3. TEORÍA DE LAS OPCIONES FINANCIERAS

3.1 DEFINICIÓN Y TIPOS DE OPCIONES

Una opción es el derecho, pero no la obligación, de tomar una determinada decisión en el futuro. Las opciones tienen valor en situaciones de incertidumbre. Una opción otorga el derecho, más no la obligación, de comprar o vender una cantidad determinada de un activo subyacente (una acción, una mercancía) a un precio preestablecido (el precio de ejercicio) dentro de un período determinado. Por ejemplo, un contrato de opciones negociado en el mercado financiero concede al comprador la oportunidad de comprar un activo a un precio de ejercicio determinado y en un momento futuro determinado y la opción será ejercida sólo si el precio del activo en esa fecha es superior al precio especificado.

Las opciones son los instrumentos más sencillos, aunque también los más sofisticados y flexibles para administrar riesgos.

Las opciones se pueden clasificar de dos formas distintas:

- según la fecha de expiración
- según quién pague el derecho de la opción

Si la opción sólo se puede ejercer al final de la fecha predeterminada (fecha de expiración), estamos ante una opción de tipo **Europea**. Si por el contrario, la opción se puede ejercer en cualquier momento, estamos ante una opción de tipo **Americana**. Las opciones americanas tienen la ventaja de que son más valiosas, pero tienen el inconveniente de que son más difíciles de evaluar que las europeas.

Todos los contratos de opciones, ya sean para comprar o para vender deben especificar lo siguiente:

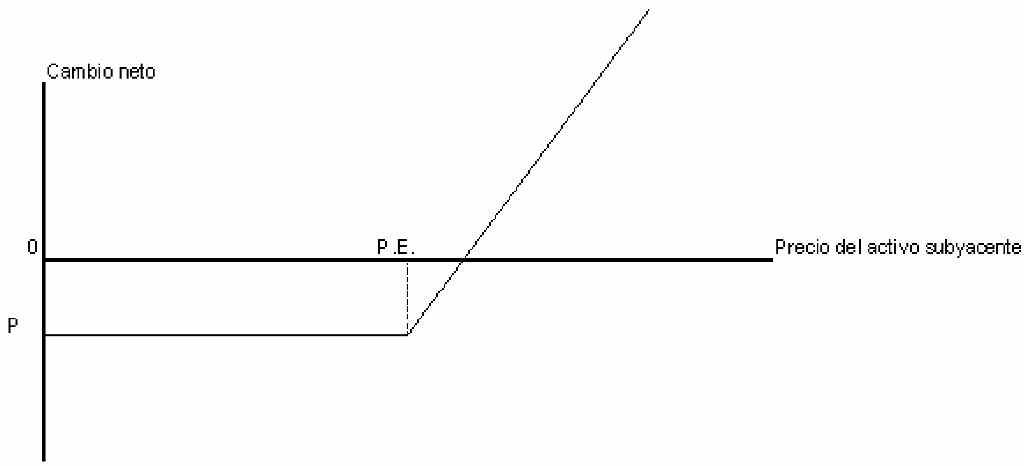
- El activo subyacente
- El tamaño del activo subyacente

- El precio del ejercicio, al cual se puede ejercer la opción
- El vencimiento

3.1.1 OPCIONES DE COMPRA Y DE VENTA

La opción de compra (*Call option*) otorga el derecho, pero no la obligación, de comprar una cierta cantidad de un activo subyacente (al que se refiere la opción) al precio de ejercicio durante el tiempo que dura la opción. A cambio de este derecho, el comprador paga una prima (precio de la opción).

La figura 3.1 indica el perfil de riesgo, también conocido como perfil de ganancias para el comprador de una opción de compra. El eje “y” muestra las utilidades o pérdidas netas derivadas de un cierto movimiento en el precio del activo subyacente, una vez que se ha comprado la opción. El eje “x” indica el precio del activo subyacente y P.E. es el precio de ejercicio.



3.1 Perfil de ganancias para el comprador de una opción Call

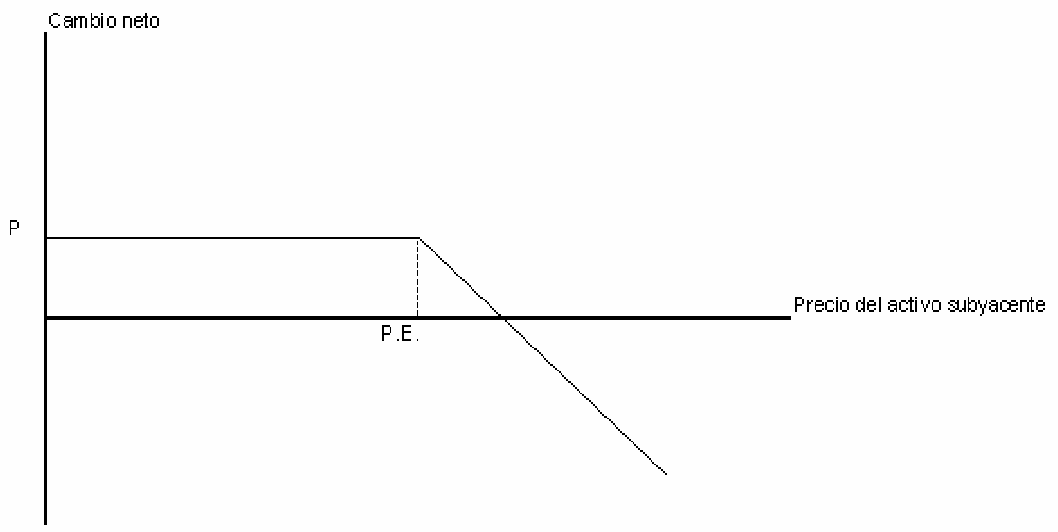
- El comprador de la opción paga una prima, la cual representa una pérdida neta, indicada como P en la figura.
- Si el precio del activo subyacente permanece por debajo del precio de ejercicio, la opción expira sin tener valor. Por tanto, el comprador únicamente pierde la prima en dicho caso.
- Si el precio del activo subyacente llega o supera el P.E., el tenedor de la opción tiene el derecho de ejercerla y comprar el activo subyacente al precio de ejercicio.
- Mientras más alto sea el precio del mercado con relación al precio de ejercicio, mayor será la utilidad neta. Así lo muestra la línea de pendiente positiva. Dicha opción no corta al eje de las “x” en P.E., aunque el tenedor de la opción de compra pueda ejercerla en ese punto, sus utilidades netas no son positivas hasta que recupera la prima P.

