

Capítulo 4

Aspectos generales.

4.1. Introducción.

El objetivo de la segunda parte de nuestro proyecto ha sido visualizar el flujo alrededor de un cilindro para diferentes números de Reynolds. Para ello se han utilizado dos técnicas diferentes de visualización, trabajando cada una de ellas en un cierto rango del número de Reynolds.

La primera de las técnicas utilizada es la técnica por inyección de tinta, en la cual, la tinta es inyectada en el seno del fluido a través de un inyector de tinta de sesenta agujas, de tal forma que la tinta sigue el movimiento del fluido y va dibujando el flujo del agua al pasar alrededor del cilindro. Para ello es necesario un gran control de la mezcla de la tinta, así como de la inyección en el canal. Esta técnica requiere trabajar a bajo número de Reynolds ($0 < Re < 1500$), ya que si la velocidad del fluido es alta, la tinta se mezclará rápidamente con el agua haciendo imposible la visualización del flujo.

La segunda técnica utilizada en nuestro proyecto está basada en las fluctuaciones de la superficie libre del agua, donde se forman unas pequeñas depresiones que pueden ser visualizadas ayudándonos de las sombras generadas al ser iluminadas. Para que se produzcan dichas depresiones en la superficie del agua el fluido tiene que circular con cierta cantidad de movimiento. Por esta razón es por la que esta técnica se utiliza para números de Reynolds mayores que la anterior, y no es aplicable cuando el Reynolds es menos que 2500. Tampoco lo es si el Reynolds es demasiado alto ($Re > 10000$), ya que se forman gran cantidad de fluctuaciones en la superficie

del agua, haciendo imposible el uso de esta técnica.

El flujo bidimensional alrededor de un cilindro circular es uno de los problemas más estudiados en aerodinámica, siendo relevante para muchas aplicaciones de ingeniería. El patrón del flujo y la resistencia del cilindro son funciones del número de Reynolds basado en el diámetro del cilindro, Re_d ,

$$Re_d = \frac{\rho U_\infty D}{\mu} = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (4.1)$$

Como se comentará en el siguiente apartado, el tipo de flujo depende fuertemente del número de Reynolds basado en el diámetro del cilindro. Nosotros hemos trabajado en un rango de Reynolds entre 350 y 1500 para la primera técnica, y entre 2500 y 10000 para la segunda. En el rango comprendido entre 60 y 5000, la capa límite adyacente al cilindro se conserva laminar hasta que se separa siempre por el mismo sitio (en unos 85° del punto de estancamiento). Posteriormente a la separación se forma la estela del cilindro, en la que el flujo se torna turbulento y va recirculando sobre sí mismo, formando los llamados **vórtices de Von Kármán**. Éstos torbellinos se van desprendiendo alternativamente (de la parte superior e inferior) formando una calle ancha y pulsante, llamada **calle de torbellinos de Von Kármán**.

Los vórtices de Von Kármán fueron estudiados muy a fondo en el siglo pasado, y se presentan en la naturaleza de las maneras más sorprendentes, como por ejemplo en las dos fotografías de la figura 4.1, donde se puede observar perfectamente la calle de vórtices formada al incidir un viento laminar sobre las islas de Guadalupe y Socorro. También aparecen diariamente sobre nuestros ojos en algo tan cotidiano como es el ondulado de una bandera, donde el mástil hace que se forme el camino de vórtices de Kármán a sotavento, que es donde se encuentra la bandera. Estos vórtices son los responsables de que la bandera ondule.

Otro ejemplo donde aparecen los remolinos o vórtices de Von Kármán es al explicar por qué ondean los peces en el agua (figura 4.2). Se probó que las truchas, en una corriente con obstáculos, ondeaban en el agua dejándose llevar por los torbellinos de Kármán para remontar las corrientes con un consumo mínimo de energía, frente a las corrientes sin obstáculos, donde movían muchos más músculos y su consumo de oxígeno era mucho mayor.



Figura 4.1: Imágenes tomada por satélites meteorológicos sobre la isla de Guadalupe y Socorro, respectivamente.

