a través de la holgura existente en la entrada del rotor, volviendo a absorber trabajo del mismo,

representando una perdida, conocida como trabajo de fugas o " I_L ".

Es razonable también esperar perdidas por fugas en rotores abiertos, donde el flujo escapa a través de las holguras existentes entre la cabeza del álabe y la carcasa, gracias al gradiente favorable de presión existente entre la cara de presión y de succión del álabe. Disipándose parte del aumento de presión, para volver a absorber energía en el siguiente paso por las palas del rotor.

Proyecto Fin de Carrera

U



En rotores con gran difusión de la velocidad relativa, se observa otra fuente de trabajo parásito, el de recirculación: " I_R ", se cree que una porción del fluido en la salida del rotor, retrocede, para volver e entrar en el rotor en el, disipándose parte del incremento de presión volviendo a ser re-energizado por las palas del rotor.

Expresando el trabajo del rotor de forma adimensional, y teniendo en cuenta todas las fuentes de trabajo, mencionadas, se tiene:

$$I = \frac{\Delta h_0}{u_2^2} = I_B + I_{CF} + I_L + I_{DF}$$

Por tanto para predecir el trabajo desarrollado por la turbomáquina será necesario caracterizar los coeficientes:

$$I_D, I_{DF}, I_L, I_R, \boldsymbol{l}, \boldsymbol{s}$$

2.1.3 Factor de deslizamiento

Para álabes planos que forman un ángulo pequeño con la dirección radial, la correlación que mejor evalúa el valor del factor de deslizamiento es la de *Staniz* (1952):

$$\boldsymbol{s} = 1 - 0,63 \frac{\boldsymbol{p}}{z(1 - \boldsymbol{f}_2 Tan(\boldsymbol{b}_2))}$$

Donde z es el número de álabes.

2.1.4 Factor de distorsión del flujo

El factor de distorsión del flujo, o el parámetro de bloqueo " B_2 ", es un factor clave en la ecuación del trabajo del rotor, en la literatura existen muy pocas referencias que estimen este parámetro, con la excepción de *Aungier* (1993. 1995), a través de una ecuación empírica.



Dicha ecuación deriva de evaluar el parámetro de bloqueo, a través de medidas experimentales de curvas de trabajo, el punto débil de esta aproximación radica en que se basa en que asume que los modelos, que se establecen para el factor de deslizamiento, y los trabajos parásitos son correctos, por esta razón la ecuación incluye correcciones que compensen la debilidad del modelo.

De acuerdo con los trabajos experimentales R.H. Aungier, hace las siguientes observaciones:

- Para bajos coeficientes de flujo, " B_2 " varía directamente con la perdida por fricción.
- " B_2 " aumenta con la difusión del flujo relativo desde la garganta hasta, la sección de descarga.
- Para rotores abiertos, " B_2 " aumenta con la holgura entre el rotor y la carcasa
- " B_2 " aumenta con la relación de aspecto del álabe (b₂/L_B)

$$B_{2} = \mathbf{v}_{SF} \frac{p_{v1}}{p_{v2}} \sqrt{\frac{w_{1}D_{H}}{w_{2}b_{2}}} + \left(0,03 + \left(\frac{b_{2}}{L_{B}}\right)^{2}\right) A_{R}^{2} \frac{\mathbf{r}_{2}b_{2}}{\mathbf{r}_{1}L_{B}} + \frac{s_{C}}{2b_{2}}$$

Donde:

> \mathbf{V}_{SF} : es el coeficiente de perdida de presión de remanso por fricción en el rotor.

$$\mathbf{v}_{SF} = 4c_F \left(\frac{w_m}{w_1}\right)^2 \frac{L_B}{D_H}$$

 $> D_H = \frac{4A_{paso}}{P_{mojado}}$: es el diámetro hidráulico de la sección de entrada.

 \succ w_m : es la velocidad relativa media en el conducto definido por los álabes.

$$w_m = \sqrt{\frac{w_1^2 + w_2^2}{2}}$$

> C_F : es el coeficiente de fricción y depende básicamente del número de *Reynolds* y del acabado superficial.

U



> p_{v1}, p_{v2} : es la presión asociada a la energía cinética, a la entrada y salida del rotor, respectivamente.

$$p_{v1} = P_{01} - P_1$$
 $p_{v2} = P_{02} - P_2$

- > W_1, W_2 : son las velocidades relativas de entrada y salida del rotor.
- > L_{R} : es la longitud del álabe.
- $\succ b_2$: es la altura de álabe a la salida del rotor.
- > A_R : es la relación de áreas normales de paso definido como:

$$A_{R} = \frac{A_{2}Cos(\boldsymbol{b}_{2})}{A_{1}Cos(\boldsymbol{b}_{1})}$$

> S_C : es la holgura existente entre la cabeza del álabe y la carcasa del rotor.

El último término de la ecuación sólo se da en rotores abiertos, y básicamente asume que la mitad del área de holgura esta disponible para el flujo.

2.1.5 Trabajo de fugas

El trabajo parásito debido a fugas depende del flujo que escapa a través de las holguras, la existente a la entrada del rotor en rotores cerrados, y la existente entre la cabeza de los álabes y la carcasa en los abiertos.

2.1.5.1 Trabajo de fugas en rotores abiertos

Para rotores abiertos, el flujo de fuga ocurre en la holgura entre la cabeza del álabe y la carcasa, debido a la diferencia de presión entre las caras de presión y de succión del álabe. Por tanto es lógico pensar que dicha velocidad aumentará con dicha diferencia de presión. La velocidad de este flujo fuga se estima por:

$$u_{CL} = 0.816 \sqrt{\frac{2\Delta p_{CL}}{r_2}}$$



Donde la densidad del gas se considera constante, igual al valor de salida, el valor de 0,816, se computa de asumir una perdida por la abrupta contracción que sufre el fluido, al pasar por el estrechamiento, seguida por una abrupta expansión.

La diferencia de presión entre las distintas caras del álabe vendrá dada por un balance de par en el rotor:

$$\Delta p_{CL} = \frac{(r_2 c_{q2} - r_1 c_{q1})m}{z r_m b_m L_B}$$

•

Se ha supuesto una distribución de presiones uniforme en el álabe, el denominador es el par absorbido por el fluido, y el numerador la superficie total de los álabes por el brazo.

$$r_m = \frac{r_1 + r_2}{2}$$
 $b_m = \frac{b_1 + b_2}{2}$

Suponiendo también que la velocidad también es uniforme en la holgura " ${}^{S}C$ ", puede estimarse el gasto de fugas como:

$$\boldsymbol{m}_{CL} = \boldsymbol{r}_2 \boldsymbol{z} \boldsymbol{s}_C \boldsymbol{L}_B \boldsymbol{u}_{CL}$$

Para estimar el trabajo parásito que absorben estas pérdidas la suposición es que la mitad del flujo que pasa a través de la holgura de álabe y carcasa es reenergizado por los álabes del rotor, y puede ser expresado como:

$$I_L = \frac{m_{CL}}{m_{CL}} \frac{u_{CL}}{2u_2}$$

2.1.5.2 Trabajo de fugas en rotores cerrados

٠

Las predicciones del trabajo desarrollado en rotores cerrados requieren considerar el gasto que escapa a través de la holgura en la entrada.

Eli (1935) establece un modelo razonable para estimar este gasto de fuga:

$$m_L = \boldsymbol{p} D_1 \boldsymbol{d} C_T C_C C_R \boldsymbol{r}_2 \sqrt{RT_2}$$

Donde " C_T, C_C, C_R " son coeficientes empíricos.



$$C_{R} = 1 - \frac{1}{3 + \frac{54.3}{\left(1 + 100\frac{d}{t}\right)^{3.45}}}$$

"d, t" son medidas características del dispositivo de cierre que se suele usar para evitar las fugas en rotores abiertos.