Por consiguiente el tenedor de una opción de compra tiene un riesgo conocido y limitado de pérdida y una posibilidad desconocida e ilimitada de ganancia.

La figura 3.2 muestra el perfil de ganancias del vendedor de la opción de compra. Se trata de la imagen inversa del perfil del comprador de la opción de compra.

- El vendedor de ésta recibe una prima P.
- En la medida en que el precio del activo subyacente permanezca por debajo del precio de ejercicio P.E., la opción no se ejerce y obtiene como utilidad la prima.
- Pero si se ejerce, el vendedor está obligado a ofrecer una cierta cantidad del activo subyacente al precio de ejercicio que, por definición, será menor al de mercado.
- Mientras mayor sea el precio en el mercado con respecto al precio de ejercicio, mayores serán las pérdidas netas del vendedor de la opción. Esto se representa por medio de la función con pendiente negativa.

Dicha línea no corta el eje de las “x” en P.E., ya que aún cuando la opción se ejerza, el vendedor no registrará una pérdida neta hasta que el precio del mercado sea tan alto en relación con el precio de ejercicio que ésta sobrepase a la prima.

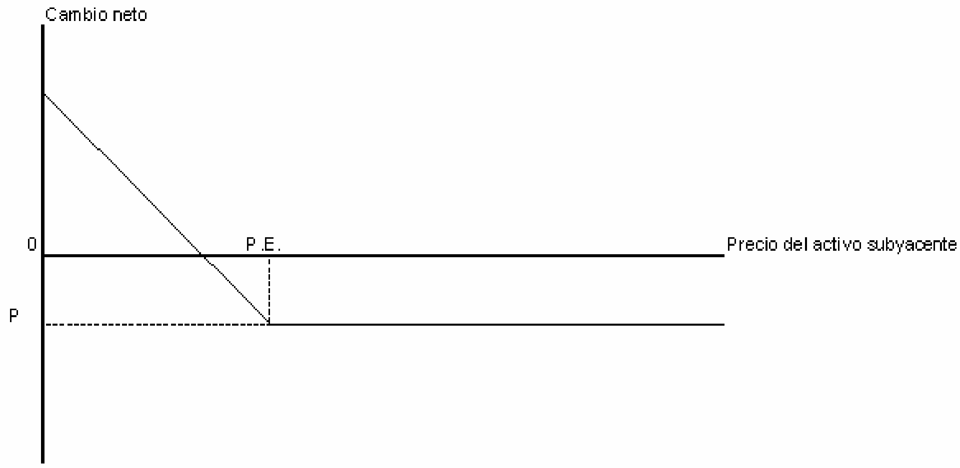


3.2 Perfil de ganancias para el vendedor de una opción Call

Por consiguiente, el vendedor de la opción de compra tiene un potencial de ganancia conocido por anticipado y limitado, y un potencial de pérdida desconocido e ilimitado.

La opción de venta (*put option*) otorga el derecho, pero no la obligación, de vender una cierta cantidad de un activo subyacente (al que se refiere la opción) al precio de ejercicio durante el tiempo que dura la opción. A cambio de este derecho se debe pagar una prima.

La figura 3.3 muestra el perfil de ganancias del comprador de una opción de venta. El eje de las “y” indica las ganancias y las pérdidas netas que corresponden a movimientos determinados en el precio del activo subyacente durante el plazo de vigencia de la opción. El eje de las “x” mide el precio del activo subyacente. P.E. es el precio de ejercicio.

