

7.4. Diseño de la Estructura.

La estructura viene definida por una planta de 20 metros de ancho y 100 metros de largo. La separación entre pórticos frontales es de 4 metros, habiendo por tanto un total de 26 pórticos. Cada pórtico frontal está formado por dos columnas de 12 metros de altura. La pendiente de la viga frontal es de $11,13^\circ$. La altura de coronación del edificio es de 14 metros.

Una vez que han sido definidas las acciones sobre la estructura, se procede al cálculo de la nave de la siguiente forma.

- Se calcula en primer lugar el tipo de viga necesaria para soportar los esfuerzos de la grúa. Para ello se determinará la línea de influencia del tren de cargas, dos cargas puntuales de separación la de las ruedas del puente grúa, sobre una viga continua de 8 metros de largo. Con este cálculo se conocerán los puntos de solicitaciones máximas de la viga carrilera, con lo que se podrá proceder a su diseño. Esto se realizará con el módulo METAL 3D de CYPECAD.
- Seguidamente se calcula el tipo de correas necesarias para soportar la cubierta de la estructura, así como las correas laterales. Previamente se determinarán las solicitaciones exteriores según la norma AE-88. El diseño de las correas se efectuará mediante el programa de cálculo de estructuras Generador de Pórticos de Cypecad 2001.1.a
- Posteriormente se trasladarán las reacciones de las correas y de la viga carrilera sobre el pórtico de la estructura para completar el cálculo de éste. Esto se realizará con el módulo METAL 3D de CYPECAD.
- El pórtico lateral se calculará finalmente de tal forma que soporte los esfuerzos en su plano. También se usará el módulo METAL 3D de CYPECAD.

7.4.1. Cálculo de la viga carrilera del puente-grúa: determinación de la línea de influencia del tren de cargas.

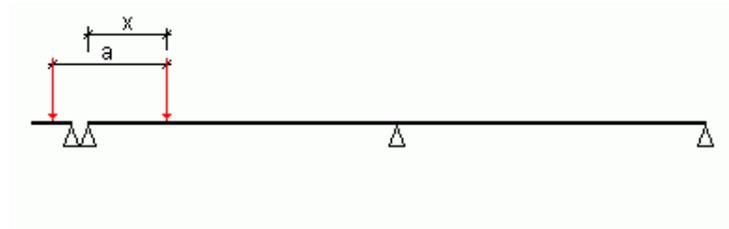
Para el diseño de la viga carrilera y con el fin de obtener la condición de máximos esfuerzos sobre la viga se calculará la línea de influencia del tren de cargas.

Se considera una viga continua apoyada en tres pilares. Se obtendrán las reacciones en los pilares laterales y en el pilar central, así como los momentos bajo las cargas móviles, así como el momento en el pilar central.

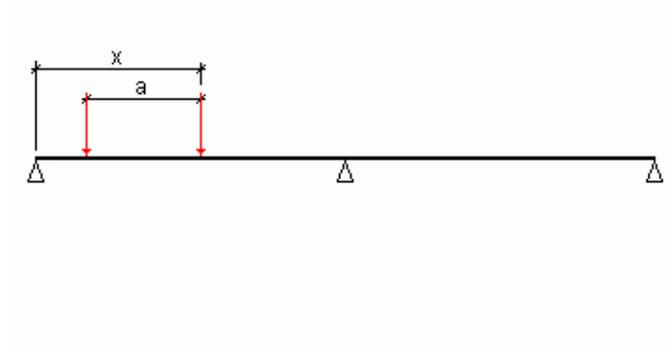
Para calcular todas estas variables se ha utilizado el método directo para el cálculo de líneas de influencia en sistemas hiperestáticos con un grado de indeterminación. Éste consiste en colocar un carga unitaria en cada uno de los puntos en los que se desea conocer la ordenada de la línea de influencia y calcular el valor de la acción correspondiente o de la reacción, si ésta es la que se va a calcular. De hecho, para estructuras hiperestáticas, suele ser más conveniente calcular primero las líneas de influencia de las reacciones y, a partir de sus valores, calcular las líneas de influencia de las acciones internas.

