

CAPÍTULO 5

PREVISIÓN DE LA VELOCIDAD CRÍTICA DE FLAMEO PARA EL PROBLEMA SIMPLIFICADO DE 2 G.D.L.

5.1. Sistema de 2 g.d.l. sometido a un campo de fuerza de posición y de velocidad.

Para dicho estudio se considerará un perfil alar como el descrito en la figura 5.1.1 el cuál será sometido a un flujo fluido. Las variables independientes del movimiento serán el desplazamiento vertical x y la rotación θ .

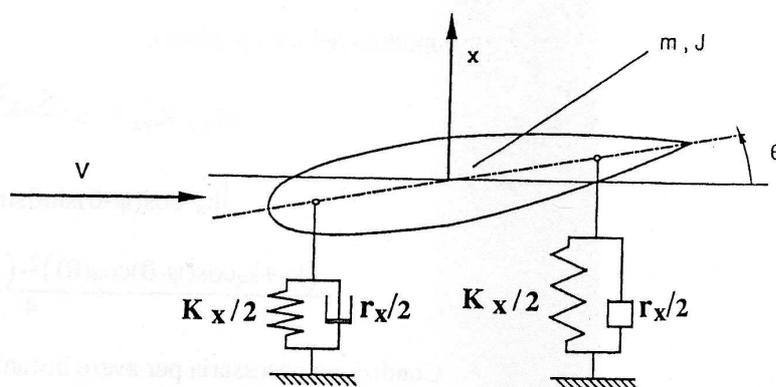


Figura 5.1.1. Perfil alar con 2 g.d.l.

Como se indicó en el capítulo 4, la fuerza aerodinámica de resistencia es paralela a la velocidad relativa y la fuerza de levantamiento es ortogonal a esta última. Tal velocidad relativa es calculada con respecto a un observador solidario con el perfil posicionado en un punto característico, distante b_1 del baricentro del perfil y está inclinado un ángulo ψ respecto de la horizontal.

Las ecuaciones del movimiento resultan ser:

$$\begin{aligned}
 m \cdot \ddot{x} + r_x \cdot \dot{x} + k_x \cdot x &= F_p \cdot \cos \psi - F_r \cdot \text{sen} \psi \\
 J \cdot \ddot{\theta} + r_\theta \cdot \dot{\theta} + k_\theta \cdot \theta &= M
 \end{aligned}
 \tag{5.1.1}$$

Definiendo el vector \mathbf{z} , formado por las coordenadas independientes x y θ :

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix}$$

Las ecuaciones del movimiento (5.1.1.) pueden ser escritas en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_p \cos \psi - F_r \sin \psi \\ M \end{Bmatrix} \quad (5.1.2)$$

O lo que es lo mismo:

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{R}_s \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_s \mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \quad (5.1.3)$$

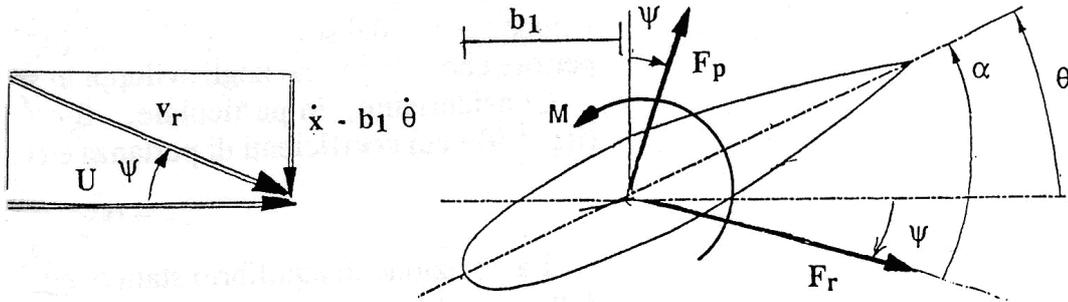


Figura 5.1.2. Cálculo de la velocidad relativa.

El valor de b_1 es diverso según la geometría del perfil considerado y se define experimentalmente haciendo oscilar el perfil en galería del viento y midiendo su respuesta. En otras palabras, definido el punto P_1 , se calcula la velocidad relativa como si todos los puntos tuvieran una velocidad relativa igual y a su vez idéntica a la de P_1 .

Utilizando la teoría casi estática y siendo el ángulo ψ entre la velocidad relativa V_r y la referencia absoluta, se puede asumir:

$$\tan \psi = \frac{\dot{x} - b_1 \dot{\theta}}{U} \approx \psi$$

El ángulo de ataque entre la velocidad relativa y el cuerpo resulta en este caso igual a:

$$\alpha = \theta + \psi$$

siendo:

$$V_r^2 = U^2 + (\dot{x} - b_1 \dot{\theta})^2$$

Las expresiones de las fuerzas generalizadas según los grados de libertad del sistema son funciones no lineales de las propias variables y de sus derivadas con respecto al tiempo. Para linealizar las ecuaciones de movimiento y analizar la estabilidad del sistema, linealizamos las fuerzas aerodinámicas en torno a la posición de equilibrio estático.

Consideramos en particular el caso de un perfil alar simétrico, cuyos coeficientes de levantamiento y resistencia en el origen son nulos:

$$C_{p0} = 0 \quad ; \quad C_{m0} = 0$$

La posición de equilibrio estático, considerando la dirección de la velocidad del flujo fluido coincidente con el eje de simetría del perfil, es:

$$x_0 = 0 \quad ; \quad \theta_0 = \alpha_0 = 0$$

La velocidad relativa V_r y los valores de $\cos \psi$ y $\sin \psi$, desarrollados en el entorno de la posición de equilibrio estático, dan lugar a:

$$V_r^2 = U^2 + \dots \approx U^2 \quad ; \quad \psi \approx \frac{\dot{x} - b_1 \dot{\theta}}{U}$$

$$\cos \psi = 1 + \psi^2/2 + \dots \approx 1 \quad ; \quad \sin \psi = \psi + \dots \approx \psi$$

Desarrollando en serie de Taylor en torno de la posición de equilibrio estático:

$$C_p(\alpha) = \left(\frac{\partial C_p}{\partial \alpha} \right)_0 (\alpha - \alpha_0) = C'_{p0} (\alpha - \alpha_0)$$

$$C_m(\alpha) = \left(\frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \right)_0 (\alpha - \alpha_0) = C'_{m0} (\alpha - \alpha_0)$$

$$(C_r)_{\alpha=\alpha_0} = C_{r0}$$

$$a = \frac{1}{2} \rho S$$

Sustituyendo para la posición de equilibrio estático $\alpha_0 = 0$ se obtiene:

$$F_p(\alpha) \cos \psi = \frac{1}{2} \rho S V_r^2 C_p(\alpha) \cos \psi = a U^2 \left(\frac{\partial C_p}{\partial \alpha} \right)_0 (\alpha - \alpha_0) =$$

$$= a U^2 C'_{p0} \left(\theta + \frac{\dot{x} - b_1 \dot{\theta}}{U} \right)$$

$$F_r(\alpha) \sin \psi = \frac{1}{2} \rho S V_r^2 C_r(\alpha) \sin \psi = a U^2 C_{r0} \left(\frac{\dot{x} - b_1 \dot{\theta}}{U} \right)$$

$$M(\alpha) = \frac{1}{2} \rho S C V_r^2 C_m(\alpha) = a C U^2 \left(\frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \right)_0 (\alpha - \alpha_0) = a C U^2 C'_{m0} \left(\theta + \frac{\dot{x} - b_1 \dot{\theta}}{U} \right)$$

Las ecuaciones del movimiento del sistema vibrante de 2 g.d.l pueden ser reescritas, una vez linealizadas las fuerzas y ordenando los términos según los grados de libertad, como:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} aU(K_{p0} - C_{r0})\dot{x} + aU(C_{r0} - K_{p0})b_1\dot{\theta} + aU^2 K_{p0}\theta \\ aUC K_{m0}\dot{x} - aUCb_1 K_{m0}\dot{\theta} + aU^2 C K_{m0}\theta \end{Bmatrix} \quad (5.1.4)$$

Debido a la posición de equilibrio estático que se obtiene para el perfil analizado:

$$\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 = \mathbf{x} \quad ; \quad \underline{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0 = \boldsymbol{\theta}$$

Las variables $\underline{\mathbf{x}}$ y $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ coinciden con las variables independientes iniciales.