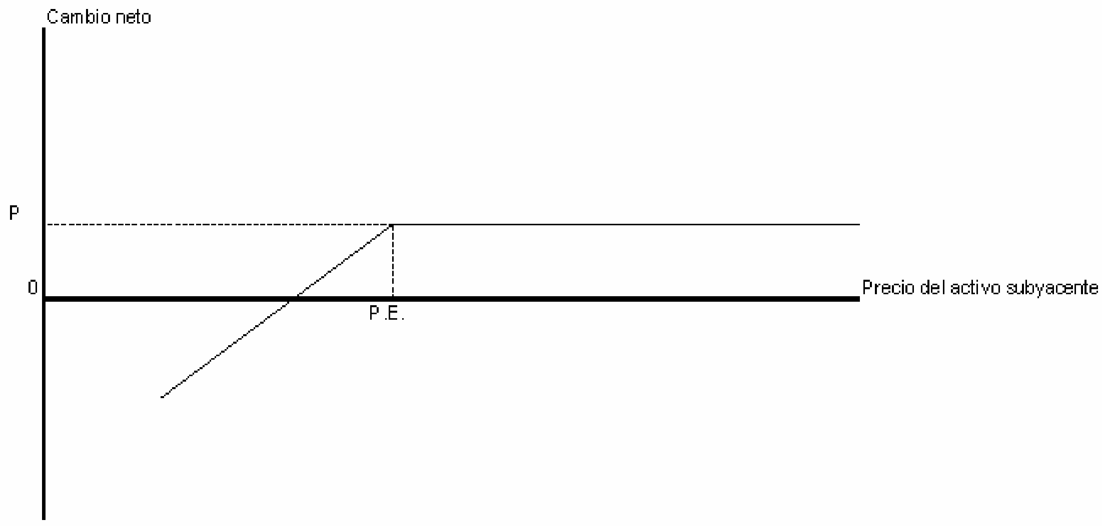


3.3 Perfil de ganancias para el comprador de una opción Put

- El comprador de la opción paga una prima que resulta en un egreso neto igual a P.
- Si el precio del activo subyacente se mantiene por encima del precio de ejercicio, la opción expira sin ningún valor. Por tanto el comprador de la opción de venta podría perder la prima, pero nada más.
- En cambio, si el precio del activo subyacente cae hasta o por debajo del P.E., el tenedor de la opción de venta tiene el derecho de ejercerla y vender el activo subyacente al precio de ejercicio.
- Mientras más bajo sea el precio del mercado con relación al precio de ejercicio, mayores serán las ganancias. Esto se muestra con la línea de pendiente negativa. Dicha función no corta el eje de las “x” en P.E., puesto que aún si el tenedor ejerce su opción de venta, sus utilidades netas no serán positivas en tanto no recupere la prima P.

Por consiguiente, el comprador de la opción de venta tiene un riesgo conocido y limitado de pérdida y una posibilidad desconocida e ilimitada de ganancias.

La figura 3.4 muestra el perfil de ganancias del vendedor de una opción de venta. Se trata de la imagen inversa a la del perfil de ganancias del comprador de la opción de venta.



3.4 Perfil de ganancias para el vendedor de una opción Put

- El vendedor de la opción de venta recibe la prima P.
- En la medida que el precio del activo subyacente permanezca más alto que el precio de ejercicio P.E., éste se queda con la prima.
- Pero una vez que se ejerce la opción, el vendedor de la misma está obligado a comprar una cantidad del activo subyacente de acuerdo con el contrato de opción al precio, el cual, por definición, será superior al precio del mercado.

- Mientras menor sea el precio de mercado respecto al precio de ejercicio, mayores serán las pérdidas netas del vendedor de la opción de venta. Esto se representa por medio de la línea con pendiente positiva, la cual no corta al eje de las "x" en P.E., ya que incluso cuando se ejerce la opción, el vendedor no registrará una pérdida neta sino hasta que el precio de mercado sea algo más bajo que el precio de ejercicio, generando una pérdida que supere la ganancia neta obtenida por la prima.

De esta manera, el vendedor de la opción de venta tiene una ganancia conocida y limitada y una pérdida potencial desconocida e ilimitada.

3.2 ELEMENTOS QUE DETERMINAN EL PRECIO DE LAS OPCIONES

1. **Valor del activo subyacente (V):** es el precio actual del bien. Como todas las variables, una variación en el valor de dicho precio afecta al valor de la opción. Así, para una opción de compra, un aumento del valor del activo subyacente, implica un aumento del valor de la opción. Por el contrario, una disminución del valor del activo supone una disminución del valor de la opción. Para una opción de venta, el incremento del valor del activo subyacente implica una disminución del valor de la opción.

2. **Precio de ejercicio o de ejecución de la opción (X):** es el precio predeterminado al cual se adquiere el derecho a comprar o a vender la opción. Para una opción de compra, un aumento en el valor del precio de ejecución, implica una disminución en el valor de la opción. Por el contrario, una disminución del precio de ejecución de la opción supone un aumento en el valor de la opción.

3. **Plazo de vencimiento (t):** es el plazo de tiempo en el que la opción puede ser ejercida. Las opciones son activos que se deprecian con el tiempo. De la misma manera que una póliza de seguro por un año cuesta más que otra a más corto plazo, una opción a más largo plazo cuesta más que otra a un plazo menor por la sencilla razón que mientras más largo sea el plazo de vencimiento, mayores serán las probabilidades de que la opción sea ejercida.

4. **Volatilidad (s^2):** la volatilidad es una medida de dispersión de precios. Normalmente en el mercado de opciones se utiliza la desviación estándar para medir la volatilidad. Mientras más volátil sea el precio de un bien, mayor será su desviación estándar, también las posibilidades de que se ejerza la opción y, por tanto, el valor de la opción. La volatilidad es estimada por lo que muchos autores no siempre llegan a un acuerdo sobre la forma de medirla. La volatilidad son las grandes oscilaciones que experimentan los precios de un bien dentro de un período de incertidumbre

5. **Tipo de interés libre de riesgo (r):** es el tipo de interés al que se actualiza el precio de ejercicio, ya que dicho precio no se paga o se cobra hasta que se ejerza la opción de compra o de venta. Si el tipo de interés libre de riesgo aumenta, el precio de la opción *call* aumenta y el de la opción *put* disminuye. Por el contrario, si el tipo de interés libre de riesgo disminuye, el precio de la opción *call* disminuye y el de la opción *put* aumenta. Dicho tipo de interés se observa en el mercado.

