

CAPÍTULO 2

EL FLAMEO EN PUENTES DE GRANDES LUCES.

2.1 Concepto de aeroelasticidad. Fenómenos aerolásticos.

Un cuerpo que se encuentra en el seno de una corriente de aire está sometido a presiones provocadas por el flujo incidente que actúa sobre su superficie. Si el cuerpo se mueve de manera significativa bajo las presiones actuantes, las condiciones de contorno de la corriente de aire variarán, lo que provocará un cambio en las fuerzas ejercidas por el fluido, dando lugar a que se produzcan nuevos movimientos del cuerpo. Se puede definir la *aeroelasticidad* como la disciplina que estudia la interacción entre el flujo de aire y las fuerzas que provoca en un sólido deformable inmerso en él, teniendo en cuenta que los movimientos de éste modifican a aquellas.

La aeroelasticidad es una disciplina que se desarrolla inicialmente en el ámbito de la ingeniería aeronáutica al principio de la década de 1920. Sin embargo, el colapso del antiguo puente sobre el estrecho de Tacoma que tuvo lugar el día 7 de noviembre de 1940 puso de manifiesto la necesidad de aplicar los conceptos propios de la aeroelasticidad a la ingeniería de puentes para poder comprender el comportamiento de aquellos que tienen gran vano bajo la acción del viento. En la figuras comprendidas entre la 2.1.1 a la 2.1.4 se muestran los movimientos alcanzados por el tablero previos al colapso del puente, mientras que en la figura 2.1.5 se observa el aspecto tras la destrucción de éste.



Figura 2.1.1 Esta fotografía fue realizada en los primeros momentos de la entrada en inestabilidad de la estructura.



Figura 2.1.2 Cuando el movimiento de torsión alcanzó el máximo, la acera lateral derecha tuvo una elevación de 28 pies (8.5m) más alto que la acera lateral izquierda.



Figura 2.1.3 A pocos minutos después la primera pieza de hormigón calló. Se puede observar cómo las vigas que forman el tablero han sufrido una deformación de alabeo.

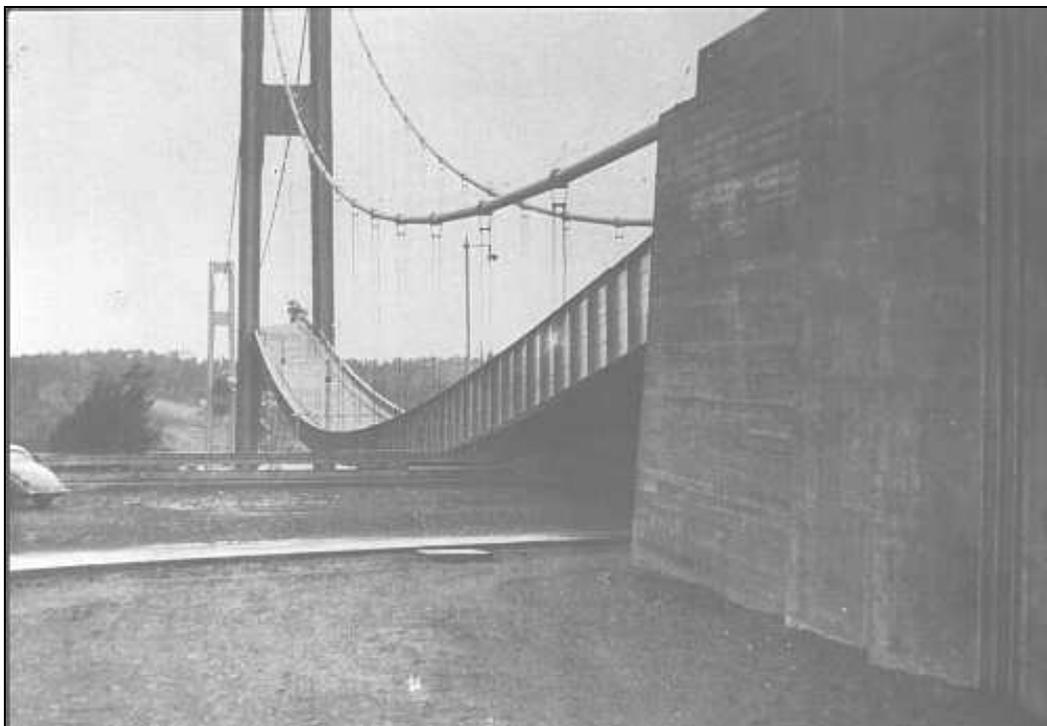


Figura 2.1.4 Esta fotografía muestra la flecha obtenida en el vano este después del fallo. Con el vano central colapsado no existe ningún elemento cuyo peso contrarreste el peso de los respectivos vanos laterales. La flecha era de 45 pies (13.7m).

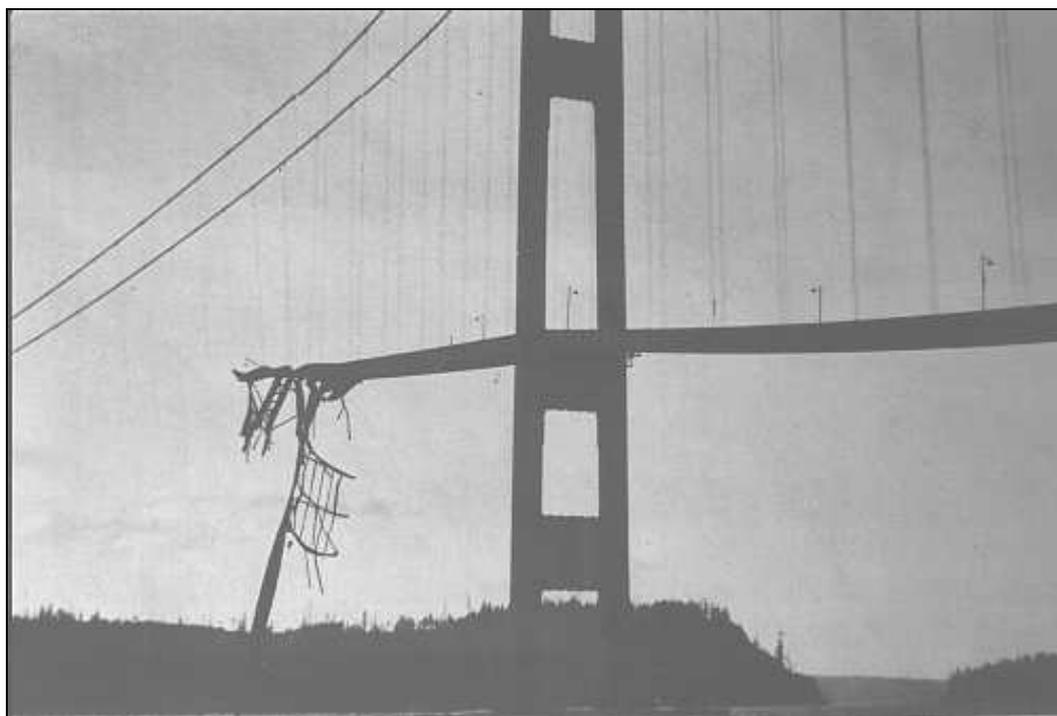


Figura 2.1.5 Fotografía realizada poco después del fallo.

La interacción fluido-estructura puede dar lugar a diversos fenómenos que reciben el nombre de aerolásticos, los cuáles pueden tener carácter oscilatorio y ser crecientes en el tiempo, en cuyo caso dan lugar a inestabilidades de carácter aerolástico. Los fenómenos aerolásticos más importantes descritos en ingeniería de estructuras según Simiu y Scanlan ^[S1], son:

- Desprendimiento de torbellinos o *vortex shedding* en terminología inglesa.
- Galope transversal o *galloping*.
- Galope inducido por una estela o *wake galloping*.
- Flameo o *flutter*.
- Bataneo o *buffeting*.

El fenómeno aeroelástico ocasionado por la generación y desprendimiento de torbellinos o *vortex shedding* se debe a la separación del flujo del aire por la presencia de un obstáculo, que en ingeniería de puentes será el tablero, y que se caracteriza por el desprendimiento periódico de torbellinos de sentido de rotación alternado llamados vórtices de Von Karman. El mencionado desprendimiento de torbellinos genera unas fuerzas verticales sobre el tablero cuyo sentido se va alternando, las cuáles son la causa de las vibraciones verticales típicas de este fenómeno aeroelástico. En la figura 2.1.6 se muestra un esquema de esta situación. Este tipo de vibraciones aparece a bajas velocidades de viento, dando lugar a problemas de servicio exclusivamente.

Con el fin de evitar este fenómeno se pueden plantear dos posibles estrategias, según Morgenthal^[M1]: alterar la frecuencia natural de la estructura o aumentar el amortiguamiento de la misma. Una particularidad del desprendimiento de torbellinos es el fenómeno de *lock-in* que se produce cuando la frecuencia a la que se desprenden los torbellinos está próxima a la frecuencia natural de la estructura en la dirección transversal al flujo de aire. En esta situación, el desprendimiento de torbellinos pasa a estar controlado por la frecuencia mecánica y la amplitud de la oscilación es máxima, sin que por ello se alcancen situaciones de inestabilidad.

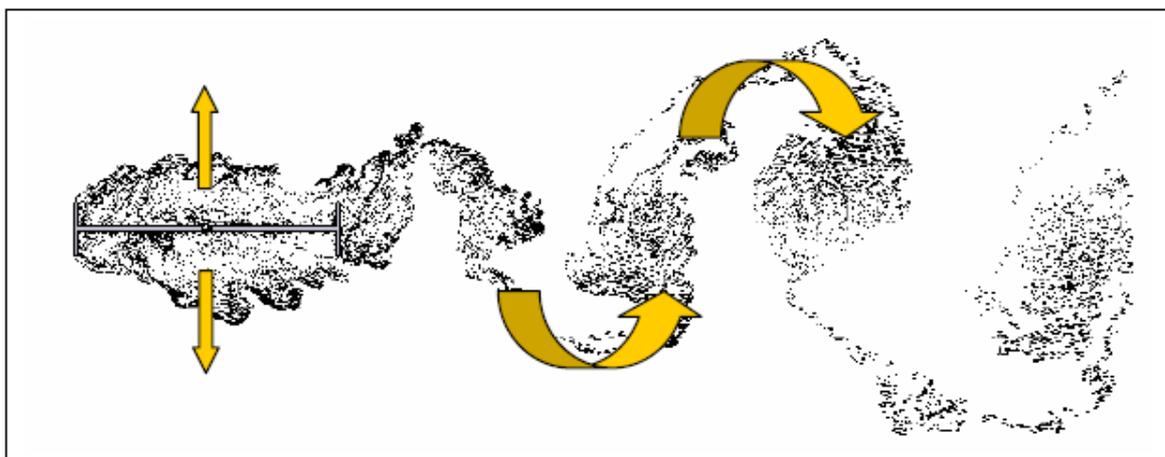


Figura 2.1.6 Oscilaciones verticales en un tablero de puente debido al desprendimiento de torbellinos.

Aunque los fenómenos aerolásticos se han manifestado generalmente en puentes colgantes o atirantados, debido a su gran ligereza, recientemente se ha producido algún caso en puentes de otra tipología, que presentaban también gran flexibilidad. En el caso de *vortex shedding* merece la pena comentar los movimientos de esta naturaleza que sufre el puente Trans-Tokio Bay Crossing, los cuáles han sido estudiados en detalle por Fujino^[F1]. Se trata de un puente que cruza la bahía de Tokio, el cuál consiste en una viga continua en cajón realizada en acero. No se trata, por lo tanto, de un puente colgante o atirantado. Su longitud total es de 1630 m y los dos vanos de mayor longitud tienen 240 m cada uno, siendo la anchura total de la sección transversal de 22,9 m. En la figura 2.1.7 se muestra una fotografía del puente y en la figura 2.1.8 se observan la planta, alzado y secciones del puente.



Figura 2.1.7 Puente Trans-Tokio Bay Crossing.

Durante la fase de diseño se realizaron varios ensayos de modelos seccionales en túnel de viento, así como sobre un modelo del puente completo. Estos trabajos experimentales pusieron de manifiesto el previsible desarrollo de vibraciones verticales debido a la generación de torbellinos al tiempo que permitieron descartar la posibilidad de que se produjese el fenómeno de *galloping* en la estructura.

Con el fin de mitigar la vibración se consideraron dos posibles estrategias: control aerodinámico empleando *flaps* o añadiendo piezas que modificasen la geometría de la sección para lograr cambiar el flujo de aire alrededor del tablero, o bien, añadir capacidad de amortiguamiento mediante la instalación de TMD's (*tuned mass dampers*).

Algunos de los factores más importantes a considerar al decidir el método más adecuado para controlar las vibraciones inducidas por torbellinos son la estimación de la amplitud de la vibración, el establecimiento de una amplitud admisible y la selección del método de control de la vibración (Japan Road Association 1991). En concreto, el establecimiento de la amplitud de vibración admisible para el puente Trans-Tokio Bay Crossing se realizó considerando tres estados límite: servicio, fatiga y plastificación de la viga cajón.