El coeficiente " C_T " viene dado por la siguiente expresión en función de la relación de presiones en el cierre " p_R ":

$$C_T = 2,143 \frac{Ln(N) - 1,464}{N - 4,322} (1 - p_R)^{(0,375 \, p_R)}$$

N es el número de pestañas (como la que se detalla en la figura 5.1) del dispositivo de cierre.

El trabajo de fugas en rotores cerrados viene dado por:

$$I_L = \frac{\frac{\mathbf{m}_L}{\mathbf{m}_L}}{\frac{\mathbf{m}_L}{\mathbf{m}_L}} I_B$$

Lorenzo Domínguez Díaz

Proyecto Fin de Carrera

V



La forma de la expresión se debe a que se supone que las fugas a través de la entrada vuelven a absorber trabajo de los álabes del rotor.

2.1.6 Trabajo de fricción de disco

Los estudios de *Daily* y *Nece* (1960) son las mejores fuentes para evaluar este trabajo parásito, en primer lugar definen un coeficiente de par de disco como:

$$C_M = \frac{2t}{r_2 w^2 r_2^5}$$

Donde t es el par que ejerce el fluido de densidad r_2 sobre el disco de radio r_2 , oponiéndose al giro a velocidad angular w.

Daily y Nece consideran cuatro regímenes de flujo distintos:

- Parcialmente laminar.
- Completamente laminar.
- Parcialmente turbulento.
- Completamente turbulento.

Si "*S*" es la holgura entre disco y carcasa, y "Re "es el número de Reynolds de giro definido como:

$$\operatorname{Re} = \frac{\boldsymbol{r}_2 \, \boldsymbol{w} \, \boldsymbol{r}_2^2}{\boldsymbol{m}}$$

Los coeficientes de par definidos para cada uno de los cuatro regímenes de flujo son:

$$C_{M1} = \frac{2p}{\frac{s}{r_2} \operatorname{Re}} \qquad C_{M2} = 3.7 \frac{\left(\frac{s}{r_2}\right)^{0.1}}{\sqrt{\operatorname{Re}}}$$
$$C_{M3} = \frac{0.08}{\left(\frac{s}{r_2}\right)^{\frac{1}{6}} \operatorname{Re}^{\frac{1}{4}}} \qquad C_{M4} = 0.102 \frac{\left(\frac{s}{r_2}\right)^{0.1}}{\operatorname{Re}^{0.2}}$$

Proyecto Fin de Carrera

U



Para determinar el régimen de flujo, es necesario evaluar los cuatro coeficientes de par, el valor correcto será aquel que de un valor mayor de los cuatro.

$$C_{MS} = Max\{C_{M1}, C_{M2}, C_{M3}, C_{M4}\}$$

Para valores del número de Reynolds lo suficientemente grandes, los efectos de la rugosidad aumentaran el valor del coeficiente de par, si el número de Reynolds continua aumentando, el disco se vuelve totalmente rugoso y el coeficiente de par deja de variar con Re.

Si "e" representa la altura de pico a valle de la rugosidad, el coeficiente de par del disco totalmente rugoso viene dado por:

$$\frac{1}{\sqrt{C_{MR}}} = 3.8 Log_{10} \left(\frac{r_2}{e}\right) - 2.4 \left(\frac{s}{r_2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Daily y *Nece* proponen la siguiente estimación para el número de Reynolds "suave": "Re_s" a partir del cual aparecen por primera vez los efectos de rugosidad.

$$\operatorname{Re}_{S} \sqrt{C_{MS}} = 1100 \left(\frac{e}{r_{2}}\right)^{-0.4}$$

Daily y *Nece* también proporcionan una expresión para evaluar el número de Reynolds "rugoso", " Re_R "a partir del cual el disco se vuelve completamente rugoso:

$$\operatorname{Re}_{R} = 1100 \frac{r_{2}}{e} - 6 \times 10^{5}$$

Entre los límites de " Re_{s} " y " Re_{R} " el valor del coeficiente de par varía linealmente con el logaritmo decimal del número de Reynolds entre el valor "suave", y el "rugoso":

$$C_{M} = C_{MS} + (C_{MR} - C_{MS}) \frac{Ln(\frac{\text{Re}}{\text{Re}_{S}})}{Ln(\frac{\text{Re}_{R}}{\text{Re}_{S}})}$$

Existen dos coeficientes de par generados a partir del anterior, el primero para la parte posterior del rotor, y el segundo para la anterior:



$$C_{MD} = 0.75C_M$$
 $C_{MC} = 0.75C_M \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^5\right) \frac{L_B}{r_2 - r_1}$

El trabajo parásito de fricción de disco queda:

$$I_{DF} = \frac{(C_{MC} + C_{MD})}{\frac{1}{2m}} \boldsymbol{r}_2 u_2 r_2^2$$

2.1.7 Trabajo de recirculación

Algunos rotores tienen una alta subida de trabajo específico para valores bajos de gasto másico. *Lieblin* (1959) genera un modelo para este fenómeno evaluando el factor de difusión de un compresor axial equivalente: " D_{EQ} ", a través de un análisis de las velocidades relativas en las caras de succión y presión del álabe:

$$D_{EQ} = \frac{w_{MAX}}{w_2} \quad w_{MAX} = \frac{w_1 + w_2 + \Delta w}{2}$$
$$\Delta w = \frac{2pD_2u_2I_B}{zL_B}$$

Según *Lieblin* la recirculación se produce como una especie de remolino en el espacio entre álabes solo cuando el parámetro de difusión alcanza valores mayores de 2, y el trabajo de recirculación tiene la forma:

$$I_{R} = \left(\frac{D_{EQ}}{2} - 1\right) \left(\frac{w_{q2}}{c_{r2}} - 2Tan(\boldsymbol{b}_{2})\right) \quad si \ D_{EQ} > 2$$
$$I_{R} = 0 \quad si \quad D_{EQ} \le 2$$

No obstante, en la mayoría de los casos, aunque "Deq" sea mayor de dos, el resultado sigue siendo negativo, por lo que se toma como nulo el trabajo de recirculación.

2.2. Predicción de trabajo específico

Proyecto Fin de Carrera

V



Una vez establecida la base teórica a través de la cual, pretende modelarse el problema, se procederá a aplicarlo a los dos casos prácticos; siempre teniendo en cuenta que la bibliografía consultada es de aplicación para compresores centrífugos; donde el diseño está muy ajustado y se tienen valores muy pequeños de las posibles holguras, y que en el caso estudiado se trata de soplantes de muy poca potencia, cuyo diseño tan solo alcanza el mínimo que les permita cumplir su función.

Por esta razón cuando sea necesario usar gráficas o correlaciones que dependan del diseño, simplemente se tomará el valor más desfavorable que den las gráficas o tablas correspondientes; no obstante cada vez que aparezca estos uno de estos escollos en el cálculo, se comentará oportunamente.

2.2.1. Soplante de rotor abierto.

2.2.1.1. Factor de bloqueo

Del propio rombre y de la expresión del factor de distorsión de flujo "1" se entiende que B₂ es la porción de área de salida del rotor, en la que son dominantes las fuerzas de viscosidad, donde se supone que el fluido está parado, todo el flujo pasa a través de un área más pequeña; de ahí que la velocidad meridional de salida se vea multiplicada por el factor de corrección de flujo "1".

$$I = \frac{1}{1 - B_2}$$

$$B_{2} = \mathbf{v}_{SF} \frac{p_{v1}}{p_{v2}} \sqrt{\frac{w_{1}D_{H}}{w_{2}b_{2}}} + \left(0,03 + \left(\frac{b_{2}}{L_{B}}\right)^{2}\right) A_{R}^{2} \frac{\mathbf{r}_{2}b_{2}}{\mathbf{r}_{1}L_{B}} + \frac{s_{C}}{2b_{2}}$$

Observando los términos de los que consta " B_2 ", se puede deducir que el autor separa claramente los tres efectos, que influyen en que aumente " B_2 ", es decir que contribuyen al crecimiento de la capa límite, el primero esta relacionado con la fricción, el segundo con la difusión y el tercero con la holgura de los álabes con la carcasa. Por lo que para manejar expresiones más pequeñas se usará a partir de ahora:

$$B_2 = B_{2F} + B_{2D} + B_{2CL}$$

En soplantes de rotor cerrado el último término es cero por definición.