6. **Pagos en metálico o beneficios no monetarios vinculados al activo subyacente (d):** en el caso de poseer el activo tenemos derecho a dichos dividendos. A mayores dividendos a repartir, el valor de la opción de compra disminuirá y aumentará el de la opción de venta. Se suele observar directamente en el mercado o algunas veces se estiman a partir de mercados similares.

En la Tabla 3.1 se hace un resumen de cómo afectan las diferentes variables al valor de las opciones, tanto call como put.

A MAYOR	CALL	PUT
Valor del activo subyacente	Mayor	Menor
Precio de ejercicio	Menor	Mayor
Plazo de vencimiento	Mayor	Mayor
Volatilidad	Mayor	Mayor
Tipo de interés libre de riesgo	Mayor	Menor
Pagos en metálico	Menor	Mayor

Tabla 3.1

3.2.1 PRECIO DE EJERCICIO FRENTE A PRECIO DE ACTIVO SUBYACENTE

Para una opción call , si el precio de mercado es menor que el de ejercicio, la opción no puede ser ejercida y queda fuera de dinero (*out of the money*).

Si el precio del mercado es igual al de ejercicio, la opción puede ejercerse, y se dice que está en dinero (*at the money*).

Cuando el precio del mercado es mayor que el de ejercicio, la opción puede ejercerse con utilidad, en la medida que el precio de mercado sea más alto en relación con el precio de ejercicio. En este caso se dice que la opción está dentro del dinero (*in the money*).

En el caso de la opción put, la relación es la inversa: si el precio de mercado es menor que el d ejercicio, la opción puede ejercerse con utilidades y se dice que está dentro del dinero. Cuando el precio del mercado es igual al precio de ejercicio, la opción está en el dinero. Por último, cuando el precio del mercado es superior al de ejercicio, la opción no puede ejercerse y se dice que la opción está fuera del dinero.

3.3 MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES

Los modelos de valoración de opciones pretenden, mediante estructuras analíticas, dar a conocer el valor teórico de una opción a partir de las variables ya descritas con anterioridad. Dado que la reproducción de la realidad es imposible, los modelos teóricos parten de supuestos simplificadores.

Los modelos de valoración de opciones suelen clasificarse en dos grandes grupos atendiendo a la consideración de la variable tiempo como discreta o continua.

En los primeros, supone que el período durante el cual se va a realizar la planificación o modelización queda dividido en intervalos de igual duración y cualquier cobro o pago se sitúa al principio o al final de cada uno de los períodos.

En los segundos, se supone que cualquier cobro o pago se puede realizar en cualquier momento, de manera instantánea.

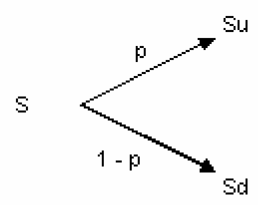
La valoración de opciones, es decir, el cálculo del precio que hay que pagar para adquirir una opción o recibir para emitir una opción, se ha convertido en una cuestión realmente importante. En la actualidad, existen varios modelos para la determinación del valor teórico de una opción:

- **Black-Scholes:** es el más antiguo y a la vez el más utilizado. Es un modelo continuo ideado, en un principio, para opciones europeas.
- **Binomial:** es un modelo discreto basado en un proceso binomial multiplicativo.

3.3.1 MODELO BINOMIAL

El modelo binomial de valoración de opciones se basa en una simple representación de la evolución del valor del activo subyacente. En cada período de tiempo el activo subyacente sólo puede tomar d uno o dos valores posibles: uno al alza con probabilidad asociada **p** y otro a la baja con probabilidad asociada **(1-p)**. De esta forma, extendiendo esta distribución de probabilidades a lo largo de un número determinado de períodos se consigue determinar el valor teórico de una opción, que puede ser tanto de tipo americano como europeo.

En la versión más generalizada, el activo tiene un valor inicial **S** y dentro de un breve período de tiempo o bien se mueve hacia arriba hasta **Su** o bien se mueve hacia abajo hasta **Sd**. La figura 3.5 representa el árbol binomial.



3.5 Evolución del subyacente

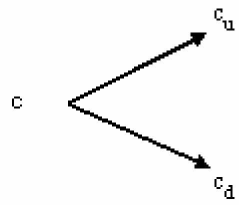
Como se dijo anteriormente, este modelo tiene una serie de supuestos básicos simplificatorios:

- Mercado financiero perfecto, es decir, competitivo y eficiente.
- Ausencia de costos de transacción, de información e impuestos.

- Existencia de una tasa de interés sin riesgo a corto plazo (r), conocida, positiva y constante para el período considerado.
- Todas las transacciones se pueden realizar de manera simultánea y los activos son perfectamente divisibles.
- La acción o activo subyacente no paga dividendos, ni cualquier otro tipo de reparto de beneficios, durante el periodo considerado.
- El precio del activo subyacente evoluciona según un proceso binomial a lo largo de períodos discretos de tiempo.