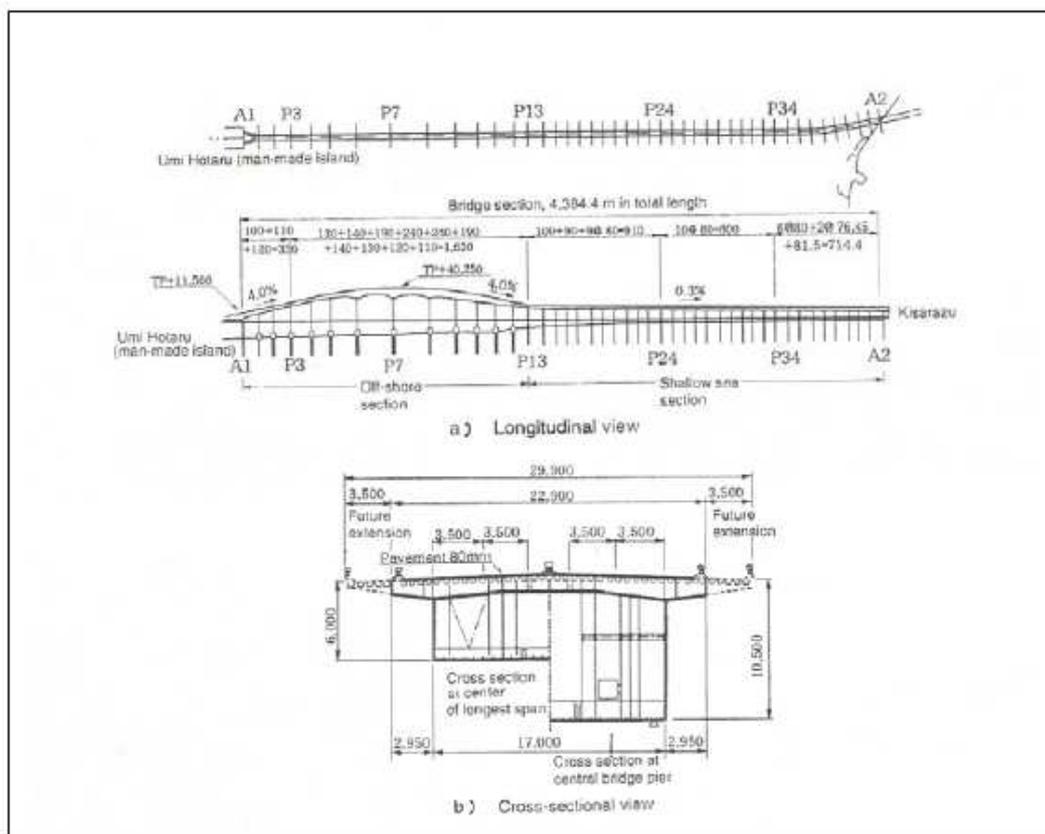


Figura 2.1.8 Planta, alzado y secciones del puente Trans-Tokio Bay Crossing.

Tras realizar detallados estudios se optó por instalar 16 TMD's para controlar las vibraciones asociadas con el 1^{er} y 2^o modos de vibración verticales. Las vibraciones asociadas con los modos de vibración de mayor orden fueron controladas aerodinámicamente instalando unas placas verticales fijadas a los postes de las barreras del puente.

Existen bastantes referencias de ejemplos de puentes que se han visto afectados por el fenómeno del desprendimiento de torbellinos. Según Vincent^[V1] el puente Golden Gate^[W1] presentó oscilaciones torsionales que obligaron a aumentar su rigidez a torsión. Wardlaw indica que el desprendimiento de torbellinos se dio también en los siguientes puentes colgantes: Mil Islas, Isla de Deer, Fykesund y el Bronx-Whitestone; así como en los puentes atirantados de Longs Creek y el de Kessock. Entre los puentes construidos recientemente el fenómeno ha sido evitado mediante TMD's en los vanos de aproximación del Great-Belt según Frandsen^[F2] y McRobie.

El galope transversal o *galloping* genera movimientos de gran amplitud según la dirección normal al flujo de aire, con frecuencias menores a las que se producirían en el caso de desprendimiento de torbellinos. Este fenómeno es característico de estructuras esbeltas con

secciones transversales rectangulares o en forma de D, así como de cables de tendido eléctrico con hielo adherido. En ingeniería de puentes el fenómeno del galope transversal tiene importancia en el diseño de cables de gran longitud en puentes atirantados.

El galope inducido por una estela o *wake galloping* tiene lugar cuando existen dos obstáculos próximos de tal forma que uno de los cuerpos se encuentra en la estela del otro. Debido a la estela de torbellinos que genera el cuerpo aguas arriba del flujo de aire, el segundo cuerpo recibe una corriente incidente cuya intensidad y sentido variarán con el tiempo. Este fenómeno es típico de las catenarias de ferrocarril y de las líneas de transporte de energía eléctrica en las que los cables discurren agrupados en conjuntos formados por dos, cuatro, seis o más cables situados en paralelo y separados por espaciadores mecánicos en la dirección transversal.

La inestabilidad aerolástica provocada por el flameo, *flutter* en inglés, tiene lugar a partir de una cierta velocidad crítica de viento cuando las fuerzas que el flujo de aire provoca sobre el tablero de un puente en combinación con los movimientos del propio tablero dan lugar a amortiguamientos negativos en la estructura de tal manera que los movimientos del tablero se van amplificando hasta que, debido al elevado nivel de tensiones que alcanza el material, se produce el colapso. A este fenómeno aerolástico se dedica este trabajo

La vibración por bataneo o *buffeting* se corresponde con el estudio de la influencia de la naturaleza turbulenta del viento, esto es, el efecto de las ráfagas u otras perturbaciones de la corriente, las cuáles no han sido producidas por el obstáculo que las sufre. Se distinguen dos tipos de bataneo: el generado por la propia turbulencia de la corriente incidente y el debido a las perturbaciones causadas por algún otro obstáculo próximo, situado corriente arriba del obstáculo en consideración, el cuál suele denominarse como bataneo de estela o interferencia. Un ejemplo típico de bataneo de estela se produce entre rascacielos próximos en áreas urbanas cuando la dirección del viento es tal que un edificio queda en la estela del otro.

Otra situación típica de este tipo de bataneo es el que se produce cuando se tienen puentes situados en emplazamientos cercanos. En la figura 2.1.9 se muestra una imagen del puente colgante sobre el estrecho de Carquinez en California, situado en las inmediaciones de los puentes *cantilever* ya existentes anteriormente.

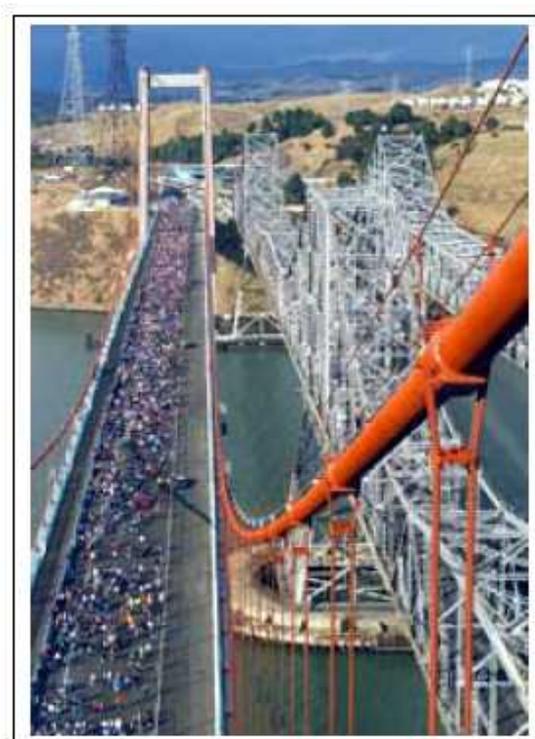


Figura 2.1.9 Puente sobre el estrecho de Carquinez.

2.2 Metodologías para el estudio de fenómenos aeroelásticos.

La presente investigación se centra en el fenómeno del flameo por tratarse de la inestabilidad aerolástica más relevante en puentes de gran vano.

Las metodologías fundamentales para el estudio del flameo se pueden clasificar en:

- Metodología experimental.
- Metodología computacional
- Metodología híbrida.

Metodología experimental

El enfoque exclusivamente experimental se basa en ensayos realizados sobre modelos reducidos de estructuras en túneles de viento con el fin de reproducir los efectos que el viento provoca sobre las estructuras.

Según Holmes^[H1], la primera referencia documentada de un túnel de viento para aplicaciones no aeronáuticas lo realizó, para medir la fuerza del viento sobre edificios, W. C. Kernot en

Melbourne, Australia, en 1893. Con el montaje mostrado en la figura 2.2.1 Kernot estudió las fuerzas de viento sobre cubos, cilindros, e incluso cubiertas.

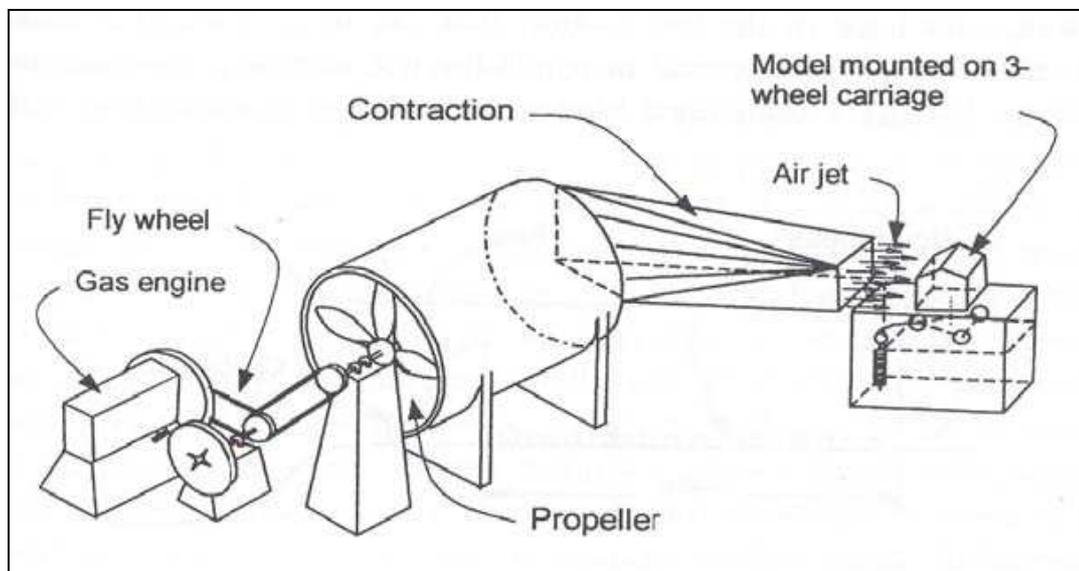


Figura 2.2.1. Esquema de la “máquina soplante” de Kernot.

Casi al mismo tiempo, según Larose^[L1] y Franck, J. O. V. Irminger en 1894 empleó el flujo de aire en el interior de una chimenea para estudiar las presiones ejercidas por el viento sobre algunos cuerpos simples.

En lo que se refiere a los antecedentes históricos relativos a la experimentación sobre puentes no se conoce ninguno significativo hasta los ensayos realizados por Farquharson^[F3] sobre el primer puente de Tacoma y el que lo sustituyó en 1950. La cronología de los hechos es la siguiente según el Washington State Department of Transportation^[W1]: A partir de mayo de 1940, al terminar los trabajos en el tablero, comenzaron a producirse vibraciones en dirección vertical. Con el fin de evitar estos movimientos se instalaron unos gatos hidráulicos con el fin de absorber los movimientos sin tener éxito. Inmediatamente, los responsables del puente contrataron al profesor F. B. Farquharson de la Universidad de Washington con el fin de realizar ensayos en túnel de viento y recomendar medidas correctoras. Farquharson construyó un modelo del puente completo a escala 1/200, así como un modelo a escala 1/20 de la sección del tablero del puente. Estos primeros estudios concluyeron el 2 de noviembre de 1940, es decir, antes del colapso del puente que tuvo lugar el 7 de noviembre de ese mismo año. Dos fueron las soluciones planteadas, realizar unos agujeros en el alma de las vigas laterales dispuestas a lo largo del tablero para permitir así el paso del aire a través de ellas o darle una forma más aerodinámica a la sección transversal del tablero añadiendo unas piezas metálicas curvadas a los largo del canto. La segunda opción fue la escogida, y no pudo llevarse a cabo al ser destruido el puente cinco días después de terminados los estudios. Hasta este momento no

se había realizado ningún trabajo científico relativo a los efectos dinámicos provocados por el viento sobre puentes. Como consecuencia beneficiosa del desastre de Tacoma, en 1942 se construyó un túnel de viento en la Universidad de Washington con el objeto de ensayar modelos tridimensionales de puentes. Además, se realizó un modelo completo del primer puente de Tacoma, estudiándose también un modelo que permitiese lograr un diseño seguro para el nuevo puente que se deseaba proyectar en el mismo emplazamiento. Los ensayos fueron realizados bajo la dirección general de C. E. Andrew, siendo el profesor Farquharson quien dirigió la construcción del túnel de viento y de los modelos, mientras que fue el Dr. T. Von Kármán quien supervisó los ensayos realizados. El trabajo experimental se prolongó durante casi cuatro años pero permitió fijar las bases de la metodología experimental para el estudio de puentes. En la figura 2.2.2 se muestra el túnel de viento construido en la Universidad de Washington en 1942. En la figura 2.2.3 se muestra el modelo realizado del primer puente de Tacoma, mientras que en la figura 2.2.4 se adjunta un gráfico de resultados obtenidos en enero de 1943. Estas tres figuras están tomadas de University of Washington Libraries Digital Collections ^[U1].



Figura 2.2.2. Túnel de viento construido en la Universidad de Washington en 1942.