Trasladando hacia la izquierda del signo igual los términos del segundo miembro de la ecuación del movimiento, que representan las fuerzas aerodinámicas linealizadas, podemos obtener las siguientes ecuaciones en términos matriciales como:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + (\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_f) \dot{\mathbf{z}} + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_f) \mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (5.1.5)$$

Siendo \mathbf{K}_F y \mathbf{R}_F las matrices de rigidez y de amortiguamiento aerodinámicas equivalentes:

$$\mathbf{K}_F = a U^2 \begin{bmatrix} 0 & -C'_{p0} \\ 0 & -C C'_{m0} \end{bmatrix} \quad (5.1.6)$$

$$\mathbf{R}_F = a U \begin{bmatrix} C_{r0} - C'_{p0} & (K_{p0} - C_{r0})b_1 \\ -C C'_{m0} & C b_1 C'_{m0} \end{bmatrix} \quad (5.1.7)$$

Sumando las matrices resultantes de la linealización del campo de fuerzas \mathbf{K}_F y \mathbf{R}_F y las estructurales \mathbf{K}_S y \mathbf{R}_S se obtienen las matrices de rigidez \mathbf{K}_T y de amortiguamiento \mathbf{R}_T globales del sistema:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_F = \begin{bmatrix} k_x & -aU^2 K_{p0} \\ 0 & k_\theta - aU^2 C K_{m0} \end{bmatrix} \quad (5.1.8)$$

$$\mathbf{R}_T = \mathbf{R}_S + \mathbf{R}_F = \begin{bmatrix} r_x + aU(C_{r0} - C'_{p0}) & aU(C'_{p0} - C_{r0})b_1 \\ -aUC C'_{m0} & r_\theta + aUCb_1 C'_{m0} \end{bmatrix} \quad (5.1.9)$$

mientras la matriz de masa del sistema permanece invariable, ya que en este caso las acciones aerodinámicas no dependen de las aceleraciones. Por otro lado es importante hacer notar las siguientes consideraciones:

- Las matrices aerodinámicas \mathbf{K}_F y \mathbf{R}_F son las responsables del acoplamiento de las ecuaciones del movimiento que inicialmente, en ausencia de fuerzas aerodinámicas, resultaban estar desacopladas.
- Las dos matrices aerodinámicas \mathbf{K}_F y \mathbf{R}_F resultan ser no simétricas. Debido a que la matriz de amortiguamiento global no es simétrica, el sistema puede tanto disipar energía como introducir energía al sistema.
- Los términos de las matrices globales del campo de fuerzas aumentan al aumentar la velocidad del flujo fluido U .

Análisis de la Inestabilidad de flameo

A partir de los resultados obtenidos vamos a analizar la inestabilidad de flameo que se puede manifestar.

Los perfiles alares estables se vinculan en modo de llevar a cabo un sistema vibrante a 1 g.d.l, también pueden ser vinculados en modo de obtener un sistema a 2 g.d.l sujetos a la inestabilidad de flameo, por la contemporánea acción de la parte posicional y de la velocidad del campo de fuerzas.

La parte posicional del campo de fuerzas \mathbf{K}_F , está caracterizada por un término extradiagonal K_{yx} nulo, por lo que los términos posicionales por sí solos no pueden ser responsables de la inestabilidad, en cuanto no pueden nunca cumplir la condición necesaria, ya que:

$$K_{xy} \cdot K_{yx} = 0 \quad (5.1.10) \quad (\text{Ver la nota al final del apartado 5.1})$$

Por otro lado, la parte posicional del campo de fuerzas modifica, a través del término $(K_\theta - aU^2 C C'_{m0})$ la frecuencia torsional del sistema, en particular para valores positivos de la derivada C'_{m0} del coeficiente de momento la frecuencia torsional disminuye.

Si como ocurre generalmente, la frecuencia ω_x relativa al movimiento vertical es menor que la torsional ω_θ , al aumentar la velocidad U del flujo incidente, la parte posicional tiende a acercar las 2 frecuencias sincronizándolas.

En esta situación los términos de velocidad están en grado, por encima de un cierto valor denominado velocidad crítica de flameo, de hacer inestable el sistema con amplitudes crecientes en el tiempo que interesan tanto al modo vertical como al torsional.

Examinando con profundidad el fenómeno de flameo apreciamos que:

- Los términos directamente responsables de la introducción de energía del sistema son aquellos de velocidad.
- La tendencia a la sincronización del movimiento vertical y torsional es esencial para permitir la introducción de energía en el sistema.

En condiciones de flameo, las soluciones son del tipo $\lambda_{1,2,3,4} = \pm\alpha \pm i\omega$, es decir, con pulsaciones iguales: en tales condiciones el perfil se traslada y rota con la misma frecuencia ω en modo síncrono: los dos movimientos resultan además desfasados. Cuando el índice de inestabilidad alcanza los valores máximos, la fase relativa entre el movimiento de traslación y de rotación es de $\pi/2$.

Lo comentado hasta ahora permite describir, en términos cualitativos, el fenómeno de inestabilidad de flameo al cuál puede estar sometido un particular perfil. Para definir en términos cuantitativos el mismo fenómeno, se debe de integrar la ecuación 5.1.5 imponiendo una solución genérica del tipo:

$$Z = Z \cdot e^{\lambda t} \tag{5.1.11}$$

Obteniendo una ecuación algebraica homogénea del tipo:

$$(\lambda^2 \mathbf{M}_T + \lambda \mathbf{R}_T + \mathbf{K}_T) \mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{5.1.12}$$

Anulando el determinante de la matriz de coeficientes, es posible calcular las raíces λ_i .

En la siguiente figura, se muestra a título de ejemplo, la variación, en función de la velocidad del flujo incidente U , de las primeras frecuencias propias (ω_θ torsional y flexional ω_x) de un perfil y del coeficiente de inestabilidad (α/ω) sometido a la inestabilidad de flameo.