Para evaluar una opción mediante el modelo binomial tenemos que tener en cuenta el concepto de **ratio de cobertura** o **cartera de arbitraje.** Este ratio es una combinación consistente en adquirir un número determinado de acciones ordinarias al mismo tiempo que se emite una opción de compra sobre ellas, tal que la cartera formada proporcionará el mismo flujo de caja tanto si el precio de la acción ordinaria asciende como si desciende. Esta combinación es importante porque pase lo que pase con el precio de la acción ordinaria, el flujo de caja de la cartera será siempre el mismo, es decir, no variará y, por lo tanto, carecerá de riesgo. **H** es el número de acciones ordinarias que compramos por cada opción de compra emitida.

Por otra parte, el precio de la opción de compra en la actualidad sería **c,** siendo c_u y c_d, respectivamente, para los casos en que el precio de la acción ordinaria haya ascendido o haya bajado como indica la figura 3.6. Lamamos **S** al precio de la acción subyacente.



3.6 Valor de la opción de compra

El flujo de caja esperado al final del período será:

1. Si los precios suben: **H x Su - c_u**
2. Si los precios bajan: **H x Sd - c_d**

Igualando ambas ecuaciones y despejando H, obtendremos el ratio de cobertura:

$$H ? \frac{c_u - c_d}{S \times (u - d)}$$

Vamos a obtener una expresión que calcule el valor de la opción de compra c. Para eso comenzaremos operando con la expresión de la rentabilidad obtenida a través de la relación existente entre le flujo de caja esperado y la inversión inicial:

$$1 ? r ? \frac{H \times Su - c_u}{H \times S - c}$$

operando obtenemos:

$$HS + HSr – c – cr = HSu - c_u$$
$$HS (1 + r –u) + c_u = c (1 + r)$$

Definimos la probabilidad implícita de ascenso **p** y la de descenso **(1-p)** del valor del activo subyacente como:

$$p \;?\; \frac{1 ? r - d}{u - d} \qquad\qquad 1 - p \;?\; \frac{u - (1 \;?\; r)}{u - d}$$

Sustituyendo el valor de H y eliminando V del denominador y del numerador:

$$\frac{c_u - c_d}{u - d}\,(1 + r - u) + c_u = c\,(1 + r)$$

Sustituyendo los valores de p y de (1-p):

$$C_u - (c_u - c_d)(1 - p) = c\,(1 + r)$$

$$C_u\,p + c_d\,(1 - p) = c\,(1 + r)$$

y despejando c, obtenemos la expresión que calcula el valor actual de la opción de compra según el método binomial, que como se puede apreciar consiste en calcular la media ponderada de los flujos de caja proporcionados por la opción de compra tanto si el precio del activo subyacente asciende como si desciende, y utilizando como ponderaciones las probabilidades implícitas de que dicho precio del activo suba o caiga. Y todo ello actualizado al tipo de riesgo:

$$c \;?\; \frac{c_u p \;?\; c_d (1 \;?\; p)}{1 ? r}$$

3.3.1.1 MÉTODO BINOMIAL PARA DOS PERÍODOS

El método binomial de dos períodos se basa en el mismo desarrollo que para un período. En el método binomial de dos períodos, a la hora de hallar el valor de la opción se empieza a resolver de derecha a izquierda, como en el de un período, hallando primero el valor de la opción en el primer período y, posteriormente, en el inicio. Así, el valor de la opción el segundo período, es decir, al final, tiene los posibles valores c_{uu}, c_{ud} y c_{dd}, según halla estado al alza dos veces, al alza en uno de los períodos y a la baja en el otro y a la baja en los dos períodos respectivamente, como lo demuestra la figura 3.7.

Los desarrollos para hallar los valores de c_u y c_d son similares al necesario para hallar c. Así:

$$c_u = \frac{c_{uu}p + c_{ud}(1-p)}{1+r}$$

$$c_d = \frac{c_{ud}p + c_{dd}(1-p)}{1+r}$$

Una vez que tenemos estos dos valores, podemos calcular el precio teórico de la opción de compra europea a través de la misma expresión matemática:

3.7 Movimientos de la acción y valor de la opción de compra

$$c = \frac{c_u p + c_d(1-p)}{1+r}$$

Resumiendo, la valoración comienza con los flujos de caja del último período que son conocidos, luego se va retrocediendo hasta llegar al momento actual. El procedimiento es muy sencillo aunque algo tedioso cuando hay muchos períodos. Necesitamos tomar **u** y **d** con mucho cuidado para que el valor de la opción sea lo más relista posible. A medida que vamos aumentando el número de períodos, y reduciendo el tiempo de duración de cada uno de ellos, podemos considerar el tiempo como una variable continua en vez de cómo una discreta. De hecho, para que el desarrollo sea realista, hemos de tomar, al menos, 50 períodos.