Se consideran tres casos:

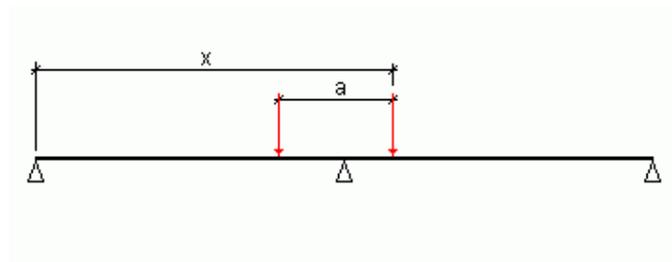
a) Sólo ha entrado una carga en la viga.



b) Han entrado las dos cargas en el primer vano.



c) Cada carga está en un vano distinto.

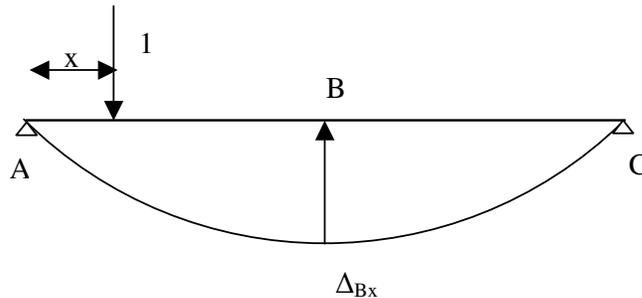


Los casos en que las cargas han pasado el pilar central son simétricos del primero y del segundo casos.

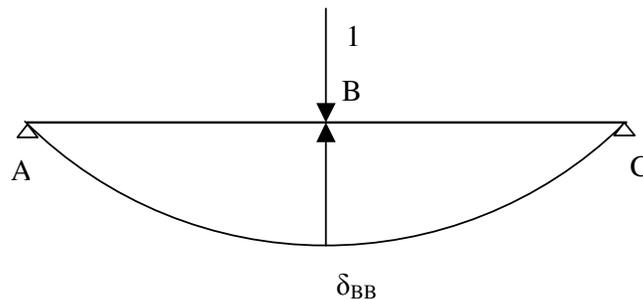
Para cada uno de estos casos hay que estudiar las distintas variables.

Para el primero, viga con tres apoyos, para la cual se desea calcular en primer lugar la línea de influencia de la reacción en el pilar central, de acuerdo con el método directo, se coloca una carga unitaria en un punto situado a una distancia x del extremo izquierda de la viga y se calcula el valor de la reacción en B producida por esta carga, R_B . Este valor será la ordenada de la línea de influencia de R_B en el punto x . Representando la ecuación $R_B(x)$ se obtiene la línea de influencia.

Para resolver la viga hiperestática se utiliza el método de las fuerzas. Usando este método, el valor de R_B se calcularía planteando la viga isostática fundamental de la siguiente figura:



Calculando Δ_{Bx} , que es la deformación en el punto B producida por la carga 1 aplicada en x . Posteriormente, aplicando una carga unitaria en B, ver figura siguiente, para calcular δ_{BB} y planteando la ecuación que expresa que la deformación final en B debe ser nula.



$$\Delta_{Bx} + R_B \cdot \delta_{BB} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = -\frac{\Delta_{Bx}}{\delta_{BB}}$$

