

Capítulo 4

Modelos de predicción de vida

En el presente capítulo se describen algunos modelos de crecimiento de grietas por fatiga. No son exclusivos de la fatiga por fretting, pero su desarrollo y aplicación a estas situaciones, provocado como consecuencia del estudio del comportamiento a fatiga de los metales, ha generado resultados que se ajustan más o menos bien a los obtenidos en ensayos de laboratorio. Sin embargo, como comprobará el lector a lo largo del desarrollo, no todos los modelos son aplicables a todas las situaciones; es más, en algunas de ellas, el uso de un modelo equívoco puede provocar resultados que no se verifican en la realidad y que incluso divergen de éstas. Por tanto el uso de un modelo acorde a las circunstancias de cada ensayo entraña bastante dificultad y define en gran medida los resultados que se obtienen de su aplicación.

Antes de la definición de los modelos de predicción se definen algunos términos que quedaban pendientes de capítulos anteriores; tal es el caso del tamaño de grieta, del que se ha hecho uso a lo largo de este trabajo y que se entiende de forma inmediata, pero debe especificarse la forma de medirlo o identificarlo para poder aplicar con claridad el modelo.

En lo referente a los modelos de predicción se describen tres vertientes: métodos basados en la iniciación de grietas, en la propagación desde un defecto y de forma combinada. Cada uno de ellos tiene un campo de aplicación y no son válidos para todas las situaciones que estudien crecimiento de grietas. En el caso de la fatiga por fretting se comprobará que los primeros dan una predicción que no puede compararse con las experimentales, los segundos requieren la definición de parámetros que en muchos casos no se conocen o que pueden variar bastante, y por último, los modelos combinados se presentan como una gran alternativa a los anteriores, por no depender de parámetros salvo de los definidos hasta ahora (con algunos más referentes al material) y por hacer de “mezcla” y fusión de los anteriores modelos.

Éste es pues el planteamiento del Capítulo 4 que aquí comienza y que constituye el núcleo central de la Memoria y una parte importante del presente Proyecto, pues la implementación de estos métodos para la obtención de resultados es objetivo del mismo.

4.1 Tamaño de grieta

En el Capítulo 2 (apartado 2.3) se propuso al lector mantener la definición de tamaño de grieta “en el aire” hasta llegar al momento adecuado de definirla. Bien, ese momento ha llegado, en este apartado se define tal término; lo que se hace a continuación es especificar la medida de dicho tamaño.

En un contacto esférico, bajo condiciones de fretting, se generan grietas en la zona de contacto entre los cuerpos; dichas grietas serán tridimensionales en vista de que así son los cuerpos y las cargas que actúan. Sin embargo, el hecho de que las cargas variables presenten una dirección predominante permite asumir una dirección predominante de crecimiento, y la definición de “tamaño” de forma monodimensional. Por tanto, se puede definir el tamaño de grieta como una longitud de grieta (magnitud monodimensional).

En la figura 4.1 se muestra la disposición de una grieta genérica y la simplificación al estudio de la magnitud lineal que define el tamaño de la misma: la longitud de grieta, definida como el semieje menor en la figura. Puede comprobarse al mismo tiempo la forma que toma la grieta o que se supone que toma; la forma elíptica es característica de esta clase de estudios.

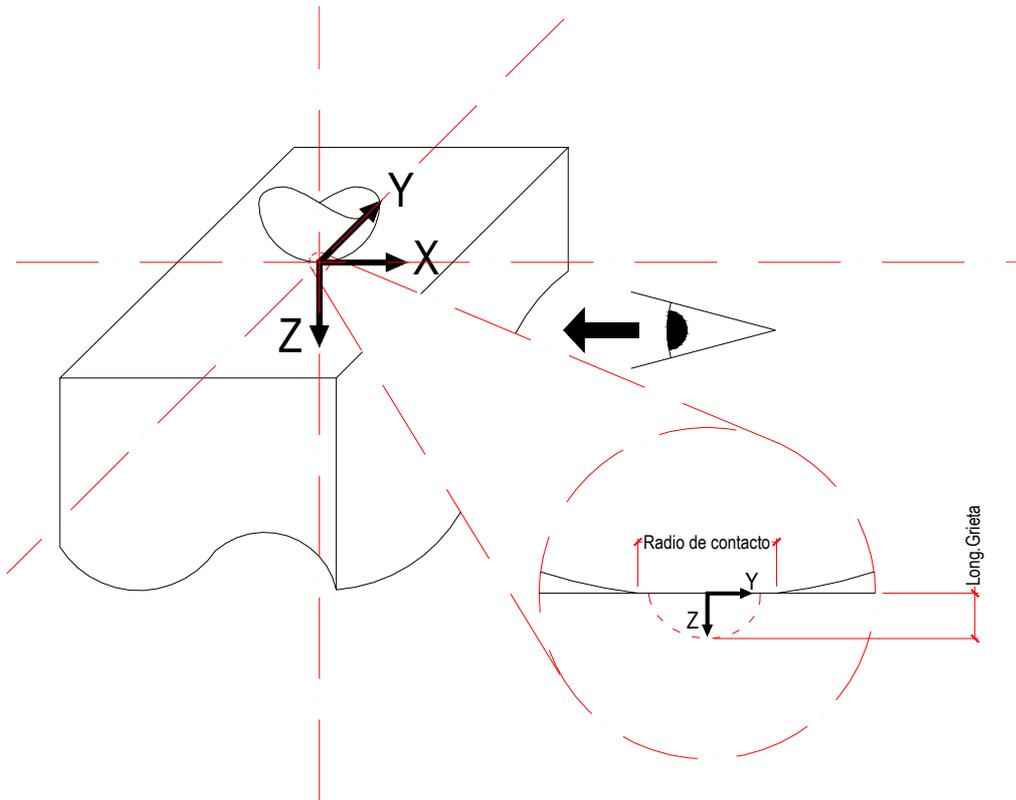


Figura 4.1: Definición del tamaño de grieta: longitud de grieta.

Así definido el tamaño de grieta, a partir de ahora puede hablarse indistintamente de tamaño o de longitud de grieta, haciendo referencia al mismo concepto.

4.2 Los mecanismos de fatiga

En el crecimiento de grietas por fatiga se diferencia entre dos situaciones bien diferentes: la iniciación y la propagación de grietas. La primera está relacionada con el movimiento de dislocaciones influenciado por las tensiones aplicadas²¹; se habla también de nucleación de grietas para referirse a esta fase del crecimiento. En la segunda situación, el crecimiento está marcado por las tensiones en el borde de grieta.

4.2.1 La iniciación de grietas

La primera fase del crecimiento de grietas queda definida por tanto como la fase de iniciación de grietas por fatiga. Existen diferentes modelos para explicar el fenómeno del movimiento de dislocaciones; en la referencia [8] se hace a partir de movimientos paralelos y transversales en los planos de deslizamiento del material.

La iniciación de grietas en fatiga por fretting tiene algunas peculiaridades que la hacen diferente del resto. A pesar de que el concepto de iniciación es difícil de precisar, se pueden observar algunos aspectos que la caracterizan:

- las grietas se hacen visibles de forma muy temprana;
- consecuentemente, el crecimiento de grietas es bastante lento debido a la disminución de las tensiones;
- la máxima tensión tangencial debida a la fricción aparece por lo general en el borde de la zona de contacto y es allí, o en una zona muy cercana, donde se espera la iniciación de grietas²².

Por otro lado, se algunos autores afirma que la iniciación es un proceso continuo que tiene lugar durante un período de tiempo y que involucra al daño acumulado de forma gradual en el material²³. Acontece de forma microscópica e involucra a unos pocos granos del material. Del mismo modo, la frontera entre iniciación y propagación es bastante difusa, lo que hace que se defina experimentalmente:

- la iniciación alcanza hasta que la grieta toma un valor mínimo detectable por procedimientos no destructivos;

²¹ Trata de estudiar el comportamiento de materiales, ya que las tensiones necesarias para que se provoque el movimiento de dislocaciones disminuyen con el ciclo de carga y por tanto, el movimiento se convierte en una oscilación de dislocaciones. A este respecto puede encontrarse información más detallada en las referencias proporcionadas en [8].

