Capítulo 2. Identificación

2.1 Introducción

En este Capítulo se va a explicar el trabajo realizado para obtener una identificación del sistema. El objetivo que se persigue es el de conseguir un modelo matemático que represente el comportamiento del sistema posicionador. Como ya se ha dicho, el posicionador posee dos motores paso a paso, uno con su eje de giro dispuesto horizontalmente, que se llamará Elevación, y otro de eje vertical, llamado Azimut. Aunque se supone que los dos motores son idénticos e independientes, habrá que comprobar esto mediante los experimentos adecuados. Es fundamental tener presente que la señal de entrada al sistema está acotada entre 0 y 2500, de manera que este valor es proporcional a la velocidad de giro del posicionador.

En la página siguiente se muestra en la Figura 2.1 una foto del sistema que se pretende identificar. Por otra pare en la Figura 2.2 se representan de forma esquemática dos trayectorias descritas por el posicionador para un ángulo de azimut y elevación fijos, respectivamente.

Figura 2.1

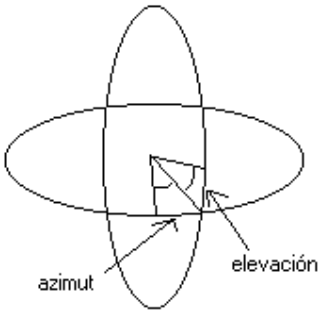

Figura 2.2

Hay que recordar que, como ya se mencionó en la descripción del sistema (ver Anexo A), el sistema posicionador lo constituyen tanto los motores como el controlador interno que poseen. Por tanto el modelo que se obtenga para cada eje no será exactamente el modelo de un motor, sino que también está afectado por dicho controlador. En los Apartados 2.2 y 2.3 se exponen los experimentos efectuados. A continuación en los Apartados 2.4 y 2.5 se establece un modelo definitivo y finalmente en el 2.6 se hacen unas consideraciones prácticas.

2.2 Elección del período de muestreo

Como se trata de un problema de control discreto (control por computador) lo primero será conocer la dinámica del sistema para poder así elegir un período de muestreo adecuado, T_m, que sea capaz de recoger todos los cambios del sistema. Para ello se somete a cada uno de los motores a señales de actuación en forma de escalones de magnitud 2500. Esto se hace así porque en los experimentos preliminares se ha observado que para señales pequeñas el cambio en la posición de cada motor se produce en intervalos de tiempo mayores. Como se busca siempre el caso más conservador, habrá que elegir el período de muestreo en base a la dinámica más rápida que es capaz de presentar el sistema. Además estas pruebas han sido realizadas con un tiempo de muestreo de 10 milisegundos, el mínimo posible para la ejecución del programa encargado de tomar los resultados de dichas pruebas.

Tras realizar los experimentos mencionados arriba se ha observado un hecho significativo: si se envía una única señal de velocidad, el sistema evoluciona cada 200 ms., y en cambio si en cada ciclo de muestreo se manda la misma señal repetida, la variación en la salida se produce con un tiempo aproximadamente constante de 100 milisegundos, llegando en ocasiones a los 150 ms. Se ha efectuado también de esta segunda forma porque a la hora de implantar cualquier controlador, éste calculará y enviará en cada ciclo la nueva señal de actuación consecuencia de la salida en ese instante, por lo que se puede decir que ése será el tratamiento real del sistema posicionador. La explicación a este fenómeno puede estar en el funcionamiento del controlador interno.

En cualquier caso se ha comprobado que aunque se detecten los cambios en la salida cada 100 ó 200 ms., el ángulo barrido para un intervalo de tiempo fijo es el mismo. Es decir, que aunque cambia en la mitad de tiempo también los grados girados son la mitad. Esto significa que el modelo va a ser el mismo, aunque siempre hay que tomar el caso más desfavorable, que el sistema evoluciona cada 100 ms. En la Figura 2.3 que aparece en la siguiente página se puede observar el fenómeno del cambio de dinámica. La línea continua más fina representa el caso en el que sólo se le envía una señal, y la más gruesa corresponde al resultado de enviar la consigna en cada período de muestreo.

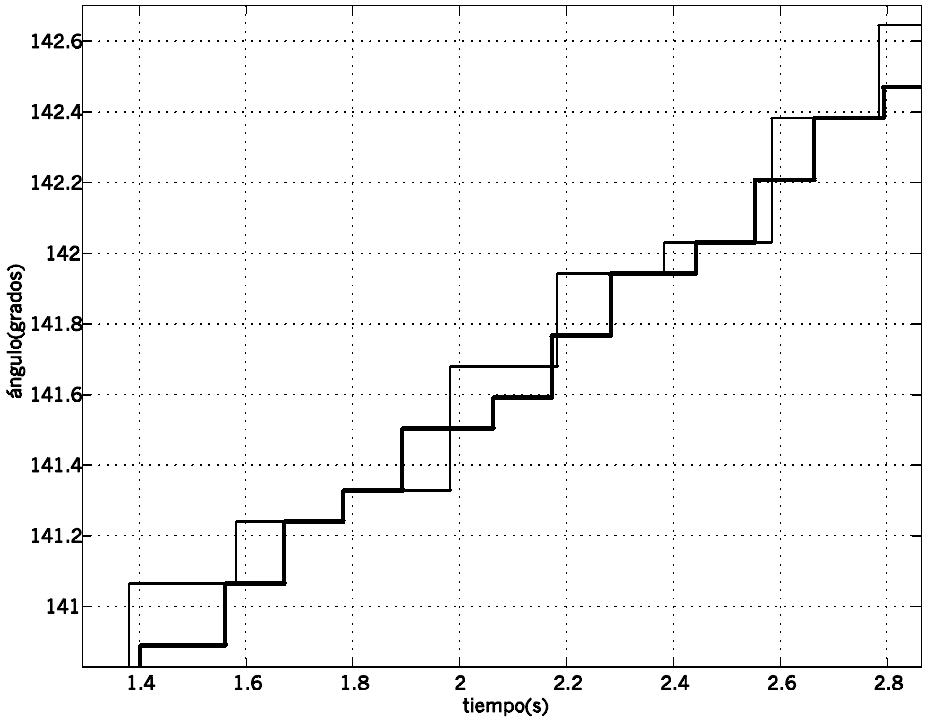

Figura 2.3

Es importante recordar que, como ya se explicó en el Apartado 2.1 de este Capítulo, el sistema posicionador a efectos del tratamiento que se le da en este Proyecto está integrado tanto por los motores como por el controlador interno. Por consiguiente cuando se habla de dinámica de 100 ms. no significa que los motores se desplacen cada 100 ms., realmente su movimiento es casi continuo (por ser motores paso a paso), sino que sólo se puede detectar el cambio en la posición con el período de tiempo anterior. Esto es debido principalmente a que los codificadores ópticos no son capaces de leer el ángulo de ambos ejes en un intervalo menor de tiempo.

Una vez conocido que la dinámica es de 100 ms., para tener garantías de que se van a recoger todos los cambios en el sistema, el período de muestreo ha de ser menor que dicha dinámica. Se va a tomar por tanto $T_m = 20$ ms. para los experimentos de identificación, a fin de obtener la mayor precisión posible. Por otra parte el resto de pruebas destinadas a conocer el comportamiento del sistema se realizarán con un T_m de 50 ms., que también es suficiente. Cuando se tenga un mejor conocimiento del sistema se podrá elegir el período de muestreo definitivo con el que implementar los controladores.