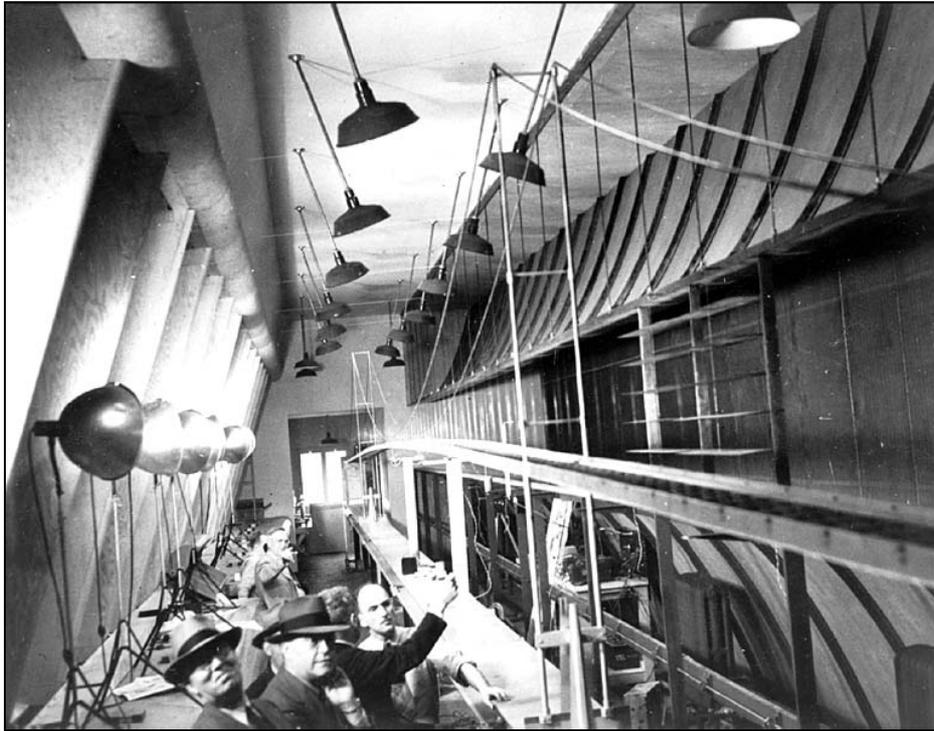


Figura 2.2.3. Modelo del puente sobre el estrecho de Tacoma en el túnel de viento de la Universidad de Washington.

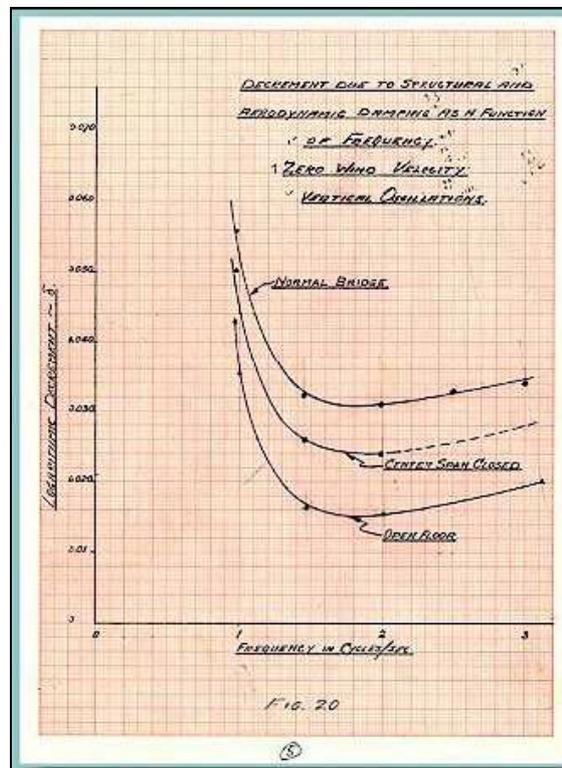


Figura 2.2.4. Resultados de los ensayos realizados, enero de 1943.

Metodología computacional.

La metodología puramente computacional aplicada a los problemas asociados con la ingeniería de viento es bastante reciente y los resultados obtenidos aún son bastantes limitados.

Los métodos numéricos más utilizados en la dinámica de fluidos computacional o *Computational Fluid Dynamics (CFD)* en inglés son (véase Morgenthal^[M1]):

- Métodos de volúmenes finitos o *Finite Volume Methods*.
- Métodos de los elementos finitos o *Finite Element Methods*.
- Métodos de las diferencias finitas o *Finite Difference Methods*.
- Métodos de partículas o *Particle (vortex) Methods*.

Por otro lado vamos a describir las diferentes metodologías numéricas para realizar el acoplamiento fluido-estructura.

➤ *Acoplamiento fuerte fluido-estructura.*

En este caso el fluido incide sobre la estructura provocando sobre ésta una sollicitación, la cuál generará unos desplazamientos sobre la estructura que modificarán a su vez el comportamiento del fluido provocando sobre la malla del mismo una serie de desplazamientos, de forma que se precisa una malla móvil. Para un instante de tiempo posterior el fluido ya modificado respecto al instante anterior, incidirá de nuevo sobre la estructura creando para este instante de tiempo una sollicitación diferente y por tanto unos desplazamientos nuevos sobre la estructura, dando lugar a este acoplamiento fuerte fluido-estructura iterativo en el tiempo.

➤ *Acoplamiento débil fluido-estructura.*

Este acoplamiento difiere del anterior en el que la malla del fluido no sufre los desplazamientos anteriores, ya que es fija, modificándose únicamente las sollicitaciones sobre la estructura para cada instante de tiempo.

➤ *Acoplamiento fluido-estructura mediante una sucesión de estados permanentes.*

Este caso es una diferente concepción de abordar este tipo de estudio, a diferencia de los dos anteriores no tiene en cuenta el régimen transitorio. Se realizan diferentes análisis manteniendo la estructura fija y variando el ángulo de ataque del fluido, obteniendo para cada uno de dichos ángulos las fuerzas aerodinámicas en el régimen permanente. En el análisis de la estructura se considera que para cada ángulo girado de ésta actúan las fuerzas aerodinámicas del régimen permanente calculadas en el análisis fluidodinámico.

Metodología híbrida.

Finalmente, la metodología híbrida en el estudio de puentes de gran vano consta de dos etapas: una primera experimental en la que se obtienen las fuerzas aeroelásticas que actúan sobre el tablero mediante la identificación a través de ensayos de unos parámetros denominados coeficientes de flameo, y una segunda etapa en la que se realiza un cálculo dinámico que permite la determinación de los dos parámetros fundamentales que gobiernan el fenómeno del flameo, que son la velocidad crítica y la frecuencia de flameo. Dado que esta segunda metodología combina una primera parte experimental y una segunda computacional, recibe el nombre de híbrida.

2.3 Métodos basados en CFD.

Ya se ha indicado que la metodología puramente numérica empleada para resolver problemas aerolásticos en el ámbito de la ingeniería de puentes tiene como característica la ausencia de requerimientos de datos cuyo origen sea experimental.

Como se ha comentado anteriormente, y a raíz del colapso del puente sobre el estrecho de Tacoma, la inestabilidad por flameo del tablero de un puente se ha convertido en uno de los fenómenos aerolásticos más preocupantes en el ámbito de la ingeniería de puentes de gran vano. El flameo de puentes se formula matemáticamente a partir de las ecuaciones que proporciona la aeroelasticidad clásica. Dentro de la ingeniería aeronáutica esta disciplina se encarga de estudiar el comportamiento dinámico de los perfiles de alas de aeronaves, combinando las teorías de la mecánica de fluidos y la mecánica de sólidos deformables. En las primeras formulaciones analíticas desarrolladas en ese ámbito no era necesaria la determinación de parámetro alguno mediante ensayos experimentales. Entre las obras clásicas escritas en este campo se pueden citar el libro escrito por Fung^[F4], así como el escrito por Bisplinghoff^[B1], Ashley y Halfman. En estas obras se puede encontrar un desarrollo de las ecuaciones que rigen el fenómeno de inestabilidad debida al flameo en perfiles de alas. En el ya mencionado libro de Fung se recoge el desarrollo completo de la teoría de Theodorsen^{[T1][T2]} para el flameo de una placa plana, que ha constituido la base matemática de toda la formulación analítica del flameo en puentes. Esta teoría considera un perfil plano, como el de la figura 2.3.1, sometido a un tipo de movimiento con dos grados de libertad: una traslación vertical h que provoca la flexión del ala y un giro α alrededor de un eje situado a una distancia ab de la mitad de la cuerda del ala.

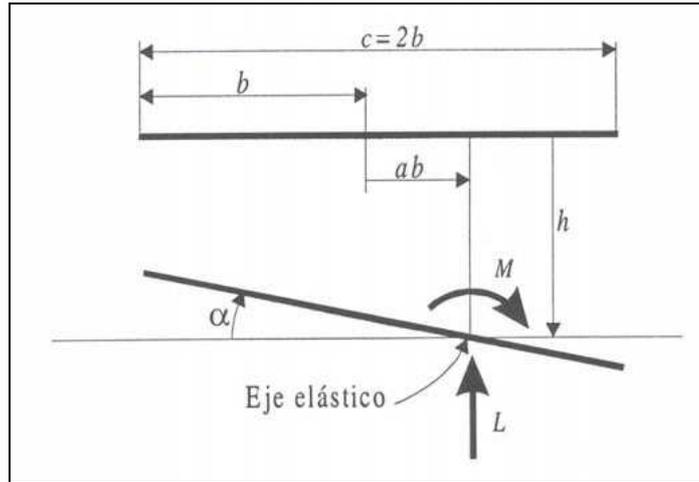


Figura 2.3.1 Movimientos y fuerzas considerados en una placa plana.

Se supone además, que el movimiento de la placa tiene carácter oscilatorio: $h = h_0 e^{i\omega t}$ y $\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}$, donde h_0 y α_0 son constantes complejas y ω es la frecuencia del movimiento. Si se considera la variable de tiempo adimensional $\tau = \frac{U t}{b}$, los movimientos de la placa pueden expresarse como:

$$h(\tau) = h_0 e^{ik\tau}$$

$$\alpha(\tau) = \alpha_0 e^{ik\tau}$$

siendo $k = \frac{\omega b}{U}$ la frecuencia adimensional.

Aplicando las reglas de derivación se obtienen las relaciones entre las derivadas de los movimientos respecto al tiempo y su variable adimensional τ

$$\dot{h} = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial \tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{U}{b} h'$$

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{U}{b} \alpha'$$

Realizando diversas operaciones matemáticas se puede demostrar que las fuerzas aerolásticas de levantamiento y de momento por unidad de longitud son función de los movimientos y de sus derivadas respecto a la variable tiempo adimensional según las relaciones siguientes :

$$L = f(\alpha, h', \alpha', h'', \alpha'')$$

$$M = g(\alpha, h', \alpha', h'', \alpha'')$$

Con los movimientos de tipo oscilatorios que se han asumido para los grados de libertad h y α , las derivadas segundas h'' y α'' son proporcionales a los movimientos sin derivar, por lo que las fuerzas aeroelásticas por unidad de longitud pueden ser expresadas también como:

$$L = f(\alpha, h, \alpha', h')$$

$$M = g(h, \alpha, h'', \alpha'')$$

relación que coincide con la planteada por Scalan para tableros de puentes, como se verá más adelante:

Finalmente, las expresiones de las fuerzas aeroelásticas por unidad de longitud según la teoría de Theodorsen una vez realizados los desarrollos necesarios son:

$$L = 2\pi b \rho U^2 \left\{ (F + iG) \left[\alpha_0 + \frac{i}{b} k h_0 + \left(\frac{1}{2} - a \right) i k \alpha_0 \right] - \frac{1}{2} i k \alpha_0 \right\} e^{ik\tau}$$

$$M = 2\pi b^2 \rho U^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} + a \right) (F + iG) \left[\alpha_0 + \frac{i}{b} k h_0 + \left(\frac{1}{2} - a \right) i k \alpha_0 \right] - \frac{1}{2} k^2 a \left(\frac{h_0}{b} - a \alpha_0 \right) + \left(\frac{1}{2} - a \right) i k \alpha_0 + \frac{k^2}{8} \alpha_0 \right\} e^{ik\tau}$$

donde U es la velocidad media del viento incidente, ρ la densidad del aire y F y G son respectivamente la parte real y la parte imaginaria de la función de Theodorsen

$$C(k) = F(k) + iG(k) = \frac{H_1(k)}{H_1(k) + iH_0(k)} = \frac{K_1(ik)}{K_0(ik) + K_1(ik)}$$

siendo H y K respectivamente las funciones de *Hänkel* y las funciones de *Bessel* modificadas.

En una primera aproximación la inestabilidad aeroelástica por flameo en tableros de puentes atirantados o colgantes se pretendió formular matemáticamente empleando las mismas ecuaciones que rigen el flameo de una placa plana. Sin embargo, la geometría de las secciones de los tableros de puentes no puede considerarse semejante a la de una placa plana, por lo que no es posible plantear una formulación analítica completa análoga a la formulada por Theodorsen. Para salvar este inconveniente se recurrió inicialmente a expresar las fuerzas aeroelásticas que actúan sobre el tablero de un puente como funciones lineales de los mismos dos grados de libertad considerados en la teoría de Theodorsen ^{[T1][T2]}, esto es, el movimiento vertical y el giro (w, ω_x), y sus primeras derivadas respecto al tiempo, multiplicados por unos coeficientes llamados coeficientes de flameo, *flutter derivatives* en inglés. En la figura 2.3.2 se indican los criterios de signos considerados.

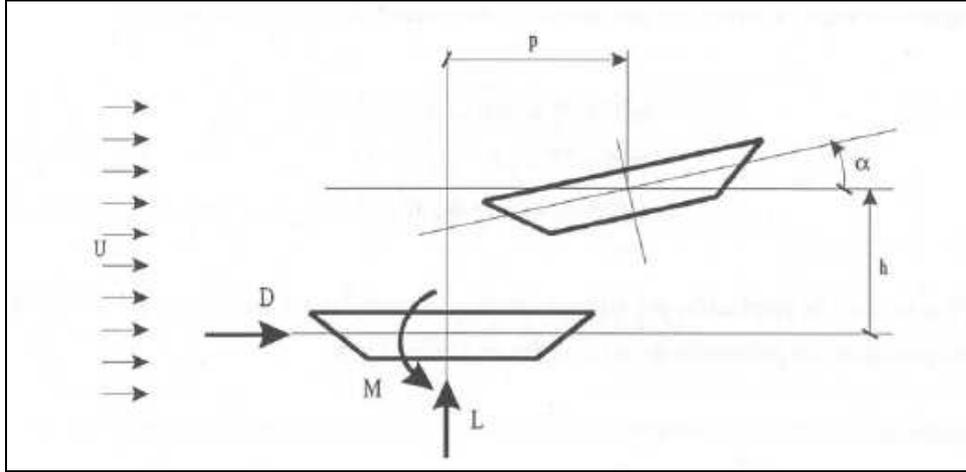


Figura 2.3.2 Criterio de signos de las fuerzas aeroelásticas.