²² Cuando la amplitud del fretting es tan pequeño que no tiene lugar el deslizamiento global o macroscópico, las grietas se inician entre la zona de deslizamiento y la de adherencia. Véase referencia [8] para más detalle.

²³ Véase Hills y Nowell en su obra [9].

- la propagación sería el resto, hasta el fallo.

Para el caso del fretting en particular, la vida de un componente a iniciación es una parte importante de la vida total (alrededor de un 20% en algunos casos). La iniciación siempre se produce a partir de un defecto preexistente en el material (inclusiones, huecos, etc..., aunque dicho defecto puede ser generado por las propias condiciones de fretting) para proseguir con la fase de propagación.

Las tensiones generadas durante un proceso de fatiga, por lo general, sufren una variación lenta, lo que hace que los puntos que sufren mayor daño sean difícilmente identificables. Sin embargo, en fatiga por fretting, al actuar el contacto a modo de concentrador de tensión, pueden identificarse perfectamente los puntos que más sufren durante en ciclo de carga.

Del mismo modo, el lugar en el que se prevea la iniciación de grietas puede identificarse con poco esfuerzo: en la superficie de contacto; sin embargo, en otros casos de fatiga no tiene porqué ser así.

4.2.2 La propagación de grietas

Por propagación se entiende el crecimiento desde la fase de iniciación hasta la rotura o el fallo final. Siempre tiene lugar desde un defecto del material, aunque dicho defecto puede ser debido al propio material (inclusiones, huecos en la microestructura o deformaciones originadas en el proceso de fabricación, por ejemplo) o estar ocasionado por la fase de iniciación. Entre estas dos posibles situaciones, el fretting pertenece al segundo grupo, ya que el defecto es consecuencia de una fase anterior de nucleación de grietas.

Como consecuencia, la vida total de un componente sometido a fatiga por fretting se puede dividir en dos: una vida a iniciación y otra a propagación. Se puede observar que en otro tipo de fatiga, la vida a iniciación es considerablemente menor que la debida a la propagación –como se comentaba anteriormente–, por tanto prácticamente la vida total es la debida a propagación.

Se estima que esta fase tiene lugar cuando la longitud de grieta alcanza un tamaño de unos cuantos granos del material. A partir de entonces, el crecimiento está regido por las leyes de la MF –Mecánica de la Fractura; particularmente, de la LEFM –Mecánica de la Fractura Lineal y Elástica. Entre otras características diferenciales, la LEFM asume que el crecimiento se define completamente por las condiciones del borde de grieta. Consecuentemente, el comportamiento del borde de grieta está representado por el FIT – Factor de Intensidad de Tensiones– y por el modo de crecimiento. La figura 4.2 muestra los distintos modos de crecimiento de grieta estudiados:

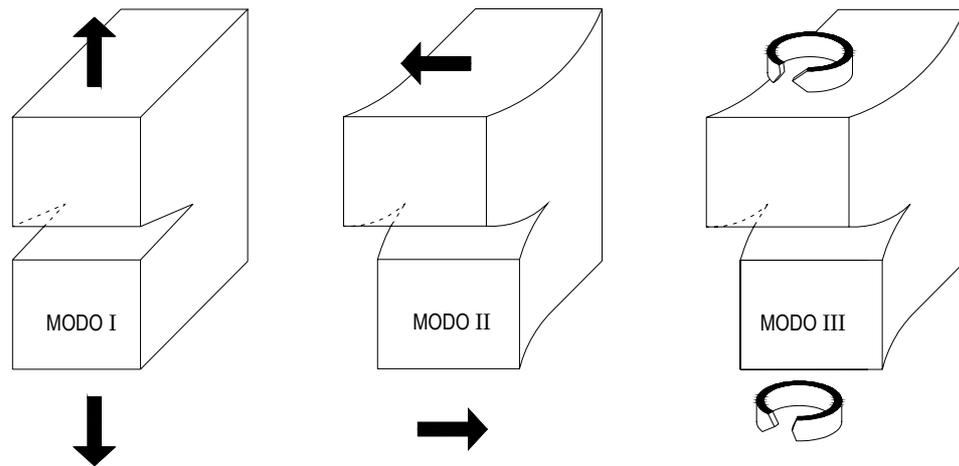


Figura 4.2: Modos de crecimiento de grieta

Inicialmente el crecimiento tiene lugar según el Modo II, en la fase de iniciación en muchos casos y debido a las tensiones tangenciales²⁴. La grieta no se inicia de forma perpendicular a la superficie de contacto, sino con un cierto ángulo hacia el interior de la misma, por ejemplo en la dirección de las tensiones tangenciales máximas²⁵. Sobrepasado cierto valor, el crecimiento se produce en Modo I fundamentalmente, y a partir de entonces la grieta comienza a crecer de forma perpendicular a la superficie de contacto –véase figura 4.3. En esta fase el crecimiento está marcado por las tensiones en el borde de grieta y por ello la grieta se propaga en dirección perpendicular. La transición entre las fases de crecimiento se suele dar en los límites de grano que constituyen las barreras microestructurales con que debe enfrentarse la grieta en su crecimiento.

²⁴ En fatiga por fretting, el ciclo de tensiones tangencial favorece el desarrollo y crecimiento según el Modo II.

²⁵ Recuerde el lector que el deslizamiento ocurría en la zona de las tensiones tangenciales máximas. Véase 4.1 para recordar el desarrollo.

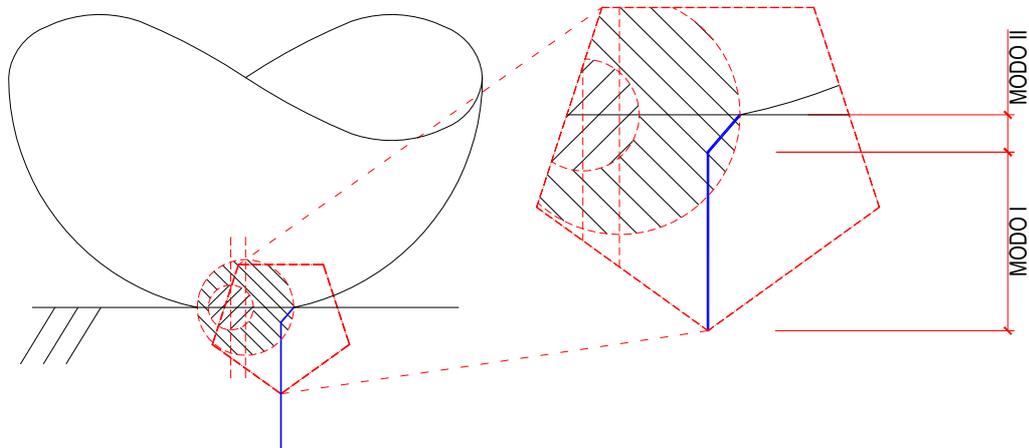


Figura 4.3: Grieta sobre contacto esférico.

4.2.3 Iniciación vs. Propagación

A tenor de lo anterior, cabe preguntarse qué término es más influyente en la fatiga por fretting: la iniciación o la propagación. La respuesta no es directa, ni mucho menos fácil de resolver; de hecho, depende de cada situación el que un término predomine sobre el otro. En [9] se puede observar un gráfico muy interesante al respecto, se reproduce en la figura 4.4. En él, puede observarse algunas situaciones que adolecen de fatiga por fretting (las turbinas axiales, por ejemplo) y otras en las que actúa la fatiga generalizada²⁶; junto a éstas aparecen los ejes que miden de forma cualitativa la influencia de cada término, así como la magnitud del efecto del fretting en cada situación.