Por otro lado, los radios de cobertura deberán ser calculados para cada uno de los nudos del grafo. El cálculo se hace de forma similar a cuando había uno sólo período:

Para el nudo c_u $$H ? \frac{c_{uu} - c_{ud}}{S \times (u - d)}$$

Para el nudo c_d $$H ? \frac{c_{ud} - c_{dd}}{S \times (u - d)}$$

Para el nudo c $$H ? \frac{c_{u} - c_{d}}{S \times (u - d)}$$

3.3.1.2 DE LA DISTRIBUCÓN DISCRETA A LA CONTINUA

Como ya se ha dicho anteriormente, a medida que el número de períodos aumenta, el tiempo que dura cada uno de ellos es cada vez menor, por lo que se puede pasar de una distribución discreta a una continua. Para eso es necesario suponer que el factor multiplicativo de descenso **d** es igual a la inversa del factor multiplicativo de ascenso **u**, lo que nos lleva a tener que los rendimientos del activo serían simétricos. Para que dicho rendimiento sea simétrico, hemos de medirlo mediante el logaritmo de la relación entre el precio en un momento determinado $\mathbf{S_t}$ y el del momento precedente $\mathbf{S_{t-1}}$, es decir:

$$r_t \; ? \; Ln\frac{S_t}{S_{t-1}}$$

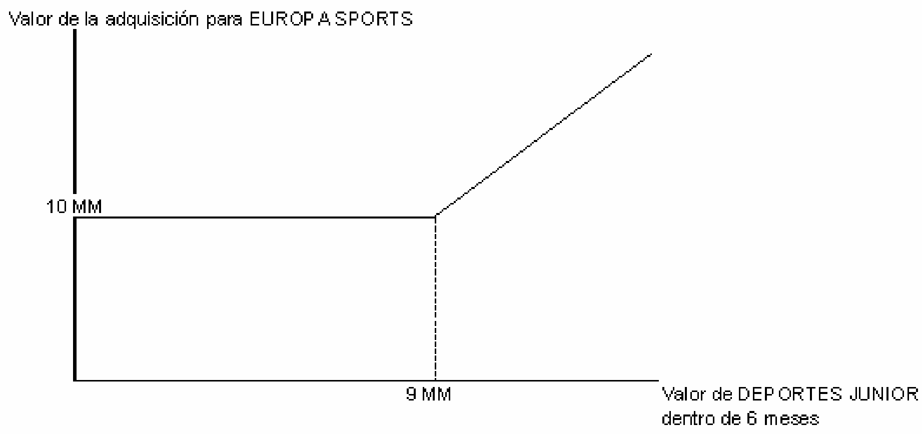
Recordando que s^2 es la volatilidad, que n es el número de períodos y que t es el tiempo que dura hasta el vencimiento, tenemos que el proceso binomial para el activo proporciona unos rendimientos normalmente distribuidos en el límite si:

$$\mathbf{u=e^{s\,(t/n)}} \qquad \text{y} \qquad \mathbf{d=1/u=e^{-s\,(t/n)}}$$

Vamos a ver esta teoría con un ejemplo:

La empresa española de deportes "**DEPORTES JUNIOR**" es una empresa de deportes dedicada al negocio del ski a nivel nacional organizada mediante franquicias. "**EUROPA SPORTS**" es una cadena de almacenes de deportes a nivel europeo que no ha sido capaz de penetrar en el mercado español. Para ello, EUROPA SPORTS está dispuesto a comprar DEPORTES JUNIOR a un precio de 10 MM de euros. Como la línea de negocio de DEPORTES JUNIOR es muy volátil debido a la ausencia de nieve en los últimos años, EUROPA SPORTS quiere protegerse de alguna forma contra una caída eventual del precio de las acciones en los seis meses precedentes a la adquisición formal. Acuerdan que si en seis meses el valor de las acciones de DEPORTES JUNIOR es inferior a 9 MM de euros, DPORTES JUNIOR compensará a EUROPA SPORTS pagándole la diferencia entre los 10 MM y el precio de mercado del momento, lo que limitaría las pérdidas a lo largo de los próximos meses.

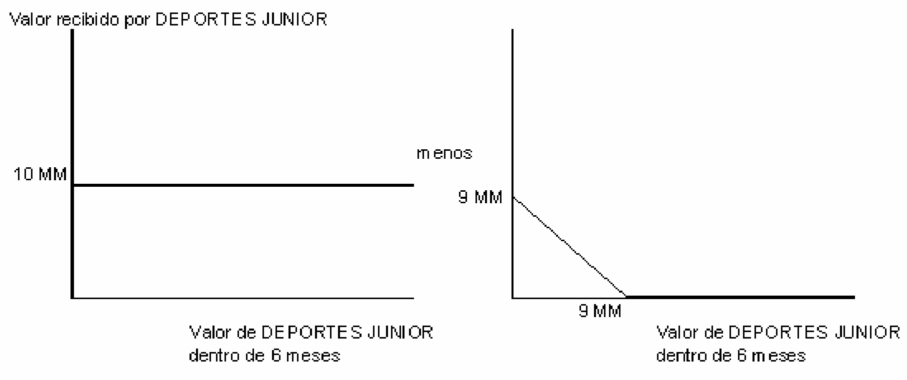
El activo subyacente es el capital social de DEPORTES JUNIOR, que tiene un valor actual de 8 MM de euros. La volatilidad anual de DEPORTES JUNIOR es del 48 % calculada a partir de los datos históricos del precio de las acciones. La tasa de rentabilidad libre de riesgo es del 6 % anual o 0.5 % mensual. La figura 3.8 muestra los retornos para ambas empresas.



3.8.1 Retorno para EUROPA SPORTS

Los datos son, por tanto, t = 6 años, n = 6 períodos, r = 0.5 % mensual, V = 8 MM € s = 0.48 %

Calculamos **u** y **d:** $u = e^{s\,(t/n)} = 1.1312$ y $d = 1/u = 0.884$



3.8.2 Retorno para DEPORTES JUNIOR

Los valores que pueden tomar las acciones y el valor de las opciones vienen representados en las Tablas 3.2 y 3.3. Los movimientos hacia arriba aparecen en la misma línea y los movimientos hacia abajo aparecen en diagonal hacia abajo.