La primera formulación del flameo de puentes fue propuesta por Scalan^[S2] y Tomko en el año 1971, considerando dos fuerzas aeroelásticas: la de elevación y la de giro.

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} \right)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} \right)$$

donde ρ es la densidad del aire, U es la velocidad del viento incidente, $K = \frac{B \omega}{U}$ es la frecuencia reducida y ω es la frecuencia angular, mientras que H_i^* y A_i^* , $i = 1, \dots, 4$, son los coeficientes de flameo antes mencionados.

Posteriormente el modelo se extendió incluyendo la fuerza horizontal de arrastre D (*drag* en inglés) y su movimiento asociado v , así como su velocidad. De esta manera se llega a una formulación que requiere 18 coeficientes de flameo según la expresión siguiente

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + K^2 H_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B} \right)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KP_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KP_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{h}{B} + K^2 P_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 P_6^* \frac{p}{B} \right)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + K^2 A_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B} \right)$$

Lamentablemente los coeficientes A_i^*, H_i^*, P_i^* ($i = 1, \dots, 6$) dependen de las características del tablero y su obtención debe realizarse, por lo tanto, experimentalmente, por lo que impide una formulación totalmente analítica de esta metodología. Por ello el estudio del comportamiento aerolástico del tablero de puentes se afrontó mediante una metodología híbrida que se describirá más adelante.

Uno de los aspectos claves en la metodología numérica es el lograr una adecuada modelización discreta del medio continuo.

La primera de las metodologías es el *método de los volúmenes finitos*, el cuál se basa en la discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes. El dominio se discretiza en un número finito de volúmenes de control de tal manera que el flujo que sale de un volumen debe de entrar en los volúmenes adyacentes a éste. De esta manera, al alcanzar el régimen estacionario, no puede haber pérdidas de flujo. Si los flujos que entran y salen de cada volumen no son iguales, esto quiere decir que las condiciones en cada volumen están cambiando y, en consecuencia, el flujo no es estacionario. El mismo esquema conceptual puede aplicarse, por ejemplo, a la energía. Entre las ventajas de este método destacan la facilidad para extender su formulación de casos bidimensionales a tridimensionales y la posibilidad de emplear mallas no regulares, lo que hace el método muy adecuado para problemas con geometrías complicadas.

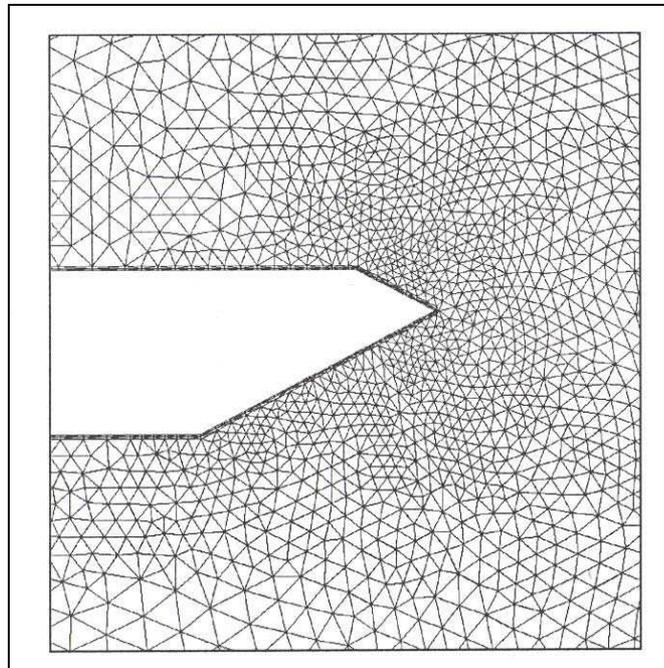


Figura 2.3.3 Detalle de una malla de volúmenes finitos del puente del Great Belt.

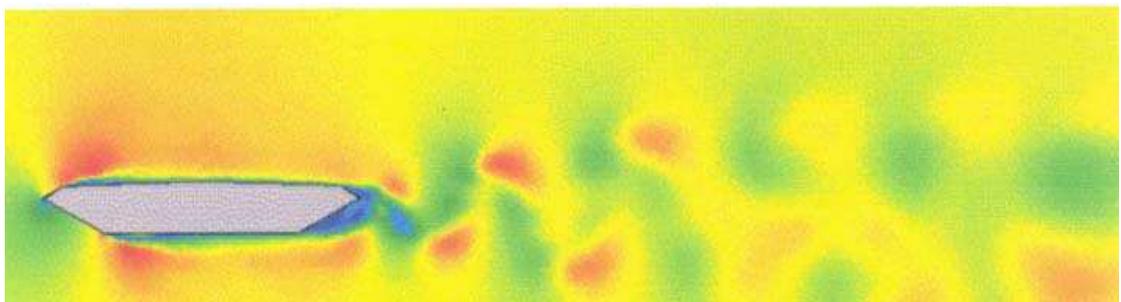


Figura 2.3.4. Contorno de velocidades obtenido mediante el método de los volúmenes finitos del puente del Great-Belt.

Una segunda metodología es la de *partículas*. Ésta se basa en la discretización de una ecuación integral equivalente a la ecuación en derivadas parciales. Un ejemplo concreto de este tipo de método es el de los vórtices discretos (*discrete vortex method*) que son métodos lagrangianos de partículas, mostrándose en la figura 2.3.5 los resultados que pueden ser obtenidos.

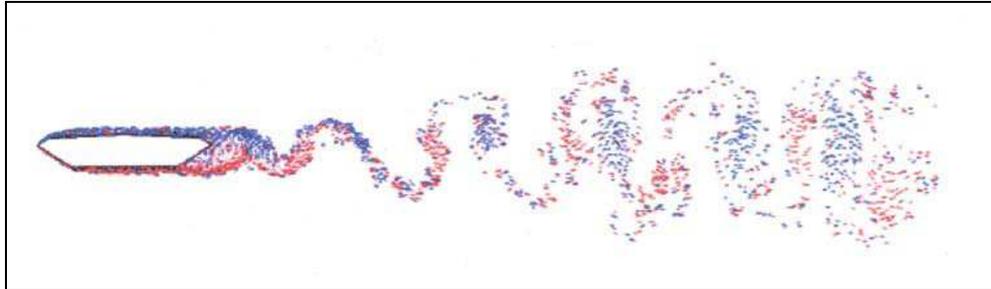


Figura 2.3.5 Desprendimiento de torbellinos producidos por el puente del Great Belt.

2.4 Métodos experimentales.

La metodología experimental consiste en intentar averiguar el comportamiento del puente real mediante los resultados obtenidos utilizando un modelo reducido de ese puente en un ensayo.

Los ensayos de modelos de puentes completos se llevan a cabo habitualmente en túneles de viento de capa límite, ya que éstos poseen generalmente secciones de ensayo de gran longitud con el fin de poder simular la capa límite atmosférica y evaluar así los efectos tridimensionales del viento sobre las estructuras. Así, una capa límite de entre 0.5 y 1m de altura se desarrolla en un suelo rugoso por cada 20 ó 30 m de longitud. Ejemplos de este tipo de túneles de viento son los existentes en la Universidad de Western Ontario en London, Canadá, donde el equipo creado por el profesor Davenport ha ensayado muchos de los puentes más importantes construidos en el mundo. En la figura 2.4.1. se muestra como se desarrolla la capa límite a lo largo de la cámara de ensayo en este tipo de túneles.

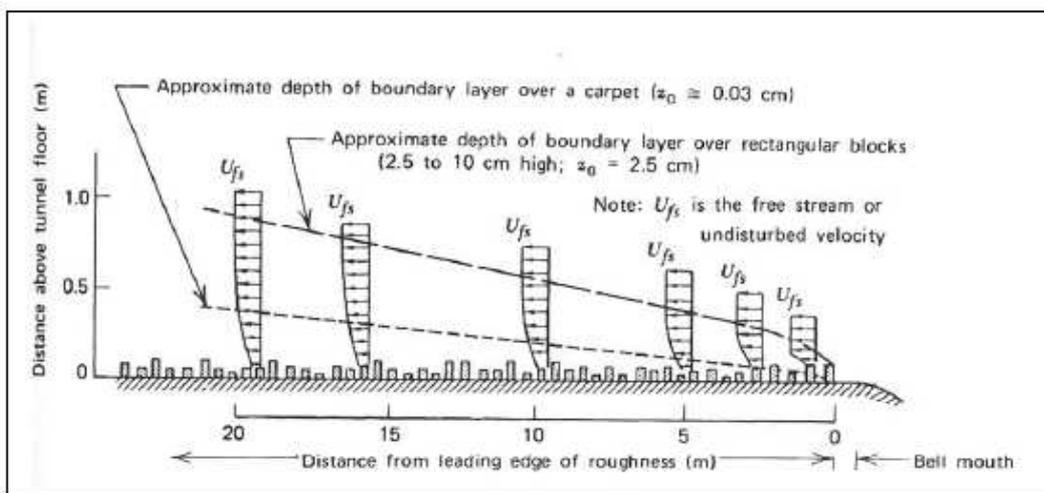


Figura 2.4.1 Desarrollo de la capa límite en la sección de ensayo de un túnel de capa límite.

En los ensayos realizados en este tipo de túneles se analiza en muchos casos la orografía de las zonas cercanas a la estructura, según Meseguer^[M1] las escalas típicas en este tipo de ensayos oscilan entre 1/2000 y 1/5000. Si la escala escogida es baja, del orden de 1/5000 o inferior, los números de Reynolds asociados serán muy bajos por lo que la capa límite simulada puede presentar distorsiones significativas. Por ejemplo, en el proyecto del puente sobre el canal de Chacao, en Chile, se ha llevado a cabo un estudio sobre un modelo del terreno con el propósito de investigar el efecto de la topografía en el régimen de vientos de la zona. Así, se analizó un área de 4 km x 4 km, para realizar el modelo con una escala geométrica 1/2000. Los principales objetivos de este tipo de ensayos son conocer las condiciones del flujo de aire en el emplazamiento del puente y establecer relaciones correctas con las mediciones obtenidas de las estaciones meteorológicas de la zona. En la figura 2.4.3. se muestra el modelo del terreno realizado en el interior de la cámara de ensayo de 2,6 m de ancho por 1,8 m de alto del túnel de viento de capa límite de FORCE Technology en Dinamarca.

Los túneles de viento de capa límite más adecuados para realizar ensayos de modelos de puentes completos son los denominados *extra-anchos*, que son aquellos en los que las cámaras de ensayo tienen grandes dimensiones como es el caso del *FORCE Technology's Very Wide Boundary-Layer Wind Tunnel* el cuál tiene una cámara de ensayo de 13.6 m de ancho, 1.6 m de altura y 15 m de longitud. Este túnel también es conocido como *Martin Jensen Wind Tunnel*. Según Simiu^[S1] y Scanlan una escala geométrica empleada habitualmente en los modelos de puentes es 1/300, aunque en algunos casos se han empleado escalas del orden de 1/100. En la figura 2.4.4 se muestra una fotografía del modelo completo del puente sobre el canal de Chacao ensayado en el túnel de viento Martin Jensen. La escala geométrica empleada ha sido 1/215 y los estudios aeroelásticos han sido llevados a cabo tanto en flujo laminar como turbulento. Igualmente, en los ensayos se ha considerado un viento incidente según la perpendicular al eje longitudinal del puente, así como según un ángulo de 30° con esa misma perpendicular.



Figura 2.4.2. Modelo de un núcleo urbano para ensayo en túnel aerodinámico

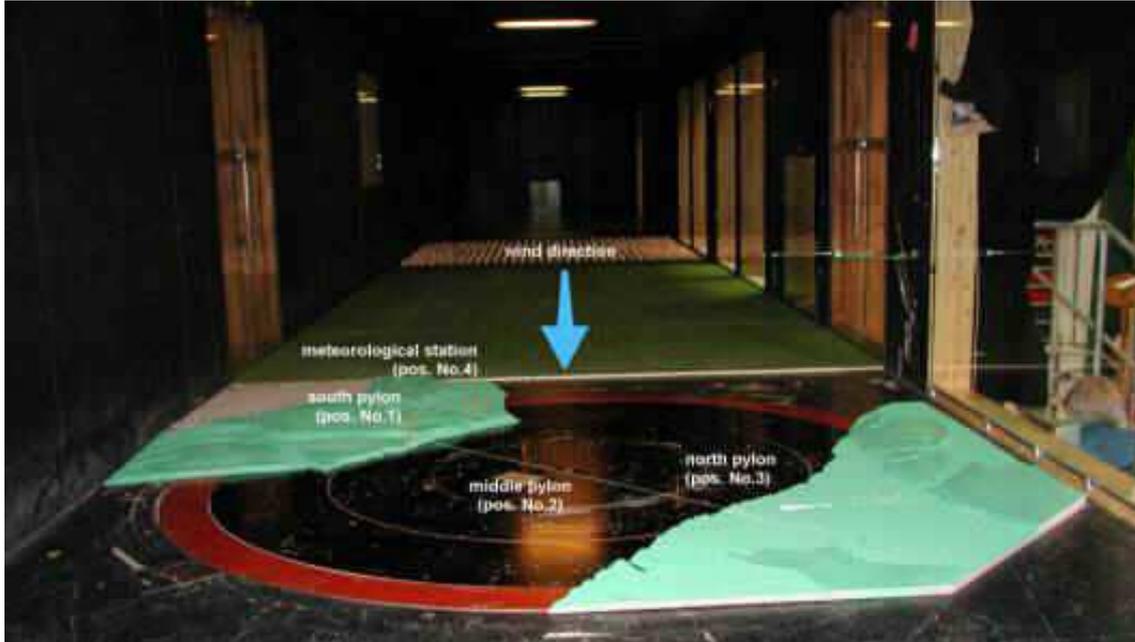


Figura 2.4.3. Modelo del terreno a escala 1/2000 realizado para el puente de Chacao en Chile.



Figura 2.4.4. Modelo completo del puente sobre el canal de Chacao.