2.3 Experimentos

El paso siguiente será realizar experimentos de movimiento de ambos motores, con señales de entrada constantes en todo el rango posible de valores, para que el modelo obtenido refleje el comportamiento global del sistema. Así, se ha sometido a ambos ejes a consignas de actuación en forma de escalón de 50, 100, 250, 500, 1000, 1500, 2000 y 2500, realizando para cada una de ellas 10 pruebas en sentido creciente y otras tantas en sentido decreciente. Los sentidos creciente y decreciente de cada eje vienen dados por las lecturas de los codificadores ópticos, que para el eje azimut implica un aumento del ángulo si el giro es en sentido horario y para elevación si el giro es hacia arriba, visto desde la cámara. Cada prueba tiene una duración de 10 segundos, tiempo que se estima suficiente para que quede clara la reacción del sistema. Todos los resultados se han almacenado en archivos de *Matlab.* La Figura 2.4 es el diagrama de flujo del algoritmo que se sigue en todos los experimentos de modelado. La inicialización de las velocidades de desplazamiento de ambos ejes a cero es necesaria porque se han detectado casos en los que el sistema iniciaba el movimiento con la velocidad del último experimento.

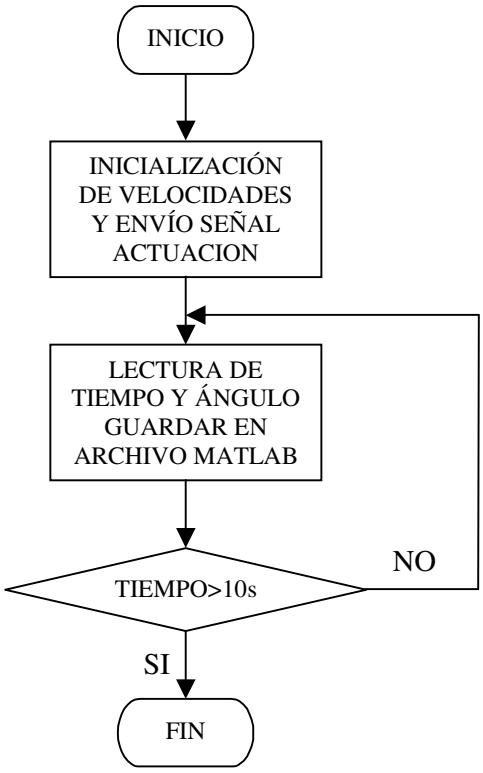

Figura 2.4

En todos los casos se observa que el sistema posee dos tramos distintos en su movimiento. Por un lado, hay un claro retraso al inicio del movimiento, cuya duración a primera vista oscila en función del valor de la señal que se le envíe. El segundo tramo consiste en un crecimiento lineal del ángulo recorrido por el posicionador. En la Figura 2.5 se representa gráficamente uno de los experimentos, para una actuación de 1000 en sentido creciente en el eje azimut. Se ha aplicado el mantenedor de orden cero, esto es, que la posición se mantiene constante hasta un nuevo cambio.

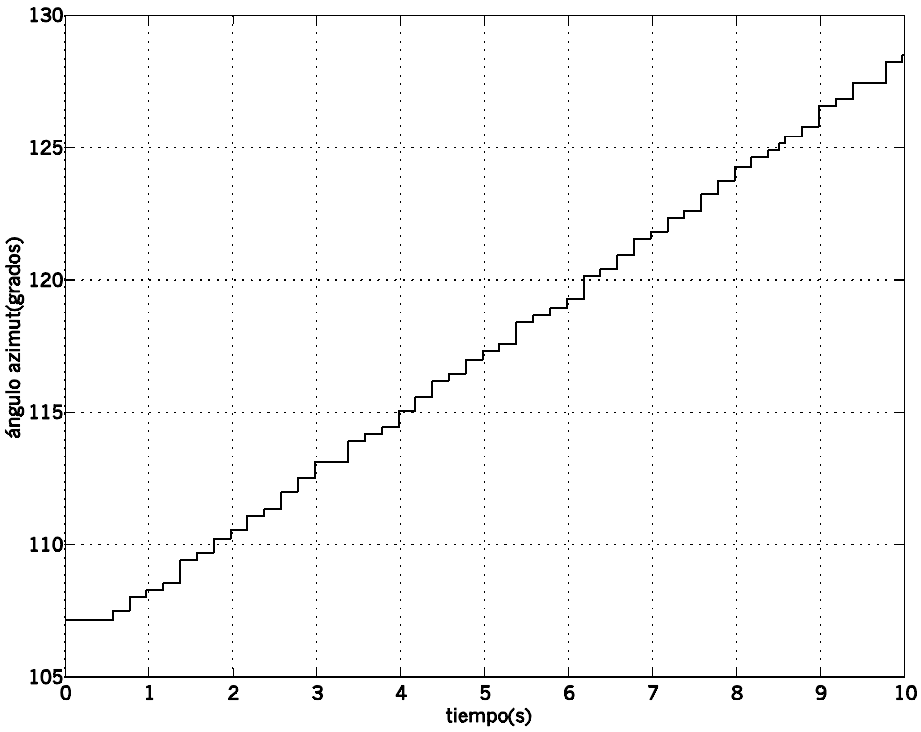

Figura 2.5

Hay que señalar que aunque se realice la lectura de datos de la posición cada 20 ms., en el archivo sólo se escribe en caso de que se detecte un cambio, a fin de generar archivos de resultados del menor tamaño posible. Ante esta gráfica es evidente que el modelo que resulte en este Capítulo deberá reflejar las dos etapas del comportamiento descritas en el párrafo anterior.

Para obtener el modelo teórico del sistema a partir de estos resultados se ha hecho uso del comando de *Matlab polyfit*, que proporciona el ajuste según una recta por el método de los mínimos cuadrados. Dicha función devuelve el valor de la pendiente de

la recta, que será en este caso la velocidad de desplazamiento, y el de la ordenada en el origen, que permitirá calcular el retardo teórico como el punto de corte de la recta con el valor inicial del experimento. Para el cálculo de estos valores y dado que lo que se pretende es obtener una recta se ha aplicado la función *polyfit* a las matrices de datos sin tener en cuenta el primer intervalo de tiempo de cada experimento. El motivo es el de despreciar la parte menos lineal del sistema, puesto que la duración de este primer escalón va a depender del retraso. También hay que recordar que aunque los resultados de los experimentos se presenten con un mantenedor de orden cero (por tratarse de control discreto) *polyfit* sólo se aplica a los puntos superiores de cada escalón, que son por los que realmente pasa el sistema. En la Figura 2.6 se muestra un ejemplo del resultado de aplicar *polyfit* para una de las pruebas con señal de actuación 50 creciente.