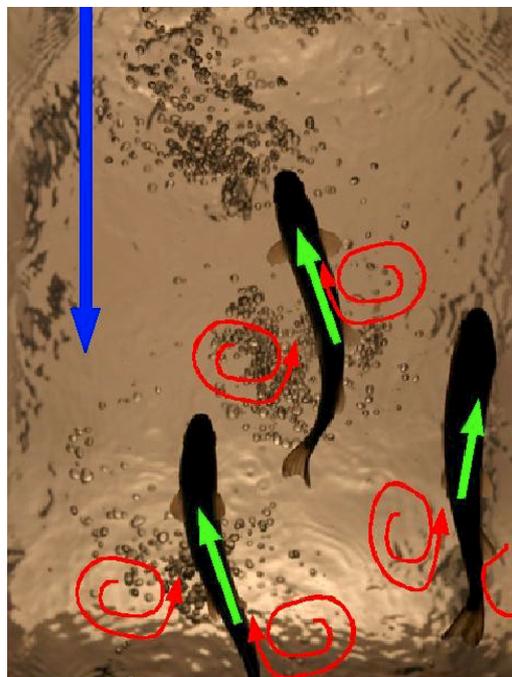


Figura 4.2: Movimiento de la truchas al remontar las corrientes.

4.2. Fundamentos Teóricos.

Un cuerpo en movimiento dentro de un fluido se ve sometido a una fuerza de resistencia total F_r , que se puede descomponer en dos sumandos, uno correspondiente a las fuerzas viscosas y otros a las fuerzas de presión sobre la superficie del cuerpo:

$$\mathbf{F}_r = \int_s \overline{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} ds - \int_s p_d \mathbf{n} ds \equiv \mathbf{F}_{rs} + \mathbf{F}_{rp} \quad (4.2)$$

Para $Re \ll 1$ estas fuerzas son proporcionales a la velocidad del cuerpo, y en el caso de una esfera la fuerza viene dada por la ley de Stokes (4.3) donde 2/3 de la resistencia es debida a la viscosidad y el tercio restante es resistencia de presión.

$$F_r = 6\pi\mu VR \quad (4.3)$$

Para fluidos ideales ($Re \rightarrow \infty$), no existe resistencia de fricción y la resistencia de presión se puede demostrar que es nula, por lo que la fuerza de resistencia de un cuerpo que se mueve (estacionariamente) en un fluido ideal es cero; esta es la paradoja de D'Alambert. Evidentemente esto no es cierto para flujos reales, por muy grande que sea el número de Reynolds. Por un lado siempre existe una resistencia de presión asociada a la condición de no deslizamiento entre el fluido y la pared sólida; esta resistencia se calcula resolviendo la capa límite viscosa adyacente a la superficie del cuerpo. Por otra parte, aunque la presión de la capa límite coincide prácticamente (cuando $Re \gg 1$) con la presión exterior dada por la teoría ideal, la resistencia de presión no es nula, como predice dicha teoría, puesto que la capa límite se desprende en el movimiento alrededor de un cuerpo cerrado; por consiguiente, en la parte posterior del cuerpo la corriente se separa y los efectos viscosos dejan de estar confinados en una capa delgada, para afectar a una fracción importante del fluido, formándose lo que se denomina una estela.

Cuando el cuerpo es **fuselado** los gradientes de presión son muy suaves y la corriente se separa casi al final del cuerpo, siendo así muy pequeña la resistencia de presión en relación a la de fricción. En estos casos la corriente exterior predicha por la teoría ideal se aproxima bastante bien a la real, y la única corrección necesaria a esa teoría es la resistencia de fricción calculada por la teoría de capa límite.

Por el contrario, cuando el cuerpo es **romo**, los gradientes de presión son tan acusados que la capa límite se separa en cuanto éstos comienzan a ser adversos, o

incluso antes, como ocurre en el caso de un cilindro circular. Detrás del punto de separación el flujo no es irrotacional, sino que la viscosidad afecta a todo el fluido, y se forma una estela que suele ser turbulenta. En ella la presión es prácticamente constante y aproximadamente igual a la presión del punto de separación. Por consiguiente, la diferencia entre las presiones en las partes frontal y trasera del cuerpo es bastante grande, dando lugar a una fuerza de presión que suele ser mucho mayor que la resistencia de fricción. A la **resistencia de presión** también se le suele llamar **resistencia de forma**

Resumiendo, la contribución relativa de cada una de las resistencias depende de la geometría del cuerpo y especialmente de su espesor, siendo, en cuerpos fuselados, la resistencia pequeña y casi exclusivamente de fricción, mientras que en cuerpos romos la resistencia suele ser grande debido a que la resistencia de presión es mucho mayor que la de fricción. Esto se aprecia muy bien en la figura 4.3(a) y (b), donde se representa el coeficiente de fricción C_d .