En la soplante de rotor abierto, al ser el ángulo de salida del rotor de 90° no es necesario calcular "I", porque no interviene en los cálculos.

$$I_{B} = \mathbf{s} (1 - \mathbf{l} \mathbf{f}_{2} Tan(\mathbf{b}_{2})) - \frac{u_{1}c_{q1}}{u_{2}^{2}} = \mathbf{s} = 0,75526$$
$$\mathbf{b}_{2} = 0 \qquad c_{q1} = 0$$

2.2.1.2. Factor de deslizamiento

Usando la correlación de Staniz:

$$s = 1 - 0.63 \frac{p}{z(1 - f_2 Tan(b_2))} = 1 - 0.63 \frac{p}{8} = 0.7526$$

2.2.1.3. Trabajo útil

Teniendo en cuenta la geometría, la ecuación del coeficiente de trabajo se simplifica:

$$I_{B} = \mathbf{s} = 0,75526$$

2.2.1.4. Trabajo de fugas

Teniendo en cuenta las ecuaciones desarrolladas en el desarrollo teórico anterior, el trabajo de fugas en un rotor abierto puede evaluarse como:

$$I_L = \frac{\frac{m_{CL}}{m_{CL}} \frac{u_{CL}}{2u_2}}{\frac{u_{CL}}{m_{CL}} \frac{u_{CL}}{2u_2}}$$

" m_{CL} " es el gasto que pasa por la holgura del álabe con la carcasa, desde la cara de presión a la de succión, la velocidad de este flujo es " u_{CL} ". El valor de esta velocidad se aproxima por:

$$u_{CL} = 0.816 \sqrt{\frac{2\Delta p_{CL}}{r_2}}$$

$$\Delta p_{CL} = \frac{\dot{m}(r_2 c_{q_2} - r_1 c_{q_1})}{z r_m b_m L_B} \qquad m_{CL} = \mathbf{r}_2 z s_C L_B u_{CL}$$

Lorenzo Domínguez Díaz



Sustituyendo los valores geométricos:

$$r_2 = 250,7mm$$
 $r_1 = 44,5mm$ $b_1 = 52,33mm$ $b_2 = 39,7mm$
 $r_m = 147,6mm$ $b_m = 46mm$ $L_B = 220,7mm$ $z = 8$

Como lo único que varía en las expresiones es el gasto y la velocidad angular puede expresarse todo en función de esas dos variables:

$$\Delta p_{CL} = 3,93 \, m \, \mathbf{w}$$

٠

Por tanto la expresión de la velocidad de la corriente de fuga queda:

$$u_{CL} = 2,288 \sqrt{\frac{m\mathbf{w}}{\mathbf{r}_2}}$$

El gasto total a través de las holguras entre los álabes y la carcasa, será el producto de la velocidad del flujo de fugas por el área total de fugas, en el caso tratado, dado que la geometría de este área es trapezoidal, consideramos un espesor de holgura " s_M ".

Sustituyendo se obtiene la expresión:

$$\mathbf{\dot{m}}_{CL} = 0,0565\sqrt{\mathbf{\dot{m}wr}_2}$$

Sustituyendo en la expresión que evalúa el coeficiente de trabajo parásito de pérdidas:

$$I_{L} = 0.0565 \sqrt{m} \, \mathbf{wr}_{2} \frac{2.288 \sqrt{m} \, \mathbf{wr}_{2}}{2r_{2} \, \mathbf{w} \, \mathbf{m}} = 0.258 = cte$$

Simplificando se demuestra que en este caso concreto (entrada axial y salida radial), el coeficiente de trabajo de fugas no depende ni del gasto ni de la velocidad.



2.2.1.5. Coeficiente de trabajo de recirculación

Para estimar el trabajo de recirculación es necesario conocer la velocidad relativa, tanto a la entrada como a la salida del rotor:

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2}$$

Como la entrada es axial, la velocidad absoluta de entrada es:

$$c_1 = c_{r1} = \frac{\dot{n}}{r_1 A_{p1}}$$
 $A_{p1} = p \frac{D_1^2 - d_1^2}{4} - z e_z \frac{D_1 - d_1}{2}$

Donde " \mathcal{e}_{z} " es el espesor del álabe.

La velocidad de arrastre se evalúa a la altura del diámetro medio de entrada:

$$u_1 = \mathbf{w} \frac{D_1 + d_1}{4}$$

La velocidad relativa de salida vendrá dada por:



Fig. 5.2



$$w_{2} = \sqrt{c_{r2}^{2} + (u_{2} - c_{q2})^{2}} = \sqrt{c_{r2}^{2} + (1 - \mathbf{s})^{2} u_{2}^{2}}$$

Donde:

$$c_{r_2} = \frac{\dot{m}}{r_2 A_{p_2}}$$
 $A_{p_2} = 2\mathbf{p} r_2 b_2 - z b_2 e_z$

Para evaluar el trabajo de recirculación hay que evaluar el campo de velocidades relativas en el canal definido por los álabes.

$$D_{EQ} = \frac{w_{MAX}}{w_2} \qquad w_{MAX} = \frac{w_1 + w_2 + \Delta w}{2}$$
$$\Delta w = \frac{4\mathbf{p} r_2 u_2 I_B}{z L_B}$$

La expresión del coeficiente de trabajo de recirculación es:

$$I_{R} = \left(\frac{D_{EQ}}{2} - 1\right) \left(\frac{w_{u2}}{c_{r2}} - 2Cotg(\boldsymbol{b}_{2})\right) \ge 0 \quad si \ D_{EQ} > 2$$

Como los álabes son radiales " $\boldsymbol{b}_2 = 0^{\circ}$ ", aunque " D_{EQ} " sea mayor que dos, el trabajo de recirculación se tomará nulo siempre que la expresión sea negativa, como sucede en este caso, ya que el deslizamiento hace que la componente tangencial de la velocidad relativa sea negativa.



2.2.1.6. Trabajo por fricción de disco

La fricción se produce en dos volúmenes diferentes, por un lado en la holgura entre la cabeza de los álabes y la carcasa (rayado rojo), y por otro lado en la holgura existente entre la parte trasera del rotor y la carcasa (rayado verde): (Para ilustrar los cálculos se presentarán todos los resultados previos para el cálculo del coeficiente de par de fricción en el caso r.p.m. = 3600)



Fig. 5.3

El factor de trabajo de fricción de disco contempla la fricción en ambos casos:

$$I_{DF} = \frac{(C_{MC} + C_{MD})\mathbf{r}_{2}u_{2}r_{2}^{2}}{2m}$$

Donde el subíndice "c" hace referencia a la fricción en la cara superior del disco, y el "d" al de la cara inferior. A las correspondientes holguras se les denotará igualmente como " s_c ", y " s_p "; siendo el primero de los valores el medio entre el mayor y el menor.

El factor fundamental para estimar el coeficiente de par de fricción correspondiente " C_{M} ", es el número de Reynolds definido como:

$$\operatorname{Re} = \frac{\boldsymbol{r}_2 \boldsymbol{w} \boldsymbol{r}_2^2}{\boldsymbol{m}}$$







El primer paso es calcular para punto de operación, los cuatro valores de coeficiente de par correspondientes a cada régimen de flujo.