Los factores más influyentes sobre la fase de iniciación se agrupan en tres campos: el material, los factores ambientales y mecánicos. El primer caso engloba el tamaño de grano, la morfología y las propiedades mecánicas intrínsecas del material. La temperatura y la presencia de agentes corrosivos son algunos de los factores ambientales que influyen de forma decisiva. Por último, las tensiones residuales consecuencia de algún proceso de fabricación, tensiones de tracción en la superficie (factor muy influyente), la amplitud de los

²⁶ Al término “fatiga generalizada” no se le pretende atribuir rigor técnico, ya que hace referencia a una situación en que la fatiga hace efecto sobre un material o un componente pero que no tiene la calificación de fatiga por fretting. No se pretende hacer ver al lector que la fatiga por fretting es la más perjudicial, ya que depende de multitud de factores para poder afirmar tan directamente algo así; lo pretendido es comparar un caso general de fatiga con el que se estudia en este trabajo, para poder observar las diferencias entre ambas situaciones.

microdesplazamientos originados en la unión, así como el coeficiente de rozamiento son otros factores que pueden ser influyentes en igual medida.

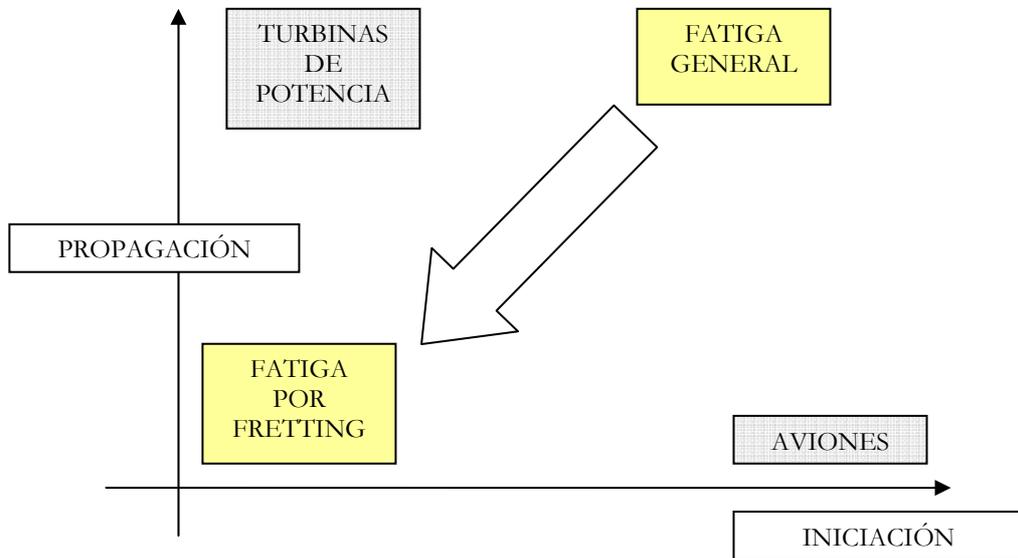


Figura 4.4: Importancia de la iniciación y la propagación en fatiga por fretting.

4.3 Modelos basados en la iniciación

4.3.1 Ventajas e inconvenientes

Los métodos basados en criterios de iniciación presentan como principal característica su facilidad de aplicación sobre el problema, ya que no requieren más que el conocimiento de las propiedades del material (algunos datos obtenidos de ensayos) y de las tensiones en la zona de cálculo. Sin embargo, presentan un inconveniente importante, y es que ignoran lo que ocurre más allá de la profundidad a partir de la cual calculan las tensiones.

Por otro lado, estos métodos cobran más importancia cuanto mayor es la fase de iniciación frente a la de propagación; y, por lo general, proporcionan resultados conservativos, con predicciones de vida que difieren bastante de lo obtenido experimentalmente.

Pueden separarse en dos partes: una que se corresponde con la forma de calcular las tensiones, y otra referente al modo de obtener el número de ciclos de iniciación. Las tensiones pueden calcularse en la superficie de contacto, a una profundidad determinada o bien haciendo una media en una zona (en una línea, sobre la superficie o en un volumen pequeño). El número de ciclos de iniciación se obtiene a través de la relación $S-N$ o $\epsilon-N$ del material –ecuaciones (4.1) y (4.2) definidas en régimen elástico–, introduciendo una tensión equivalente que proporciona alguno de los criterios de fatiga multiaxial que se describirán a continuación²⁷.

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f' \cdot (2 \cdot N_f)^b \quad (4.1)$$

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^b \quad (4.2)$$

Se presentan a continuación una serie de criterios de fatiga multiaxial que han sido elegidos por su facilidad y utilidad práctica. El que uno sea mejor que otro depende del problema sobre el que se apliquen, y no puede decirse a priori de forma general. En el Capítulo 5 se aplican sobre una material en concreto, con geometría y demás parámetros completamente definidos, de forma que pueda observarse el resultado de cada criterio y pueda el lector sacar sus propias conclusiones.

4.3.2 Criterio de McDiarmid

Se aplica sobre materiales que fallen según el Modo II definido en la figura 4.2. Este criterio pertenece a un grupo de los que se conocen como los de “plano crítico”, ya que lo que hace es buscar un plano en el que una determinada magnitud se hace máxima. En particular, el criterio de McDiarmid busca los planos de máxima amplitud de la tensión tangencial durante el ciclo de carga. Por ello, se define la tensión equivalente de McDiarmid o simplemente el parámetro de McDiarmid mediante la ecuación (4.3).

$$\sigma_{eq} = \frac{\Delta\tau_{MAX}}{2} + \frac{t}{2 \cdot \sigma_U} \cdot \sigma_{MAX}^n \quad (4.3)$$

En ella puede encontrarse el rango de variación de la tensión tangencial máxima ($\Delta\tau_{MAX}$) y la tensión normal (σ_{MAX}^n) asociada al plano dónde aquél es máximo (en dirección perpendicular a dicho plano).

²⁷ En otros trabajos que hacen referencia a este mismo asunto se hace uso de métodos para el cálculo del número de ciclos (como por ejemplo el uso de la regla de Neuber en métodos que se asemejan al cálculo con entallas), si el lector está interesado, se le remite a las referencias [6] y [7], donde podrá encontrar mas información al respecto.

Para aplicar la relación S–N a este criterio, debe hacerse sobre el caso donde se obtiene dicha relación; esto es, sobre ensayos de fatiga con probetas lisas –sin entallas– y con un ciclo de carga simétrico. En estas condiciones, puede obtenerse una relación como la que se muestra en (4.4) y (4.5); la aplicación de la relación S–N al caso descrito provoca los resultados de (4.6). En la figura 4.5 se muestra el ciclo de carga simétrico, el círculo de Mohr y el valor de los parámetros fundamentales para llegar a las expresiones anteriores.

$$\sigma_{eq} = \left(\frac{\sigma}{2}\right) + \frac{t}{2 \cdot \sigma_U} \cdot \left(\frac{\sigma}{2}\right) = \frac{\Delta\sigma}{2} \cdot f \quad (4.4)$$

$$f = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{t}{2 \cdot \sigma_U}\right) \quad (4.5)$$