Esto implica que hay que calcular Δ_{Bx} para cada carga aplicada en el punto x . Sin embargo el Teorema de Maxwell de las deformaciones recíprocas permite simplificar este punto. En efecto, según este teorema, la deformación en el punto B producida por una carga aplicada en el punto x , es igual a la deformación en el punto x producida por una carga aplicada en el punto B. Por lo tanto:

$$\Delta_{Bx} = \Delta_{xB}$$

$$R_B = -\frac{\Delta_{xB}}{\delta_{BB}}$$

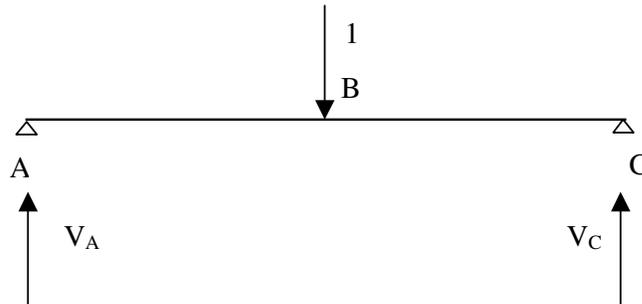
Para el cálculo de las deformaciones Δ_{xB} se utiliza el método de la viga conjugada. Este método iguala el diagrama de momentos de la viga conjugada sometida a las acciones del diagrama de momentos de la viga real original dividido por EI , con los desplazamientos producidos en la viga real sometida a una carga. En este caso viga conjugada y viga real son la misma viga, pues la conjugada de una articulación es una articulación.

La explicación detallada de este método se encuentra en el libro Análisis Estructural, incluido en la bibliografía.

En resumen, para la viga isostática anterior se calcula el diagrama de momentos. Sobre la viga conjugada se aplica el diagrama de momentos como carga distribuida dividida por EI . Posteriormente se halla el diagrama de momentos de esta viga. Los desplazamientos de la viga original coinciden con este último diagrama de momentos.

Se presentan seguidamente los cálculos.

a) Sólo ha entrado una carga en la viga.



Planteando las ecuaciones de equilibrio de fuerzas verticales y momentos en A, se obtienen las reacciones, con lo que se puede calcular el diagrama de momentos a ambos lados del punto B.

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow V_A + V_C = 1$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 8 \cdot V_C - 4 \cdot 1 = 0 \Rightarrow V_C = \frac{1}{2} \therefore V_A = \frac{1}{2}$$

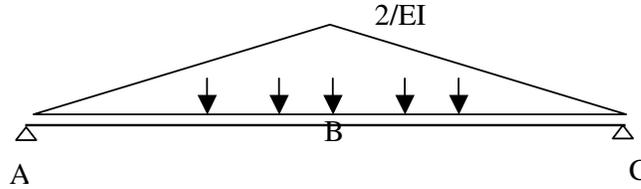
Diagrama de momentos. Primer tramo:

$$M(x) = \frac{x}{2} \quad x \in [0,4]$$

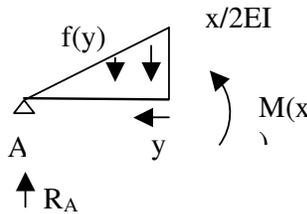
Segundo tramo:

$$M(x) = \frac{1}{2} \cdot (4 + x) - x \quad x \in [0,4]$$

Seguidamente se aplica el método de la viga conjugada. Se calcula sobre la conjugada, los esfuerzos debidos a una carga repartida igual a la ley de flectores anteriores dividida por EI.



El diagrama de momentos de este problema nos permitirá obtener los desplazamientos del problema original y por tanto las reacciones.



Ecuaciones de equilibrio:

$$R_A + R_B = \frac{8}{EI}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_A = R_B = \frac{4}{EI}$$