En primer lugar se calcularán los valores para la holgura de los álabes " s_c ".

$$C_{MC1} = \frac{2p}{\left(\left(\frac{S_{C}}{r_{2}}\right) \text{Re}\right)} \quad C_{MC2} = 3.7 \frac{\left(\frac{S_{C}}{r_{2}}\right)^{0.1}}{\sqrt{\text{Re}}}$$
$$C_{MC3} = \frac{0.08}{\left(\left(\frac{S_{C}}{r_{2}}\right)^{\frac{1}{6}} \text{Re}^{\frac{1}{4}}\right)} C_{MC4} = \frac{0.102 \left(\frac{S_{C}}{r_{2}}\right)^{0.1}}{\text{Re}^{0.2}}$$

Al mayor de estos coeficientes se le denominará C_{Msc} , ya que es el que se supone cuando aún no hay efectos de la rugosidad (s de suave):

0

m (Kg/h)	Re	Cm₁c	Cm _{2C}	Cm₃c	Cm₄c	Cm _{sc}
749.33	1.48E+06	6.07E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
725.79	1.48E+06	6.07E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
687.55	1.48E+06	6.07E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
668.77	1.48E+06	6.06E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
628.63	1.48E+06	6.05E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
614.21	1.48E+06	6.05E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
599.79	1.48E+06	6.06E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
575.19	1.48E+06	6.06E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
560.11	1.48E+06	6.06E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
527.90	1.48E+06	6.05E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
513.03	1.48E+06	6.06E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
489.05	1.48E+06	6.06E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
457.78	1.48E+06	6.07E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
430.51	1.48E+06	6.07E-05	2.33E-03	3.57E-03	4.56E-03	4.56E-03
399.57	1.47E+06	6.10E-05	2.34E-03	3.58E-03	4.57E-03	4.57E-03
369.63	1.47E+06	6.09E-05	2.34E-03	3.58E-03	4.57E-03	4.57E-03
327.02	1.47E+06	6.09E-05	2.34E-03	3.58E-03	4.57E-03	4.57E-03
283.50	1.47E+06	6.11E-05	2.34E-03	3.58E-03	4.57E-03	4.57E-03
231.02	1.46E+06	6.15E-05	2.35E-03	3.59E-03	4.57E-03	4.57E-03
154.54	1.45E+06	6.17E-05	2.35E-03	3.59E-03	4.58E-03	4.58E-03

El número de Reynolds a partir del cual comienzan a aparecer los efectos de la rugosidad es:

$$\operatorname{Re}_{SC} = \frac{1100 \left(\frac{e}{r_2}\right)^{-0.4}}{\sqrt{C_{MSC}}}$$

Donde "e", es el valor de valle a pico de la rugosidad, para el que se toma un valor característico del acero de 0,05 mm.

El número de Reynolds a partir del cual ya no hay dependencia del mismo, y solo depende se la rugosidad superficial es:

$$\operatorname{Re}_{R} = 1100 \left(\frac{r_{2}}{e}\right) - 6 \times 10^{5}$$

Si Re es mayor que ese límite, el coeficiente de par viene dado por la expresión:

$$\frac{1}{\sqrt{C_{MRC}}} = 3.8 Log_{10} \left(\frac{r_2}{e}\right) - 2.4 \left(\frac{S_C}{r_2}\right)^{0.25}$$

Lorenzo Domínguez Díaz

Proyecto Fin de Carrera

U



Si el número de Reynolds es intermedio entre el límite suave y el rugoso, el coeficiente de par varía linealmente con el logaritmo decimal de Re.

$$C_{MC} = C_{MSC} + (C_{MRC} - C_{MSC}) \frac{Ln\left(\frac{Re}{Re_{SC}}\right)}{Ln\left(\frac{Re_{R}}{Re_{SC}}\right)}$$

m (Kg/h)	Resc	Re	Rer	Cmsc	Cmrc	Cmc
749.4	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
725.8	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
687.6	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
668.8	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
628.6	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.288E-03
614.2	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.288E-03
599.8	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
575.2	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
560.1	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.288E-03
527.9	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.288E-03
513.0	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
489.0	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
457.8	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
430.5	4.92E+05	1.48E+06	4.92E+06	4.56E-03	6.08E-03	5.287E-03
399.6	4.92E+05	1.47E+06	4.92E+06	4.57E-03	6.08E-03	5.287E-03
369.6	4.92E+05	1.47E+06	4.92E+06	4.57E-03	6.08E-03	5.287E-03
327.0	4.92E+05	1.47E+06	4.92E+06	4.57E-03	6.08E-03	5.287E-03
283.5	4.92E+05	1.47E+06	4.92E+06	4.57E-03	6.08E-03	5.286E-03
231.0	4.91E+05	1.46E+06	4.92E+06	4.57E-03	6.08E-03	5.285E-03
154.5	4.91E+05	1.45E+06	4.92E+06	4.58E-03	6.08E-03	5.285E-03

Seguidamente se repite el proceso, para obtener el coeficiente de par correspondiente a la cara posterior del disco, solo hay que sustituir en los cálculos realizados hasta ahora la holgura de álabes s_c ", por la de disco " s_p ".

Una vez se tienen los coeficientes de par para las dos caras del disco, puede obtenerse el coeficiente de par global, y el coeficiente de trabajo por fricción de disco.

$$C_{m} = 0.75C_{MS} \left(1 - \left(\frac{r_{1}}{r_{2}}\right)^{5} \right) \frac{L_{B}}{(r_{2} - r_{1})}$$
$$I_{CF} = \frac{C_{M} \mathbf{r}^{2} u_{2} r_{2}^{2}}{2 m}$$

Proyecto Fin de Carrera

V



Como el gasto aparece en la expresión como cociente la tendencia del coeficiente será asintótica hacia infinito cuando este tienda a cero, entonces, las correlaciones no serán aplicables exhaustivamente.

2.2.1.7. Resultados

A continuación se comparan los resultados obtenidos experimentalmente, con las predicciones de trabajo que se han desarrollado hasta ahora, para ello se adimensionalizará el trabajo real desarrollado por la máquina:

$$I = \frac{\Delta h_0}{u_2^2} = \frac{C_p (T_{02} - T_{01})}{u_2^2} \qquad I = I_B + I_{CF} + I_L + I_R$$

U



m (Kg/h)	В	CF	L	I	Ireal
749.33	0.753	0.137	0.258	1.147	1.16
725.79	0.753	0.142	0.258	1.152	1.14
687.55	0.753	0.150	0.258	1.160	1.15
668.77	0.753	0.154	0.258	1.165	1.17
628.63	0.753	0.164	0.258	1.175	1.16
614.21	0.753	0.168	0.258	1.179	1.18
599.79	0.753	0.172	0.258	1.182	1.18
575.19	0.753	0.180	0.258	1.190	1.19
560.11	0.753	0.185	0.258	1.195	1.19
527.90	0.753	0.196	0.258	1.206	1.24
513.03	0.753	0.202	0.258	1.212	1.26
489.05	0.753	0.212	0.258	1.222	1.28
457.78	0.753	0.226	0.258	1.236	1.29
430.51	0.753	0.241	0.258	1.251	1.32
399.57	0.753	0.259	0.258	1.269	1.42
369.63	0.753	0.280	0.258	1.290	1.39
327.02	0.753	0.316	0.258	1.327	1.39
283.50	0.753	0.365	0.258	1.375	1.46
231.02	0.753	0.446	0.258	1.456	1.59
154.54	0.753	0.666	0.258	1.676	1.66

En la siguiente gráfica se ilustra el comportamiento real, y las predicciones según el modelo, en la que pueden verse el valor relativo de los trabajos parásitos, para 3600 r.p.m.





Se comprueba que el modelo funciona razonablemente bien, sobre todo en la zona de diseño, a partir de la mitad del gasto máximo; además también sirve para predecir los bajos valores alcanzados por el rendimiento isoentrópico, ya que todo el salto de presión se consigue solo a partir del trabajo desarrollado por los álabes, y los trabajos parásitos se disipan por completo en aumento de temperatura del gas.