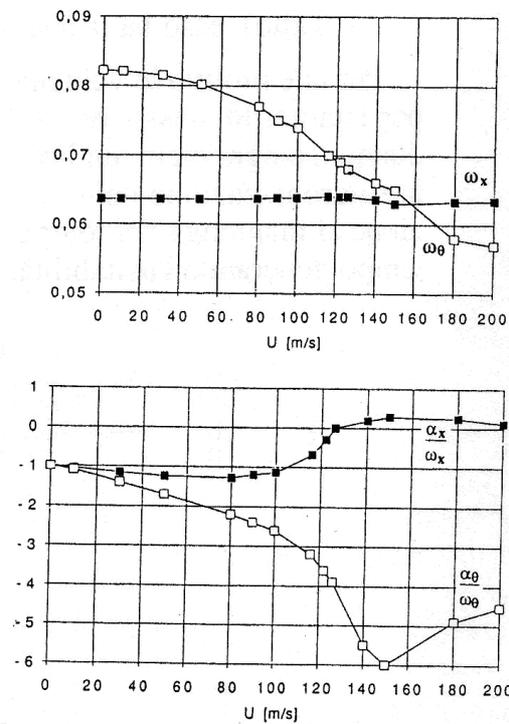


Figura 5.1.3 Evolución en función de la velocidad del flujo incidente, de las pulsaciones torsionales ω_θ , flexionales ω_x y del coeficiente de inestabilidad (α/ω).

Podemos observar como para una velocidad aproximadamente de 158 m/s se alcanza la situación crítica de flameo, en la cuál las pulsaciones propias de torsión y de flexión se hacen coincidentes.

Nota:

El autor Giorgio Diana^[D1], establece la condición necesaria de flameo para sistemas sin amortiguamiento, que vienen caracterizados por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_T \mathbf{z} = \mathbf{0}$$

Cuya solución general es de la forma:

$$\mathbf{z} = \mathbf{z} e^{\lambda t}$$

que lleva en su resolución a anular el determinante de la matriz de coeficientes:

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda^2 m + K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & \lambda^2 m + K_{yy} \end{vmatrix} = 0$$

Siendo la condición de flameo:

$$\left(\frac{K_{xx} - K_{yy}}{2} \right)^2 + K_{xy} \cdot K_{yx} < 0$$

5.2. Método de Newmark.

Se ilustrará a continuación el método de integración numérica de Newmark, que se ha utilizado en la aplicación desarrollada para la obtención de la velocidad crítica de flameo.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{f}$$

Consideraciones preliminares.

Se considera un intervalo temporal Δt entre dos instantes de tiempo sucesivos. Se indica convencionalmente:

- (n) El punto de partida del paso temporal actual.
- (n+1) El punto de llegada del paso temporal actual, después del intervalo de tiempo Δt .

Expresiones utilizadas para la velocidad y aceleración.

El método “Beta” de Newmark asume una variación de aceleración lineal entre el instante indicado como n y el sucesivo $n+1$. Se tiene por tanto la siguiente expresión:

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\beta}^{(n,n+1)} = (1-\beta) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} + \beta \ddot{\mathbf{x}}^{(n+1)} \quad (5.2.1)$$

Eligiendo un oportuno valor de la aceleración al interno del intervalo $n, n+1$ es posible obtener un valor aproximado de la velocidad y la posición de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}}^{(n+1)} = \dot{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta t \cdot \ddot{\mathbf{x}}_{\beta}^{(n,n+1)} = \dot{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta t \cdot (1-\beta) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta t \cdot \beta \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n+1)} \quad (5.2.2)$$

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \Delta t \cdot \dot{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta t^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta t^2 \cdot \alpha \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n+1)} \quad (5.2.3)$$

Resulta fácil obtener de la última ecuación el valor de la aceleración en el instante $n+1$, en función de la posición, velocidad y aceleración en el instante de tiempo n y la posición en el instante $n+1$. Con simples pasos se puede llegar a que:

$$\ddot{\mathbf{x}}^{(n+1)} = \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} \mathbf{x}^{(n+1)} - \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} \mathbf{x}^{(n)} - \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t} \dot{\mathbf{x}}^{(n)} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} \quad (5.2.4)$$

En este punto es posible sustituir en la fórmula de la velocidad, la expresión apenas determinada para la aceleración en el instante $n+1$:

$$\dot{\mathbf{x}}^{(n+1)} = \frac{\beta}{\alpha \cdot \Delta t} \mathbf{x}^{(n+1)} - \frac{\beta}{\alpha \cdot \Delta t} \mathbf{x}^{(n)} + \left(1 - \frac{\beta}{\alpha} \right) \cdot \dot{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta t \cdot \left(1 - \frac{\beta}{2\alpha} \right) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} \quad (5.2.5)$$

Discretización y manipulación de la ecuación de equilibrio dinámico.

A continuación se impone la condición de equilibrio dinámico en el instante $n+1$. Tal procedimiento corresponde a la solución implícita de la ecuación del movimiento. El procedimiento descrito garantiza estabilidad y precisión para pasos temporales de una cierta consistencia.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}^{(n+1)} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}^{(n+1)} + \mathbf{K} \mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{f}^{(n+1)} \quad (5.2.6)$$

Resulta ahora posible la sustitución de las expresiones encontradas para la aceleración y la velocidad en el paso $n+1$, con el fin de obtener una ecuación cuya

incógnita sea el desplazamiento en el instante para el cuál se ha impuesto el equilibrio. A continuación sustituimos en la expresión (5.2.6), las expresiones (5.2.4) y (5.2.5) correspondientes a la aceleración y velocidad en el instante $n+1$, obteniendo la expresión de la fuerza modificada (5.2.7).

$$\begin{aligned} \hat{f}^{(n+1)} = f^{(n+1)} + \mathbf{M} \left[\frac{\mathbf{x}^{(n)}}{\alpha \cdot \Delta t^2} + \frac{\dot{\mathbf{x}}^{(n)}}{\alpha \cdot \Delta t} + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} \right] \\ + \mathbf{C} \left[\frac{\beta}{\alpha \cdot \Delta t} \cdot \mathbf{x}^{(n)} - \left(1 - \frac{\beta}{\alpha} \right) \cdot \dot{\mathbf{x}}^{(n)} - \Delta t \cdot \left(1 - \frac{\beta}{2\alpha} \right) \cdot \ddot{\mathbf{x}}^{(n)} \right] \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

El desplazamiento en el paso sucesivo puede ser ahora calculado de la siguiente forma:

$$\left(\frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\beta}{\alpha \cdot \Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right) \cdot \mathbf{x}^{(n+1)} = \hat{f}^{(n+1)} \quad (5.2.8)$$

Las expresiones de velocidad y aceleración en cada paso temporal serán después fácilmente deducidas del desplazamiento, como se ha indicado anteriormente.

Los valores de α y β que se adoptan en el Método de Newmark en este proyecto son $\alpha = 0.25$ y $\beta = 0.5$.

5.3. Procedimiento para el cálculo de la velocidad crítica de flameo.

Para calcular la velocidad crítica de flameo se ha realizado un procedimiento basado en el método de integración numérica de Newmark con una programación en lenguaje Pascal y utilizando el compilador Turbo Delphi 2006. Posteriormente Straus7 nos permite realizar una animación y observar cómo se alcanza la inestabilidad de flameo para la sección del puente.

Vamos a describir los pasos fundamentales que se llevan a cabo en la programación:

1. Inicialización de la posición, velocidad, aceleración para el paso n .
2. Inicialización de las variables temporales.
3. Ensamblaje de la matriz de rigidez dinámica. Se corresponde con el término

$$\left(\frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\beta}{\alpha \cdot \Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right)$$

de (5.2.8) del método de Newmark anteriormente explicado. En este caso será una matriz 2×2 , ya que se tienen 2 g.d.l., la traslación vertical y la rotación.