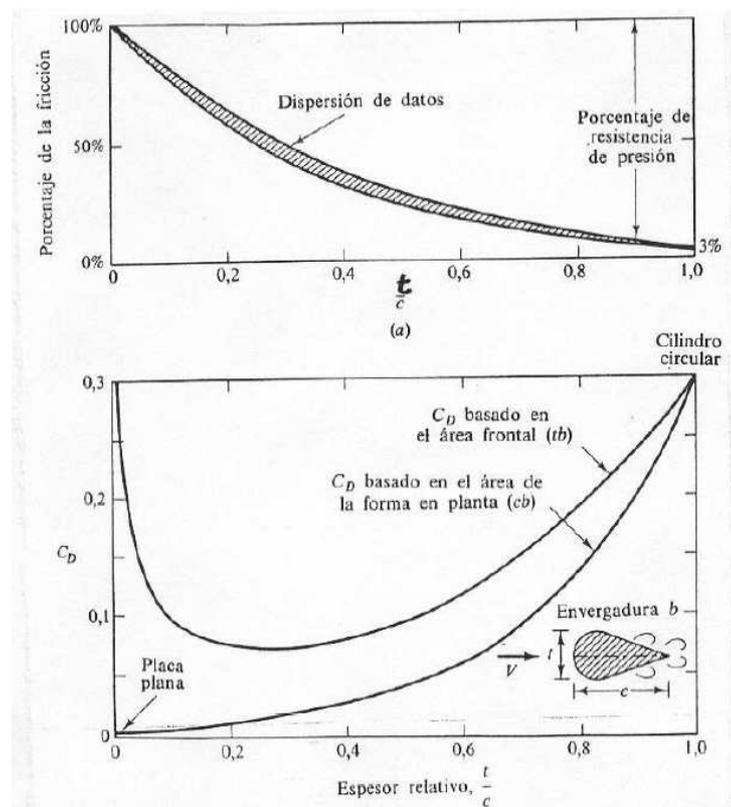


Figura 4.3: Resistencia de un cilindro bidimensional fuselado: (a) efecto del espesor en el porcentaje de la resistencia de fricción, (b) coeficiente de resistencia total.

Este coeficiente de fricción viene definido por,

$$C_d = \frac{F_r}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = C_{df} + C_{dp} \quad (4.4)$$

donde A es un área característica, para el flujo alrededor de un perfil bidimensional con diferentes relaciones entre el espesor t y la cuerda c . Mediante análisis dimensional se puede fácilmente mostrar que C_d es función exclusivamente del número de Reynolds para un fluido incompresible; los datos de la figura están tomados para $Re = 10^6$. Se observa que el porcentaje de la resistencia de presión crece desde 0 % para $t/c \rightarrow 0$ (placa plana) hasta el 97 % para $t/c = 1$ (cilindro circular). Se observa también que C_d (basado en el área longitudinal, definida por el producto de la cuerda y la envergadura) es mucho menor para la placa plana que para el cilindro circular.

Pasemos ahora a describir la solución potencial de un flujo uniforme de velocidad U_∞ cuando incide perpendicularmente sobre un cilindro de radio R , para posteriormente analizar la evolución del flujo real con el número de Reynolds.

4.2.1. Solución potencial.

La solución ideal (fluido no viscoso) puede obtenerse de la superposición de una corriente uniforme y un doblete. Las componentes radial y polar de la velocidad, U_r y U_θ vienen dadas, en coordenadas polares, por las siguientes expresiones,

$$U_r = U_\infty \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \cos \theta \quad (4.5)$$

$$U_\theta = -U_\infty \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \sin \theta \quad (4.6)$$

El campo de presiones en la superficie del cilindro, $P_s = P(r = R, \theta)$, se obtiene de la ecuación de Bernoulli

$$P_s + \frac{1}{2}\rho U_s^2 = P_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \quad (4.7)$$

Particularizando en (4.5) y (4.6) para $r = R$, se obtiene que la velocidad en la superficie del cilindro viene dada por $U_s = -2U_\infty \sin \Theta$, y sustituyendo en (4.7),

$$P_s = P_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2(1 - 4 \sin^2 \theta) \quad (4.8)$$

resultado que se suele representar de forma adimensional a través del coeficiente de presión C_p

$$C_p = \frac{P_s - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = 1 - 4 \sin^2 \theta \quad (4.9)$$

De (4.9) se extraen varias consecuencias, resultado directo de la modelización no viscosa:

- No existe dependencia con el número de Reynolds.
- Tampoco existe dependencia con las propiedades físicas del fluido.
- Debido a la simetría del campo fluido, la resistencia total es nula (paradoja de d'Alambert).