A continuación se abordará el cálculo de los coeficientes de trabajo desarrollado, para el resto de velocidades del rotor medidas; esto se reduce al cálculo del coeficiente de fricción de disco, ya que se ha demostrado anteriormente que los otros dos son constantes tanto con la velocidad de giro, como con el gasto.





U





Puede apreciarse que el error entre el coeficiente de trabajo real y el calculado aumenta considerablemente al reducir el régimen de giro, esto pude deberse a que la máquina funciona entonces en regímenes de gasto mucho menores que el de diseño apareciendo y donde el modelo pierde exactitud.

No obstante los máximos errores en el coeficiente de trabajo se dan para velocidades bajas, y como el trabajo específico es el producto de dicho coeficiente por la velocidad de giro al cuadrado, dichos errores se atenúan si nos referimos a dicho trabajo o al salto de temperaturas.

En la figura 5.9 se presentan los valores, que el modelo predice para el coeficiente de trabajo.

Puede observarse que para bajos gastos el trabajo parásito de fricción de disco se dispara, mientras que a plena carga, el coeficiente de carga permanece prácticamente constante.

Aho/u2²

En la figura 5.10 inferior se presentan los valores del coeficiente de trabaio medido experimentalmente, que obviamente no puede ajustarse a un modelo tan sencillo como la teórica.

En las gráficas 5.10 y 5.11 se muestran las líneas de coeficiente de trabajo constante, y en ella apreciarse puede como la variación es muy pequeña para valores grandes del gasto, y como comienza a crecer asintóticamente cuando este tiende a cero





Lorenzo Domínguez Díaz

Proyecto Fin de Carrera



A continuación se representa el porcentaje de error cometido en el cálculo del coeficiente de trabajo según el modelo:



Se observa que el funcionamiento del modelo es muy bueno sobre todo a altas vueltas, como era de esperar, el modelo sobrestima el trabajo parásito de fricción de disco para caudales bajos, al tener este una ley asintótica con el gasto.

El aumento de temperatura de remanso puede predecirse sin más que multiplicar el coeficiente de trabajo por el cuadrado de la velocidad periférica del álabe y dividiendo por el calor específico:

$$\Delta T_{Oid} = \frac{Iu_2^2}{C_p}$$

U



Las curvas de nivel correspondientes al modelo teórico, se representan solo hasta un valor correspondiente a un salto térmico de 20 grados, ya que cuando el gasto tiende a cero, dicho salto tiende a infinito; para poder compararlo con los resultados reales que se presentan a continuación:



Fig. 5.13



Se puede observar que tanto los valores como las tendencias coinciden con razonable exactitud con la realidad; el error que se comete al evaluar la diferencia de temperaturas de remanso, (y por tanto el trabajo termodinámico) mediante el modelo monodimensional utilizado es:





2.2.2. Soplante de rotor cerrado.

A continuación se repetirán los cálculos realizados pero aplicados en esta ocasión a un rotor cerrado; esto hace que cambie la forma en que se calcula el trabajo de fugas; el resto de los cálculos se realizan usando el mismo proceso.

2.2.2.1. Factor de deslizamiento

En este caso, al no ser radiales los álabes a la salida del rotor, el coeficiente de deslizamiento, depende del gasto a través del coeficiente de flujo.

$$\boldsymbol{s} = 1 - 0.63 \frac{\boldsymbol{p}}{z(1 - \boldsymbol{f}_2 Tan(\boldsymbol{b}_2))}$$

Donde:

> z = 16 es el número de álabes del rotor.

 \blacktriangleright **b**₂ = 12,71° es el ángulo de salida del rotor con respecto a la tangente.

>
$$f_2 = \frac{c_{r2}}{u_2} = \frac{\dot{m}}{(r_2 A_2 u_2)}$$
 es el coeficiente de flujo



Puede observarse que la influencia del gasto es muy pequeña en el factor de deslizamiento, ya que el coeficiente de flujo es muy pequeño, y el ángulo de salida muy próximo a cero grados.

Proyecto Fin de Carrera

V



2.2.2.2 Factor de bloqueo

Se analizará el coeficiente de bloqueo término a término:

$$B_2 = B_{2F} + B_{2D} + B_{2CL}$$

El último de los términos es nulo al tratarse de un rotor cerrado, se analizará en primer lugar el término debido a la fricción:

$$B_{2F} = \mathbf{W}_{SF} \frac{p_{v1}}{p_{v2}} \sqrt{\frac{w_1 D_H}{w_2 b_2}}$$

Donde:

$$\succ \mathbf{v}_{SF} = 4c_F \left(\frac{w_m}{w_1}\right)^2 \frac{L_B}{D_H}$$

El coeficiente de fricción cf se esti ma a partir del número de Reynolds, en el conducto definido por los álabes:

$$\operatorname{Re} = \boldsymbol{r}_{1} w_{1} \frac{D_{H}}{\boldsymbol{m}}$$

Lo que se hace es asemejar el conducto formado por los álabes, a un tubo de diámetro " D_H ".

$$D_{H} = 4\frac{A_{1}}{P_{m1}} = 22,9mm$$

Como la entrada es radial, se deduce que la velocidad relativa a la entrada vale:

$$w_1 = \sqrt{c_{m1}^2 + u_1^2}$$

Si el número de Reynolds es menor de 2000, el flujo es laminar y el coeficiente de fricción vale:

$$c_{FL} = \frac{16}{\text{Re}}$$

Proyecto Fin de Carrera

U



Si es mayor de 4000, el flujo es turbulento; y las superficies son suaves:

$$\frac{1}{\sqrt{4c_{FTS}}} = -2Log_{10}\left(\frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{4c_{FTS}}}\right)$$

Y si la superficie es rugosa:

$$\frac{1}{\sqrt{4c_{FTR}}} = -2Log_{10}\left(\frac{\frac{e_d}{3}}{3,71}\right)$$

Donde "*e*" es la rugosidad de pico a valle, y d es una magnitud característica del conducto, como el diámetro hidráulico.

Se considera que la superficie es suave, si el Reynolds basado en el tamaño de la rugosidad es menor de 60:

$$\operatorname{Re}_{e} = \left(\operatorname{Re} - 2000\right) \frac{e}{D_{H}}$$

El coeficiente turbulento de fricción se define como:

Sí
$$\operatorname{Re}_{e} < 60 \rightarrow c_{FT} = c_{FTR}$$

Sí
$$\operatorname{Re}_{e} \ge 60 \rightarrow c_{FT} = c_{FTS} + \left(c_{FTR} - c_{FTS}\right) \left(1 - \frac{60}{\operatorname{Re}_{e}}\right)$$

Finalmente si el número de Reynolds está comprendido entre 2000 y 4000, el valore del coeficiente de fricción es:

$$c_F = c_{FL} + (c_{FT} - c_{FL}) \left(\frac{\text{Re}}{2000} - 1 \right)$$

La velocidad relativa media del conducto se define como:

$$w_m^2 = \frac{\left(w_1^2 + w_2^2\right)}{2}$$

Donde la velocidad relativa a la salida del rotor se obtiene de:

$$w_2^2 = \frac{\left(c_m^2 + (u_2 - c_{u2})^2\right)}{2}$$
 con: $c_{u2} = u_2 - \mathbf{s}c_{m2}Tan(\mathbf{b}_2)$

Proyecto Fin de Carrera

V



Representando los valores obtenidos del coeficiente de perdidas de presión de remanso, debida a la fricción en el rotor, frente al gasto:



 p_{v1}, p_{v2} : Son las presiones de velocidad a la entrada y salida del rotor, según la definición la presión de remanso menos la estática:

$$p_{v1} = p_{01} - p_1 \qquad \frac{p_{01}}{p_1} = \left(\frac{T_{01}}{T_1}\right)^{\frac{g}{g-1}}$$
$$T_1^2 = T_{01}^2 - \frac{c_1^2}{2c_p}$$

Donde p_{01} coincide con la presión ambiente $P_a \ y \ T_{01}$ con la temperatura ambiente.