$$\sigma_{eq} = f \cdot \sigma_f \cdot (2 \cdot N_f)^b \quad (4.6)$$

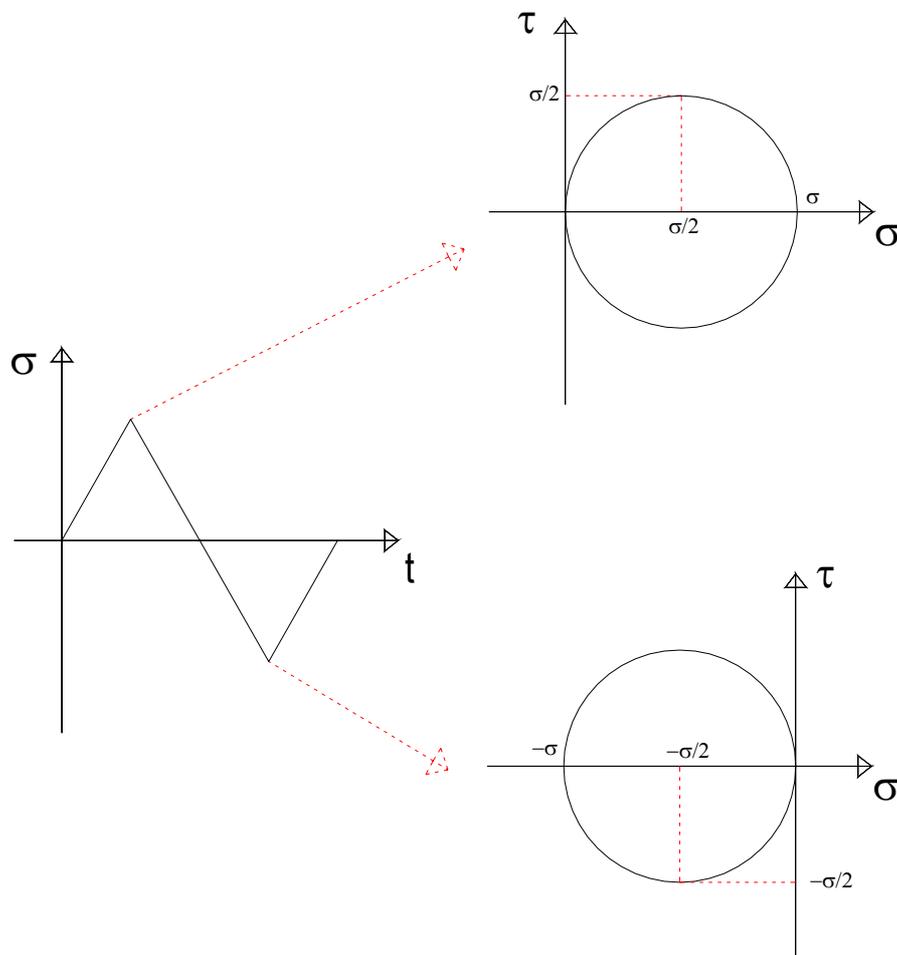


Figura 4.5: Ensayo de fatiga para el criterio de McDiarmid.

Hay otro criterio usualmente utilizado que en lugar de buscar el máximo del rango de variación de la tensión tangencial, lo hace de la deformación tangencial. Se trata del criterio de Fatemi–Socie, y para el estudio en régimen elástico –debido a la linealidad entre

las tensiones y deformaciones– los resultados coinciden con los del criterio de McDiarmid²⁸.

4.3.3 Criterio de Smith-Watson-Topper

A diferencia del anterior, se aplica a grietas cuyo crecimiento, desde prácticamente el principio, sea según el Modo I y por tanto consecuencia de una tensión normal. Pero del mismo modo, se busca una orientación o plano en el que se hace máximo un determinado parámetro.

Se define el parámetro Smith-Watson-Topper (SWT) según la expresión (4.7), a partir del máximo rango de deformación principal ($\Delta\varepsilon_1$) y la tensión normal máxima (σ_1^{MAX}) asociada al plano donde aquél se hace máximo.

$$SWT = \sigma_1^{MAX} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_1}{2} \quad (4.7)$$

Se aplica la relación S–N indicada en (4.8) para obtener el número de ciclos de iniciación.

$$SWT = \frac{(\sigma_f')^2}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^{2 \cdot b} \quad (4.8)$$

Al aplicar al fretting este criterio, sucede que el ciclo de carga es no proporcional y por tanto la dirección de las tensiones y deformaciones principales varían a lo largo del ciclo. Como consecuencia, la aplicación de la forma anterior es más complicada debido al giro de las direcciones principales. No obstante, puede modificarse la expresión anterior (4.7) para facilitar la aplicación al caso del fretting; se muestra en (4.9) la nueva fórmula.

$$SWT = \left(\sigma^{MAX} \cdot \frac{\Delta\varepsilon}{2} \right)_{MAX} \quad (4.9)$$

Como puede comprobarse el parámetro se convierte en el máximo de un producto, cuyos factores son el rango de variación máximo²⁹ de la tensión tangencial ($\Delta\varepsilon$) y la máxima tensión normal (σ^{MAX}) asociada al plano anterior.

²⁸ Si el lector está interesado en hacer alguna consulta sobre el criterio de Fatemi–Socie, se le remite a las obras [6] y [7] donde puede encontrar información al respecto.

²⁹ En la expresión [4.9] aparece en realidad la amplitud de las tensiones tangenciales, pero por facilitar el desarrollo se habla de rango de variación. La relación entre uno y otro término se define como: Rango de variación = 2 × Amplitud.

4.3.4 Criterio de Crossland

Este criterio se presenta de forma totalmente diferente a los anteriores. En él no se busca una orientación o un plano, sino que lo que se usa es un invariante del tensor de tensiones. De esta forma, ya no hay que proyectar tensiones ni deformaciones para obtener el máximo de un parámetro, sino que directamente se calculan las tensiones en una orientación cualquiera y se calculan los invariantes del tensor.

Consecuentemente, se toma ventaja respecto de los anteriores criterios puesto que requiere mucho menos tiempo de computación, sin embargo, presenta el inconveniente de que se pierde sentido físico acerca de los términos del criterio.

En la expresión (4.10) se muestra la definición del criterio en términos del invariante del tensor. Sustituyendo se puede definir nuevamente el criterio a partir de los componentes del tensor para los estados extremos del ciclo de carga, se muestra en la ecuación (4.11).

$$Cross = \sqrt{J_{2,a}} + \frac{I_1^{MAX}}{3} \cdot \left(\frac{3t}{b} - \sqrt{3} \right) \quad (4.10)$$

$$Cross = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \left((\sigma_{x,a} - \sigma_{y,a})^2 + (\sigma_{y,a} - \sigma_{z,a})^2 + (\sigma_{z,a} - \sigma_{x,a})^2 \right) + (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} + \frac{Max\{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\}}{3} \cdot \left(\frac{3t}{b} - \sqrt{3} \right) \quad (4.11)$$

En las anteriores expresiones (4.10) y (4.11) se muestran términos con el subíndice “a” que hacen referencia a la amplitud de dicho término. Por ejemplo en el caso de la tensión normal σ_x tendremos la expresión (4.12) e igualmente para los restantes miembros.

$$\sigma_{x,a} = \frac{\Delta\sigma_x}{2} \quad (4.12)$$

Aplicando este criterio a un ensayo de fatiga uniaxial, se obtiene la relación S–N que se observa en la expresión (4.13).

$$Cross \cdot \frac{b}{t} = \sigma_f' \cdot (2 \cdot N_f)^b \quad (4.13)$$

Nota sobre la implementación de los criterios:

Los criterios definidos hasta ahora serán aplicados de una forma particular compatible con la expuesta en este trabajo; no obstante, se remite al lector al Anexo II donde se describe la forma en que se implemente sobre la aplicación informática asociada a este Proyecto.

4.4 Modelos basados en la propagación desde un defecto

4.4.1 Ventajas e inconvenientes

En estos métodos se supone que todo es propagación. Presentan como característica fundamental el que hay que elegir una longitud inicial de grieta a partir de la cual se comienza a propagar dicha grieta. Esto es un inconveniente puesto que la forma de elegir dicha longitud inicial no pertenece al propio modelo y hay que recurrir a otros métodos para determinarla, claro que también puede elegirse de forma arbitraria.

Por otro lado, si las longitudes iniciales de la grieta son lo suficientemente pequeñas para que el crecimiento esté afectado por el comportamiento de grieta corta, debe tenerse en cuenta en estos modelos el que éstas tengan un umbral de crecimiento menor y por tanto crecen más lentamente que las grietas largas (para un mismo FIT).

La MF rige este tipo de modelos, pero adicionalmente deben definirse una serie de parámetros comunes a todos ellos. Estos parámetros son entre otros:

- el lugar de iniciación de la grieta; (1)
- la longitud de iniciación de la grieta; (2)
- el camino que sigue la grieta; (3)
- cálculo del FIT (4)
- ley de crecimiento de grieta (5)

Una vez resueltos estos cinco parámetros, se aplican las técnicas de la MF para resolver el problema de la propagación de grietas. Sin embargo, no es una resolución sencilla, ya que, en primer lugar, el punto de iniciación de la grietas debe determinarse basándose –por ejemplo– en alguno de los criterios de iniciación descritos en el apartado anterior (1); del mismo modo la longitud de iniciación (2) depende de las propiedades del material y conlleva los inconvenientes descritos con anterioridad. El siguiente punto nos llevaría a la presunción de una orientación o camino que sigue la grieta (3), tal y como se describió en el apartado 4.2.2 de esta Memoria, la grieta comienza a crecer de forma oblicua (no perpendicular a la superficie de contacto) hasta alcanzar una profundidad de unas 20 μm , a partir de la cual la grieta gira hasta crecer de forma casi perpendicular. Llegados a este punto, merece la pena discutir acerca de ello.