4. Evaluamos la velocidad.
5. Se corrige la velocidad del viento en relación a la velocidad vertical de la sección.
6. Evaluación de los coeficientes aerodinámicos.
7. Ensamblaje del término de la fuerza modificada $\hat{f}^{(n+1)}$ del método de Newmark (5.2.7)
8. Resolución del sistema lineal (5.2.8). Obteniendo el vector de posición para el instante n+1.
9. Cálculo de la velocidad y la aceleración para el instante n+1. A partir de (5.2.5) y (5.2.4).

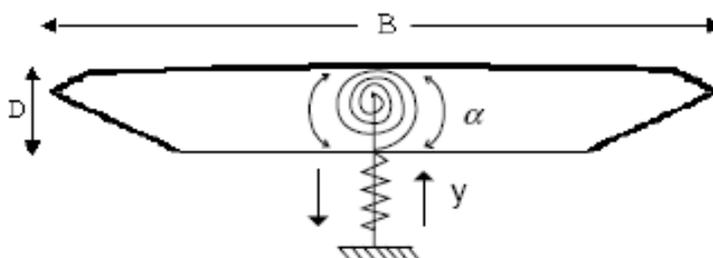


Figura 5.3.1. Modelo de 2 g.d.l. de la sección del puente del Great-Belt.

5.4. Parámetros de entrada.

Se ha realizado el análisis de nuestro modelo seccional del puente del Great-Belt para calcular la velocidad crítica de flameo variando el factor de amortiguamiento del mismo. Se ha hecho para una variación del factor de amortiguamiento de 1, 2, 3, 4 y 5 %. En el eje vertical se muestra la velocidad y en el eje horizontal el número de iteraciones. Podemos observar como en cierto punto las amplitudes de las velocidades se amplifican alcanzándose la inestabilidad del sistema.

Mediante el procedimiento creado en lenguaje Pascal y compilada en Turbo Delphi 2006 se introducen los siguientes parámetros de entrada a través de la tabla que se muestra en la figura 5.3.1.

Parámetros respectivos en la dirección de la fuerza de levantamiento y rotacional:

- Masa.
- Parámetro de amortiguamiento.
- Parámetro de rigidez.

Parámetros del viento:

- Anchura de la sección.
- Curva velocidad/tiempo del viento.
- Curva del coeficiente aerodinámico de levantamiento.
- Curva del coeficiente aerodinámico de momento.

The screenshot shows a dialog box titled "DynamicsForm" with the following sections and values:

- Input Parameters**
 - Lift direction parameters**
 - Mass: 15260.0 [kg]
 - Damping: 185.0 [Ns/m]
 - Stiffness: 5604.0 [N/m]
 - Angular Parameters**
 - Rot Inertia: 1106800.0 [kg m² /rad]
 - Rot Damping: 41062.3 [Nms/rad]
 - Rot Stiffness: 3808526.5 [Nm/rad]
 - Wind Parameters**
 - Reference width: 31.0 [m]
 - Wind speed curve: Curve per punti\Wind_Speed_Curve_50.txt
 - Lift coefficient curve: Curve per punti\Lift_Coefficient_Curve.txt
 - Moment coefficient curve: Curve per punti\Moment_Coefficient_Curve

Buttons: OK, Cancel

Figura 5.4.1. Tabla de parámetros de entrada para la obtención de la velocidad crítica.

The screenshot shows a dialog box titled "Time Step Settings" with the following parameters:

- Time Step**
 - Max Time Step: 0.1 [s]
 - Min Time Step: 1E-5 [s]
 - Save Every: 10 [s]
 - Starting Time: 0 [s]
 - Finish Time: 10 [s]

Buttons: OK, Cancel

Figura 5.4.2. Tabla de los parámetros del paso temporal.

The image shows a software dialog box titled "Initial condition". It contains two main sections: "Translational Variable" and "Rotational Variable". Each section has three input fields: "Position", "Velocity", and "Acceleration". All fields are currently set to the value "0". The units for translational variables are [m], [m/s], and [m/s^2] respectively. The units for rotational variables are [rad], [rad/s], and [rad/s^2] respectively. At the bottom of the dialog, there are two buttons: "OK" and "Cancel".

Figura 5.4.3. Tabla de las condiciones iniciales .

Para la obtención de la velocidad crítica se procederá de la siguiente forma, se aumentará progresivamente la velocidad del viento y se representará gráficamente los resultados de la evolución del movimiento de desplazamiento vertical y de rotación de la sección, hasta encontrar aquella velocidad para cuál esta evolución se inestabiliza alcanzándose la inestabilidad aerolástica del flameo.

Tal y como se ha comentado anteriormente se variará el coeficiente de amortiguamiento entre el 1 y el 5%, siendo por tanto el parámetro de amortiguamiento vertical y rotacional los únicos parámetros de entrada que variarán de una simulación a otra junto a la curva de la velocidad del viento. En cuanto a los parámetros relativos al paso temporal y a las condiciones iniciales permanecerán invariables en las diferentes simulaciones.

De la literatura se obtienen los valores de masa a traslación y a torsión del tablero por unidad de longitud:

$$m_x = 15260 \text{ kg.}$$

$$m_\phi = 1106800 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Conocemos a su vez la primera frecuencia natural del modo de vibración vertical y torsional, de forma que calculamos los coeficientes de rigidez vertical y torsional de la sección:

$$\omega_x = 0.606 \text{ rad / s} \qquad \omega_\phi = 1.855 \text{ rad / s}$$

La frecuencia natural de un sistema se define como:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

De dónde podemos despejar la rigidez

$$K_x = \omega_x^2 \cdot m_x = 0.606^2 \cdot 15260 = 5604.02 \frac{N}{m}$$

$$K_\varphi = \omega_\varphi^2 \cdot m_\varphi = 1.855^2 \cdot 1106800 = 3808526.47 \frac{N \cdot m}{rad}$$

Para cada relación de amortiguamiento obtenemos el parámetro de amortiguamiento del sistema de la siguiente forma:

$$C_x = 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{m_x \cdot K_x}$$

$$C_\varphi = 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{m_\varphi \cdot K_\varphi}$$

ξ	C_x [N·s/m]	C_φ [N·m·s/rad]
0.01	184.95	41062.30
0.02	369.90	82124.56
0.03	554.85	123186.84
0.04	739.80	164249.12
0.05	924.76	205311.40

Tabla 5.4.1. Parámetros de amortiguamiento.

La velocidad del viento tendrá la evolución que se muestra a continuación. Se llegará a la velocidad final en un transitorio de 100s y el tiempo total será de 1000s. Las diferentes evoluciones del viento serán análogas a ésta con la única diferencia de la velocidad final alcanzada.