Finalmente los valores obtenidos para el primer término del coeficiente de bloqueo, representados en función del gasto son:



Fig. 5.18 Porcentaje del área de paso bloqueada debido a la fricción

Seguidamente se abordará el cálculo del segundo término del factor de bloqueo, el debido a la difusión del flujo relativo:

$$B_{2D} = \left(0,03 + \frac{b_2^2}{L_B^2}\right) A_R^2 \frac{\mathbf{r}^2 b_2}{\mathbf{r}_1 L_B}$$

Donde " A_R " se había definido como:

$$A_{R} = \frac{A_{2}Cos(\boldsymbol{b}_{2})}{A_{1}Cos(\boldsymbol{b}_{1})} = 5,86$$

Finalmente sustituyendo todos los parámetros geométricos se obtiene un valor de:

$$B_{2D} = 0.35$$



Sumando los dos términos que intervienen en el factor de bloqueo, el valor del mismo en función del gasto es:



Fig. 5.19 Porcentaje del área de salida bloqueada

2.2.2.3. Trabajo útil

Una vez obtenidos el coeficiente de deslizamiento y el factor de bloqueo, puede evaluarse el coeficiente de trabajo desarrollado por los álabes:



Proyecto Fin de Carrera

U



2.2.2.4. Trabajo de fricción de disco



En la gráfica 5.21 se evalúa el trabajo parásito por fricción de disco, siguiendo el mismo proceso que en el caso del rotor abierto.

2.2.2.5. Coeficiente de trabajo de fugas

Finalmente la expresión que evalúa el trabajo parásito debido a fugas por la entrada, se modela como:

$$I_L = m_L \frac{I_B}{m}$$

Donde " m_L " es el gasto que escapa a través de la holgura de espesor d, que existe a la entrada del rotor; y que se estima como:

$$m_L = 2\boldsymbol{p} r_1 \boldsymbol{d} c_t c_c c_r \boldsymbol{r}_2 \sqrt{RT_2}$$

Obteniéndose los valores, que se representan en la gráfica 5.22



U



2.2.2.6. Resultados

Finalmente puede compararse la bondad del modelo comparando el coeficiente de trabajo calculado con el real:



Se comprueba que el ajuste del modelo es similar al del caso del rotor abierto, funcionando razonablemente bien para caudales altos, y sobrestimando el valor de los trabajos parásitos para caudales bajos.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para todo el rango de velocidades de rotor estudiadas:

V





Fig. 5.24





Representando estos valores en todo el rango de aplicación se obtiene la siguiente superficie:



Fig. 5.25



A continuación se representan las curvas de coeficiente de trabajo teórico constante:



Una vez más se comprueba que el modelo proporciona estimaciones razonablemente correctas del trabajo desarrollado, si bien no llega a poder modelarse la influencia del régimen de giro en el coeficiente de trabajo.



Si se representa el error cometido al predecir el trabajo mediante el modelo monodimensional se obtienen los siguientes resultados:



Error en el cálculo del coeficiente de trabajo

Parece evidente que alrededor de 3000 vueltas, debe de haber un trabajo parásito que alcanza un valor máximo, debido a un fenómeno que no se ha podido identificar con un modelo monodimensional; se intuye que este aumento localizado del trabajo específico localizado no es un trabajo útil, porque coincide con una zona valle de rendimientos bajos.

Seguidamente se presentan los resultados que genera el modelo para el salto de temperatura de remanso, comparándolos con las medidas experimentales:









Fig. 5.32





El error cometido en la estimación del salto termodinámico; y por tanto en el trabajo termodinámico se presenta en la siguiente gráfica:







3. Cálculo teórico de las curvas características

Una vez que se ha conseguido establecer un modelo monodimensional que permite evaluar el trabajo especifico absorbido por el fluido, se profundizará más en el mismo para poder predecir la relación de compresión obtenida con el mismo.

El proceso de compresión isentrópica de un gas perfecto esta caracterizado por la ecuación:



$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left(\frac{T_{02}}{T_{01}}\right)^{\frac{g}{g-1}}$$

Donde "g" es la constante politrópica del gas.

Si el proceso no es ideal, la relación de compresión se obtiene introduciendo el concepto de rendimiento isoentrópico, que se define como la relación entre el trabajo de expansión ideal y el real:

$$\boldsymbol{h}_{S} = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}}$$

Fig. 5.35

U

Donde " T_{02s} " es la temperatura que se alcanzaría en un proceso ideal o isoentrópico para alcanzar la misma relación de compresión, es decir:

$$T_{02s} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{g-1}{g}} T_{01}$$

Obviamente en un proceso ideal la energía necesaria para comprimir un gas será menor que en uno real por lo que:

$$\boldsymbol{h}_{S} \leq 1 \xrightarrow{consecuentemente} T_{02S} \leq T_{02}$$

Operando en la definición de rendimiento se puede deducir la relación de compresión real:

Proyecto Fin de Carrera



El problema es que no se conoce el rendimiento isoentrópico, por lo que no puede evaluarse la relación de compresión de esa manera.

Recordando las definiciones del apartado dedicado a los coeficientes de trabajo, se suponía que el trabajo específico absorbido por el rotor se subdividía en dos partes, un trabajo útil que se destina a aumentar la presión del gas, y una serie de trabajos parásitos que solo aumentan la temperatura del mismo.

Es decir, se divide el proceso de compresión en un proceso reversible ($h_s = 1$), y otro completamente irreversible ($h_s = 0$).

Volviendo a introducir la definición de coeficiente de trabajo:

$$I = \frac{c_P \Delta T_0}{u_2^2} = I_B + I_P$$

Donde los coeficientes de trabajo útil y parásito ya han sido estimados en el capítulo anterior.

Entonces la relación de compresión puede expresarse como:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left(1 + \left(I_B \mathbf{h}_{SSB} + I_P \mathbf{h}_{SSP}\right) \frac{u_2^2}{c_P}\right)^{\frac{g}{g-1}} \xrightarrow{\mathbf{h}_{SSB}=1, \ \mathbf{h}_{SSP}=0} \frac{P_{02}}{P_{01}} = \left(1 + \frac{u_2^2}{c_P}I_B\right)^{\frac{g}{g-1}}$$

La relación de compresión así obtenida, supondría que las únicas irreversibilidades o pérdidas que se producen en la turbomáquina son las debidas a los trabajos parásitos: fricción de disco, fugas y recirculación.



Se sabe que existen más pérdidas en el rotor, que las asociadas a fricción de disco y a fugas, como las de fricción en el rotor, en la voluta, de incidencia..., estas pérdidas se evaluaran a través de pérdidas de presión; y se adimensionalizarán a través de coeficientes de perdida de presión adimensional.

$$\mathbf{v}_i = \frac{\Delta P_i}{\frac{1}{2} \mathbf{r}_1 w_1^2}$$

Una vez que se han evaluado cada una de las pérdidas, puede estimarse la presión de salida, y consecuentemente el rendimiento isoentrópico.

Magnitudes de remando de salida:

$$P_{02} = P_{01} \left(1 + \frac{u_2^2}{c_p} I_B \right)^{\frac{B}{p-1}} - \frac{1}{2} r_1 w_1^2 \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \qquad T_{02} = T_{01} + \left(I_B + \sum_{j=1}^m I_{P_i} \right)^{\frac{B}{p-1}} \frac{u_2^2}{c_p}$$

El proceso completo de cálculo del estado de salida del gas puede ilustrarse gráficamente en el siguiente diagrama (Coeficiente de trabajo – entropía)







El problema de este proceso es que las condiciones de salida del fluido, son función de una serie de coeficientes " I_B , I_{Pi} , V_i ", que son función a su vez directa o indirectamente de dichas condiciones de salida (Presión, temperatura).

La única forma de resolver el problema es suponer unas condiciones iniciales de salida, con las que obtener una estimación de los coeficientes; comenzando así un cálculo iterativo que terminará cuando las presión y temperatura de salida converjan.