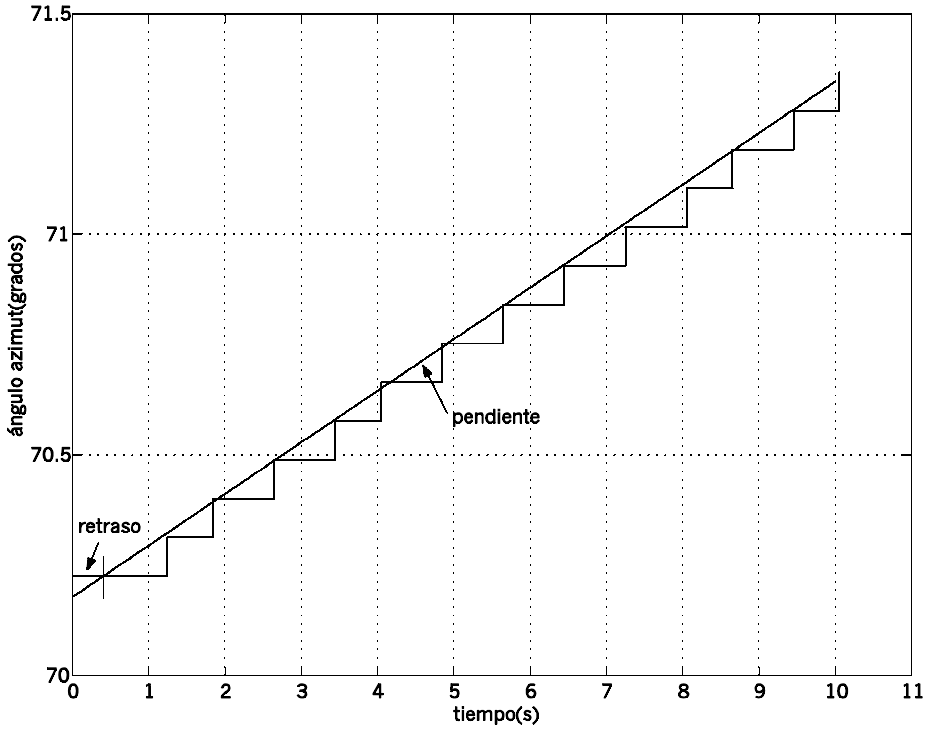

Figura 2.6

2.3.1 Identificación de la pendiente de la respuesta

En las Tablas 2.1 y 2.2 que aparecen en la siguiente página se proporcionan los valores de las pendientes de cada prueba y la media para cada señal de entrada constante en el eje de azimut y elevación respectivamente.

	Pendiente Azimut (grados/segundo)										
Actuación	**Exp.1**	**Exp.2**	**Exp.3**	**Exp.4**	**Exp.5**	**Exp.6**	**Exp.7**	**Exp.8**	**Exp.9**	**Exp.10**	**Media**
50	0.113	0.106	0.117	0.113	0.112	0.115	0.112	0.112	0.112	0.119	**0.113**
-50	-0.110	-0.116	-0.113	-0.112	-0.112	-0.115	-0.110	-0.111	-0.111	-0.116	**-0.113**
100	0.221	0.230	0.222	0.227	0.218	0.228	0.222	0.226	0.228	0.223	**0.223**
-100	-0.224	-0.228	-0.222	-0.227	-0.223	-0.229	-0.226	-0.224	-0.228	-0.226	**-0.226**
250	0.565	0.512	0.533	0.564	0.564	0.560	0.560	0.563	0.560	0.562	**0.555**
-250	-0.566	-0.563	-0.564	-0.569	-0.564	-0.564	-0.562	-0.565	-0.564	-0.561	**-0.563**
500	1.128	1.124	1.117	1.127	1.132	1.127	1.125	1.123	1.121	1.121	**1.125**
-500	-1.127	-1.123	-1.132	-1.130	-1.122	-1.124	-1.123	-1.125	-1.125	-1.120	**-1.125**
1000	2.250	2.252	2.244	2.260	2.250	2.254	2.256	2.256	2.228	2.237	**2.249**
-1000	-2.253	-2.252	-2.256	-2.257	-2.248	-2.244	-2.256	-2.243	-2.248	-2.251	**-2.251**
1500	3.389	3.376	3.369	3.372	3.392	3.385	3.394	3.392	3.374	3.373	**3.382**
-1500	-3.376	-3.382	-3.385	-3.369	-3.381	-3.387	-3.383	-3.394	-3.376	-3.370	**-3.380**
2000	4.522	4.511	4.523	4.488	4.500	4.496	4.504	4.506	4.524	4.507	**4.508**
-2000	-4.501	-4.499	-4.513	-4.502	-4.492	-4.497	-4.496	-4.512	-4.506	-4.492	**-4.501**
2500	5.628	5.628	5.638	5.631	5.612	5.624	5.614	5.655	5.629	5.617	**5.628**
-2500	-5.623	-5.631	-5.646	-5.625	-5.632	-5.613	-5.604	-5.632	-5.616	-5.624	**-5.624**

Tabla 2.1

	Pendiente Elevación (grados/segundo)										
Actuación	**Exp.1**	**Exp.2**	**Exp.3**	**Exp.4**	**Exp.5**	**Exp.6**	**Exp.7**	**Exp.8**	**Exp.9**	**Exp.10**	**Media**
50	0.114	0.112	0.110	0.113	0.111	0.114	0.112	0.113	0.110	0.113	**0.112**
-50	-0.113	-0.114	-0.111	-0.113	-0.113	-0.114	-0.111	-0.114	-0.113	-0.115	**-0.113**
100	0.225	0.224	0.223	0.224	0.224	0.224	0.227	0.225	0.225	0.223	**0.224**
-100	-0.226	-0.225	-0.225	-0.225	-0.224	-0.224	-0.226	-0.225	-0.224	-0.226	**-0.225**
250	0.560	0.564	0.562	0.562	0.562	0.564	0.567	0.565	0.561	0.563	**0.563**
-250	-0.563	-0.564	-0.563	-0.562	-0.564	-0.558	-0.562	-0.562	-0.563	-0.564	**-0.563**
500	1.125	1.127	1.123	1.131	1.124	1.125	1.121	1.129	1.130	1.124	**1.126**
-500	-1.132	-1.128	-1.127	-1.126	-1.128	-1.126	-1.130	-1.129	-1.122	-1.127	**-1.128**
1000	2.261	2.263	2.249	2.250	2.243	2.252	2.251	2.255	2.256	2.250	**2.253**
-1000	-2.251	-2.240	-2.253	-2.257	-2.259	-2.258	-2.252	-2.252	-2.249	-2.247	**-2.252**
1500	3.364	3.383	3.382	3.380	3.370	3.387	3.377	3.381	3.376	3.368	**3.377**
-1500	-3.382	-3.379	-3.380	-3.378	-3.369	-3.389	-3.372	-3.376	-3.387	-3.377	**-3.379**
2000	4.500	4.499	4.514	4.494	4.500	4.498	4.508	4.500	4.514	4.514	**4.504**
-2000	-4.491	-4.505	-4.498	-4.520	-4.496	-4.513	-4.491	-4.518	-4.507	-4.525	**-4.506**
2500	5.610	5.636	5.649	5.632	5.617	5.625	5.615	5.608	5.611	5.624	**5.623**
-2500	-5.631	-5.651	-5.631	-5.642	-5.628	-5.648	-5.636	-5.622	-5.623	-5.616	**-5.633**

Tabla 2.2

Las medias se han calculado de forma ponderada con el tamaño de cada muestra, que no es exactamente constante. También se ha asignado el signo negativo a las señales de actuación que provocan movimientos en sentido decreciente del ángulo. En

las Tablas 2.3 y 2.4 se resumen los cuadros de la página anterior, calculándose además las medias de los dos ejes, expresadas en la base de actuación 1000.