Expresion de la distribucion triangular en funcion de y para un punto fijo x a la izquierda de B:

$$f(y) = \frac{-1}{2EI} \cdot y + \frac{x}{2EI}$$

El momento flector en el tramo a la izquierda de B:

$$M(x) = \frac{4}{EI} \cdot x - \int_0^x f(y) \cdot y \cdot dy = \frac{4}{EI} \cdot x - \frac{x^3}{12EI}$$

$$M(4) = \frac{32}{3EI}$$

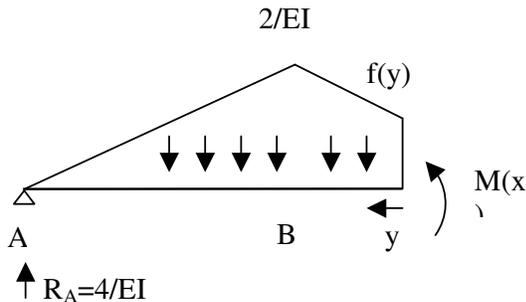
Comparando con las expresiones de más arriba:

$$\Delta_{Bx} = \Delta_{xB} = M(x)$$

$$\delta_B = M(4) = \frac{32}{3EI}$$

$$R_B = \left| -\frac{\Delta_{xB}}{\delta_{BB}} \right| = \frac{12}{32} \cdot x - \frac{1}{128} \cdot x^3$$

Para el lado derecho de B:



Expresión de la distribución triangular en función de y para un punto fijo x a la derecha de B:

$$f(z) = \frac{-1}{2EI} \cdot z + \frac{2}{EI}$$

$$f(y) = \frac{1}{2EI} \cdot y - \frac{x}{2EI} + \frac{2}{EI}$$

El momento flector en el tramo a la izquierda de B:

$$M(x) = \frac{4}{EI} \cdot (4+x) - \int_0^4 f(z) \cdot (z+x) \cdot dz - \int_0^x f(y) \cdot y \cdot dy = \frac{32}{3EI} + \frac{x^3}{12EI} - \frac{x^2}{EI}$$

$$M(4) = \frac{32}{3EI}$$

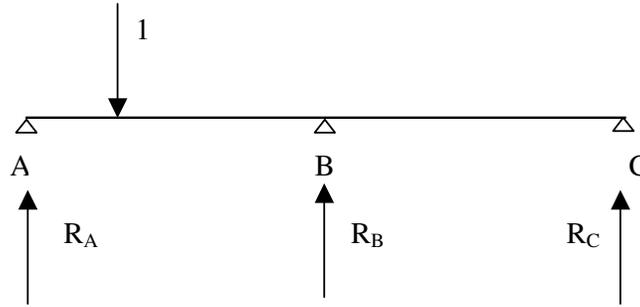
Para la expresión de la reacción:

$$\Delta_{Bx} = \Delta_{xB} = M(x)$$

$$\delta_B = M(4) = \frac{32}{3EI}$$

$$R_B = \left| -\frac{\Delta_{xB}}{\delta_{BB}} \right| = 1 - \frac{3}{32} \cdot x^2 + \frac{1}{128} \cdot x^3$$

Conocido R_B , es fácil hallar R_A y R_C sin más que aplicar equilibrio de momentos con respecto a C y el equilibrio de fuerzas verticales:



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -8 \cdot R_A - 4 \cdot R_B + (8 - x) \cdot 1 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{-R_B}{2} + 1 - \frac{x}{8}$$

$$R_A = 1 - \frac{5}{16} \cdot x + \frac{x^3}{256}$$

$$R_A + R_B + R_C = 1 \Rightarrow R_C = \frac{x^3}{256} - \frac{x}{16}$$

Con estas tres expresiones es fácil hallar el momento bajo la carga puntual.

b) Han entrado las dos cargas en el primer vano.

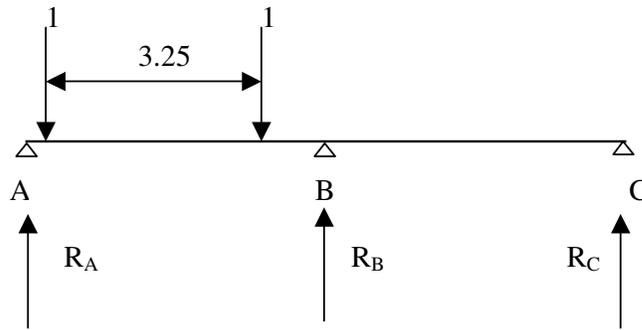
Estudiamos seguidamente el segundo caso en el que el tren de cargas ha entrado completamente en el primer vano. El estudio se simplifica, ya que el principio de superposición nos permite distinguir el tren de cargas como suma de dos cargas individuales separadas una cantidad constante, que en nuestro caso corresponden a la separación de las ruedas de la grúa.