El ejemplo más impresionante dentro de los túneles *extra-anchos* es el del *Construction Ministry's Public Works Research Institute* en Tskuba, Japón. Esta instalación cuenta con una cámara de ensayos de 30 m de longitud, 40 m de anchura y 4 m de altura en la que se llevaron a cabo los ensayos del puente sobre el estrecho de Akashi. En las figuras 2.4.5 y 2.4.6 se muestran dos imágenes del modelo realizado para el puente sobre el estrecho de Akashi.

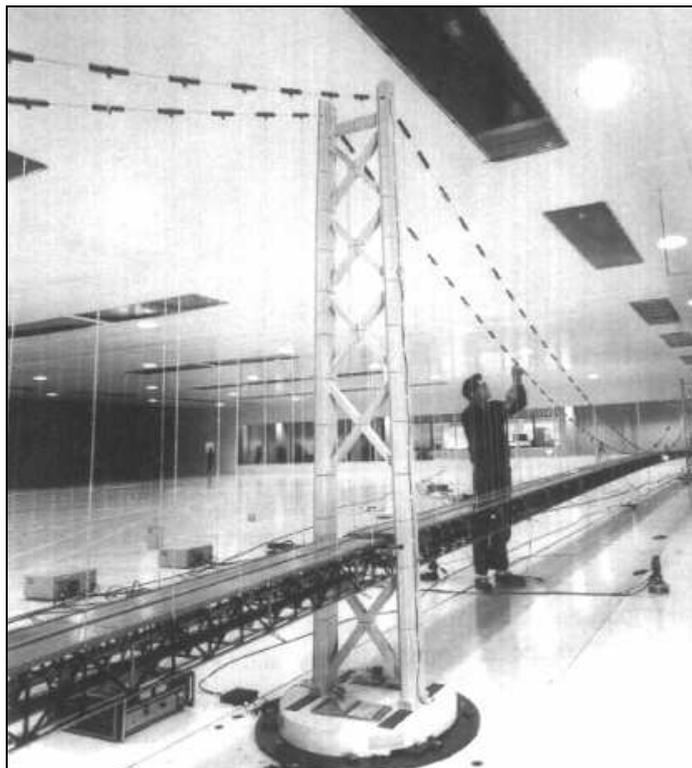


Figura 2.4.5 Modelo completo del puente sobre el estrecho de Akashi a escala 1/100.

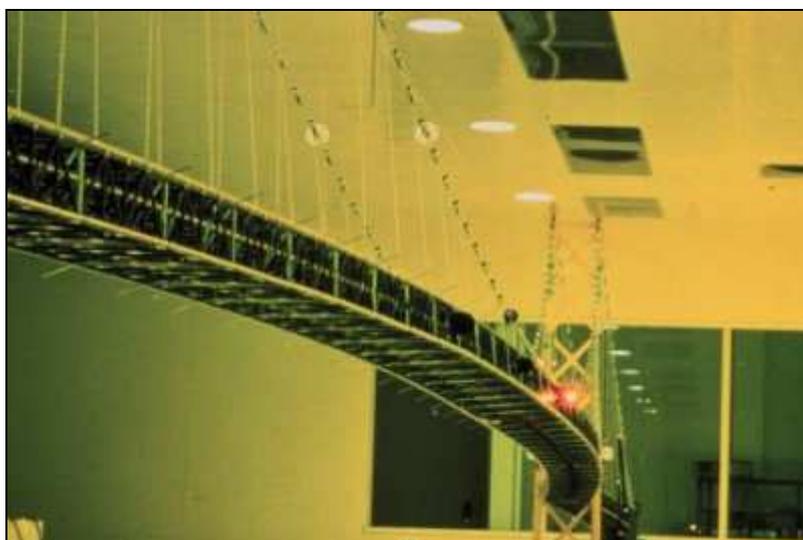


Figura 2.4.6 Ensayo en túnel de viento del puente sobre el estrecho de Akashi.

El *Committee on Wind Effects* de la ASCE ^[C1] señala las siguientes *ventajas* relativas al ensayo de modelos de puentes completos en túneles de capa límite:

- Permiten representar la interacción entre tablero, pilares, torres, estribos y cables.

- Se pueden reproducir las distorsiones del flujo de aire en diferentes partes del puente si además del propio puente se modela la topografía del terreno próximo.
- En algunos casos la escala del modelo es tal que permite reproducir adecuadamente la propia estructura turbulenta del viento.

Los principales *inconvenientes* pueden ser sintetizados en los siguientes aspectos:

- La construcción de los modelos es muy costosa.
- Los modelos a ensayar deben de ser realizados considerando la escala geométrica y también dinámica.
- El modelo no puede ser modificado fácilmente si se comprueba que la configuración adoptada no es aceptable.

Mosquera ^[M2] considera como ventajas a añadir a las citadas anteriormente que este tipo de ensayos permite la identificación de muchas de las respuestas de la estructura frente a las cargas de viento, como reacciones, movimientos, inestabilidades aeroelásticas; así como una clara visualización de la deformación del modelo. Además, debe tenerse muy presente el elevado coste de ejecución de las instalaciones necesarias y del propio ensayo.

2.5 Métodos híbridos.

La metodología híbrida es un planteamiento que nace de la necesidad de obtener experimentalmente los coeficientes de flameo requeridos en la formulación de las fuerzas aeroelásticas propuesta por Scanlan, según se ha indicado en el apartado 2.3. En consecuencia, este planteamiento permite obtener la velocidad de flameo de un puente en dos etapas sucesivas:

- *Etapa experimental:* en la que se obtiene la expresión de las fuerzas aeroelásticas L , M , D , tras la identificación de los coeficientes de flameo.
- *Etapa computacional:* en la que se lleva a cabo el análisis estructural del puente solicitado por las fuerzas aeroelásticas utilizando el método de los elementos finitos.

Fase experimental. Ensayo de modelos seccionales de puentes.

Este tipo de modelos reducidos se elaboran a partir de una reproducción, a escala, de un segmento del tablero que se dispone en la cámara de ensayo. En la fotografía 2.5.1 se muestra el modelo seccional de puente Hong Kong-Shenzhen Western Corridor.

Sobre un modelo seccional se pueden realizar dos tipos de ensayos:

- Ensayo aerodinámico.
- Ensayo aerolástico.

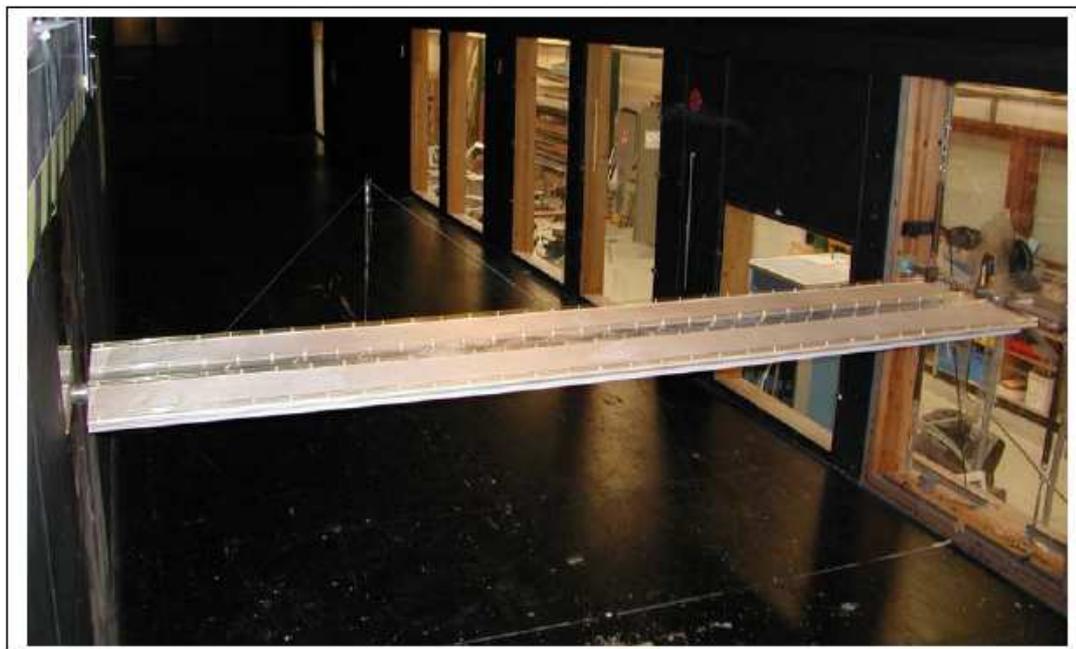


Figura 2.5.1 Modelo instalado en la cámara de ensayo del puente Hong Kong-Shenzhen Western Corridor



Figura 2.5.2 Detalle del modelo seccional del puente Hong Kong-Shenzhen Western Corridor.

Ensayo aerodinámico.

En este caso el modelo reducido del tablero del puente está en la cámara de ensayo con todos sus movimientos impedidos. El objetivo que se persigue es identificar los coeficientes aerodinámicos que relacionan las fuerzas ejercidas por el flujo de aire sobre el tablero con el producto de la presión dinámica por la longitud de referencia o su cuadrado en el caso del momento. En la figura 2.5.3 se muestra el criterio de signos considerado.

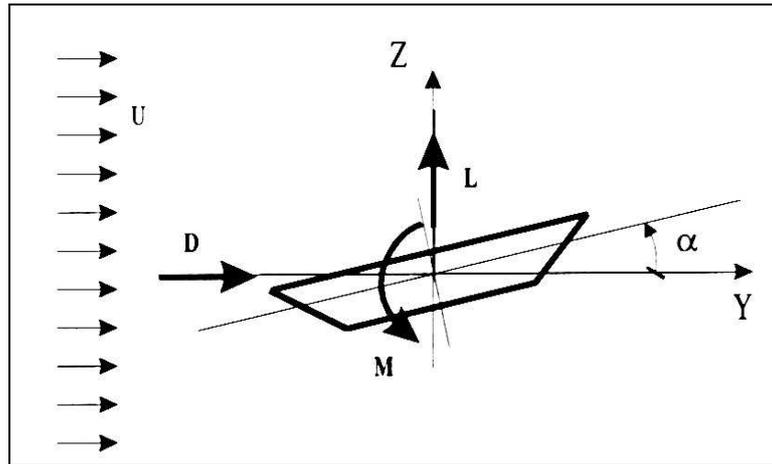


Figura 2.5.3 Esquema de un ensayo aerodinámico.

Los coeficientes aerodinámicos así definidos vienen dados por las expresiones siguientes:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot B}; \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot B}; \quad C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot B^2} \quad (2.5.1.)$$

donde \$D\$ es la fuerza de empuje por unidad de longitud que actúa sobre el tablero, \$L\$ la fuerza de elevación por unidad de longitud y \$M\$ es el momento según el eje longitudinal del puente por unidad de longitud de tablero. Estas fuerzas por unidad de longitud, que dependen del ángulo de ataque \$\alpha\$ como se muestra en la figura 2.5.3, quedan adimensionalizadas por el producto de presión dinámica por la anchura del tablero la \$B\$. En el ensayo, el flujo de aire debe generarse para distintos ángulos de ataque sobre el tablero, \$\alpha\$.

Los ensayos aerodinámicos suelen llevarse a cabo en instalaciones de menores dimensiones que los túneles de viento de capa límite, como son los túneles aerodinámicos. Estos túneles pueden considerarse como los herederos de los túneles que tradicionalmente se han venido usando en el ámbito de la ingeniería aeronáutica. Se caracterizan porque su cámara de ensayos es más corta que en el caso de los túneles de capa límite. En ellos se puede generar flujo laminar o turbulento, y para este último caso se utilizan sistemas de rejilla. Con el fin de generar flujos con diferentes intensidades de turbulencia se modifica la sección de las barras que constituyen la rejilla, así como la separación entre las mismas. Otro factor que también tiene influencia es la distancia existente entre la rejilla y el modelo a ensayar. En la figura 2.5.4 se muestra una imagen del túnel de viento aerodinámico del que

dispone el Grupo de Mecánica de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Coruña. En la figura 2.5.5 se muestra el esquema de una rejilla que permite la generación de flujo turbulento.



Figura 2.5.4 Túnel de viento aerodinámico de la E.T.S.I.C.C.P. de la Universidad de Coruña

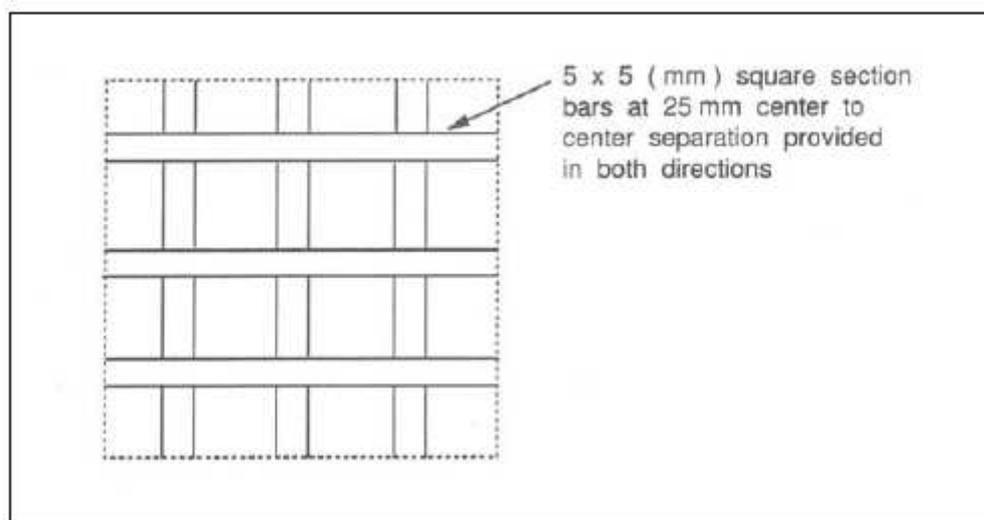


Figura 2.5.5 Dispositivo generador de turbulencia

Ensayo aeroelástico.