Actualidad	1º mes	2º mes	3º mes	4º mes	5º mes	6º mes
V = 8	Vu = 9,04	10,215	11,54	13,04	14,74	16,65
	Vd = 7,04	7,95	8,98	10,15	11,47	12,96
		6,1952	7	7,91	8,94	10,1
			5,45	6,16	6,96	7,86
				4,796	5,42	6,12
					4,22	4,77
						3,7136

Tabla 3.2 Valores que pueden tomar las aciones

Para hallar el valor de las opciones es necesario saber las probabilidades de ascenso **p** y descenso **(1 – p)**:

$$p \; ? \; \frac{1 ? r ? d}{u - d} \; ? \; \frac{1 ? 0.005 - 0.88}{1.13 - 0.88} \; ? \; 0.50,$$ por lo que (1 – p) = 0.5

Así, $c_i \; ? \; \frac{c_{i-1,u} p \; ? \; c_{i-1,d}(1 ? p)}{1 ? r}$

Actualidad	1º mes	2º mes	3º mes	4º mes	5º mes	6º mes
1,46	0,913	0,455	0,14	0	0	0
	2,02	1,38	0,774	0,28	0	0
		2,69	2	1,277	0,567	0
			3,413	2,75	2	1,14
				4,11	3,54	2,88
					4,73	4,23
						5,2864

Tabla 3.3 Valor que pueden tomar las opciones

Como estamos ante una opción europea, es decir, sólo se ejerce al final de los 6 meses, por lo que la regla de decisión se aplica al final del plazo de vencimiento, en la última columna del árbol binomial. La regla de decisión es la siguiente: en el último nudo del árbol se aplicará máximo [9 MM € - S_6, 0].

Como se puede observar de la Tabla 3.3, el valor de la opción es 1.46 MM € que debería pagar la empresa DEPORTES JUNIOR, por lo cual el valor de la venta es de 9 MM de € menos 1.46 MM de €, es decir, 7.54 MM de €.

En el caso de que se pudiera ejercer la opción en cualquier momento del plazo, es decir, que fuera una opción de tipo americano, el mecanismo es el mismo. Hay que empezar por el último período e ir de derecha a izquierda, sólo que en este caso hay que plantearse la regla de decisión en cada uno de los nodos. Así la regla de decisión es:

Máximo [9 MM de € - S_t, 0, $c_i = \dfrac{c_{i-1,u}p + c_{i-1,d}(1-p)}{1+r}$]

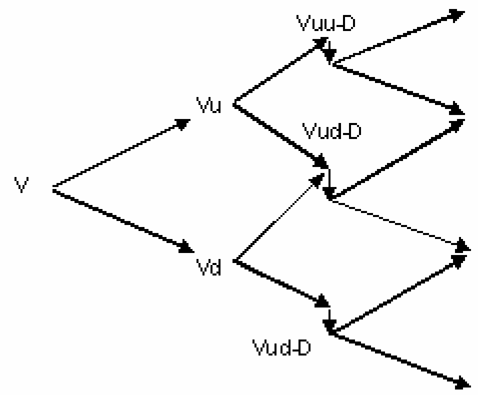
En este caso el resultado es el mismo, pero se puede ver que hay nudos en el que el valor de la opción es distinto como lo demuestra la Tabla 3.4.

Actualidad	1° mes	2° mes	3° mes	4° mes	5° mes	6° mes
1,46	0,913	0,455	0,14	0	0	0
	2,02	1,38	0,774	0,28	0	0
		2,81	2	1,277	0,567	0
			3,55	2,84	2,04	1,14
				4,204	3,58	2,88
					4,78	4,23
						5,2864

Tabla 3.4 Valor que pueden tomar las opciones americanas

3.3.1.3 AJUSTES AL MODELO

El pago de dividendos hace que disminuya el valor de la opción ya que lo que hace es disminuir el valor del activo subyacente. Esto se ve en la figura 3.9. **D** es el dividendo que hay que pagar.



3.9 Ajuste del modelo de valoración de opciones con un solo pago de dividendos

Se ha tenido en cuenta que sólo se hace un pago de dividendos. Si se tuviesen que hacer más pagos, se haría lo mismo en cada uno de los nudos en los que habría que hacer el pago.

3.3.2 MODELO DE BLACK-SCHOLES

La solución de Black-Scholes es fácil de utilizar, todo lo que hace falta para calcular el valor de la opción es una ecuación y cinco “inputs”. La interpretación de la educación de Black-Scholes en términos de probabilidades de neutralidad frente al riesgo pone de manifiesto la conexión entre el seguimiento dinámico de la trayectoria de los valores y el método de valoración de opciones de indiferencia frente al riesgo.

Las hipótesis básicas son:

1. Mercado financiero perfecto, en el sentido de que los inversores pueden pedir prestados los recursos monetarios que necesiten, sin limitación alguna, a la vez que prestar sus excedentes de liquidez al mismo tipo de interés sin riesgo, que es conocido y considerado constante en el período estimado.
2. No existen comisiones, ni costos de transacción ni de información.
3. La acción o activo subyacente no paga dividendos ni cualquier otro tipo de reparto de beneficios durante el período considerado.
4. La opción es de tipo europeo, sólo puede ejercerse al final de plazo de expiración.
5. La distribución de probabilidad de los precios del subyacente es logarítmico-normal y la varianza de la rentabilidad del subyacente es constante por unidad de tiempo del período.