La orientación inicial de la grieta no puede pasar desapercibida en muchas situaciones y por consiguiente, se le debe prestar especial cuidado en el modelo que se quiera implementar. Desde un punto de vista teórico, esta situación puede modelarse separando el crecimiento en dos fases: una primera correspondiente al crecimiento de forma oblicua y otra, posterior a aquélla cuando se supera una cierta profundidad, con el crecimiento desarrollado según una orientación casi perpendicular.

Con respecto a esto, existe documentación acerca de otros métodos de cálculo para estas situaciones, incluso teorías que permite predecir la profundidad de transición entre las fases anteriores; en el presente Proyecto, el lector encontrará un modelo sencillo en el que se permite definir una orientación inicial de la grieta, una profundidad de transición y una

segunda fase de crecimiento con una orientación diferente a la primera, sin embargo es el propio usuario del modelo el que debe marcar las pautas a seguir. Si se está interesado en revisar los otros métodos comentados al inicio de este párrafo, puede acudir a la referencia [6] donde se encontrará información referente a estos temas e incluso otras ideas para realizar modelos diferentes al desarrollado aquí.

4.4.2 Cálculo del FIT según la LEFM

En el apartado anterior se quedó pendiente la descripción del cálculo del FIT y de la ley de crecimiento; para el desarrollo del modelo, como puede entender el lector, se trata de un tema delicado y que merece una especial atención, por eso se le dedica un apartado en exclusiva.

En el presente apartado se describe el procedimiento de cálculo del FIT mediante técnicas de la LEFM, se suponen aceptadas las bases o hipótesis fundamentales de dicha rama de la MF. Si el lector desea revisar tales bases, se le remite al Anexo III o al capítulo de introducción a la presente Memoria (apartado 1.2).

El estudio tan detallado del cálculo del FIT queda justificado ante la hipótesis de la LEFM de que el comportamiento –en crecimiento de grietas– puede determinarse exclusivamente con las condiciones del borde de grieta. En dicha zona entra en juego este factor, que tiene en cuenta, entre otros a:

- las tensiones aplicadas de forma remota;
- la fuerza de fricción alterna –caso de la fatiga por fretting–;
- la carga normal que garantiza el contacto.

Existen diversos métodos para calcular el FIT por técnicas bien diferentes; éstos pueden agruparse en cuatro grandes grupos:

- por el Método de los Elementos Finitos (MEF)
- por el Método de los Elementos de Contorno (MEC)
- mediante funciones de Green, y
- mediante técnicas de densidad de dislocaciones.

Cada uno de ellos tiene un campo de aplicación en el que los resultados, y el coste que supone llegar a ellos, son bastante satisfactorios. Sin embargo, en el caso del fretting no todos son buenos, y los basados en técnicas de MEF y MEC son poco apropiados, a pesar de que el avance cada vez mayor en estas técnicas, consiga obtener soluciones que permitan validar los resultados derivados de los otros métodos –a cambio de un alto coste de tratamiento. En contraste, los métodos que utilizan una función de Green para ponderar las tensiones a lo largo de la grieta reciben un especial interés debido a la facilidad con que pueden implementarse en los modelos de cálculo. En particular, en el modelo desarrollado en este Proyecto, haremos uso de una función de peso de Bueckner, de la que puede encontrarse referencias en [6].

En general, el método de la función de Green puede expresarse según la ecuación (4.14), en la que $w(s)$ representa la función que pondera las tensiones normales a la grieta ($\sigma^n(s)$), y la coordenada de integración (s) se “mueve” desde el borde de grieta hasta la longitud total de grieta, que se alcanza en la superficie de contacto; véase la figura 4.6 para mayor claridad.

$$K = \int_0^a w(s) \cdot \sigma(s) ds \quad (4.14)$$

La función propuesta por Bueckner tiene una forma particular que se muestra en (4.16), con los coeficientes definidos en (4.17) y (4.18). Anteriormente, se redefine la ecuación (4.14) en (4.15), específica para el caso de una grieta con crecimiento perpendicular en Modo I e incorporando el efecto de probeta finita a través del “espesor de probeta” w mostrado en la figura 4.6.

$$K = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a w(s) \cdot \sigma_x(s) ds \quad (4.15)$$

$$w(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \left(1 + m_1 \cdot \frac{s}{a} + m_2 \cdot \left(\frac{s}{a} \right)^2 \right) \quad (4.16)$$

$$m_1 = 0.6147 + 17.1844 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^2 + 8.7822 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^6 \quad (4.17)$$

$$m_2 = 0.2502 + 3.2889 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^2 + 70.0444 \cdot \left(\frac{a}{w} \right)^6 \quad (4.18)$$

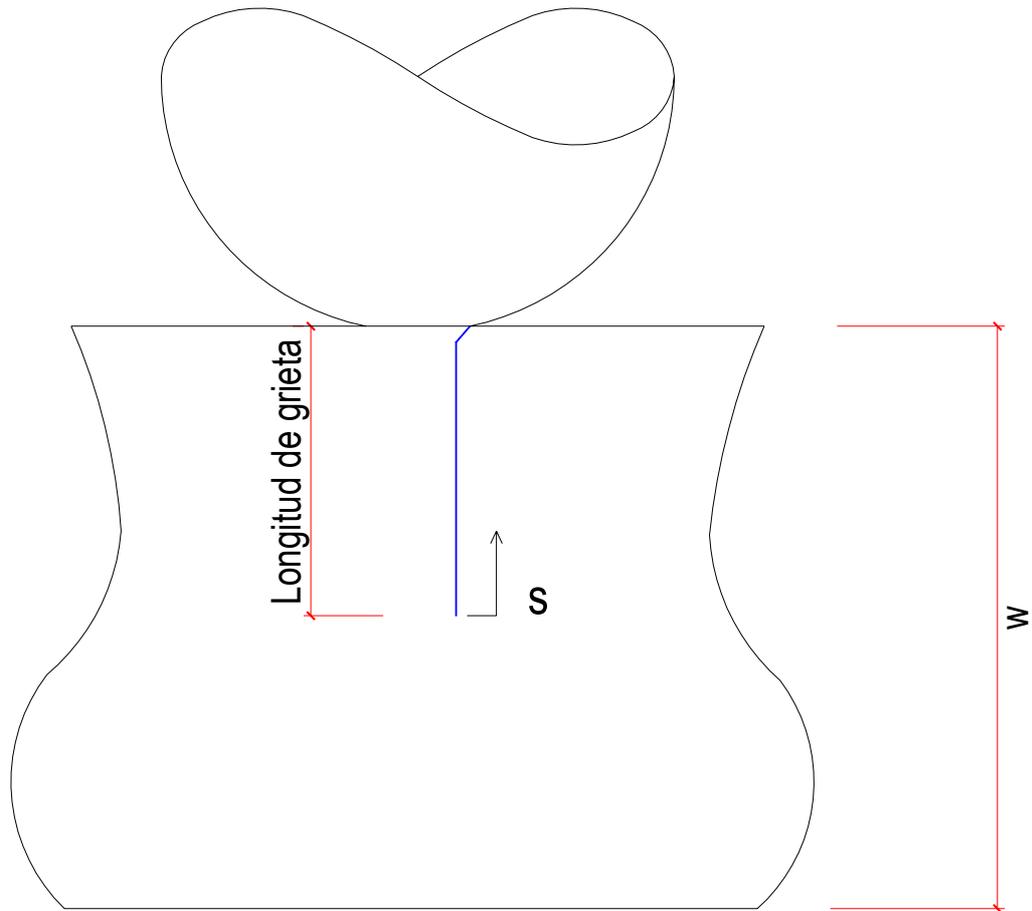


Figura 4.6: Método de la función de Green para el cálculo del FIT.