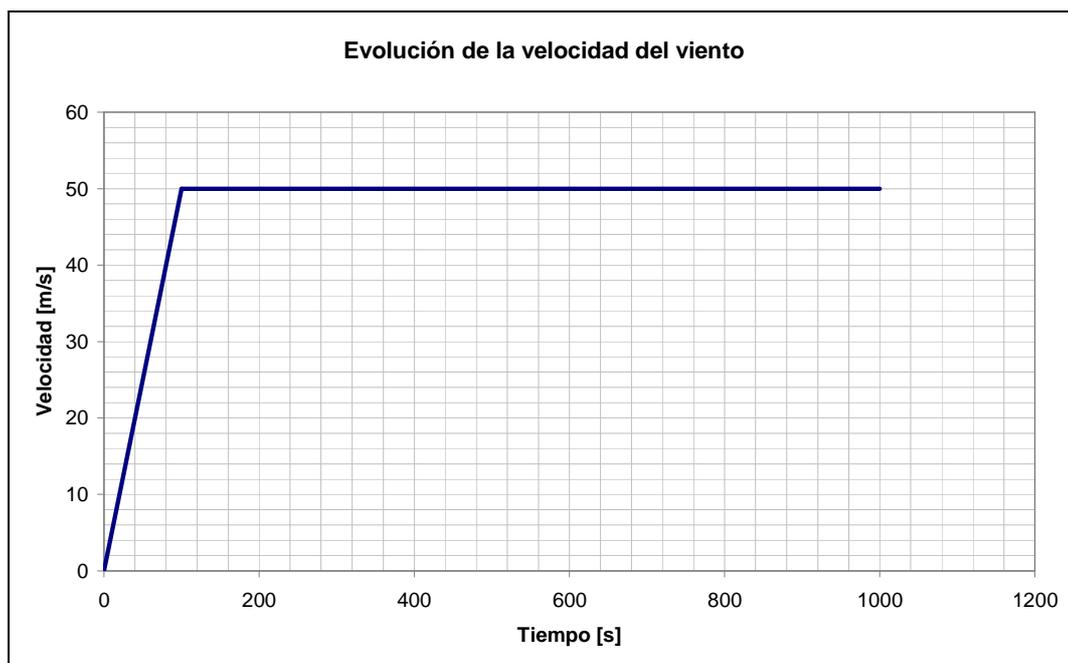


Figura 5.4.4. Evolución de la velocidad del viento para una velocidad de 50 m/s.

5.5 Resultados de la velocidad crítica de flameo para el puente del Great-Belt.

- *Factor de amortiguamiento del 1%.*

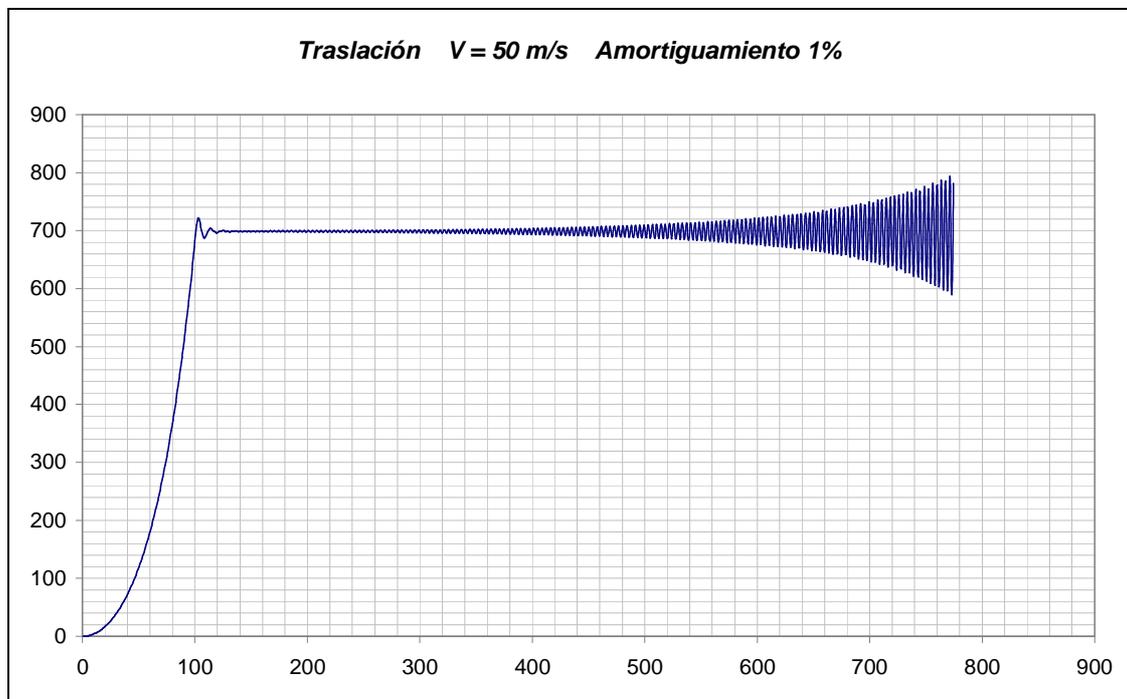


Figura 5.5.1 Gráfico de la evolución del desplazamiento vertical con una velocidad del viento de 50 m/s.

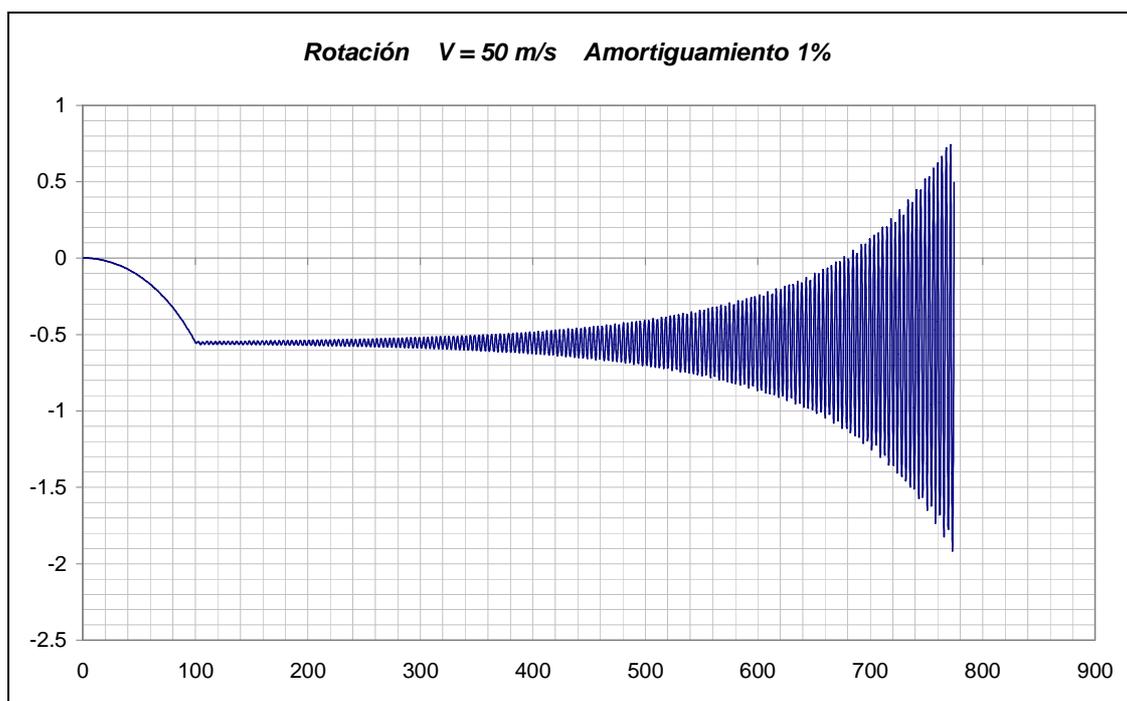


Figura 5.5.2. Gráfico de la evolución del movimiento de rotación con una velocidad del viento de 50 m/s.