Las expresiones anteriores de R_B desplazadas una cantidad fija permite sumar el efecto de las dos cargas.

En efecto, la expresión anterior de R_B sólo es válida para unos valores de x entre 0 y 3.25 metros. A partir de ese momento entra la segunda rueda en el vano y se debe sumar el efecto que produce ésta en la reacción B. A la expresión anterior de R_B hay que sumarle un término igual a la expresión original de R_B , pero desplazada en 3.25 metros:

$$R_B = \frac{3}{8} \cdot x - \frac{x^3}{128} + \frac{3}{8} \cdot (x - 3.25) - \frac{(x - 3.25)^3}{128} \text{ para } x \in [3.25, 4]$$

De forma similar a la vista anteriormente se obtienen las expresiones de R_A y R_C en este tramo.



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -8 \cdot R_A - 4 \cdot R_B + (8-x) \cdot 1 + (8-x+3.25) = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{-R_B}{2} + \frac{77}{32} - \frac{x}{4}$$

$$R_A = \frac{1}{128} \cdot x^3 - \frac{39}{1024} \cdot x^2 - \frac{2053}{4096} \cdot x + \frac{47211}{16384}$$

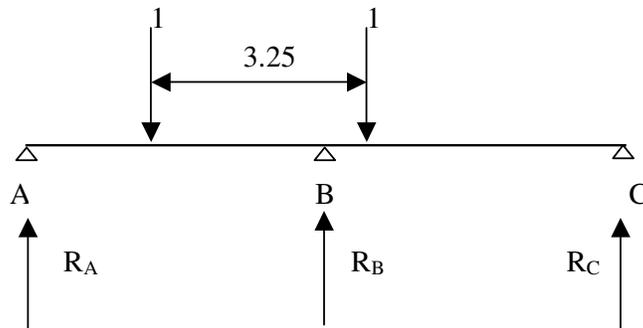
$$R_A + R_B + R_C = 2 \Rightarrow R_C = \frac{1}{128} \cdot x^3 - \frac{39}{1024} \cdot x^2 - \frac{5}{4096} \cdot x + \frac{1311}{16384}$$

c) Cada carga está en un vano distinto.

Por último estudiamos el caso en el que cada carga está a ambos lados del pilar central. Aquí combinamos la expresión de R_B del primer caso, pero para la carga estando a la derecha del pilar y sumando las expresión de R_B a la izquierda, con el consiguiente desfase.

$$R_B = 1 - \frac{3}{32} \cdot x^2 + \frac{x^3}{128} + \frac{3}{8} \cdot (x+0.75) - \frac{(x+0.75)^3}{128} \quad \text{para } x \in [0, 3.25]$$

Las expresiones de R_A y R_C para este tramo se obtienen como se ha indicado anteriormente.



Tomando equilibrio de momentos en C:

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0 &\Rightarrow -8 \cdot R_A - 4 \cdot R_B + (4-x) \cdot 1 + (4-x+3.25) = 0 \\ \Rightarrow R_A &= \frac{-R_B}{2} + \frac{45}{32} - \frac{x}{4} \\ R_A &= \frac{57}{1024} \cdot x^2 - \frac{1765}{4096} \cdot x + \frac{12571}{16384} \\ R_A + R_B + R_C = 2 &\Rightarrow R_C = \frac{912}{16384} \cdot x^2 + \frac{283}{4096} \cdot x - \frac{741}{16384} \end{aligned}$$

Una vez obtenidos los valores de las reacciones para los tres tramos, se obtienen las expresiones para el momento en B y para el momento bajo la carga en el punto x. Estas expresiones se obtienen a su vez para los tres casos descritos más arriba.