En este tipo de ensayo, el modelo seccional debe simular lo más exactamente posible las características dinámicas del prototipo. En consecuencia, se debe realizar un análisis dimensional y de semejanza de parámetros que permita determinar la masa apropiada para el modelo, así como la posición y rigidez de los muelles elásticos que lo soportan. En la figura 2.5.6 se muestra una fotografía de un modelo seccional del tablero del puente del Great Belt ensayado en el túnel de viento del Grupo de Mecánica de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Coruña.



Figura 2.5.6 Modelo seccional del Great-Belt preparado para realizar un ensayo aeroelástico

El objetivo final de este tipo de ensayos es determinar los coeficientes de flameo, *flutter derivatives* en inglés, que relacionan las fuerzas aeroelásticas y los movimientos del tablero. Como se verá más adelante estas expresiones son de la forma siguiente:

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KP_1^* \frac{\dot{v}}{U} + KP_2^* \frac{B \dot{\phi}_x}{U} + K^2 P_3^* \phi_x + K^2 P_4^* \frac{v}{B} + KP_5^* \frac{\dot{w}}{U} + K^2 P_6^* \frac{w}{B} \right) \quad (2.5.2.)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{w}}{U} + KH_2^* \frac{B \dot{\phi}_x}{U} + K^2 H_3^* \phi_x + K^2 H_4^* \frac{w}{B} + KH_5^* \frac{\dot{v}}{U} + K^2 H_6^* \frac{v}{B} \right) \quad (2.5.3.)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{\dot{w}}{U} + KA_2^* \frac{B \dot{\phi}_x}{U} + K^2 A_3^* \phi_x + K^2 A_4^* \frac{w}{B} + KA_5^* \frac{\dot{v}}{U} + K^2 A_6^* \frac{v}{B} \right) \quad (2.5.4.)$$

donde D, L y M son las tres componentes de la fuerza aeroelástica mientras que los valores H_i^* , A_i^* , P_i^* $i=1, \dots, 6$ representan a los 18 coeficientes de flameo. Además, K es la frecuencia reducida, $K = B \omega / U$ siendo ω la frecuencia de la respuesta. En la figura 2.5.7. se representa el criterio de signos utilizados.

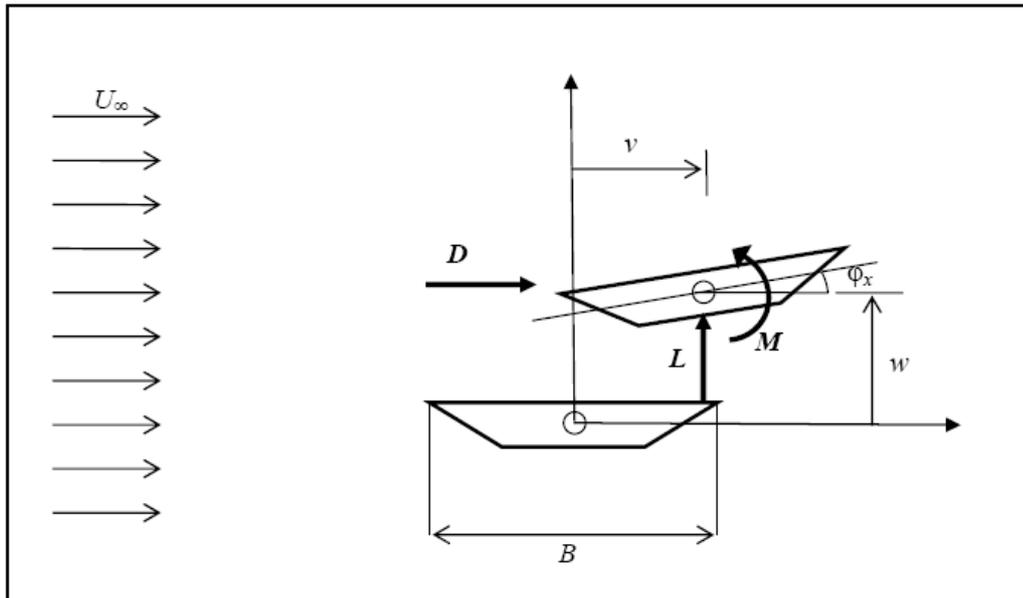


Figura 2.5.7 Fuerzas y movimientos en el ensayo aeroelástico.

En la figura 2.5.8 se muestra un posible esquema de sustentación del modelo seccional para realizar ensayos aeroelásticos y en la figura 2.5.9 se adjuntan los gráficos de algunos coeficientes de flameo obtenidos para diversos puentes, así como los de un perfil alar, en los que U es la velocidad del viento incidente, B el ancho del tablero y n la frecuencia de oscilación.

Este tipo de ensayos fue propuesto por primera vez por Scanlan^[S2] y Tomko en 1971. Sin embargo, al emplear solamente dos grados de libertad, el giro según el eje longitudinal del tablero y el movimiento vertical, no era posible obtener todos los coeficientes de flameo. En el año 1977 Ibrahim^[11] y Mikulcik desarrollan un método numérico con el que se analizan los resultados de sistemas con respuestas que se amortiguan exponencialmente. Basándose en este método, Sarkar^[S5] y Jones pusieron a punto en 1994 una metodología para obtener simultáneamente los 18 coeficientes de flameo.

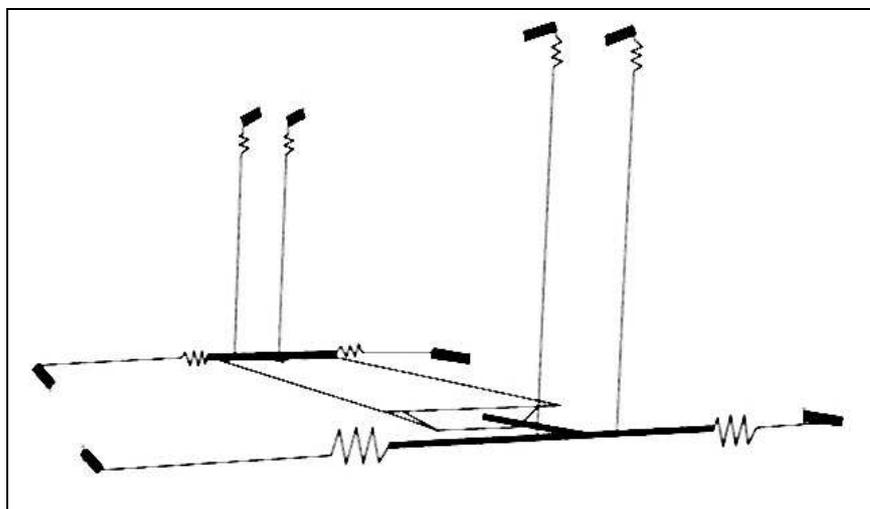


Figura 2.5.8 Esquema de sustentación en un ensayo aeroelástico

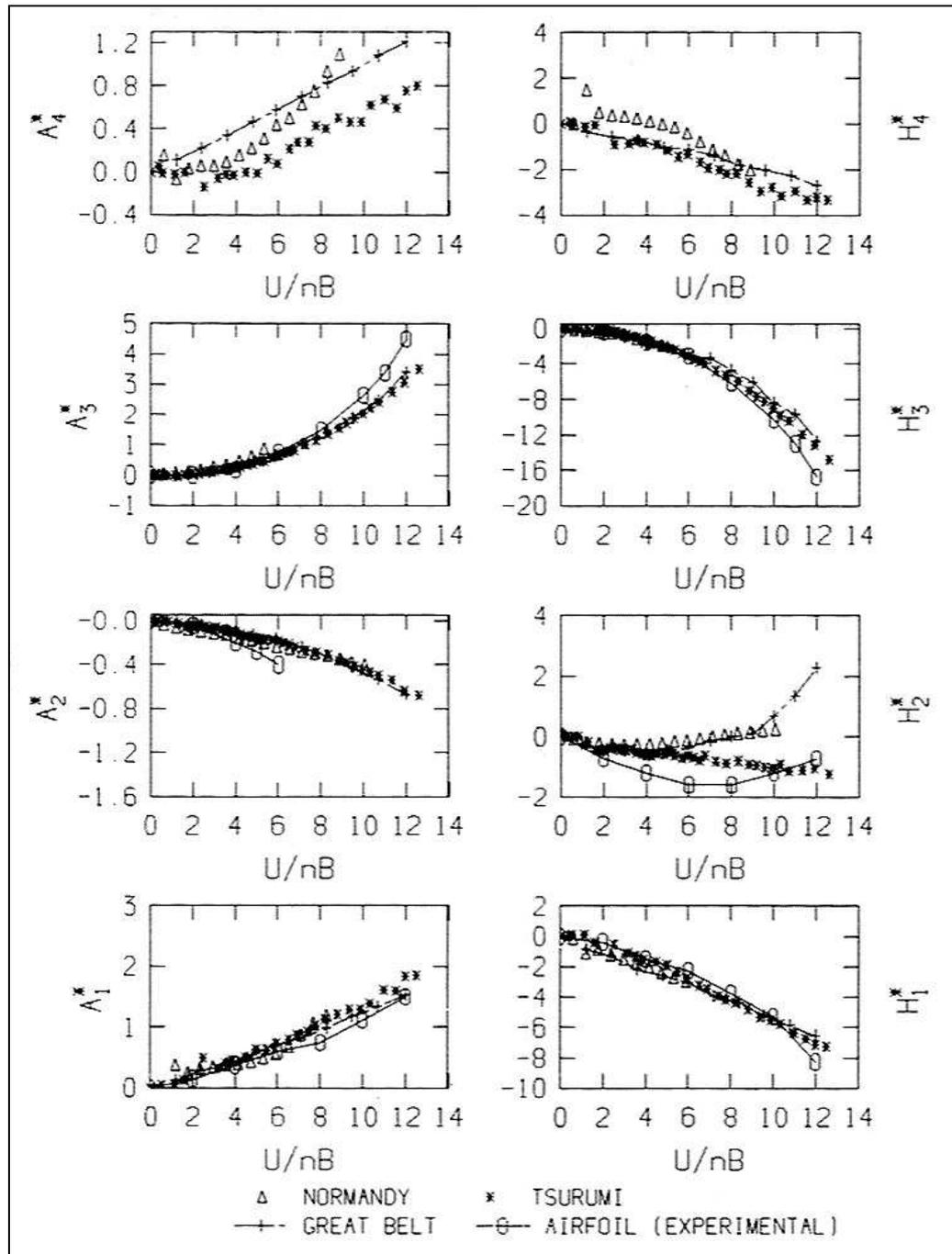


Figura 2.5.9 Ejemplos de coeficientes aeroelásticos

Las *ventajas* que el Committee on Wind Effects de la ASCE^[C1] destaca en relación con los ensayos sobre modelos seccionales son:

- Bajo coste de los modelos seccionales.
- La escala a la que se construye el modelo suele ser lo suficientemente grande como para reproducir pequeños detalles de la geometría de la sección con precisión.

- Tanto las propiedades geométricas y dinámicas del modelo seccional como el sistema de soporte pueden modificarse fácilmente.

En lo que se refiere a los principales *inconvenientes* se citan los siguientes:

- El modelo no permite reproducir el comportamiento real del puente en las proximidades de estribos y torres. Sin embargo, en estos puntos lo habitual es que el tablero esté coaccionado o que las posibles distorsiones sean de pequeña relevancia.

La metodología híbrida también permite el estudio del fenómeno del bataneo; para ello se definen las fuerzas por unidad de longitud del tablero debidas a la turbulencia del viento como sigue:

$$\begin{aligned}
 L_b &= \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_L \frac{u_y}{U} + \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \frac{u_z}{U} \right] \\
 D_b &= \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_D \frac{u_y}{U} + \left(\frac{dC_D}{d\alpha} \right) \frac{u_z}{U} \right] \\
 M_b &= \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[2C_M \frac{u_y}{U} + \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right) \frac{u_z}{U} \right]
 \end{aligned} \tag{2.5.5.}$$

donde el subíndice b hace referencia al fenómeno del bataneo, α representa el ángulo de ataque del viento incidente, $u_y(x,t)$ y $u_z(x,t)$ representan la variación respecto a la velocidad media del viento incidente según la componente transversal y vertical al tablero respectivamente, mientras que los coeficientes se obtienen experimentalmente, igual que en el caso del flutter. Por último, se debe realizar el análisis estructural del puente bajo la acción conjunta de las fuerzas de flutter y de bataneo.

Fase computacional. Cálculo de la velocidad de flameo.

Desde la década de los años 60, el profesor *Robert H. Scanlan* desarrolló junto a numerosos investigadores como Tomko, Sabzevari, Gade, Lin, Huston, Kumarasena o Singh, entre otros, toda una serie de investigaciones sobre la modelización matemática de las inestabilidades aeroelásticas en puentes de gran vano. Scanlan puede ser considerado por tanto, el padre de la aeroelasticidad en el ámbito de la ingeniería civil. En la actualidad su testigo ha sido tomado por el profesor Nicholas P. Jones, actualmente investigador principal en este campo en la Johns Hopkins University en Baltimore, Maryland, USA.

En el año 1995 Jain^[J2] desarrolló junto a Scanlan y Jones una ampliación de esta teoría, añadiendo, a los dos grados de libertad clásicos del flutter (w , ω_x), el grado de libertad correspondiente al movimiento horizontal en el sentido de la dirección del viento v , y su primera derivada temporal \dot{v} . La inclusión de este grado de libertad en el análisis del flameo tiene una importancia capital ya que los tableros de puentes de gran vano presentan una gran flexibilidad en esa dirección debido a su gran longitud. Tanto es así, que puentes como el del

Great Belt, o el puente sobre el estrecho de Akashi, presentan modos laterales entre sus primeros modos de vibración, y con frecuencias menores que los modos de torsión.

El análisis multimodal consiste en expresar los movimientos de una estructura como una combinación lineal de un conjunto de los modos naturales de vibración de la misma. Éste método fue aplicado en el problema del flutter de puentes por Jain^[J2], quién expresó los movimientos del tablero como una combinación lineal de los m primeros modos naturales de vibración.