- *Factor de amortiguamiento del 2%.*

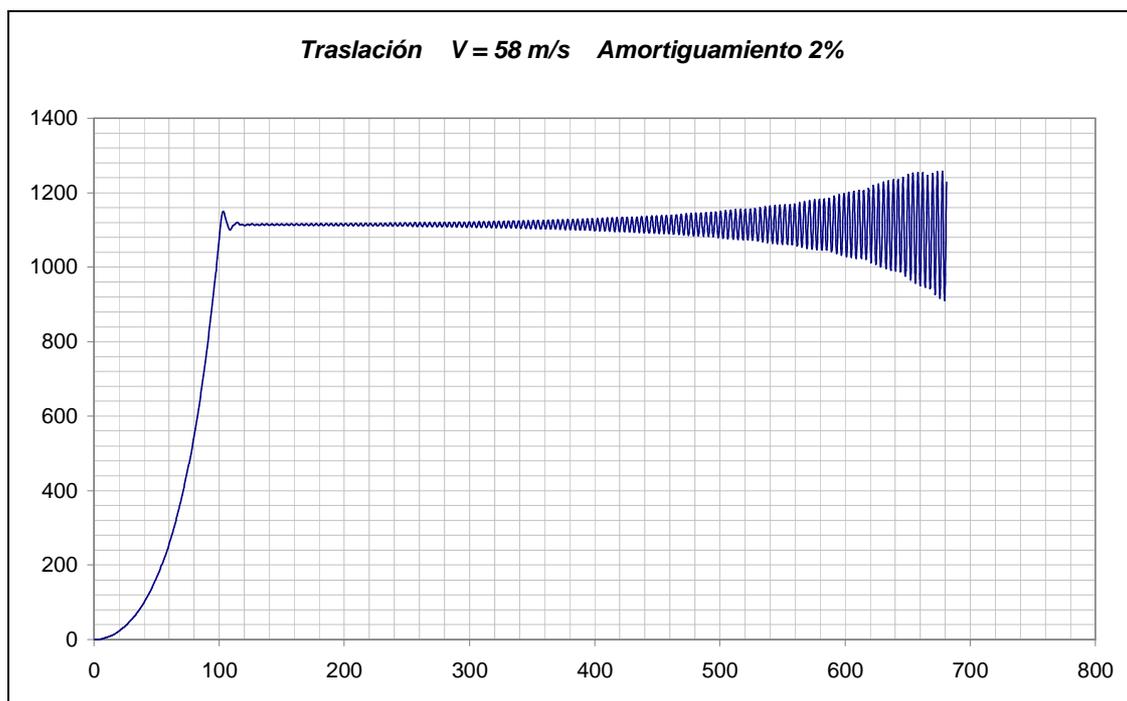


Figura 5.5.3. Gráfico de la evolución del desplazamiento vertical con una velocidad del viento de 58 m/s.

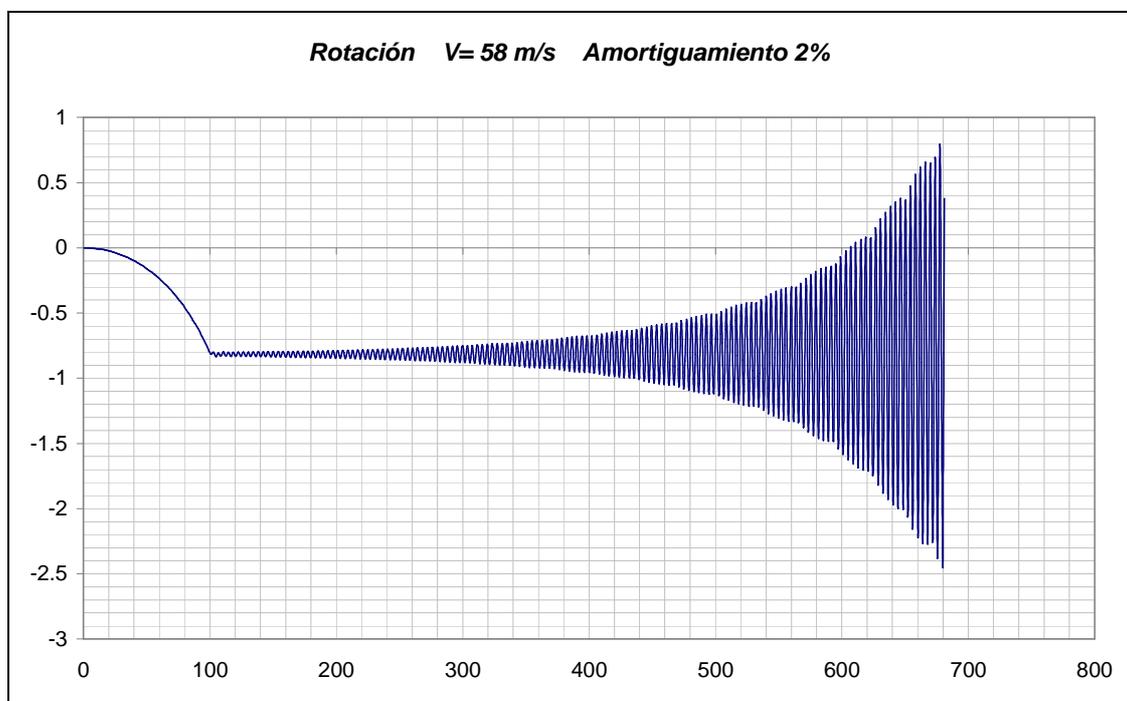


Figura 5.5.4. Gráfico de la evolución del movimiento de rotación con una velocidad del viento de 58 m/s.

- *Factor de amortiguamiento del 3%.*

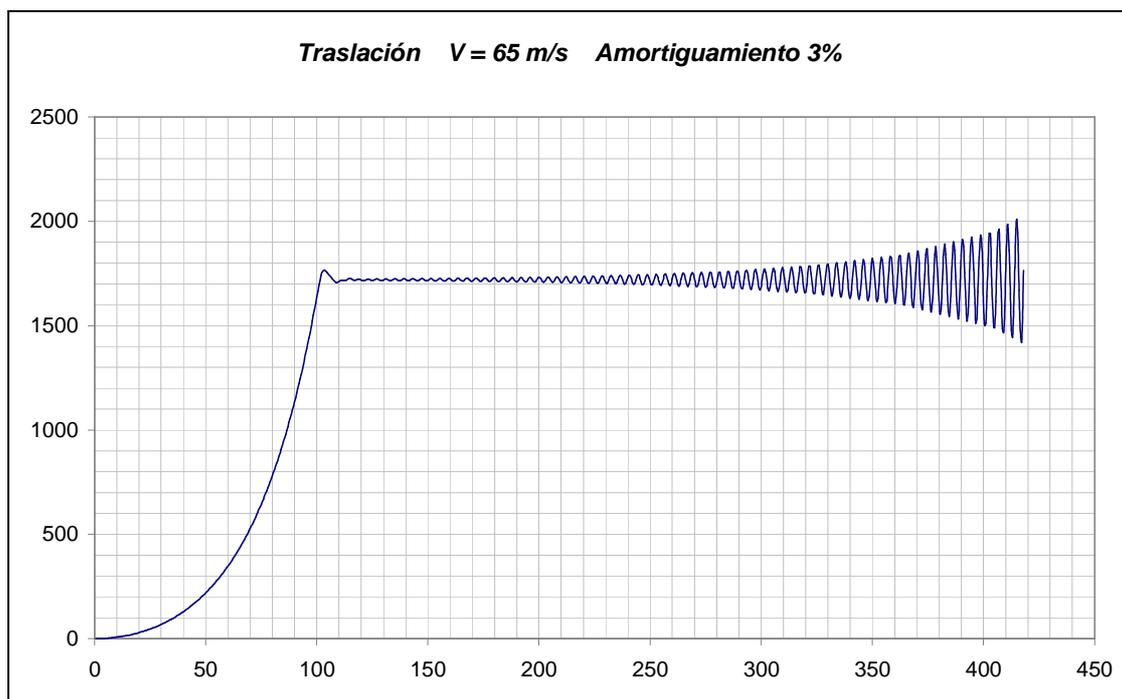


Figura 5.5.5. Gráfico de la evolución del desplazamiento vertical con una velocidad del viento de 65 m/s.