Actuación	Pendiente Azimut (grados/segundo)
50	0.113
100	0.223
250	0.555
500	1.125
1000	2.249
1500	3.382
2000	4.508
2500	5.628
-50	-0.113
-100	-0.226
-250	-0.563
-500	-1.125
-1000	-2.251
-1500	-3.380
-2000	-4.501
-2500	-5.624
Media	**2.250**

Tabla 2.3

Actuación	Pendiente Elevación (grados/segundo)
50	0.112
100	0.224
250	0.563
500	1.126
1000	2.253
1500	3.377
2000	4.504
2500	5.623
-50	-0.113
-100	-0.225
-250	-0.563
-500	-1.128
-1000	-2.252
-1500	-3.379
-2000	-4.506
-2500	-5.633
Media	**2.251**

Tabla 2.4

Ante estos resultados se deben hacer varios comentarios. El primero es que no se aprecia diferencia significativa en el comportamiento de cada eje, en uno u otro sentido de desplazamiento, ya que las pendientes son muy similares. En segundo lugar tras calcular los errores relativos de cada una de las medias respecto a la media final, en el eje azimut éstos no superan el 1% y en elevación el 0.5%, por lo que se concluye que las velocidades de ambos ejes son directamente proporcionales a las consignas de actuación.

También hay que decir que la diferencia entre las constantes finales de ambos ejes es del 0.04%, prácticamente idénticos como era previsible puesto que los dos motores paso a paso son iguales. Estos valores están referidos a la base de 1000, por lo que en realidad las pendientes para una señal de actuación cualquiera son k=0.002250 grados por segundo para azimut y k=0.002251 grados por segundo en elevación.

Se puede afirmar por tanto que el comportamiento del sistema para cada eje se puede representar matemáticamente mediante la Ecuación 2.1, en la que θ es el ángulo recorrido por el posicionador, u la actuación que se le envía al sistema, t el tiempo y τ el retraso en el inicio del desplazamiento. El valor de k se acaba de obtener, con lo que sólo queda modelar el retraso τ, que puede ser o no función de u:

$$\theta = k \cdot u \cdot (t - \tau) \qquad \text{Ecuación 2.1}$$

2.3.2 Identificación del retardo

En cuanto al modelado de los retardos también se han calculado para los mismos experimentos de la forma que se explicó anteriormente, mediante el corte de la recta de regresión con el valor inicial, obteniéndose los resultados que aparecen en las Tablas 2.5 y 2.6.

	Retardo (segundos)										
Actuación	**Exp.1**	**Exp.2**	**Exp.3**	**Exp.4**	**Exp.5**	**Exp.6**	**Exp.7**	**Exp.8**	**Exp.9**	**Exp.10**	**Media**
50	0.054	0.127	0.399	0.245	0.177	0.291	0.003	0.234	0.380	0.029	**0.194**
-50	0.418	0.026	0.031	0.201	-0.171	0.313	0.537	0.043	-0.522	-0.010	**0.087**
100	0.525	0.438	0.355	0.500	0.248	0.113	0.435	-0.147	0.036	0.321	**0.282**
-100	0.554	0.159	0.430	0.504	0.229	0.153	0.160	0.143	0.188	0.149	**0.267**
250	0.910	0.526	0.555	0.417	0.485	0.459	0.363	0.381	0.392	0.264	**0.475**
-250	0.423	0.336	0.175	0.416	0.385	0.403	0.418	0.444	0.336	0.375	**0.371**
500	0.921	0.451	0.337	0.450	0.441	0.495	0.358	0.255	0.115	0.391	**0.421**
-500	0.331	0.377	0.355	0.123	0.394	0.381	0.385	0.386	0.177	0.341	**0.325**
1000	0.350	0.437	0.396	0.358	0.377	0.402	0.356	0.156	0.392	0.344	**0.357**
-1000	0.376	0.112	0.420	0.153	0.327	0.399	0.189	0.377	0.377	0.375	**0.311**
1500	0.386	0.362	0.381	0.431	0.428	0.376	0.448	0.151	0.447	0.402	**0.381**
-1500	0.638	0.130	0.399	0.403	0.586	0.137	0.424	0.360	0.105	0.619	**0.380**
2000	0.582	0.404	0.159	0.445	0.409	0.459	0.396	0.551	0.559	0.425	**0.439**
-2000	0.525	0.479	0.445	0.532	0.100	0.552	0.486	0.404	0.403	0.388	**0.431**
2500	0.587	0.368	0.410	0.391	0.533	0.544	0.475	0.237	0.407	0.347	**0.430**
-2500	0.392	0.440	0.319	0.394	0.390	0.410	0.399	0.537	0.485	0.416	**0.418**

Tabla 2.5

	Retardo (segundos)										
Actuación	**Exp.1**	**Exp.2**	**Exp.3**	**Exp.4**	**Exp.5**	**Exp.6**	**Exp.7**	**Exp.8**	**Exp.9**	**Exp.10**	**Media**
50	-0.188	-0.334	-0.420	-0.325	-0.409	-0.293	-0.391	-0.275	-0.467	-0.326	**-0.343**
-50	-0.161	-0.197	-0.402	-0.181	-0.212	-0.120	-0.221	-0.074	-0.126	0.0	**-0.169**
100	-0.076	-0.104	-0.117	-0.068	-0.058	-0.070	0.057	0.040	0.081	0.021	**-0.029**
-100	0.271	-0.141	-0.092	-0.132	-0.093	-0.078	0.277	-0.095	-0.099	-0.045	**-0.005**
250	0.205	0.123	0.168	0.207	0.059	0.090	0.170	0.165	0.169	0.156	**0.151**
-250	0.151	0.219	0.116	0.199	0.101	0.091	0.157	0.218	0.220	0.209	**0.168**
500	0.187	0.139	0.148	0.142	0.171	0.120	0.168	0.164	0.156	0.137	**0.153**
-500	0.221	0.144	0.170	0.157	0.167	0.118	0.147	0.140	0.141	0.132	**0.154**
1000	0.381	0.187	0.153	0.297	0.290	0.124	0.231	0.273	0.185	0.119	**0.224**
-1000	0.374	0.131	0.150	0.315	0.133	0.277	0.278	0.155	0.159	0.265	**0.224**
1500	0.178	0.326	0.159	0.314	0.203	0.299	0.304	0.297	0.146	0.302	**0.253**
-1500	0.273	0.311	0.456	0.312	0.237	0.165	0.302	0.310	0.209	0.321	**0.290**
2000	0.233	0.204	0.260	0.208	0.205	0.233	0.223	0.220	0.266	0.247	**0.230**
-2000	0.203	0.221	0.194	0.246	0.225	0.242	0.190	0.225	0.223	0.234	**0.220**
2500	0.216	0.220	0.269	0.208	0.200	0.205	0.207	0.191	0.180	0.180	**0.208**
-2500	0.251	0.242	0.233	0.230	0.212	0.235	0.223	0.196	0.226	0.214	**0.226**

Tabla 2.6

Estudiando estas tablas de resultados hay que hacer varias consideraciones. La primera es que el valor del retardo se mantiene aproximadamente constante a partir de

una cierta señal de actuación. Así para el eje de azimut a partir de 250 el retraso toma en general un valor entre 0.3 y 0.5 segundos. Si se calcula la media de todos los tiempos correspondientes a consignas entre 250 y 2500 se obtiene que el retraso medio es de 0.395 s. En cambio con actuaciones inferiores a 100 se han efectuado numerosos experimentos adicionales y no es posible establecer un valor medio significativo, hasta el punto de que incluso se han obtenido valores negativos, lo cual es imposible. La única explicación a esto último es que el motor haya iniciado su movimiento con una velocidad superior a la establecida, aunque al instante adquiera la velocidad deseada, puesto que las pendientes siguen siendo directamente proporcionales a la actuación.