Para el momento en x y para el momento en B:

a) Sólo ha entrado una carga en el primer vano.

$$\begin{aligned} M_x(x) &= R_A \cdot x = \frac{1}{256} \cdot x^4 - \frac{5}{16} \cdot x^2 + x \\ M_B(x) &= R_A \cdot 4 - (4-x) \cdot 1 = \frac{1}{64} \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot x \end{aligned}$$

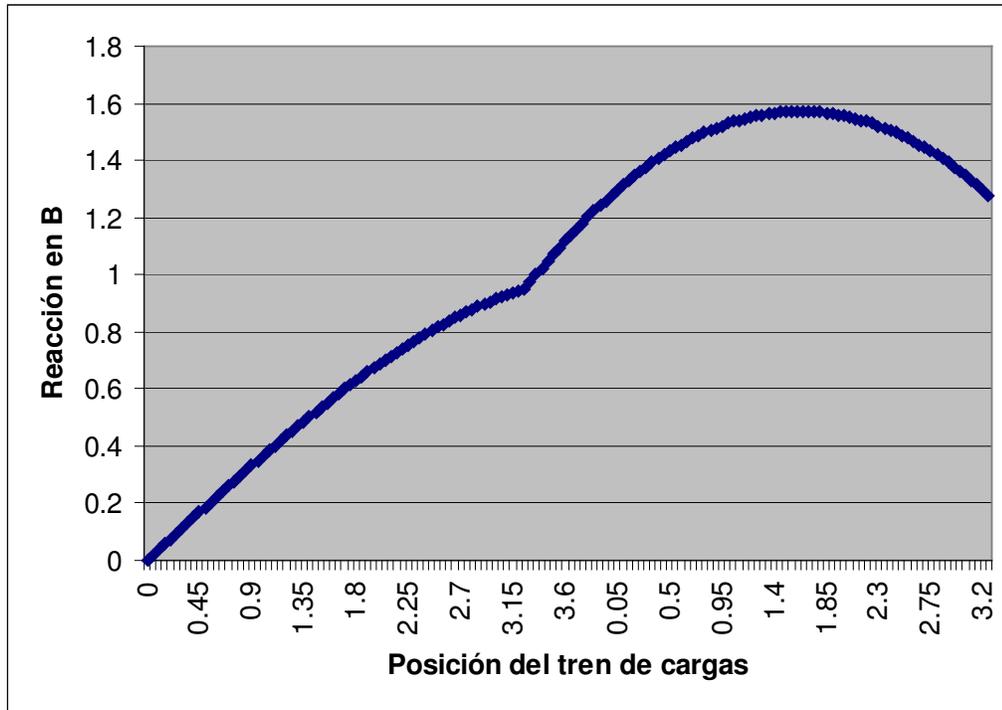
b) Han entrado las dos cargas en el primer vano.