Falta decir que a pesar de que en este cálculo se suponga la grieta perpendicular incluso al inicio de su crecimiento en el que el Modo II es predominante frente al Modo I, esta suposición no influye demasiado sobretodo en la segunda parte del crecimiento en la que la grieta es casi perpendicular. De hecho, este mismo modelo puede aplicarse cuando la grieta no crece de forma perpendicular; en tal caso conviene tomar la tensión normal a la grieta en lugar del componente σ_x de la ecuación (4.15). En este sentido conviene tener presente que la profundidad máxima de cálculo no puede superar el valor (4.19), dado que éste es el valor límite para el uso de la función de Bueckner con resultados aceptables. Además, para el cálculo con una orientación de grieta distinta de la perpendicular, los coeficientes m_1 y m_2 de la función de peso, debe evaluarse con la relación “ z/w ” en lugar de “ a/w ”; tome el lector nota de que al tratarse de una grieta perpendicular, ambas relaciones coinciden exactamente.

$$\frac{z}{w} \leq 0.5 \quad (4.19)$$

Otro factor a tener en cuenta es que la función de Bueckner fue desarrollada para grietas tridimensionales; en el modelo propuesto, según lo expuesto en el apartado 4.1, la

grieta es bidimensional, ocupando lo que se conoce con el nombre de “plano de grieta”. En esta situación el FIT calculado por el procedimiento anterior debe ser modificado a través de un coeficiente definido en (4.20), con lo que el FIT de trabajo, es que mostrado en (4.21).

$$\phi = \int_0^{\pi/2} \sqrt{\left(1 - \left(1 - \left(\frac{a_e}{c_e}\right)^2\right) \cdot \text{Sen}^2 \varphi\right)} d\varphi \quad (4.20)$$

$$K = K_{2D} = \frac{K_{3D}}{\phi} \quad (4.21)$$

La expresión (4.20) representa la integral elíptica de segunda clase completa, cuyo parámetro m viene dado a través de la relación de aspecto de la grieta. La figura 4.7 muestra una grieta semielíptica, la expresión (4.22i) muestra el parámetro de la integral, y la (4.22ii) la forma estándar de dicha integral elíptica. Merece la pena discutir acerca de la forma de la grieta, sin embargo, esto frenaría el desarrollo del presente modelo y engloba suficiente información como para incluirlo en este capítulo; como consecuencia, se remite al lector a Anexo IV donde encontrará un breve desarrollo en este aspecto.

$$m = k^2 = \left(1 - \left(\frac{a_e}{c_e}\right)^2\right) \quad (4.22i)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{(1 - k^2 \cdot \text{Sen}^2 \theta)} d\theta \quad (4.22ii)$$

La relación de aspecto constituye en cierto modo un parámetro desconocido a priori, pero puede recurrirse a datos experimentales para realizar un ajuste a dichos datos en función de la profundidad adimensional (adimensionalizada con el radio de la zona de contacto). La expresión polinomial utilizada es la siguiente:

$$\frac{a_e}{c_e} = \left\{ \begin{array}{l} -0.0276 \cdot \left(\frac{z}{a_c}\right)^2 + 0.2137 \cdot \left(\frac{z}{a_c}\right) + 0.5185; \text{ si } \left(\frac{z}{a_c}\right) < 3.8714 \\ 0.9322; \text{ si } \left(\frac{z}{a_c}\right) \geq 3.8714 \end{array} \right\}$$

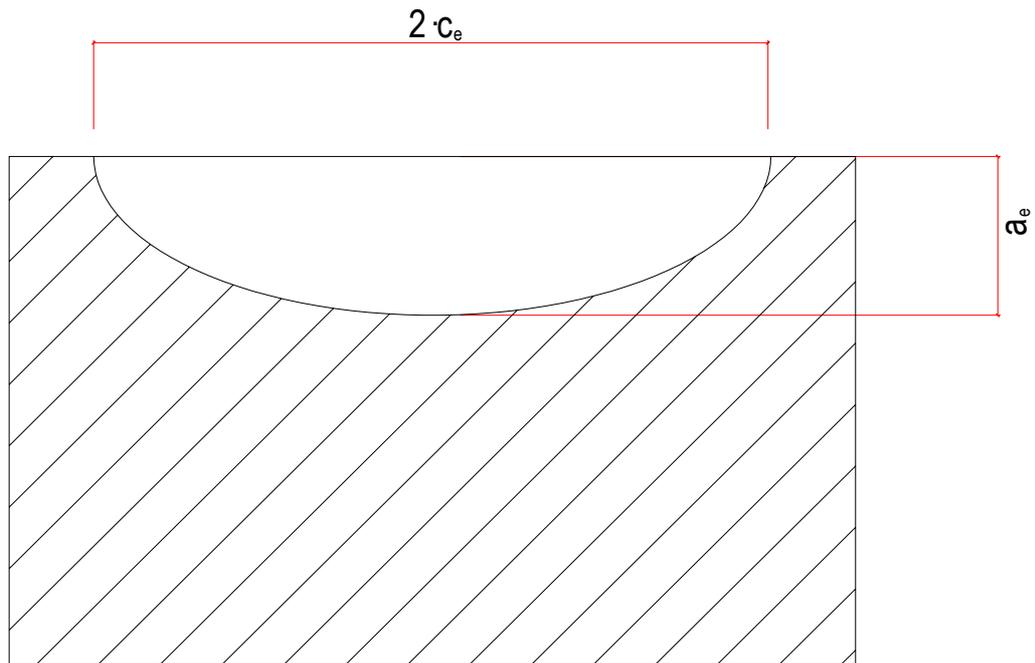


Figura 4.7: Forma de la grieta. Relación de aspecto.

4.4.3 Leyes de crecimiento de grietas

La ley de crecimiento expresa la relación entre la velocidad de crecimiento y otros parámetros como el FIT, la longitud de grieta, etc... Existen distintas posibilidades a la hora de abordar la ley decrecimiento: pueden usarse datos de ensayos ajustados de alguna forma, leyes experimentales o ajustadas a los datos de varios ensayos.

La primera opción tiene como inconveniente fundamental que depende de cada material y de cada conjunto de condiciones del ensayo, con lo cual deben disponerse de datos suficientes para abordar este tipo de solución.

Las leyes de crecimiento experimentales se encuentran en la literatura con bastante asiduidad. La curva básica de crecimiento viene definida a través de la llamada Ley de Paris, que presente la ventaja de la linealidad, y el inconveniente de que no tiene en cuenta más efectos que los incluidos en el FIT y el ajuste de los coeficientes y exponentes que la forman³⁰. De estas leyes existen una gran variedad de formas, las hay que no tienen en cuenta el efecto del umbral de crecimiento, y las hay que sí lo tienen; otras incluyen

³⁰ En el Anexo V se encuentra un pequeño desarrollo sobre la curva de crecimiento. Si el lector está interesado en dicho asunto, se ruega acuda a él.

modificaciones para tener presente el hecho de que cuando las grietas son pequeñas el umbral es menor y por tanto el crecimiento más lento; y otras que modifican el FIT para tener en cuenta en el comportamiento el mismo efecto. Además existen otras leyes que intentan modelar el efecto de grieta larga, pero por lo general se obtienen peores resultados con éstas últimas porque no tienen en cuenta el comportamiento de grieta pequeña.

Puede comprobarse que la velocidad de crecimiento, en el límite de grieta corta, es mucho mayor que en el caso de grieta larga, sobretodo a bajos valores del FIT; junto a ello hay que añadir que la velocidad de crecimiento para el caso de grieta larga es pequeña, pero que al sobrepasar las barreras microestructurales (como los límites de grano, por ejemplo), se acelera hasta alcanzar la velocidad estimada de grieta larga. Como consecuencia de estos dos aspectos, se concluye que la predicción de vida obtenida con modelos de grieta corta proporciona una cota inferior de la vida del componente.

En este Proyecto se hará uso de algunas leyes que se obtienen modificando la Ley de Paris, que constituye de esta forma el punto inicial para el siguiente desarrollo.