Como la relación de compresión es muy baja, se puede comenzar a iterar, suponiendo las condiciones de salida IP, y wi iguales a las de entrada, y el proceso converge en unas pocas iteraciones.

$$T_2 = T_1; P_2 = P_1$$

Anteriormente se detalló el cálculo de los coeficientes de trabajo útil " I_B " y parásitos " I_{DF} , I_L , I_R "; en las siguientes páginas se desarrollará el cálculo de los coeficientes de pérdida de presión; y se representará su evolución con el gasto para el régimen de giro máximo (3600 r.p.m)

3.1. Fricción en el rotor

Un tipo de pérdida común a todo tipo de turbomáquinas, es la que se produce debida a la fricción del fluido con las paredes del rotor, a su paso por el mismo.

Para calcular la pérdida de presión asociada a este fenómeno se realiza un cálculo similar al que se usaría para calcular la pérdida de carga en una conducto, con la particularidad de que el conducto será el espacio definido por los álabes y la carcasa, y que este está girando a una velocidad "^W".

Por esto la velocidad de referencia para calcular la pérdida de carga por fricción; y para la mayoría de las que se verán más adelante, será la velocidad relativa.







Sobre un conducto equivalente como el de la figura 5.39 se define el coeficiente de pérdida de carga por fricción en el rotor:

$$\mathbf{v}_{SF} = 4c_F \left(\frac{w_m^2}{w_1^2}\right) \frac{L_B}{D_h}$$

" w_1 " es la velocidad relativa de entrada al rotor, y " w_m " una velocidad relativa media que se definía como:

$$w_m = \sqrt{\frac{w_1^2 + w_2^2}{2}}$$

" L_B " es la longitud del álabe, y el diámetro hidráulico " D_h " se calcula a la entrada del conducto, el cálculo del coeficiente de fricción " C_F " ya se detalló en el capítulo anterior.

A continuación se presentan los resultados para las dos soplantes:



Soplante de rotor abierto

Soplante de rotor cerrado

U



3.2. Perdidas por incidencia

Cuando la velocidad relativa a la entrada del rotor no es paralela a los álabes, se producen pérdidas por incidencia; para estimar estas pérdidas, *Aungier* supone que el 80% de la energía cinética asociada a la componente de la velocidad relativa perpendicular al álabe se pierde:



$$\mathbf{v}_{inc} = 0.8 \left(1 - \frac{c_{r1}}{w_1 Sin(\boldsymbol{b}_1)} \right)^2$$

$$c_{r1}$$

Donde el cociente " W_1 " representa el seno del ángulo de incidencia del fluido antes de entrar en el rotor.

A esta pérdida se le añaden la que supone el cambio brusco de sección que suponen los álabes a la entrada del rotor.

$$\boldsymbol{v}_{inc} = 0.8 \left(1 - \frac{c_{r1}}{w_1 Sin(\boldsymbol{b}_1)} \right)^2 + \left(\frac{z e_z}{2\boldsymbol{p} r_1 Sin(\boldsymbol{b}_1)} \right)^2$$

Fig. 5.41 Soplante de rotor abierto



Soplante de rotor cerrado





V





3.3. Pérdidas por difusión en la entrada

Están asociadas a la variación que se produce en la velocidad relativa del fluido desde la entrada, hasta la garganta.

$$\mathbf{v}_{Dif} = 0.8 \left(1 - \frac{w_{th}}{w_1} \right)^2 - \mathbf{v}_{inc} \ge 0$$

En la soplante de rotor cerrado al ser la entrada al rotor radial, la garganta coincide con la entrada, por lo que estas pérdidas son nulas.





3.4. Pérdidas por carga de álabe

Están ligadas a las diferencias de presión existentes entre la cara de presión y de succión del álabe a lo largo de la longitud del mismo.

$$\mathbf{V}_{BL} = \frac{\left(\frac{\Delta w}{w_1}\right)^2}{24}$$

" Δw " es la diferencia entre la velocidad relativa máxima en la cara de succión y la mínima de la cara de presión:





V

Proyecto Fin de Carrera



Soplante de rotor abierto

Soplante de rotor cerrado



3.5. Pérdidas de raíz a cabeza de álabe

Es debida al cambio que se produce en la dirección del fluido a su paso por el rotor.

$$\mathbf{V}_{HS} = \frac{1}{6} \left(\frac{\mathbf{k}_m b_m \overline{w}}{w_1} \right)^2 \qquad \mathbf{k}_m = \frac{\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1}{L_B}$$

Donde " k_m " es la distorsión angular y " a_1, a_2 " son los ángulos que forma la velocidad absoluta con la dirección radial a la entrada y a la salida.



Soplante de rotor abierto

Soplante de rotor cerrado



3.6. Pérdidas por distorsión de la velocidad radial

La reducción efectiva del área de paso que supone el factor de distorsión de flujo radial "1", genera unas pérdidas que se modelan como:

$$\mathbf{v}_{I} = \left((I-1)\frac{c_{r2}}{w_{1}} \right)^{2}$$



Soplante de rotor cerrado





3.7. Pérdidas por mezcla de velocidades a la salida del rotor

En el modelo monodimensional se supone que el triángulo de velocidades a la salida del rotor es uniforme "simetría radial" pero es lógico pensar que la presencia de los álabes y los gradientes de presión que se originan entre ellos afecten de alguna manera al perfil de velocidades.

El modelo supone que existen dos velocidades distintas, una asociada a la cara de succión y otra a la de succión; la mezcla de ambas a la salida del rotor genera una pérdida, que se estima como:

$$\mathbf{v}_{mix} = \left(\frac{c_{r,wake} - c_{r,mix}}{w_1}\right)^2$$

$$c_{r,wake} = \sqrt{w_{SEP}^2 - w_{q2}^2} \qquad c_{r,mix} = c_{r2} \frac{A_2}{2\mathbf{p} r_2 b_2}$$

Para calcular " W_{SEP} " es preciso calcular el factor de difusión equivalente " D_{EQ} "

Donde " W_{MAX} " es la velocidad relativa máxima en la cara de succión del álabe, que se vio en el apartado de perdidas por carga de álabe. (Ver figura 5.45)





Soplante de rotor abierto





3.9. Pérdidas por fugas

El flujo que pasa de la cara de presión a la de succión del álabe a través de la holgura existente entre la cabeza de este y la carcasa del rotor genera unas pérdidas que se estiman como:

$$\mathbf{v}_{CL} = \frac{2m_{CL}\,\Delta p_{CL}}{m\,\mathbf{r}_1 w_1^2}$$

Donde " m_{CL} " es el flujo de fuga a través de la holgura, y " Δp_{CL} " el gradiente favorable de presión que presión que favorece dicho flujo; el procedimiento para calcular ambos puede verse en el apartado **2.1.5**.

Al tratarse de pérdidas localizadas en la holgura entre álabe y carcasa, las pérdidas por fugas son nulas en compresores de rotor cerrado.



Lorenzo Domínguez Díaz

Proyecto Fin de Carrera

U



3.10. Pérdidas por expansión brusca a la salida del rotor

El abrupto cambio de sección que se produce entre la salida del rotor y la entrada de la voluta implica unas pérdidas que según *Aungier* se modelan como:

$$\mathbf{v}_{EXP} = 0.8 \left(1 - \frac{A_2}{A_{1V}} \right)^2$$

Donde " A_2 " es la sección de salida del rotor, y " A_{IV} " la de entrada a la voluta.







3.11. Pérdidas por fricción en la voluta

Para estimar la pérdida de presión de remanso en la voluta se vuelve a recurrir al modelo de fricción en conductos.