En el eje de elevación ocurre lo mismo, no hay un retraso medio claro hasta señales de actuación de 250. Calculando de nuevo la media (para actuaciones entre 250 y 2500) resulta un tiempo de 0.208 s., prácticamente la mitad que en el caso de azimut. Además ahora se presentan un mayor número de situaciones con retraso teórico menor que cero Se han realizado igualmente más pruebas encaminadas a aclarar qué sucede con las consignas de 50 y 100 de las que se desprende que el valor del retraso para estas últimas es muy aleatorio. Del mismo modo que se hizo para la pendiente, las Tablas 2.7 y 2.8 resumen los valores de los retrasos y se incluye el valor medio entre 250 y 2500.

Actuación	**Retardo Azimut (segundos)**
50	0.194
100	0.282
250	0.475
500	0.421
1000	0.357
1500	0.381
2000	0.439
2500	0.430
-50	0.087
-100	0.267
-250	0.371
-500	0.325
-1000	0.311
-1500	0.380
-2000	0.431
-2500	0.418
Media	**0.395**

Tabla 2.7

Actuación	Retardo Elevación (segundos)
50	-0.343
100	-0.029
250	0.151
500	0.153
1000	0.224
1500	0.253
2000	0.230
2500	0.208
-50	-0.169
-100	-0.005
-250	0.168
-500	0.154
-1000	0.224
-1500	0.290
-2000	0.220
-2500	0.226
Media	**0.208**

Tabla 2.8

En conclusión se puede decir que nuestro sistema tiene un retardo de τ=395 milisegundos en el eje de azimut y de 208 ms. en el de elevación. Este retraso hay que interpretarlo como el tiempo que tarda en ejecutar el sistema la instrucción que se le envía y por tanto el tiempo que tarda en ponerse cada eje en movimiento. En el Apartado 2.3 se dijo que a primera vista el retraso dependía de la señal de actuación, porque el tiempo que tarda en detectarse el primer movimiento aumenta al reducir la actuación. Pero hay que tener en cuenta que este tiempo hay que descomponerlo en dos tramos, el debido al retraso propiamente dicho y el debido a la velocidad del sistema. Es este segundo tramo el que hace que el tiempo empleado en desplazarse el paso mínimo del motor y que sea detectado por el codificador óptico aumente al disminuir la velocidad, pero el retraso real es el primer tramo, que sí se mantiene constante.

En cuanto a las causas que originan el retraso se consideran varias. La primera sería el tiempo que tarda el mensaje de movimiento en ir desde el ordenador cliente, situado en la planta baja, hasta el ordenador servidor de la azotea. Este mensaje en transportado por la red Ethernet por lo que dada su velocidad hay que descartarlo como fuente de retrasos. Un segundo tiempo es el empleado en ir del ordenador servidor al controlador

interno del sistema posicionador, lo que se efectúa a través de dos cables RS-485 con lo que el tiempo empleado es también ínfimo.

Por último sólo queda atribuir el retardo al tiempo transcurrido desde que el controlador recibe la orden hasta que ésta le llega al actuador de cada motor. Dicho controlador tiene un protocolo interno para gestionar las instrucciones que le llegan, de forma que empleará un cierto tiempo en ejecutar la orden de movimiento tanto en azimut como en elevación. Según los resultados obtenidos en los experimentos este tiempo es distinto para azimut y para elevación, empleándose el doble en el primer caso. El desconocimiento preciso del funcionamiento interno del controlador limita el estudio del retardo con mayor precisión, y no permite establecer claramente la causa de los resultados irregulares que se dan para señales de actuación inferiores a 250.

Para finalizar este Apartado se debe hacer una observación. Dado que el período de muestreo elegido para los experimentos enfocados a obtener el modelo del sistema ha sido de 20 milisegundos, al calcular los tiempos de retraso en todos ellos se está introduciendo un error que puede llegar a ser de hasta 20 ms. Esto se explica porque habrá casos en los que en que el primer movimiento lo efectúe justo un instante después del ciclo de muestreo anterior al que realmente lo detecta. En consecuencia para ser estrictos habría que decir que el retardo medio en el eje azimut va a oscilar entre 375 y 395 ms. y en elevación entre 188 y 208 ms.

2.3.3 Acoplamiento entre ejes

En este punto se han llevado a cabo las pruebas encaminadas a conocer la reacción del sistema posicionador ante consignas de velocidad de desplazamiento simultáneo en ambos ejes. El objetivo principal es el de conocer si existe algún tipo de acoplamiento entre las variables de salida, o si por el contrario se pueden tratar los ejes como sistemas independientes. Ya en los datos obtenidos para deducir el modelo se puso de manifiesto que, como era de esperar, el giro de un eje no pone en movimiento al otro eje. En este caso se realizaron 6 experimentos de 11 segundos de duración cada uno para distintas parejas de actuación en cada eje. En la Tabla 2.9 se presentan las medias de las pendientes para cada situación.

Señales de Actuación	Pendiente Azimut(grados/s)	Pendiente Elevación(grados/s)
Azimut 100 Elevación 100	0.217	0.225
Azimut 250 Elevación 250	0.560	0.562
Azimut 500 Elevación 500	1.122	1.125
Azimut 1000 Elevación 1000	2.236	2.246
Azimut 1000 Elevación 100	2.244	0.226
Azimut 1000 Elevación 250	2.243	0.561
Azimut 1000 Elevación 500	2.235	1.126
Azimut 1500 Elevación 1000	3.387	2.258

Tabla 2.9

Examinando los resultados de este tipo de pruebas hay que concluir que los ejes están desacoplados en el sentido de que los parámetros característicos del movimiento no han cambiado en ningún caso. También conviene señalar que se ha detectado que independientemente del orden en que se envíen las señales de movimiento al sistema, en general empieza a moverse antes el motor del eje de elevación. Posiblemente esto es debido a un protocolo del controlador interno del posicionador, que dé prioridad a las consignas de elevación sobre las de azimut. Esto concuerda también con que el retraso teórico calculado en el Apartado 2.3.2 sea el doble en azimut respecto a elevación. Además se ha observado que el retardo del eje azimut es en general mayor de lo que era para el caso de movimiento unidimensional, lo cual tiene su lógica puesto que por tratarse de un único control interno éste ha de ejecutar las dos instrucciones simultáneamente y los tiempos se acumulan.

En la Figura 2.7 se representa la evolución de un eje frente al otro para uno de estos experimentos, con una señal de velocidad de 1000 para azimut y 100 para elevación.