Una vez definidas las hipótesis, vemos cual es la ecuación característica de este modelo para valorar las opciones de compra en función de las siguientes cinco variables.

$$\mathbf{C = N(d_1)\ V\ -\ N(d_2)\ X\ e^{-rt}}$$

donde :

- **C** es el valor actual de una opción
- **V** es el valor del activo subyacente
- **X** es el coste de la inversión
- **r** es la tasa de rentabilidad libre de riesgo
- **t** es el tiempo para la expiración
- **N(d_1)** y **N(d_2)** son los valores de la distribución normal en d_1 y d_2

$$d_1 \ ? \ \frac{\ln\frac{V}{X} \ ? \ (r \ ? \ 0.5? \ ^2)t}{? \ \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - s \ t^{1/2}$$

La interpretación utilizando probabilidades de neutralidad frente al riesgo es la siguiente:

- **$N(d_1)$ V** es el valor esperado de V si V > X en el momento de la expiración (expectativas consideradas utilizando probabilidades de neutralidad frente al riesgo).
- **$N(d_2)$** es la probabilidad de neutralidad frente al riesgo de V > X en la fecha de expiración.
- **$X e^{-rt}$** es el valor presente del coste de la inversión.

3.3.2.1 AJUSTES AL MODELO

Lo expuesto anteriormente no tiene en cuenta que la opción se puede ejercer antes de su vencimiento, es decir, que la opción sea americana. Tampoco se tiene en cuenta que puede haber pagos de dividendos y que los decidores pueden ser proclives o adversos al riesgo. Para tener en cuenta todas estas posibles modificaciones hay que realizar una serie de ajustes que vamos a exponer a continuación.

3.3.2.1.1 Pago de dividendos

El pago de dividendos hace que disminuya el valor de la opción de la opción ya que lo que hace es disminuir el valor del activo subyacente. Para tener en cuenta el pago de dividendos en este modelo hay que hacer uso del ratio (**y**) entre dividendos y valor del activo actual. De esta manera el modelo queda:

$$\mathbf{C = N(d_1)\ V\ e^{-yt} - N(d_2)\ X\ e^{-rt}}$$

$$d_1 \; ? \; \frac{\ln\frac{V}{X} \; ? \; (r \; ? \; y \; ? \; 0.5? \;^{2})t}{? \; \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - s\ t^{1/2}$$

3.3.2.1.2 Actitud frente al riesgo

Este modelo de valoración de opciones no tiene en cuenta la posibilidad de que el decidor sea proclive o adverso al riesgo, es decir, se tiene en cuenta únicamente la neutralidad frente al riesgo. Así, un decidor neutro frente al riesgo sobrevalora la opción. Para reflejar esta actitud frente al riesgo, hay que hacer uso de un coeficiente **d.** Esto se ve reflejado en la ecuación el modelo de la siguiente manera:

$$\mathbf{C = N(d_1)\ V\ e^{-dt} - N(d_2)\ X\ e^{-rt}}$$

$$d_1 \; ? \; \frac{\ln\frac{V}{X} \; ? \; (r \; ? \; ? \; ? \; 0.5? \;^{2})t}{? \; \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - s\ t^{1/2}$$

3.3.2.1.3 Opciones de tipo americana

Las opciones de tipo americanas son más valiosas que las de tipo europea, por lo que muchas veces al valorar las de tipo americano, los decidores las valoran como si fueran europeas y teniendo en cuenta que la valoración en conservadora. Otra posibilidad es valorar en cada momento del plazo de ejecución de la opción como si fuera una opción europea y se escoge aquel momento en el que el valor de la opción es mayor. A esto se le llama aproximación de Black.Scholes.

Veamos un ejemplo de valoración de opciones mediante el modelo de Black-Scholes:

Hunting-line es la empresa europea más importante dedicada a la organización de safaris y cacerías a lo largo de todo el continente africano. Para aumentar su línea de acción ha propuesto a la empresa **Hunt-in-Asia,** dedicada a la organización de cacerías en el continente asiático, la inversión de 50 MM de € hoy en derechos para comprar dicha empresa dentro de tres años por el valor de 350 MM de €. Teniendo en cuenta que el accionariado de esta empresa tiene un valor de 320 MM de €, ¿debería aceptar la oferta Hunt-in-Asia?

La opción es bastante simple, siendo los datos de las variables los siguientes:

- **V** = 320 MM de €
- **X =** 350 MM de €
- **t** = 3 años
- **s** = 40 %
- **r** = 5 %

$$d_1 = \frac{\ln\frac{V}{X} + (r + 0.5\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}} = \frac{\ln\frac{320}{350} + (0.05 + 0.5 * 0.4 * 0.4)3}{0.4\sqrt{3}} = 0.43357$$

$$d_2 = d_1 – s\ t^{1/2} = 0.43357 – 0.4*3^{0.5} = -0.2592$$

$N(d_1) = 0.6678$ $N(d_2) = 0.3974$

$C = N(d_1)\ V - N(d_2)\ X\ e^{-rt} = 0.6678 * 320 – 0.3973 * 350 * e^{-(0.05*3)} = 94.01$ MM de €.

Como la propuesta que hace Hunting-line a Hunt-in-Asia es de 50 MM de €, la oferta es bastante escasa, ya que la opción está valorada en 94.01 MM de €.