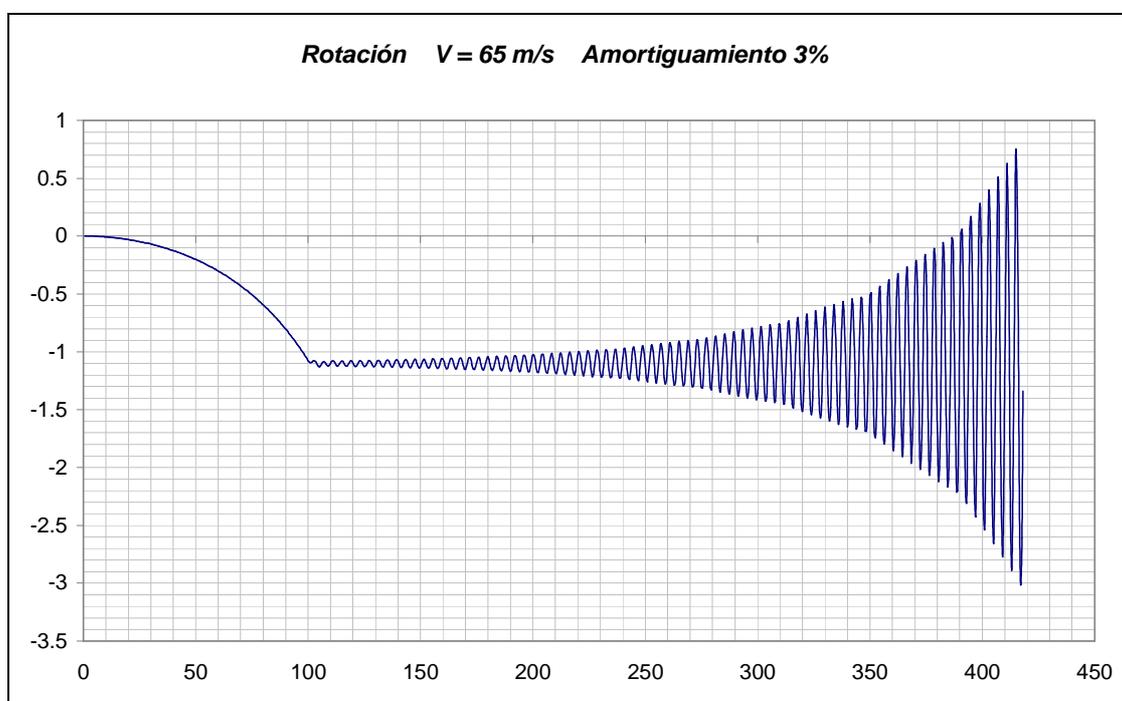


Figura 5.5.6. Gráfico de la evolución del movimiento de rotación con una velocidad del viento de 65 m/s.

- *Factor de amortiguamiento del 4%.*

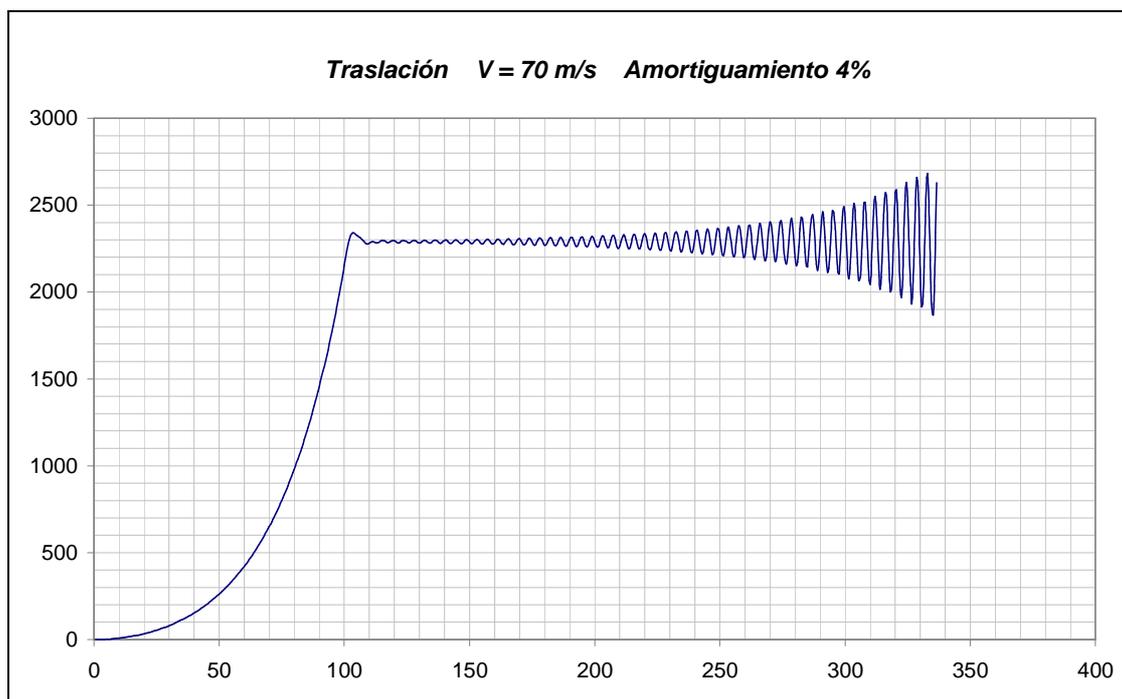


Figura 5.5.7. Gráfico de la evolución del desplazamiento vertical con una velocidad del viento de 70 m/s.