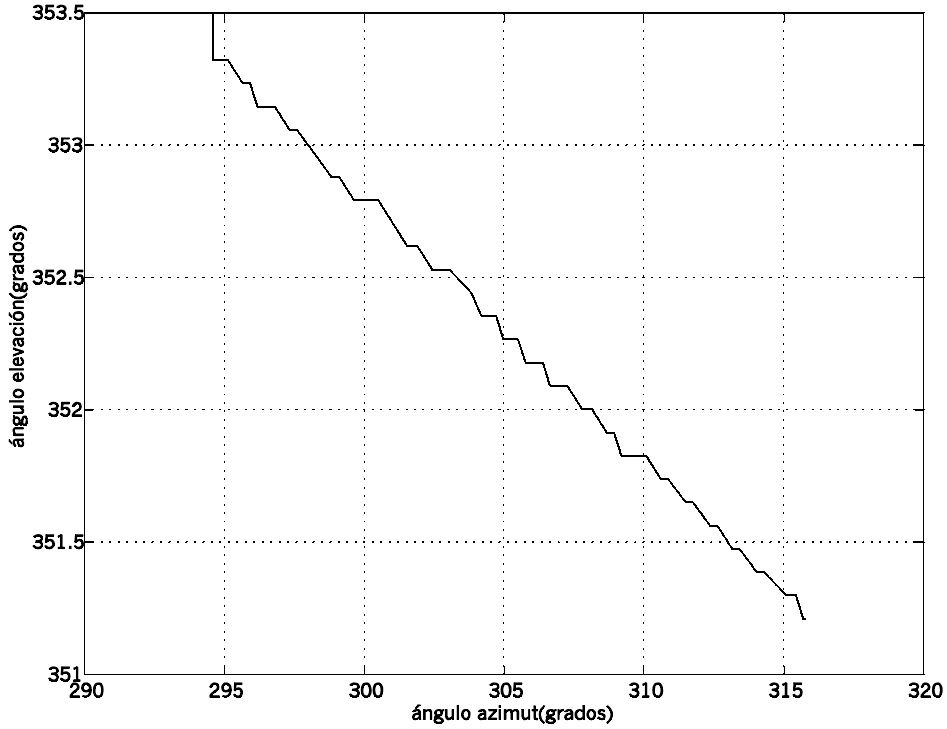

Figura 2.7

Se observa en el inicio un tramo vertical, lo que indica que el eje de elevación se empieza a mover con el eje de azimut aún parado. Los tramos horizontales se deben a que al ser la velocidad de azimut mayor que la de elevación registra cambios en períodos de tiempo menores.

2.3.4 Otros Experimentos

Por último como se mencionó al principio del Capítulo se han realizado otras pruebas encaminadas a conocer mejor el comportamiento del sistema. Esto es necesario puesto que al implementar los futuros controladores van a aparecer secuencias de movimiento más complejas. Estos experimentos han consistido en enviar cambios de actuación al sistema y realizar movimientos con la mínima velocidad posible.

En los experimentos de cambio de actuación, se ha realizado el programa necesario para que en el instante inicial se envíe cierta consigna de velocidad para uno de los ejes

del posicionador y al cabo de 7 segundos (140 ciclos de ejecución) se envíe una consigna diferente. Este tipo de experimentos es importante puesto que en cualquier rutina de control se estará enviando señales cada cierto tiempo y hay que saber como responde el sistema ante esos cambios. En concreto se han efectuado cambios de actuación en azimut de 250 a 1000, 500 a 1500, 1000 a 2000 y de 500 a 100 (6 pruebas en cada caso, con una duración total de 14 segundos). También se efectuaron cambios de sentido en el movimiento.

A estos datos se les ha realizado de nuevo el cálculo de pendientes mediante *polyfit* siguiendo la misma metodología que en la obtención del modelo. La primera conclusión es que, como era de esperar, la relación de proporcionalidad con la señal se sigue manteniendo en el mismo valor medio, como resume la Tabla 2.10 que se muestra a continuación.

Cambio de Actuación	Pendiente Inicial(grados/s)	Pendiente Final(grados/s)
250 a 1000	0.561	2.255
500 a 1500	1.125	3.384
1000 a 2000	2.240	4.482
500 a 100	1.117	0.225

Tabla 2.10

En cuanto a los retrasos hay que distinguir dos situaciones. Si no se realiza cambio de sentido el retardo consiste en que el sistema va a seguir moviéndose con la velocidad inicial durante cierto tiempo, antes de adoptar la nueva velocidad. En este caso el retardo es del mismo orden que el calculado.

Sin embargo si hay un cambio de sentido, al transmitir la nueva consigna transcurrirá un tiempo en el que el sistema permanecerá inmóvil antes de ponerse en marcha en dirección opuesta. La duración de este tramo es frecuentemente algo mayor que el obtenido en el Apartado 2.3.2, hecho que habrá que tener en cuenta en el control con sobreoscilación. La Figura 2.8 representa el resultado de uno de los experimentos, en el cual la señal de actuación cambia en el eje de azimut de 500 en sentido decreciente a 500 en sentido creciente. La línea vertical indica el instante del cambio de consigna. El hecho de que no sea justo a los 7 segundos se debe a que el ciclo no siempre se ejecuta exactamente en 50 milisegundos, que es el T_m fijado para estos experimentos.

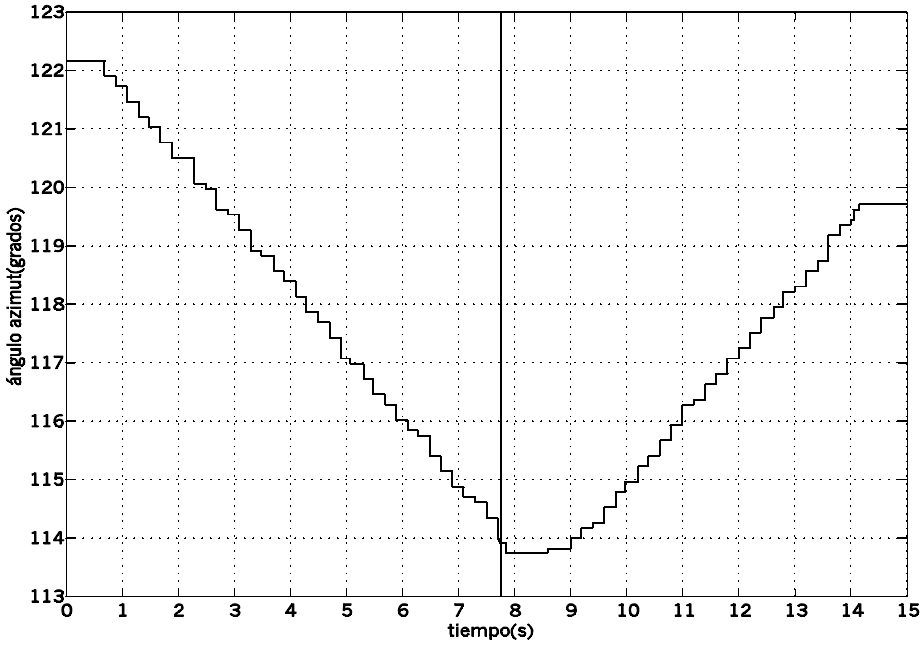

Figura 2.8

En lo referente a las pruebas efectuadas para señales de actuación muy pequeñas, se ha detectado que existe una velocidad de desplazamiento mínima para los motores del posicionador. Así se enviaron consignas de 1, 5, 10, 25 y 40. Realizando el cálculo de pendientes según el procedimiento ya explicado en la introducción del Apartado 2.3, se ha comprobado que la velocidad es proporcional a la actuación hasta un valor de u de 25, y para cualquier otro valor por debajo de éste la velocidad se mantiene constante e igual a la que corresponde a dicha consigna. En la Tabla 2.11 se resumen los resultados de los experimentos llevados a cabo. El retraso para estas situaciones sigue teniendo el comportamiento aleatorio que se explicó en el Apartado 2.3.2 del presente Capítulo.