Ley de Paris (PS)

Se toma como punto de partida para las leyes siguientes y representa el crecimiento de forma lineal (en escala semilogarítmica). La expresión de la velocidad de crecimiento se muestra en la ecuación (4.23), donde c y n son propiedades del material.

$$\frac{da}{dN} = c \cdot \Delta K^n \quad (4.23)$$

Presenta como inconveniente fundamental el que no tenga en cuenta el comportamiento de grieta pequeña. Para solventar esto, pueden acudir a dos métodos de modificación de la ley. El primero modifica la ley incluyendo el umbral de grieta corta (a partir del de grieta larga y un coeficiente modificador); en el segundo caso, puede incluirse el mismo efecto a partir de la modificación del FIT directamente.

De los primeros definiremos dos casos:

- Ley con Modificación del Umbral por El Haddad (UM1)
- Ley con Modificación del Umbral por Vallellano (UM2)

De los segundos, otros dos:

- Ley con Modificación del FIT por El Haddad (FM1)
- Ley con Modificación del FIT por Vallellano (FM2)

Estas leyes surgen como consecuencia del ajuste de datos a los diagramas de Kitagawa-Takahashi. El nombre de cada ley hace referencia al autor que propuso el método de modificación o el que definió el coeficiente que se usa. Puede encontrarse más información acerca de las leyes de crecimiento en la referencia [6] de este trabajo.

Ley de Modificación del Umbral por El Haddad (UM1)

Esta ley se presenta en la expresión (4.24), donde se modifica el umbral de grieta larga para que incluya el efecto de grieta corta a través de la constante de El Haddad definida en (4.25).

$$\frac{da}{dN} = c \cdot \left(\Delta K^n - \left(\Delta K_{th\infty} \cdot \sqrt{\frac{a}{a+a_0}} \right)^n \right) \quad (4.24)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_{th\infty}}{\Delta \sigma_F} \right)^2 \quad (4.25)$$

Ley de Modificación del Umbral por Vallellano (UM2)

Para ello se definen dos nuevos parámetros: f y l_0 . El coeficiente f gobierna la transición de grieta corta a larga, y suele tomarse igual a 2.5; mientras que l_0 representa la distancia típica hasta la siguiente barrera microestructural y suele tomarse como la mitad del tamaño grano. La expresión de la ley y estos nuevos parámetros se muestran en las ecuaciones (4.26), (4.27) y (4.28), en las que se hace uso de la constante definida en (4.25).

$$\frac{da}{dN} = c \cdot \left(\Delta K^n - \left(\Delta K_{th\infty} \cdot \left(\frac{a^f + a_0^f - l_0^f}{a^f} \right)^{\frac{1}{2 \cdot f}} \right)^n \right) \quad (4.26)$$

$$f = 2.5 \quad (4.27)$$

$$l_0 = \frac{1}{2} \cdot D \quad (4.28)$$

Ley de Modificación del FIT por El Haddad (FM1)

Se presenta en la ecuación (4.29).

$$\frac{da}{dN} = c \cdot \left(\left(\Delta K \cdot \sqrt{\frac{a+a_0}{a}} \right)^n - (\Delta K_{th\infty})^n \right) \quad (4.29)$$

Ley de Modificación del FIT por Vallellano (FM2)

Se presenta en la ecuación (4.30).

$$\frac{da}{dN} = c \cdot \left(\left(\Delta K \cdot \left(\frac{a^f}{a^f + a_0^f - l_0^f} \right)^{\frac{1}{2 \cdot f}} \right)^n - (\Delta K_{th\infty})^n \right) \quad [4.30]$$

No está demás añadir que existen otro tipo de modificaciones a las expuestas anteriormente. Además de los métodos de ajuste de datos de ensayos, existen otros que modifican otros parámetros que no son ni el umbral ni el FIT. Se trata por ejemplo de métodos basados en la modificación de la longitud de grieta. De hecho, algunos autores proponen utilizar la Ley de Paris pero con una longitud de grieta modificada (longitud de grieta efectiva) para obtener un FIT que se ajuste más a la realidad. Sobre éstos, puede encontrarse información en [6].

4.4.4 Predicción de vida a fatiga

Definida la ley de crecimiento junto a todos los parámetros del método (longitud de iniciación y longitud final, entre otros), el paso siguiente se corresponde con el cálculo de la predicción de vida, en la forma en que se expresa en la ecuación (4.31a). En ella se parte de la ecuación de vida o ley de crecimiento, y se realizan algunas modificaciones matemáticas hasta alcanzar la expresión (4.31b) que resume el método de predicción.

$$\frac{da}{dN} = c \cdot \Delta K^n \rightarrow dN = \frac{1}{c} \cdot \frac{da}{\Delta K^n} \Rightarrow \int_0^{N_f} dN = \int_{a_{INI}}^{a_f} \frac{1}{c} \cdot \frac{da}{\Delta K^n} \quad (4.31a)$$

$$N_f = \int_{a_{INI}}^{a_f} \frac{1}{c} \cdot \frac{da}{\Delta K^n} \quad (4.31b)$$

De forma general, podemos considerar la ley de crecimiento como una función que depende del FIT y de la propia longitud de grieta, y por tanto el proceso anterior quedaría como el mostrado en (4.32a) y (4.32b).

$$\frac{da}{dN} = f(a, \Delta K) \rightarrow dN = \frac{da}{f(a, \Delta K)} \Rightarrow \int_0^{N_f} dN = \int_{a_{INI}}^{a_f} \frac{da}{f(a, \Delta K)} \quad (4.32a)$$

$$N_f = \int_{a_{INI}}^{a_f} \frac{da}{f(a, \Delta K)} \quad (4.32b)$$

De cualquier forma, se obtiene una predicción de la vida total del componente dado en términos del número de ciclos N_f .

4.5 Modelos combinados de iniciación y propagación

Como consecuencia de los inconvenientes descritos en cada uno de los métodos anteriores, parece razonable encontrar un modelo que represente una situación intermedia entre ambos; es decir, que utilice los criterios de iniciación para calcular la primera fase del crecimiento (la fase de iniciación) y los criterios de la LEFM para la siguiente fase (fase de propagación). Pero esto mismo que parece una ventaja, se vuelve un inconveniente ya que obliga a diferencia entre las fases del crecimiento y por tanto a definir una frontera entre ellas.

La vida total de un componente estará formada por la suma de una vida a iniciación y otra a propagación. Esta última se calcula haciendo uso de alguna de las leyes definidas en

el apartado anterior y a partir de una de longitud de iniciación que habrá que especificar. La vida a iniciación puede obtenerse por cualquiera de los criterios definidos en el apartado 4.3. La longitud de iniciación de la fase de propagación puede definirse de forma fija o variable para cada caso y que se obtiene como resultado del modelo. En el presente Proyecto se implementa un método para longitud de iniciación variable que se deriva del propuesto en [6].

Sobre un componente se asumen que existen dos mecanismos de fatiga distintos: la iniciación y la propagación. El tratamiento de cada uno es independiente, sin embargo la consecuencia es la misma: el fallo del componente. En un punto cualquiera, un mecanismo domina frente al otro, de forma que pueden definirse dos velocidades de crecimiento; una debida a mecanismos de iniciación de grietas y otra debido a mecanismos de propagación. Del mismo modo, se obtienen dos curvas de crecimiento.

La primera velocidad (la debida a mecanismos de iniciación) se calcula a partir de un camino de grieta predefinido, aplicando alguno de los criterios de iniciación definido en 4.3 para obtener un número de ciclos de iniciación en algunos puntos a lo largo de camino. Posteriormente, se realiza una derivación numérica para obtener la velocidad de crecimiento a iniciación.

La otra velocidad (la debida a mecanismos de propagación) se obtiene a partir de aplicar las consideraciones de la LEFM –por ejemplo, con las leyes definidas en el apartado 4.4–, haciendo uso de la ley de crecimiento y del FIT en función de la longitud de grieta.