Seguidamente se presenta la formulación del flameo multimodal siguiendo la notación establecida por Jurado^[J3] y Hernández. Esta notación se adecua a la empleada habitualmente en ingeniería de estructuras, y difiere de la empleada tradicionalmente por otros autores como Scanlan^[S3], Jones^[J1] o Jain^[J2], que siguen la notación acuñada en el ámbito de la ingeniería aeronáutica.

El análisis aeroelástico de un tablero de un puente es un análisis dinámico en el que las fuerzas actuantes son dependientes de los movimientos del propio tablero dentro del flujo de viento.

Los modelos de cálculo habitualmente utilizados en este tipo de estructuras, tanto puentes atirantados como puentes colgantes, son modelos estructurales tridimensionales de elementos barra, como el que se muestra en la figura 2.5.10. Cabe destacar que en éstos el tablero se modela como elementos barra tridimensionales a flexión, por lo que los nudos poseen 6 grados de libertad, tres desplazamientos y tres giros, y 6 esfuerzos, esfuerzo axil, dos esfuerzos cortantes, dos momentos flectores y un momento torsor. La compatibilización de movimientos entre los movimientos del tablero y las péndolas y cables principales, se realiza mediante la definición de una serie de barras ficticias transversales a dicho tablero, que conectan a éste con los extremos de dichas péndolas o tirantes en el caso de puentes atirantados. Este tipo de modelo puede ser como el que se ilustra a continuación.

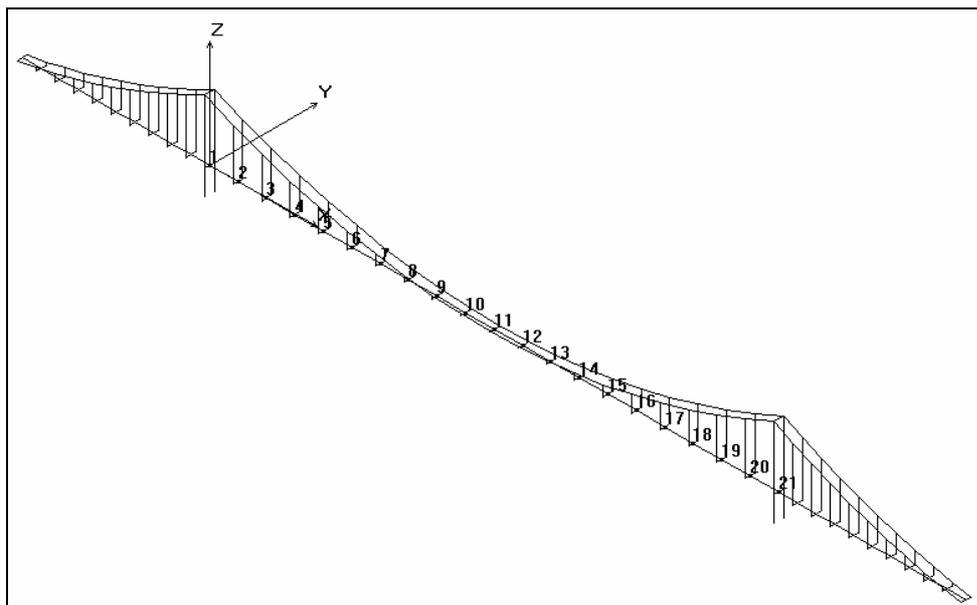


Figura 2.5.10 Modelo estructural tridimensional de un puente colgante

Las fuerzas aeroelásticas que ejerce el viento sobre el tablero se descomponen en tres acciones por unidad de longitud:

- Una fuerza de arrastre, “*drag*”, que produce una flexión lateral del tablero en el plano XY. Esta fuerza en la notación de Scanlan se denominaba como D, la notación aquí utilizada será p_y .

- Una fuerza de elevación, “*lift*”, que produce una flexión vertical del tablero en el plano XZ. Esta fuerza en la notación de Scanlan se denominaba como L, siguiendo la notación aquí utilizada será p_z .

- Un momento, “*moment*”, alrededor del eje X del tablero que produce movimientos de tipo torsional a lo largo del mismo. Esta fuerza en la notación de Scanlan se denominaba como M, la notación aquí utilizada será m_x .

Los movimientos de un nudo cualquiera de la estructura, siguiendo la notación tradicional de cálculo de estructuras estarán definidos mediante el vector

$$\mathbf{u} = (u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)^T \quad (2.5.6.)$$

cuyas componentes representan los tres desplazamientos y tres giros de cada uno de los nudos de la barra. Con esta notación las expresiones de las fuerzas aeroelásticas, véase la figura 2.5.11., resultan

$$p_y = D = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KP_1^* \frac{\dot{v}}{U} + KP_2^* \frac{B \dot{\varphi}_x}{U} + K^2 P_3^* \varphi_x + K^2 P_4^* \frac{v}{B} + KP_5^* \frac{\dot{w}}{U} + K^2 P_6^* \frac{w}{B} \right) \quad (2.5.7.)$$

$$p_z = L = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{w}}{U} + KH_2^* \frac{B \dot{\varphi}_x}{U} + K^2 H_3^* \varphi_x + K^2 H_4^* \frac{w}{B} + KH_5^* \frac{\dot{v}}{U} + K^2 H_6^* \frac{v}{B} \right) \quad (2.5.8.)$$

$$m_x = M = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{\dot{w}}{U} + KA_2^* \frac{B \dot{\varphi}_x}{U} + K^2 A_3^* \varphi_x + K^2 A_4^* \frac{w}{B} + KA_5^* \frac{\dot{v}}{U} + K^2 A_6^* \frac{v}{B} \right) \quad (2.5.9.)$$

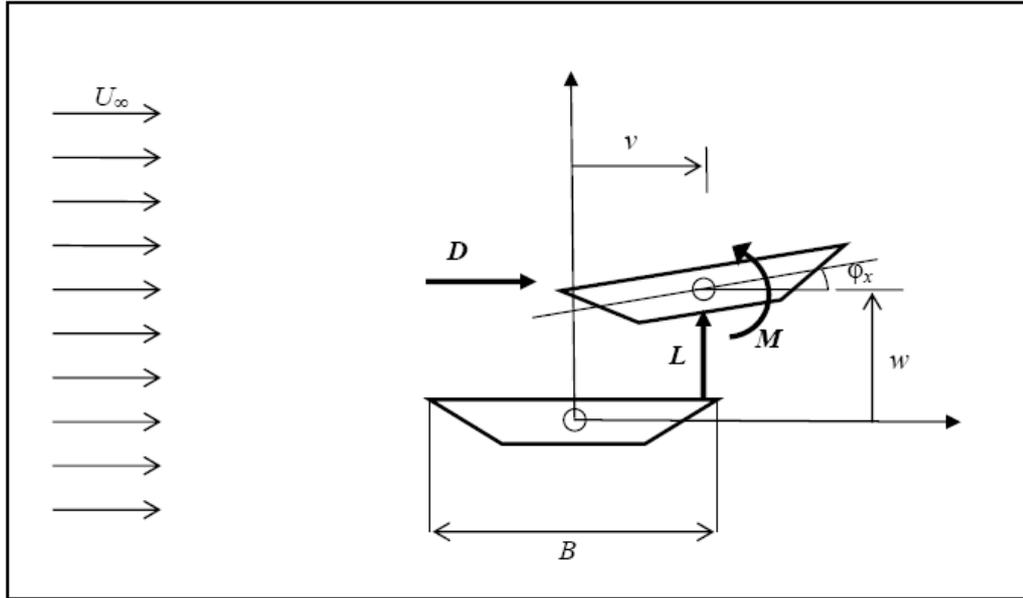


Figura 2.5.11. Fuerzas y movimientos en el ensayo aerolástico.

Dado que estas fuerzas aeroelásticas son una combinación lineal de los movimientos y velocidades de oscilación, trabajando con un modelo estructural de puente con el tablero discretizado en elementos barra, se puede definir de forma matricial un vector de cargas actuando en cada elemento barra de la forma

$$f_{ac} = K_{ae} \cdot u_e + C_{ae} \cdot \dot{u}_e \quad (2.5.10.)$$

donde el subíndice a hace referencia al origen aeroelástico de los términos. Las fuerzas en los dos nudos extremos de cada barra están relacionadas con sus movimientos y velocidades por las ecuaciones (2.5.7), (2.5.8), (2.5.9), llevándose cada uno de ellos la mitad de la carga distribuida sobre el elemento. De este modo se puede establecer la expresión matricial siguiente para cada uno de los nudos $i=1,2$ en los extremos de barra

$$f_{ai} = K_{ai} \cdot u_i + C_{ai} \cdot \dot{u}_i \quad (2.5.11.)$$

que desarrollada queda

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \frac{l_e}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ p_y \\ p_z \\ m_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{l_e}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & pK^2 P_4^* & pK^2 P_6^* & pK^2 P_3^* & 0 & 0 \\ 0 & pK^2 H_6^* & pK^2 H_6^* & pK^2 H_6^* & 0 & 0 \\ 0 & pBK^2 A_6^* & pBK^2 A_4^* & pBK^2 A_3^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \varphi_{xi} \\ \varphi_{yi} \\ \varphi_{zi} \end{pmatrix} +$$

$$+\frac{l_e}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & pBKP_1^*/U & pBKP_5^*/U & pBKP_2^*/U & 0 & 0 \\ 0 & pBKH_5^*/U & pBKH_1^*/U & pBKH_2^*/U & 0 & 0 \\ 0 & pB^2KA_5^*/U & pBKA_1^*/U & pBKA_2^*/U & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{v}_i \\ \dot{w}_i \\ \dot{\phi}_{xi} \\ \dot{\phi}_{yi} \\ \dot{\phi}_{zi} \end{pmatrix} \quad (2.5.12.)$$

donde l_e es la longitud del elemento y $p = \rho U^2 / 2$ es la presión dinámica del viento a velocidad U . Con esta notación matricial, el vector de fuerzas aeroelásticas para un elemento barra del tablero según la ecuación (2.5.10.) resulta

$$\mathbf{f}_{ae} = \begin{pmatrix} f_{a1} \\ f_{a2} \end{pmatrix} = \mathbf{K}_{ae} \mathbf{u}_e + \mathbf{C}_{ae} \dot{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} K_{a1} & 0 \\ 0 & K_{a2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{a1} & 0 \\ 0 & C_{a2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{pmatrix} \quad (2.5.13.)$$

Ensamblando para todos los elementos que constituyen el tablero, se obtiene el vector global de fuerzas aeroelásticas \mathbf{f}_a , así como las matrices globales aeroelásticas \mathbf{K}_a y \mathbf{C}_a , que cumplen

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{K}_a \cdot \mathbf{u} + \mathbf{C}_a \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (2.5.14.)$$

siendo la dimensión de los vectores \mathbf{f}_a y \mathbf{u} , el número de grados de libertad en el tablero $n=6N$, siendo N el número de nudos en que se ha discretizado el tablero, y la dimensión de las matrices aeroelásticas \mathbf{K}_a y \mathbf{C}_a de $6N \times 6N$, aunque observando sus desarrollos en (2.5.12) sólo poseen $3N \times 3N$ términos no nulos en general.

Con esta notación matricial, el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento dinámico de un tablero sometido a unas fuerzas de origen aeroelástico es

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}_a = \mathbf{K}_a \mathbf{u} + \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{u}} \quad (2.5.15.)$$

siendo \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del tablero. Pasando los términos de las fuerzas aeroelásticas al lado izquierdo de la igualdad resulta

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{C} - \mathbf{C}_a) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_a) \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.5.16.)$$

que representa el movimiento de un sistema amortiguado en vibración libre, en el que las matrices de rigidez y amortiguamiento han sido modificadas por las fuerzas aeroelásticas inducidas por el viento.

Aplicando el análisis modal a los movimientos del tablero, la solución del problema definido en la ecuación anterior puede ser aproximada como una combinación lineal de los m modos más significativos

$$\mathbf{u} = \sum_{r=1}^m \phi_r q_r = \Phi \mathbf{q} \quad (2.5.17.)$$

con \mathbf{q} la participación de cada uno de los modos de vibración en el vector de movimientos \mathbf{u} . Sustituyendo (2.5.17) en (2.5.16) y premultiplicando por Φ^T , se llega a:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}} + \Phi^T (\mathbf{C} - \mathbf{C}_a) \Phi \dot{\mathbf{q}} + \Phi^T (\mathbf{K} - \mathbf{K}_a) \Phi \mathbf{q} = 0 \quad (2.5.18.)$$

La ecuación (2.5.18.) rige el comportamiento del tablero, aunque los modos de vibración han tenido que ser calculados para el puente completo, incluyendo cables y torres. Definiendo:

$$\mathbf{M}_R = \Phi^T \mathbf{M} \Phi, \quad \mathbf{C}_R = \Phi^T (\mathbf{C} - \mathbf{C}_a) \Phi, \quad \mathbf{K}_R = \Phi^T (\mathbf{K} - \mathbf{K}_a) \Phi \quad (2.5.19.)$$

Y teniendo en cuenta que los modos de vibración se normalizan respecto a la masa de manera que $\mathbf{M}_R = \mathbf{I}$, la expresión (2.5.18.) queda:

$$\mathbf{I} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_R \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_R \mathbf{q} = 0 \quad (2.5.20.)$$

Para que la respuesta aerolástica del tablero se pueda considerar una oscilación amortiguada en el tiempo de forma que

$$q(t) = w e^{\mu t} \quad (2.5.21.)$$

con lo que la ecuación (2.5.20.) puede escribirse

$$(2.5.22.)$$

y utilizando la siguiente identidad

$$-\mu I w + \mu I w = 0 \quad (2.5.23.)$$

es posible construir el sistema

$$\left[\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^2 w \\ \mu w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_R & K_R \\ -I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu w \\ w \end{pmatrix} \right] e^{\mu t} = 0 \quad (2.5.24.)$$

quedando la forma habitual de un problema de autovalores

$$(A - \mu I) w_\mu \cdot e^{\mu t} = 0 \quad (2.5.25.)$$

donde

$$\boldsymbol{\omega}_\mu = \begin{pmatrix} \mu w \\ w \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -C_R & K_R \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.26.)$$