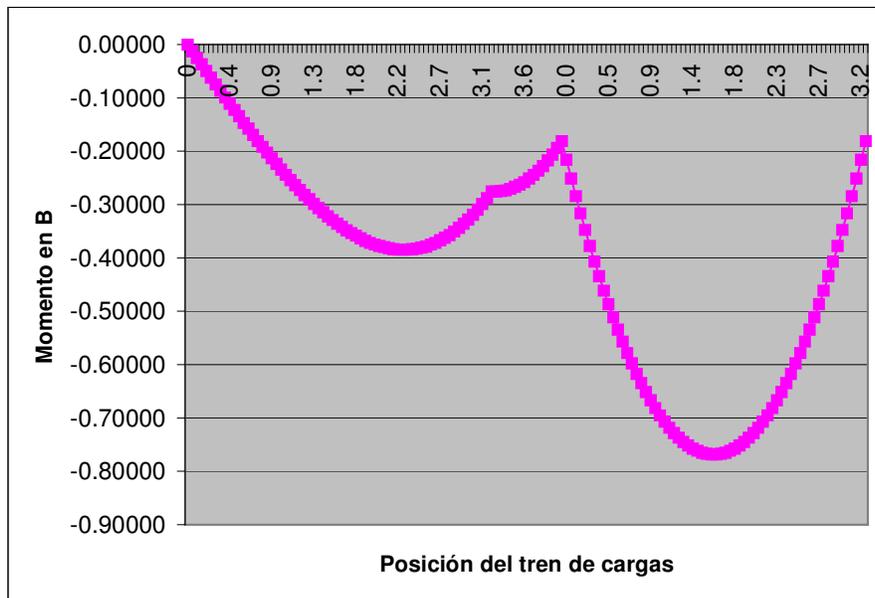
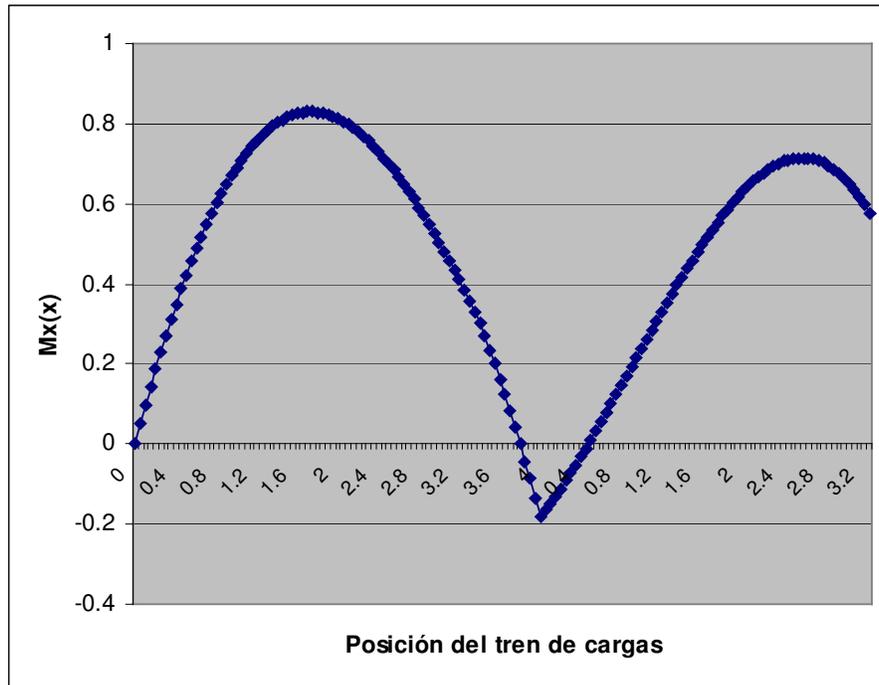
$$\begin{aligned} M_x(x) &= R_A \cdot x - 3.25 \\ M_B(x) &= R_A \cdot 4 - (3.25 + 4 - x) \cdot 1 - (4 - x) \cdot 1 \end{aligned}$$

c) Una carga ha entrado en el segundo vano y la otra se encuentra todavía en el primer vano.

$$\begin{aligned} M_x(x) &= R_A \cdot (4+x) - 3.25 \cdot 1 + R_B \cdot x \\ M_B(x) &= R_A \cdot 4 - (3.25 - x) \cdot 1 \end{aligned}$$

Representando gráficamente las reacciones en los pilares y el momento bajo la acción de la carga en x y el momento en B:





En función de estas gráficas se determinan los puntos de estudio para la viga carrilera. Dos puntos a estudio:

- A. El punto situado a 1,625 metros a la derecha de B presenta un máximo tanto para R_B como para M_B .
- B. Para el punto 1,7293 metros a la derecha de A presenta el máximo para M_x .

Estos puntos serán considerados como los más desfavorables para el diseño.