Actuación	**Velocidad (grados/s)**
40	0.086
25	0.054
10	0.056
5	0.054
1	0.055

Tabla 2.11

Esto último implica que la ley mostrada en la Ecuación 2.1 es sólo válida para actuaciones comprendidas entre 25 y 2500, lo que habrá que tener en cuenta en los controladores.

2.4 Período de muestreo

Una vez conocido el comportamiento del sistema, se puede elegir el período de muestreo o control para la realización del Proyecto, que en el Apartado 2.2 se había establecido de forma provisional en 20 ms. Como ya se ha expuesto, existen para cualquier tipo de movimiento del sistema dos comportamientos diferenciados en cada eje: uno en el que permanece inmóvil (o con la velocidad anterior) y otro en el que se desplaza a la nueva velocidad, constante. El retardo se ha definido como el tiempo que se emplea en pasar de un estado a otro, por lo que la dinámica más rápida del sistema es precisamente el retardo. Con esta observación, para que queden recogidos todos los cambios del sistema, se debería tomar para los ejes de azimut y elevación respectivamente un período de control inferior al retardo, esto es, de T_m<0.395 s. y T_m<0.208 s. respectivamente.

A esto último hay que añadir un inconveniente importante que se ha puesto de manifiesto en las primeras pruebas efectuadas con controladores. El problema es que si el período con que se envía consignas al sistema es demasiado pequeño, el funcionamiento no es muy fiable en el sentido de que hay instrucciones que no le llegan. Esto provoca que el sistema no se entere de los cambios de actuación o que se quede inmóvil sin reconocer señales de movimiento. Este suceso es debido a que se produce una saturación en la cola de mensajes que le llegan al controlador interno de forma que deja de leerlos correctamente.

A partir de los 200 milisegundos el comportamiento se hace más robusto disminuyendo enormemente la probabilidad de un fallo. Ante este problema se ha decidido emplear un período único de 200 ms., que es bastante menor que la dinámica del eje de azimut y ligeramente menor que la de elevación. En cualquier caso de los experimentos se puede afirmar que no va a perjudicar el muestreo en elevación.

2.5 Modelo y validación

El sistema posicionador se puede modelar, para cada eje, como un retraso seguido de un integrador puro. Como se trata de control por computador, hay que trabajar con la transformada Z, y el modelo del sistema quedaría tal como aparece en la Figura 2.9, compuesto por un bloque que representa el retardo y otro para expresar el integrador.

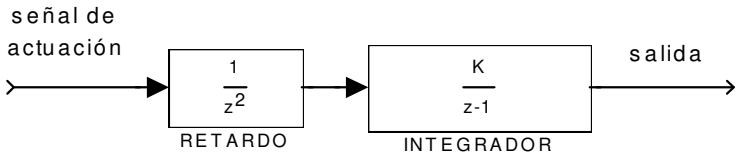

Figura 2.9

Según se ha justificado en el Apartado 2.4 el período de control va a ser de 200 ms. por lo que en este caso al ser el exponente de la z un 2, estará representando un retardo de 400 ms., que es el valor que más se acerca al retraso teórico de 395 ms. correspondiente al eje de azimut que se obtuvo en el Apartado 2.3.2. Si se trata del eje de elevación el exponente tomará la magnitud de 1, puesto que el retraso calculado es de 208 ms. En la Figura 2.9 la entrada es la señal de actuación y la salida será el ángulo recorrido por el sistema posicionador en cada eje, que depende del valor de la pendiente y del retardo que se empleen en sus bloques.

En cuanto al valor de la constante K se calcula a partir de los valores medios ya obtenidos de las pendientes, en función del período de muestreo T_m que se vaya a emplear mediante la Ecuación 2.2, que para el caso del eje azimut queda como sigue:

$$K = 0.002250 \frac{grados}{segundo} \cdot T_m \frac{segundos}{\text{int}ervalo} \qquad \text{Ecuación 2.2}$$

Así, dado que el período de muestreo es T_m=0.2 s., resulta un valor de K=0.0004500 en azimut y K=0.0004502 para elevación. Éste será el modelo final con que se trabaje para los cálculos teóricos de los controladores y para las simulaciones realizadas con la herramienta *Simulink* de *Matlab*, y permitirá trabajar en la misma

escala de tiempo que en el caso real. En la Ecuación 2.3 aparecen los modelos para ambos ejes.

$$G(z) = \frac{0.00045}{(z-1)\cdot z^2} \qquad G(z) = \frac{0.0004502}{(z-1)\cdot z} \qquad \text{Ecuación 2.3}$$

azimut elevación

Para verificar la validez del modelo obtenido se compararán resultados de movimientos reales del sistema con los obtenidos mediante *Simulink*. Se valora el grado de validez del modelo en función del índice *J* que viene dado por la Ecuación 2.4:

$$J = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} e_i^2 \qquad \text{Ecuación 2.4}$$

Donde N es el tamaño de la muestra y e_i la diferencia entre el valor del ángulo real y el de la simulación en cada instante de cambio en la salida. Si se efectúa el cálculo para un caso cualquiera (azimut 1000 creciente) resulta un valor final de *J*=0.135, cercano a cero, con lo que queda contrastada la bondad del modelo obtenido. En la Figura 2.10 aparece la simulación como una recta continua y dicho experimento una vez aplicado el mantenedor de orden cero. El retraso del modelo es el correspondiente al obtenido para azimut, de 0.400 segundos, el valor más similar al teórico de 0.395 s.

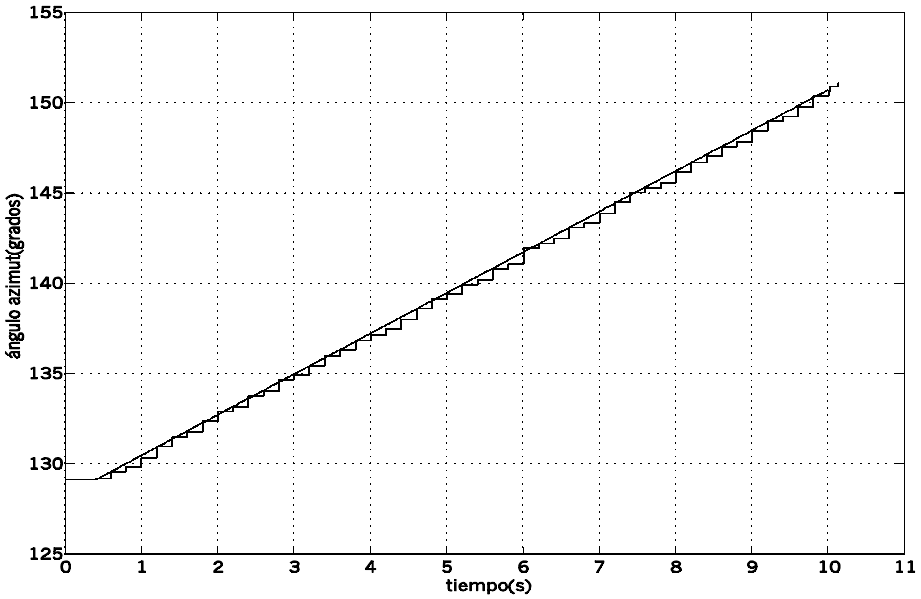

Figura 2.10

2.6 Consideraciones prácticas del modelo

Antes de concluir el Capítulo de identificación es necesario realizar varios comentarios sobre el comportamiento real del sistema y las simplificaciones que se están efectuando al elegir el modelo. El motivo es el de anticipar las diferencias que se pueden detectar entre las pruebas de control con el sistema real y las realizadas en *Simulink*. De hecho en el Apartado 2.4 ya se expresaba una peculiaridad del sistema real y que fuerza la elección del período de muestreo.