El movimiento principal en la voluta es en dirección tangencial, y la velocidad del mismo cambiando debido a la variación de sección transversal, de densidad, y del aporte de gasto proveniente del rotor. Como la geometría, gasto y densidad del conducto es variable, el cálculo de la pérdida de caga se realiza en doce tramos como el de la figura:



Para estimar las velocidades en la voluta supondremos que el movimiento en ella es irrotacional:

$$rc_q = K_q$$

De este modo el caudal que pasa a través de una sección " A_q ", vendrá dado por:

$$Q_q = \int_{r\min}^{r\max} \left(\frac{h_v K_q}{r}\right) dr$$

Para el caso de volutas de anchura constante: " $h_v = cte$ ":

$$Q_q = h_v K_q \int_{r\min}^{r\max} \frac{dr}{r} \approx \frac{A_q K_q}{r_{qm}}$$

Teniendo en cuenta además que la descarga del flujo a la salida del rotor es uniforme:

$$Q_q = \frac{\boldsymbol{q}}{2\boldsymbol{p}}Q$$

Para tener en cuenta que parte del caudal que circula por la voluta recircula en lugar de salir por la brida de impulsión, a este término hay que sumarle un caudal recirculante que se estima proporcional a la relación entre área inicial de la voluta y la final:

Fig. 5.57



$$Q_q = \left(\frac{\boldsymbol{q}}{2\boldsymbol{p}} + \frac{A_{\boldsymbol{q}=0}}{A_{\boldsymbol{q}=2\boldsymbol{p}}}\right)Q$$

La velocidad tangencial en cada tramo puede calcularse entonces como:

$$c_{q} = \frac{r_{qm}}{r} \left(\frac{\boldsymbol{q}}{2\boldsymbol{p}} + \frac{A_{q=0}}{A_{q=2\boldsymbol{p}}} \right) \frac{\boldsymbol{Q}}{A_{q}}$$

La distribución de velocidades en la sección resulta ser variable linealmente con el radio, pero como en toda la sección, el cociente de radios puede aproximarse por la unidad, se aproxima la velocidad por:

$$c_{q} = \left(\frac{\boldsymbol{q}}{2\boldsymbol{p}} + \frac{A_{q=0}}{A_{q=2\boldsymbol{p}}}\right) \frac{Q}{A_{q}}$$

La pérdida total de carga puede expresarse entonces como:

$$\Delta p_{FV} = \sum_{i=1}^{12} \frac{4cf_i c_i^2}{2Dh_i} r_{mi} \Delta \boldsymbol{q}$$

Donde " Cf_i ", es al coeficiente de fricción en el tramo "i", " C_i " la velocidad tangencial, " Dh_i ", el diámetro hidráulico de dicho tramo basado en la geometría en la mitad del mismo, y " $^{r_{mi}\Delta q}$ " la longitud de dicho tramo.

Para calcular ${}^{c}f_{i}$ " se utiliza el número de Reynolds basado en la velocidad tangencial ${}^{c}i$ " y en la geometría del conducto:

$$\operatorname{Re}_{i} = \frac{\boldsymbol{r}_{i} D h_{i} c_{i}}{\boldsymbol{m}}$$





Soplante de rotor abierto

Soplante de rotor cerrado



3.12. Pérdidas por fricción en la brida de impulsión

Tienen en cuenta las pérdidas que se producen en la tolva que conecta la brida de impulsión y el conducto, y en el tramo de conducto desde la tolva hasta el punto donde se mide la presión.

Soplante de rotor abierto

Soplante de rotor cerrado





3.13. Pérdida total de presión de remanso



En ambas máquinas se produce la tendencia de las pérdidas de presión a aumentar con el gasto, si bien en la soplante de rotor abierto existe un mínimo cercano al origen; si bien este es tan plano; que puede deberse a errores en la interpolación.

En resumen se aprecia que las pérdidas de presión crecen con el gasto; todo lo contrario que las pérdidas de temperatura; el efecto de ambas pérdidas sobre el rendimiento hará que tienda a existir un máximo entre el gasto nulo y el máximo.

A modo de síntesis y para comprender mejor la relativa importancia que los distintos tipos de pérdidas tienen en el funcionamiento de la soplante, se muestran en tres situaciones diferentes, (Plena carga, carga parcial, y carga mínima) el porcentaje que representa cada pérdida dentro del total.







Fig. 5.64







Proyecto Fin de Carrera

U





 $m = 490 \frac{K_g}{h}, \quad rpm = 3600$

Fig. 5.66

4. Resultados

Una vez que se han evaluado completamente todos los coeficientes de trabajo y los coeficientes de pérdidas, pueden calcularse la relación de compresión y el rendimiento isoentrópico sin más que aplicar las ecuaciones:

4.1. Soplante de rotor abierto

Se compararan los resaltados teóricamente obtenidos con los valores medidos experimentalmente para cada régimen de giro del rotor.

$$P_{02} = P_{01} \left(1 + \frac{u_2^2}{c_p} I_B \right)^{\frac{g}{g-1}} - \frac{1}{2} \mathbf{r}_1 w_1^2 \sum_{i=1}^n \mathbf{V}_i \qquad T_{02} = T_{01} + \left(I_B + \sum_{j=1}^m I_{P_i} \right) \frac{u_2^2}{c_p}$$
$$\mathbf{h}_{SS} = \frac{\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{g-1}{g}} - 1}{\Delta T_0} T_{01}$$

Proyecto Fin de Carrera

V



Proyecto Fin de Carrera





Fig. 5.67



Proyecto Fin de Carrera



Proyecto Fin de Carrera

Lorenzo Domínguez Díaz

64









Comparando las curvas de relación de compresión teóricas con las reales se aprecia que sobre todo a alto régimen de giro, el modelo no es capaz de predecir con exactitud el total de pérdidas de presión, y que alejan al modelo matemático de la realidad, sobre todo para grandes gastos.

No debe olvidarse que todas las correlaciones que se están usando son para compresores centrífugos, que suelen contar con álabes inductores que guían al fluido suavemente desde la dirección axial de entrada a la radial; mientras que en la soplante medida, los álabes son rectos y esta transición es brusca, lo que cn seguridad debe de ser un foco de pérdidas que intuitivamente deberían de aumentar tanto con el gasto como con el régimen de giro.

En cuanto al rendimiento isoentrópico, es lógico que el error que se cometa sea grande ya que los errores tanto en la relación de compresión como en el trabajo específico se magnifican mucho cuando dicho trabajo específico es pequeño. (Ver anexo dedicado a errores)

Aparte de estas deficiencias, lógicas si se tienen en cuenta las dificultades del análisis matemático del movimiento en máquinas centrífugas, tanto las curvas de presión como las de rendimiento, representan con bastante exactitud por un lado los órdenes de magnitud tanto de relación de compresión como de rendimiento, así como se comportan para distintos valores del gasto y la velocidad de giro:

- Pendiente de las curvas con el gasto.
- Influencia de la velocidad de giro.

U



Presencia de máximos en el rendimiento y tendencia de los mismos a disminuir de valor y a localizarse en zonas de menor gasto para regimenes de giro más bajos.



1.045

1.04

1.035

1.03

od 1.025

1.015

1.01

1.005

1.045

1.04

1.035

1.03

6 1.025

20 1.02

1.015

1.01

1.005

1.045

1.04

1.035

1.03

od 1.025

1.015

1.01

1.005

16

16

16



Proyecto Fin de Carrera



Las mismas conclusiones que se han hecho para el caso anterior son válidas para la soplante de rotor cerrado, aunque en este caso parece que las curvas de relación de compresión que se obtienen tienden a ser paralelas a las reales; en este caso el hecho de que la energía comunicada al fluido sea todavía menor que en el caso anterior, dificulta aún más la exactitud de las curvas.

La sección de entrada al rotor en este caso es radial, pero no existe ningún dispositivo que guíe al aire desde la dirección axial que tiene en la aspiración, por lo que se produce un choque de una corriente fluida contra una superficie perpendicular, lo que con seguridad produce pérdidas que no tiene en cuenta el modelo.



Proyecto Fin de Carrera



Proyecto Fin de Carrera