La solución del problema definido en 2.5.25. es un conjunto de m parejas de valores propios complejos conjugados

$$\boldsymbol{\mu}_j = \alpha_j + i \beta_j \quad \bar{\boldsymbol{\mu}}_j = \alpha_j - i \beta_j \quad j = 1, \dots, m \quad (2.5.27.)$$

y m parejas de vectores propios complejos conjugados

$$\boldsymbol{\omega}_\mu = w_{\mu R} + i w_{\mu I} \quad \bar{\boldsymbol{\omega}} = w_{\mu R} - i w_{\mu I} \quad j = 1, \dots, m \quad (2.5.28.)$$

La parte imaginaria de los valores propios coincide con la frecuencia amortiguada

$$\omega_{aj} = \omega_j \sqrt{1 - \xi_{aj}^2} = \beta_j \quad (2.5.29.)$$

mientras que la parte real de los valores propios α_j se asocia al producto del amortiguamiento por la frecuencia natural de vibración ($-\xi_{aj}\omega_j$) y, por lo tanto,

$$\xi_{aj} = \frac{-\alpha_j}{\sqrt{\alpha_j^2 + \beta_j^2}} \quad (2.5.30.)$$

Si para una velocidad dada de viento U son negativas todas las partes reales α_j de cada uno de los autovalores propios complejos obtenidos de 2.5.25, el amortiguamiento efectivo del tablero, según la relación 2.5.30, será siempre positivo y se tiene una respuesta aerolástica que se atenúa exponencialmente, tendiendo a la estabilidad. La condición crítica para el fenómeno del flameo corresponde a la más baja velocidad de viento con la cual se obtiene un valor propio complejo con la parte real nula, es decir, a la transición entre amortiguamientos positivos (oscilaciones alternadas) y amortiguamientos negativos (oscilaciones de amplitud creciente). Esto ocurre cuando la parte real de algún valor propio complejo pasa de negativa a positiva. Por lo tanto, la condición que indica el flameo incipiente es obtener un

$$\alpha_j \approx 0$$

En los gráficos de las figuras 2.5.15 y 2.5.16 se muestran ejemplos del tipo de gráficas que se pueden construir con las evoluciones de las partes reales α e imaginarias β de los valores propios en función de la velocidad del viento U . El valor crítico U_f para el cuál comienza el fenómeno de flutter coincide con el menor valor de la velocidad de viento en el que una de las curvas de la figura 2.5.11 corta al eje de abscisas.



Figura 2.5.14 Fotografía del puente sobre el estrecho de Akashi (Japón), con un vano central de 1991m.

Modos de flameo simultáneos

Como ejemplo de modos simultáneos de flameo se verá el puente sobre el estrecho de Akashi (Japón) que se muestra en la fotografía precedente. En la figura 2.5.15 se observa cómo la existencia de viento modifica el amortiguamiento de los modos que determinan la respuesta estructural de un puente. Cuando se aumenta la velocidad de viento U , el amortiguamiento de los modos ξ_{aj} , relacionado con $a_{c,j}$, varía de diversa forma. Para algunos casos se produce un aumento monótono, caso de los modos 1 y 4 de la 2.5.15. Otros modos, números 2 y 3 de la 2.5.15, presentan un amortiguamiento creciente con la velocidad, alcanzando un máximo y luego disminuyendo si se sigue aumentando U . Incluso para algunas secciones de tablero, como la del puente Vasco de Gama (Lisboa), se obtienen variaciones oscilantes.

El cálculo de la velocidad crítica de flameo U_f termina cuando aparece un amortiguamiento nulo y el coeficiente α de algún modo de vibración se hace cero. Desde el punto de vista técnico podría suceder que la variación de los amortiguamientos condujese a una anulación simultánea del α de varios modos de vibración para la misma velocidad de viento U_f . Se puede hablar en estos casos de *frecuencias y modos simultáneos de flameo*. Por ejemplo, en la figura 2.5.17 aparece un caso en el que se alcanza la velocidad de flameo U_f porque dos partes reales se anulan ($\alpha_j \approx 0$), correspondiendo con dos valores diferentes de frecuencias, partes imaginarias ($\beta = \omega$).

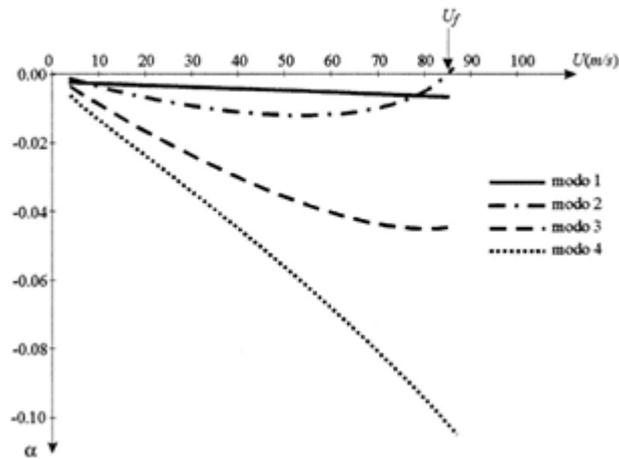


Figura 2.5.15. Evolución de la parte real α de los valores propios en un ejemplo en el que se trabaja con 4 modos.

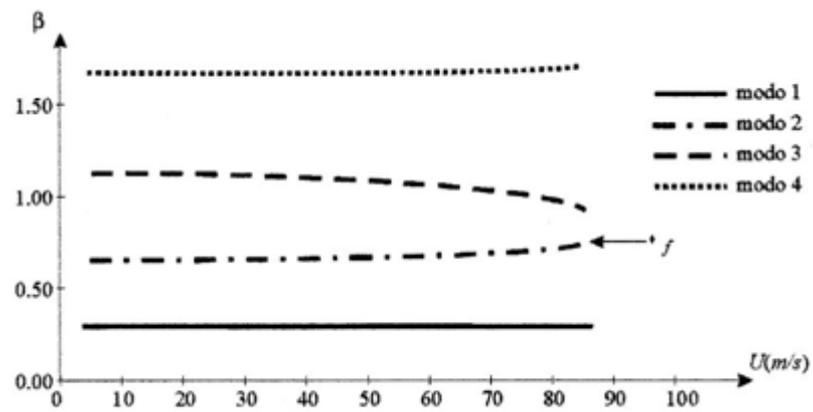


Figura 2.5.16. Evolución de la parte imaginaria β de los valores propios en un caso en el que se trabaja con 4 modos.

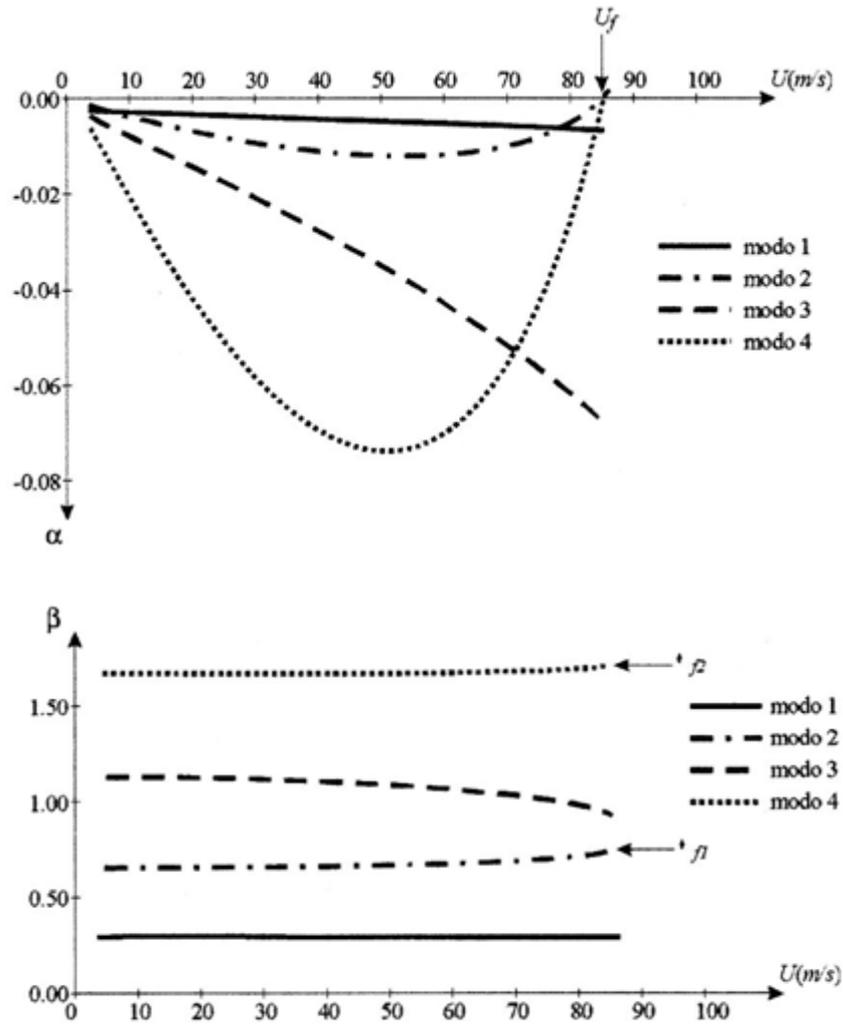


Figura 2.5.17. Ejemplo de frecuencias simultáneas de flameo.

La metodología en la que se combina el empleo de ensayos aeroelásticos en túneles de viento aerodinámicos, con la formulación propia de la aeroelasticidad computacional que se ha desarrollado, es una metodología híbrida, puesto que se debe recurrir a datos experimentales para la identificación de los coeficientes de flameo que permiten el cálculo numérico de los parámetros aeroelásticos de cada puente.

Esta metodología presenta ventajas e inconvenientes con respecto a la completamente experimental descrita con anterioridad. Entre las ventajas se encuentra el hecho de que las instalaciones y el ensayo en sí son más baratos en términos económicos, pero se pierde la clara visualización de las deformaciones del modelo que se observan en los ensayos de los modelos de puentes completos en túneles de viento de capa límite. Esta limitación se puede solucionar transfiriendo los resultados de la deformación del puente obtenidos de los estudios aerolásticos usando una metodología híbrida, a un modelo digital del puente completo. Se puede ver la figura 2.5.18 en la que utilizando los resultados aerolásticos que arroja la metodología híbrida, y por medio de un modelo digital de gran realismo del puente completo de Messina, se visualiza su comportamiento dinámico y aeroelástico.

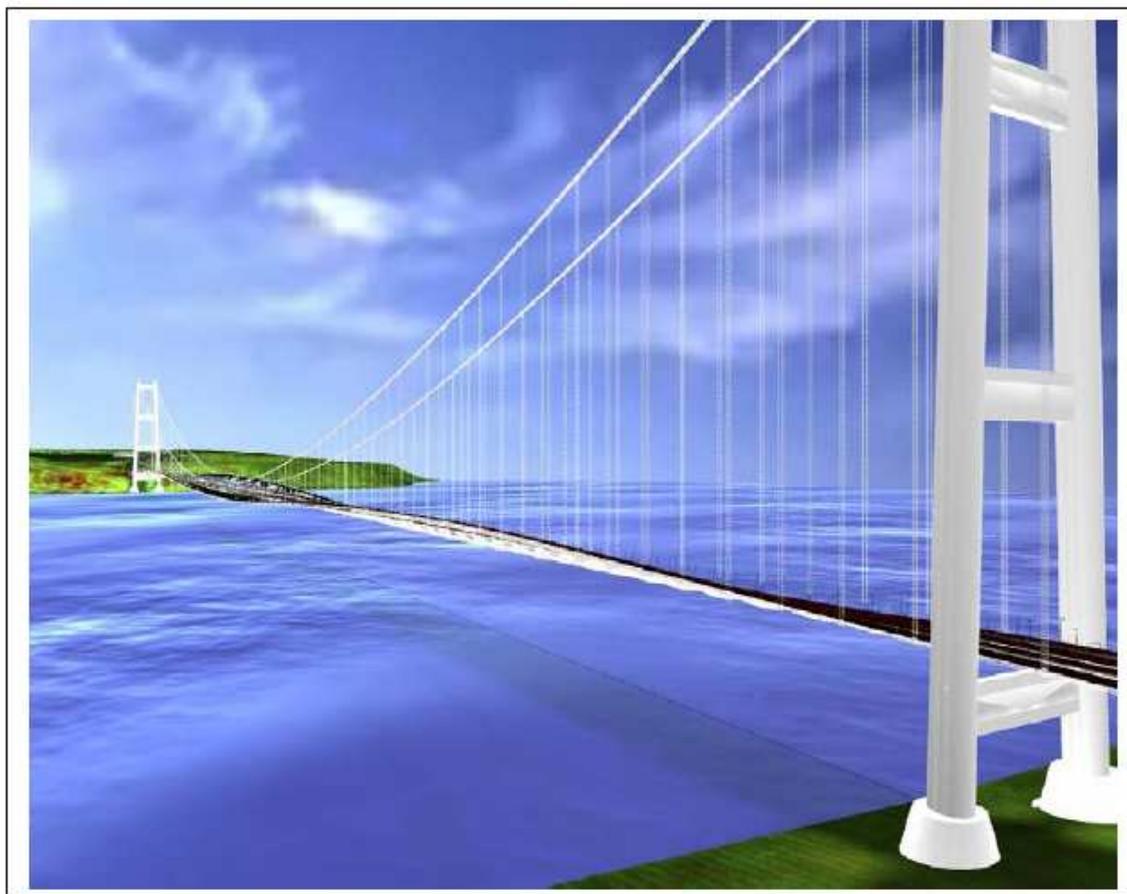


Figura 2.5.18. Imagen digital de la deformación aeroelástica del puente sobre el estrecho de Messina.