Un primer factor que hay que tener en cuenta es que los motores paso a paso de ambos ejes presentan un paso mínimo de 0.08789 grados (ver Anexo A) lo que significa que la única forma de que el sistema alcance la referencia de ángulo deseada es que dicha referencia sea múltiplo del paso. En caso contrario no será posible llegar de manera exacta a la referencia permaneciendo el sistema en un movimiento oscilatorio en torno a ésta, entre los dos múltiplos del paso más cercanos superior e inferiormente. Como ejemplo, si se desea que el sistema se desplace 10 grados, se mantendrá de forma indefinida desplazándose entre 9.931641 grados (113 veces el paso) y 10.019531 grados (114 veces el paso).

Otra consideración a tener presente es que durante el proceso de modelado del retardo se ha elegido en ambos ejes un valor que se puede considerar aproximadamente constante para señales de actuación grandes. En cambio conforme la actuación se reduce dicho retardo se vuelve cada vez más aleatorio, hasta el punto de que para consignas de velocidad inferiores a 250 es bastante imprevisible. En cualquier caso sí es cierto que para estas últimas señales el retardo es casi siempre menor que el elegido para el modelo.

Un tercer punto que desvía al modelo teórico del sistema real es la existencia de una velocidad mínima de desplazamiento, como se expuso en el Apartado 2.3.4, y del que se desprende que para consignas inferiores a 25 el sistema real gira a una velocidad superior de la que dice el modelo.

Otro comentario está relacionado con la pendiente media. Aunque es cierto que para cada consigna de velocidad existe un claro valor medio de ésta, si se observa la Figura

2.5, el sistema avanza una cantidad de grados variable para un mismo intervalo de tiempo. Así, hay instantes en que la cantidad girada es muy cercana a la media, otros en los que dicha cantidad es inferior a la prevista y otros en los que es superior.

Una dificultad que aparece en el sistema real consiste en que si el sistema no ha detectado una variación de la posición y se le envía una nueva consigna de actuación hay una alta posibilidad de que aparezcan los fallos descritos en el Apartado 2.4. Esto en realidad sólo ocurre en el inicio al movimiento y con velocidades pequeñas, en el resto siempre ha cambiado el ángulo a los 200 ms. Por este motivo en todos los programas de control se incluye la condición de que a pesar de que hayan transcurrido 200 ms. no se envíe una nueva actuación si no se ha registrado el desplazamiento. Esta alteración puede afectar al control, pero el objetivo del proyecto es obtener controladores que siempre funcionen, aunque no se ajusten totalmente al modelo.

Por último y relacionado con el párrafo anterior en los movimientos con cambio de sentido sucede en muchas ocasiones que el sistema deja de detectar los cambios de posición. Tras muchas pruebas la única solución que se ha encontrado para que este fallo no se produzca es la de mandar una señal intermedia de parada. Con esta modificación se observa que el sistema unas veces se queda parado un instante, y el resto de las veces cambia de sentido sin llegar a pararse, por lo que en el primer caso va a influir en los controles con sobreoscilación.

Para concluir este Apartado se ha calculado, por simple comprobación, el valor del paso de los motores paso a paso que, como ya de mencionó en el Anexo A, es en teoría de 0.08790, por ser de 12 bits. Para ello se ha sometido al sistema a señales de actuación lo menores posible. Si se emplea un consigna de velocidad de 10 (recordar la velocidad mínima era para 25) se observa que cada eje realiza un pequeño giro con intervalos relativamente grandes de tiempo, en torno a los 1.6 segundos de media. Realizando las diferencias oportunas ese giro tiene siempre un valor de 0.0879 grados. Este resultado corrobora el valor del paso de ambos motores. La Figura 2.11 recoge uno de estos experimentos.

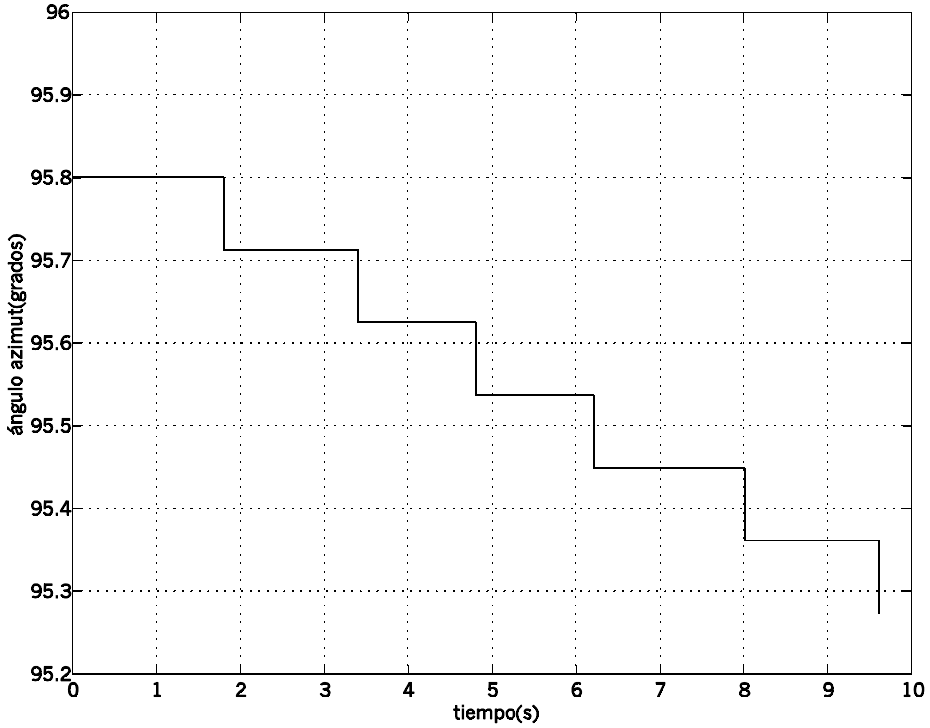

Figura 2.11

2.7 Conclusión

A lo largo de este Capítulo se han desarrollado todos los pasos necesarios para determinar el modelo matemático que represente al sistema objeto de este proyecto con el objetivo de poder trabajar con este en los siguientes Apartados del proyecto. Se han realizado además experimentos adicionales enfocados a prever distintas reacciones del sistema posicionador.

La conclusión final es que en general el ángulo de giro de cada eje varia de forma proporcional a la consigna de velocidad que se le envía, existiendo además un cierto retraso en la ejecución por parte del sistema de la orden enviada desde el ordenador cliente. Todo esto está afectado negativamente por las consideraciones prácticas comentadas en el Apartado 2.6.