Los errores obtenidos con la teoría potencial son apreciables debido a que en realidad el fluido no es ideal y es necesario considerar los efectos viscosos. En otras palabras, la dependencia con el número de Reynolds es muy fuerte, como pasamos a describir.

4.2.2. Dependencia del flujo con el número de Reynolds.

La evolución de la solución real con Re se muestra en la figura 4.4 y se explica a continuación:

- $Re < 4$: No hay desprendimiento de la corriente, por lo que la resistencia se debe únicamente a las fuerzas viscosas.

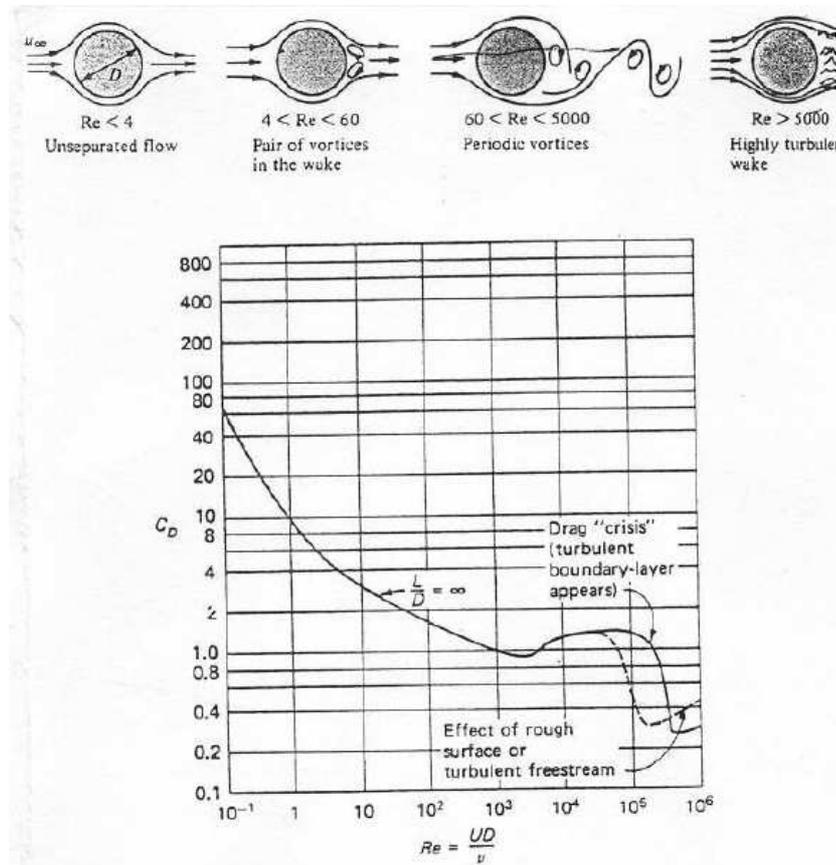


Figura 4.4: Flujo y coeficiente de resistencia para un cilindro circular.

- $4 < Re < 60$: Empieza a desprenderse la corriente en la zona posterior y se crea un par de vórtices (recirculación) en la estela. La resistencia de presión deja de ser nula.
- $60 < Re < 5000$: Aparecen efectos no estacionarios. Los vórtices se van desprendiendo alternativamente (de la parte superior e inferior) formando una calle ancha y pulsante, llamada **calle de torbellinos de Von Kármán**.
- $Re > 5000$: A diferencia de los casos anteriores, La estela se hace turbulenta y la resistencia se debe principalmente al efecto de los torbellinos turbulentos. Sin embargo, alrededor de $Re = 3,5 \cdot 10^5$, se produce una caída de resistencia debido a que la capa límite pasa a ser turbulenta, lo que hace que el punto de separación se desplace ($\theta \simeq 120^\circ$ frente a $\theta \simeq 85^\circ$ en el caso laminar) de tal forma que se reduce el espesor de la estela, aumenta la presión en la parte posterior y baja la resistencia de presión.