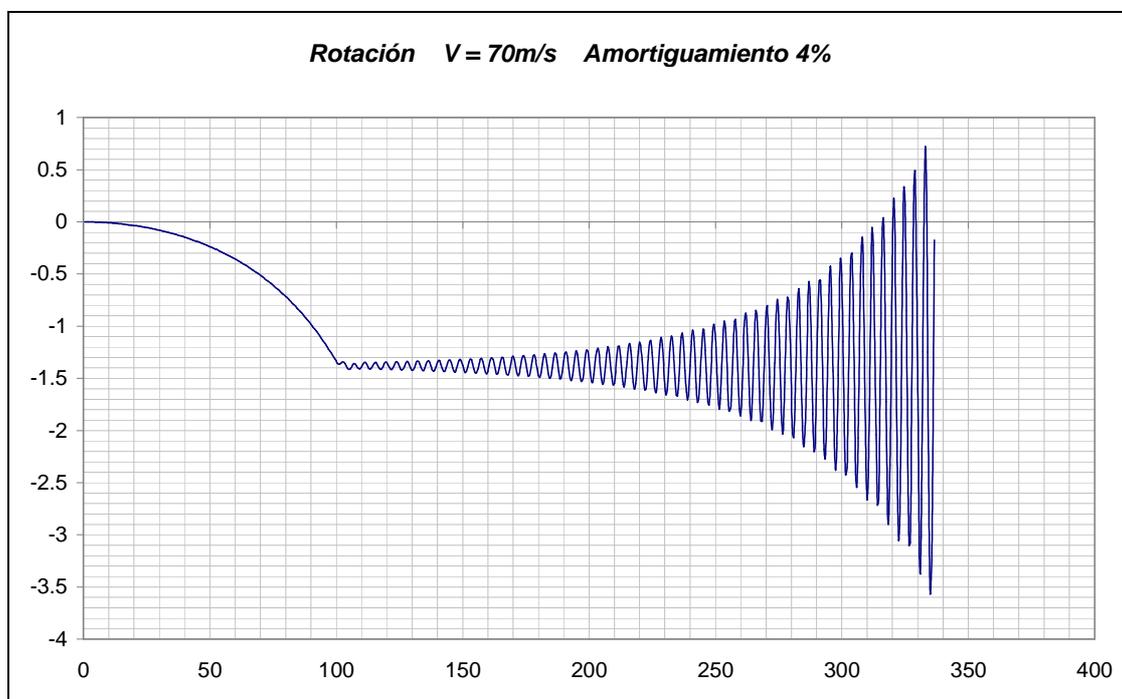


Figura 5.5.8. Gráfico de la evolución del movimiento de rotación con una velocidad del viento de 70 m/s.

- *Factor de amortiguamiento del 5%.*

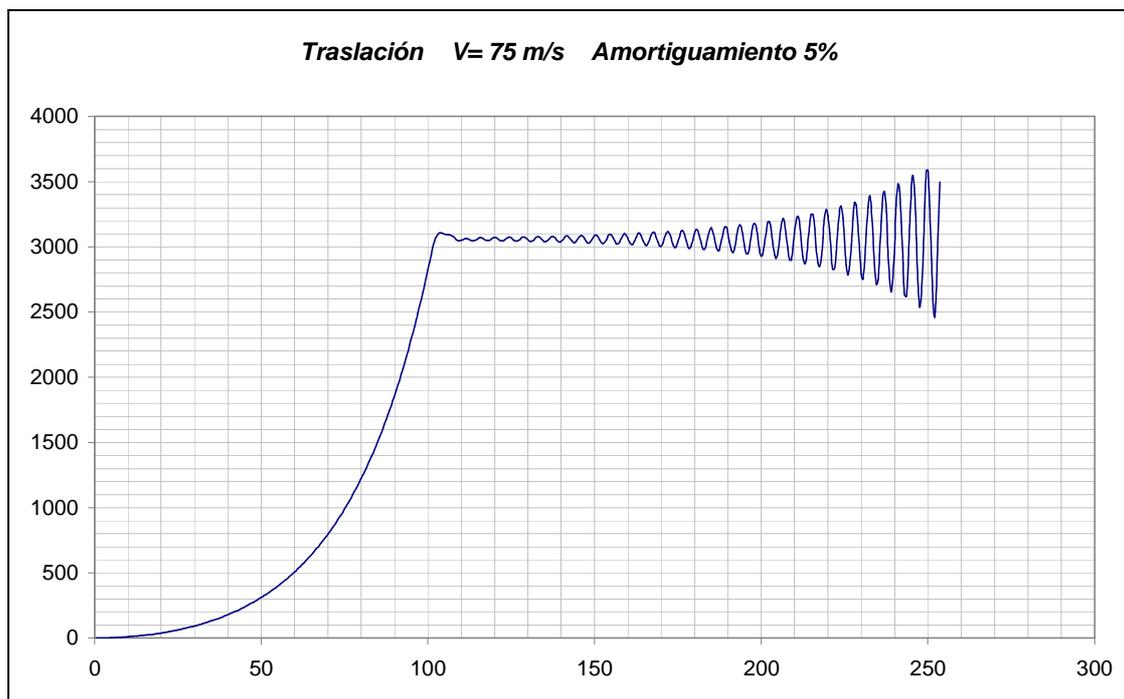


Figura 5.5.9. Gráfico de la evolución del desplazamiento vertical con una velocidad del viento de 75 m/s.

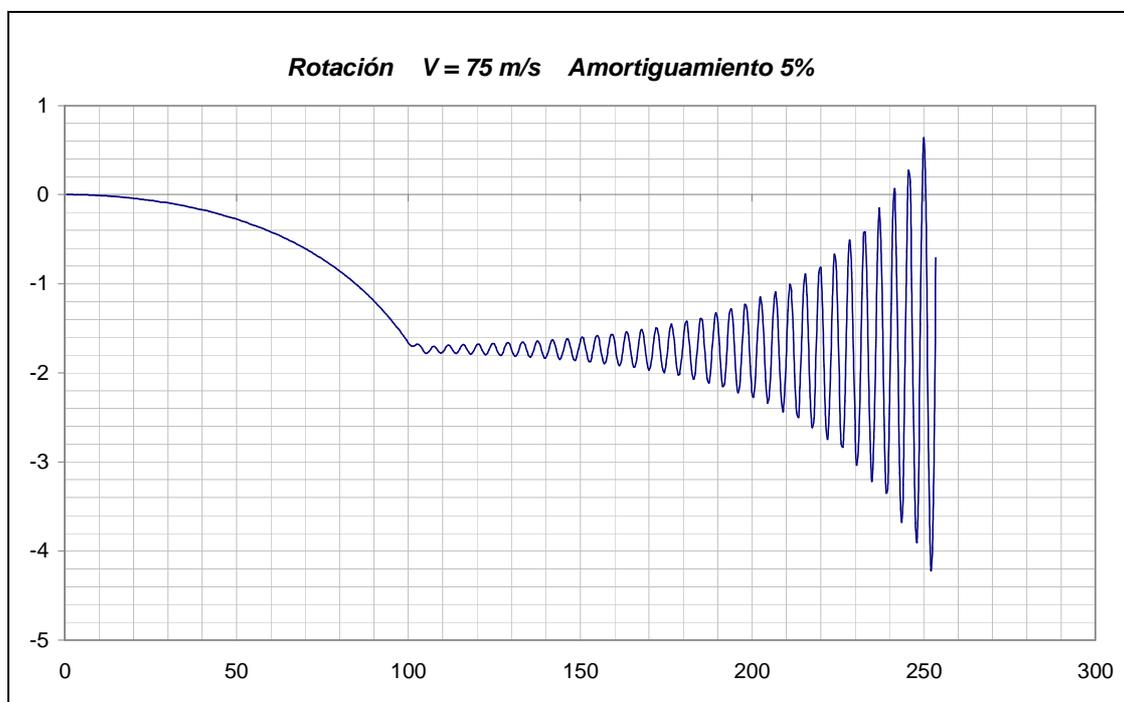


Figura 5.5.10. Gráfico de la evolución del movimiento de rotación con una velocidad del viento de 75 m/s.