En la figura 4.8 se muestran curvas genéricas que permite observar la evolución de las mismas de forma cualitativa. Por ejemplo, la velocidad de crecimiento debida a iniciación disminuye con la profundidad, al contrario que la debida a la propagación, y para valores cercanos a la superficie se comprueba que la primera es mayor que la segunda. Por tanto, una grieta que fuera lo suficientemente pequeña crecería más rápidamente por iniciación que por propagación; es decir, que si tiene una longitud a , tardaría menos en iniciarse una grieta en $a+\Delta a$ que en propagarse desde a hasta $a+\Delta a$. Por otro lado, también se observa en la figura que a una profundidad determinada las dos curvas se cruzan; en dicho punto se produce un cambio de comportamiento, puesto que, si justo en el punto de corte las velocidades se igualan, un instante posterior la velocidad debida a propagación es mayor que la debida a iniciación, por lo que se “han cambiado la tornas”.

El punto de corte determina la longitud de iniciación, del mismo modo que la vida a iniciación N_i (número de ciclos para esta longitud). La vida a propagación sería el número de ciclos N_p que serían necesarios para propagar la grieta desde esa longitud hasta la rotura final.

A pesar de lo expuesto, para la implementación del modelo se utilizará otro método de cálculo equivalente al propuesto. Consiste en calcular el número de ciclos de iniciación a todo lo largo del camino de grieta (N_i) pero sin calcular la derivada anterior; por otro lado, se calcula el número de ciclos necesarios para propagar la grieta desde cada punto hasta el final (N_p) por los procedimientos descritos de la LEFM. En esta situación, la vida total de cada punto será la suma de las dos, $N_t = N_i + N_p$. El valor mínimo de esta suma se corresponde con el punto más desfavorable y que por tanto proporciona la vida total del componente. Este mismo punto define la longitud de iniciación.

Para cerrar el desarrollo falta comprobar que dicho punto coincide con el obtenido por el procedimiento anterior. Véase que así es. La vida total viene dada por la expresión (4.33), y determina una curva según se muestra en la figura 4.8, así que puede calcularse el mínimo de dicha curva. El proceso consiste en derivar la expresión (4.33) e igualar a cero, como muestra (4.34).

$$N_T = N_i + N_p \quad (4.33)$$

$$\frac{dN_T}{da} = \frac{dN_i}{da} + \frac{dN_p}{da} = 0 \quad (4.34)$$

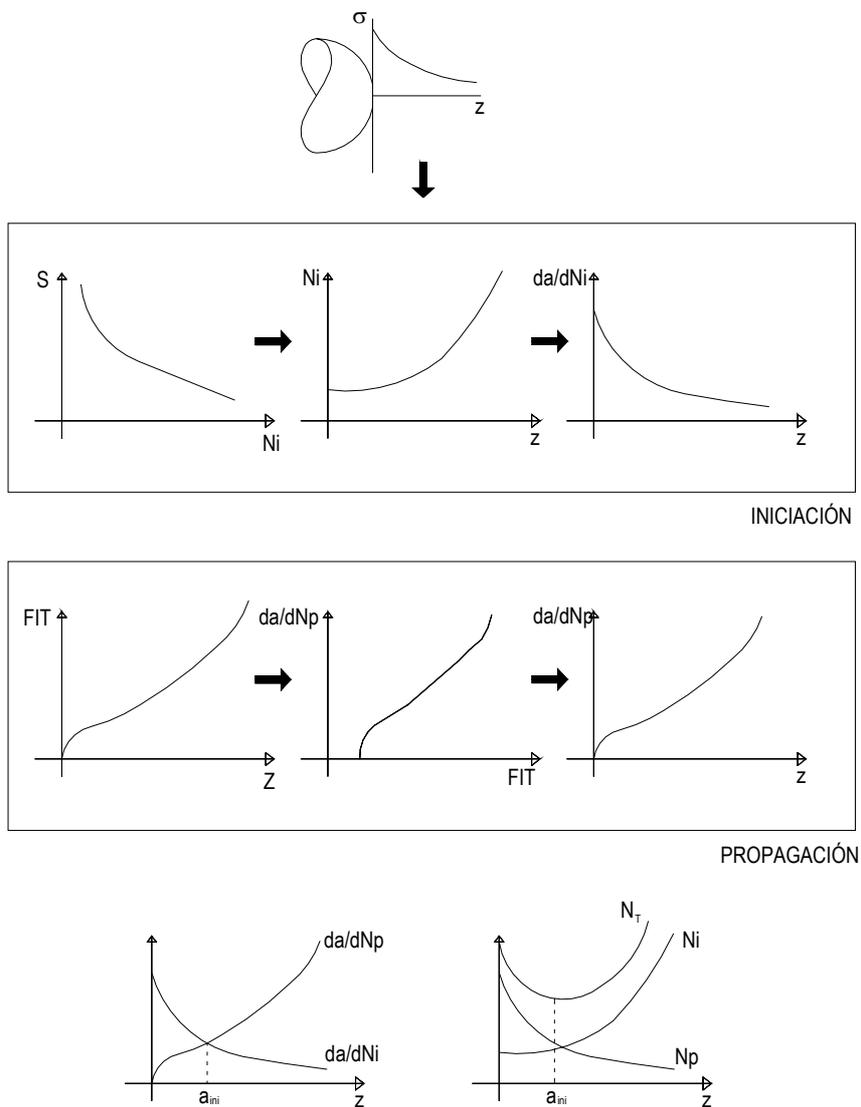


Figura 4.8: Curvas de crecimiento a iniciación y propagación.

A partir de aquí, se tiene que el primer sumando de la expresión (4.34) puede ponerse como la inversa de la velocidad de crecimiento por iniciación que muestra (4.35).

En cuanto al otro sumando, la obtención no es tan directa, puesto que el término N_p representa el número de ciclos desde un punto hasta su rotura; sin embargo, si introducimos el número de ciclos del ensayo (que aumenta con la profundidad) N podemos obtener una relación de la forma mostrada en (4.36), en la que aparece también el número de ciclos para el fallo N_f . Si se deriva dicha relación, teniendo en cuenta que N_f no depende de la longitud de grieta, se obtiene la expresión (4.37) que permite sustituir en (4.34) para lograr (4.38a), y finalmente, adaptando los resultados a términos tratados, se obtiene (4.38).

$$\frac{dN_i}{da} = \frac{1}{\frac{da}{dN} \Big|_i} \quad (4.35)$$

$$N_p = N_f - N \quad (4.36)$$

$$\frac{dN_p}{da} = \frac{dN_f}{da} - \frac{dN}{da} \Big|_p = -\frac{dN}{da} \Big|_p \quad (4.37)$$

$$\frac{dN_i}{da} + \frac{dN_p}{da} = 0 \rightarrow \frac{dN_i}{da} = -\frac{dN_p}{da} \quad (4.38a)$$

$$\frac{da}{dN} \Big|_i = \frac{da}{dN} \Big|_p \quad (4.38b)$$

4.5.1 Consideraciones adicionales

Conforme a lo expuesto, el método desarrollado presenta un pequeño inconveniente, y es que la relación o curva S–N de la que se hace uso se obtiene a partir de ensayos de probetas sin entallas en las que el fallo final suele ser la rotura del componente; mientras que en el método desarrollado, el fallo final de la fase de iniciación es precisamente la iniciación de grietas en un zona que normalmente es cercana a la superficie. El uso de esta relación para el modelo desarrollado genera un error, pero puede decirse que en este caso “lo comido por lo servido”; es decir, usar una relación S–N como la utilizada genera un error, pero como la obtención de dicha curva se realiza para probetas sin entallas, se asume que se trata de un error muy pequeño, y por tanto que no invalida el modelo.

De hecho, puede comprobarse en la referencia [6] que el error es pequeño. Pueden darse dos posibles situaciones en fatiga por fretting: tensiones bajas y tensiones altas.

- si se tienen tensiones bajas, el gradiente es prácticamente nulo, y en esta situación la iniciación en fatiga por fretting no difiere de la de fatiga simple;
- si se dan tensiones altas, la fase de iniciación es mucho menor que la fase de propagación.

En el primer caso, la iniciación es una parte mayoritaria de la vida total, pero el error producido es pequeño. En el segundo, el error pudiera ser mayor, pero al representar

la iniciación una parte minoritaria de la vida total, el error acumulado es también pequeño. De esta forma se concluye que, en cualquier caso el error es pequeño y asumible.