

### 3.7 ECUACION MATRICIAL DE CALCULO: CALCULO DE LAS COMPONENTES SIMETRICAS DE LAS TENSIONES Y CORRIENTES EN LOS PUNTOS EN FALTA

Una vez desarrolladas las Ecuaciones Locales de Falta en Componentes Simétricas para cada Tipo de Falta (Capítulo 3.5) y las Ecuaciones de la Red Total Externa a la Falta (0,1,2) (Capítulo 3.6), reunimos esta información, en cada caso, en la Ecuación Matricial de Cálculo.

#### 3.7.1 Falta Simple

Las Ecuaciones de la Red Total Externa a la Falta, deducidas en el Aptdo. 3.6.5.1, son:

$$Z_0(m, m)I_{m0} + V_{m0} = 0$$

$$Z_1(m, m)I_{m1} + V_{m1} = E$$

$$Z_2(m, m)I_{m2} + V_{m2} = 0$$

Ecuación Matricial:

$$\begin{bmatrix} M_m(1,1) & M_m(1,2) & M_m(1,3) & M_m(1,4) & M_m(1,5) & M_m(1,6) \\ M_m(2,1) & M_m(2,2) & M_m(2,3) & M_m(2,4) & M_m(2,5) & M_m(2,6) \\ M_m(3,1) & M_m(3,2) & M_m(3,3) & M_m(3,4) & M_m(3,5) & M_m(3,6) \\ Z_0(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m,m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Según las Ecuaciones Locales de Falta en Componentes Simétricas, Aptdo. 3.5.1, para cada Tipo de Falta quedan determinadas las tres primeras filas de la matriz  $M_m$ .

El resultado final es el siguiente:

Faltas Fase – Tierra:

Falta ag:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3R_{fm} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ Z_0(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m,m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta bg:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_{fm} & -a^2 R_{fm} & -a R_{fm} & 1 & a^2 & a \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta cg:

$$\begin{bmatrix} 1 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -a^2 & 0 & 0 & 0 \\ -R_{fm} & -a R_{fm} & -a^2 R_{fm} & 1 & a & a^2 \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Faltas Fase-Fase:

Falta ab:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & a R_{fm} & 0 & 1 & -a \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta bc:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & R_{fm} & 0 & 1 & -1 \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta ca:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & a^2 R_{fm} & 0 & 1 & -a^2 \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Faltas Fase – Fase-Tierra:

Falta abg:

$$\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a^2 R_{fm} & R_{fm} & 0 & a^2 & -1 \\ -(R_{fm} + 3R_{gm}) & -R_{fm} & -R_{fm} & 1 & 1 & 1 \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta bcg:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & R_{fm} & 0 & 1 & -1 \\ -(R_{fm} + 3R_{gm}) & -a^2 R_{fm} & -a R_{fm} & 1 & a^2 & a \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta cag:

$$\begin{bmatrix} 1 & a^2 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & a^2 R_{fm} & 0 & 1 & -a^2 \\ -(R_{fm} + 3R_{gm}) & -a R_{fm} & -a^2 R_{fm} & 1 & a & a^2 \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Faltas Trifásicas:

Falta abc:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & -R_{fm} & 0 & 1 & 1 \\ Z_0(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m,m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Falta abcg:

$$\begin{bmatrix} -(R_{fm} + 3R_{gm}) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{fm} & -R_{fm} & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -aR_{fm} & -aR_{fm} & 0 & a & 1 \\ Z_0(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m,m) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m,m) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 3.7.2 Falta Doble

Las Ecuaciones de la Red Total Externa a la Falta, deducidas en el Apto. 3.6.5.2, son:

$$Z_0(m, m)I_{m0} + V_{m0} + Z_0(m, p)I_{p0} = 0$$

$$Z_0(p, m)I_{m0} + Z_0(p, p)I_{p0} + V_{p0} = 0$$

$$Z_1(m, m)I_{m1} + V_{m1} + Z_1(m, p)I_{p1} = E$$

$$Z_1(p, m)I_{m1} + Z_1(p, p)I_{p1} + V_{p1} = E$$

$$Z_2(m, m)I_{m2} + V_{m2} + Z_2(m, p)I_{p2} = 0$$

$$Z_2(p, m)I_{m2} + Z_2(p, p)I_{p2} + V_{p2} = 0$$

Ecuación Matricial:

$$\begin{bmatrix} M_{mp}(1,1) & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ M_{mp}(6,1) & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_0(m, p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_0(p, m) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0(p, p) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_1(m, p) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(p, m) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_1(p, p) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_2(m, p) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(p, m) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_2(p, p) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \\ I_{p0} \\ I_{p1} \\ I_{p2} \\ V_{p0} \\ V_{p1} \\ V_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Según las Ecuaciones Locales de Falta en Componentes Simétricas, Apto. 3.5.2, para cada Tipo de Falta quedan determinadas las seis primeras filas de la matriz  $M_{mp}$ .

### 3.7.3 Falta Intercircuito entre Líneas de Igual o Diferente Tensión

Las Ecuaciones de la Red Total Externa a la Falta, deducidas en el Apto. 3.6.5.2, son:

$$Z_0(m, m)I_{m0} + V_{m0} + Z_0(m, p)I_{p0} = 0$$

$$Z_0(p, m)I_{m0} + Z_0(p, p)I_{p0} + V_{p0} = 0$$

$$Z_1(m, m)I_{m1} + V_{m1} + Z_1(m, p)I_{p1} = E$$

$$Z_1(p, m)I_{m1} + Z_1(p, p)I_{p1} + V_{p1} = E$$

$$Z_2(m, m)I_{m2} + V_{m2} + Z_2(m, p)I_{p2} = 0$$

$$Z_2(p, m)I_{m2} + Z_2(p, p)I_{p2} + V_{p2} = 0$$

Ecuación Matricial:

$$\begin{bmatrix} M_{mp}(1,1) & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ M_{mp}(6,1) & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ Z_0(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_0(m, p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_0(p, m) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0(p, p) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_1(m, p) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1(p, m) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_1(p, p) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(m, m) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Z_2(m, p) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2(p, m) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_2(p, p) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m0} \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{m0} \\ V_{m1} \\ V_{m2} \\ I_{p0} \\ I_{p1} \\ I_{p2} \\ V_{p0} \\ V_{p1} \\ V_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Según las Ecuaciones Locales de Falta Intercircuito en Componentes Simétricas, Apartados 3.5.3 y 3.5.4, quedan determinadas las 6 primeras filas de la matriz  $M_{mp}$ .

Como quedó establecido, los valores de Tensiones y Corrientes pueden estar en Voltios y Amperios o en pu si las Líneas son de la misma Tensión. Si son de diferente Tensión estarán en pu, interviniendo los Valores Base en el interior de la Matriz, ya que las Ecuaciones Locales de Falta han de establecerse necesariamente en Voltios y Amperios.



Las Ec. 0,1,2 de la Red Total Externa a la Falta, deducidas en el Aptdo. 3.6.5.3, son:

$$\begin{aligned}
 Z_0(m, m)I_{m0} + V_{m0} + Z_0(m, p)I_{p0} + Z_0(m, q)I_{q0} &= 0 \\
 Z_0(p, m)I_{m0} + Z_0(p, p)I_{p0} + V_{p0} + Z_0(p, q)I_{q0} &= 0 \\
 Z_0(q, m)I_{m0} + Z_0(q, p)I_{p0} + Z_0(q, q)I_{q0} + V_{q0} &= 0 \\
 Z_1(m, m)I_{m1} + V_{m1} + Z_1(m, p)I_{p1} + Z_1(m, q)I_{q1} &= E \\
 Z_1(p, m)I_{m1} + Z_1(p, p)I_{p1} + V_{p1} + Z_1(p, q)I_{q1} &= E \\
 Z_1(q, m)I_{m1} + Z_1(q, p)I_{p1} + Z_1(q, q)I_{q1} + V_{q1} &= E \\
 Z_2(m, m)I_{m2} + V_{m2} + Z_2(m, p)I_{p2} + Z_2(m, q)I_{q2} &= 0 \\
 Z_2(p, m)I_{m2} + Z_2(p, p)I_{p2} + V_{p2} + Z_2(p, q)I_{q2} &= 0 \\
 Z_2(q, m)I_{m2} + Z_2(q, p)I_{p2} + Z_2(q, q)I_{q2} + V_{q2} &= 0
 \end{aligned}$$

De donde resultan los elementos no nulos:

$$\begin{aligned}
 M_{mpq}(10,1) &= Z_0(m, m) \\
 M_{mpq}(10,4) &= 1 \\
 M_{mpq}(10,7) &= Z_0(m, p) \\
 M_{mpq}(10,13) &= Z_0(m, q) \\
 \\ 
 M_{mpq}(11,1) &= Z_0(p, m) \\
 M_{mpq}(11,7) &= Z_0(p, p) \\
 M_{mpq}(11,10) &= 1 \\
 M_{mpq}(11,13) &= Z_0(p, q) \\
 \\ 
 M_{mpq}(12,1) &= Z_0(q, m) \\
 M_{mpq}(12,7) &= Z_0(q, p) \\
 M_{mpq}(12,13) &= Z_0(q, q) \\
 M_{mpq}(12,16) &= 1 \\
 \\ 
 M_{mpq}(13,2) &= Z_1(m, m) \\
 M_{mpq}(13,5) &= 1 \\
 M_{mpq}(13,8) &= Z_1(m, p) \\
 M_{mpq}(13,14) &= Z_1(m, q)
 \end{aligned}$$



$$M_{mpq}(14,2) = Z_1(p, m)$$

$$M_{mpq}(14,8) = Z_1(p, p)$$

$$M_{mpq}(14,11) = 1$$

$$M_{mpq}(14,14) = Z_1(p, q)$$

$$M_{mpq}(15,2) = Z_1(q, m)$$

$$M_{mpq}(15,8) = Z_1(q, p)$$

$$M_{mpq}(15,14) = Z_1(q, q)$$

$$M_{mpq}(15,17) = 1$$

$$M_{mpq}(16,3) = Z_2(m, m)$$

$$M_{mpq}(16,6) = 1$$

$$M_{mpq}(16,9) = Z_2(m, p)$$

$$M_{mpq}(16,15) = Z_2(m, q)$$

$$M_{mpq}(17,3) = Z_2(p, m)$$

$$M_{mpq}(17,9) = Z_2(p, p)$$

$$M_{mpq}(17,12) = 1$$

$$M_{mpq}(17,15) = Z_2(p, q)$$

$$M_{mpq}(18,3) = Z_2(q, m)$$

$$M_{mpq}(18,9) = Z_2(q, p)$$

$$M_{mpq}(18,15) = Z_2(q, q)$$

$$M_{mpq}(18,18) = 1$$