

ANEXO

HOJAS DE CÁLCULOS

ANEXO

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN Y CONTENIDO	318
HOJAS DE LA EHE-08 MODIFICADA	319
1 DATOS DE PARTIDA GENÉRICOS	319
2 DOMINIO 4. FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA	323
3 DOMINIO 2. FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA	326
4 CORTANTE.....	328
5 FLECHA INSTANTÁNEA, ACTIVA Y TOTAL	332
6 FISURACIÓN.....	336
HOJAS DEL CÓDIGO ACI.....	338
1 DATOS DE PARTIDA GENÉRICOS	338
2 DOMINIO 4.FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA	341
3 DOMINIO 2. FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA	343
4 CORTANTE.....	346
5 FLECHA INSTANTÁNEA, ACTIVA Y TOTAL	350
6 FISURACIÓN.....	353

INTRODUCCIÓN Y CONTENIDO

En el presente bloque se pretende mostrar las hojas de cálculo realizadas durante este proyecto. La función de ellas es implementar a nivel computacional la formulación desarrollada en el bloque de teoría, en vista a utilizarla posteriormente en el bloque experimental así como en los estudios particulares realizados. Además, estas hojas pueden ser de utilización para siguientes proyectos dirigidos en la misma línea de investigación.

Dada la gran cantidad de hojas elaboradas me parece innecesario y exacerbado registrarlas todas en formato papel. De ahí, que en este impreso sólo se exponen las más relevantes mientras que en formato digital se encuentran todas. A continuación se muestra una lista de cada una de ellas seguido de un paréntesis que indica si se encuentra impresa en el proyecto.

Tabla 1: Lista de hojas de cálculo		
TIPO	NOMBRE DE HOJA DE CÁLCULO	FORMATO
EHE-08 Modificada	Dominio 2. Flexión simple con sección dada	(impreso)
	Dominio 2. Flexión simple sin sección dada	
	Dominio 2. Comprobación a flexión simples	
	Dominio 4. Flexión simple con sección dada	(impreso)
	Dominio 4. Flexión simple sin sección dada	
	Dominio 4. Comprobación a flexión simples	
	Cortante	(impreso)
	Flecha instantánea, activa y total	(impreso)
	Flecha diferida alternativa	
Fisuración	(impreso)	
ACI 440.1R-03 y 440.1R-06	Dominio 2. Flexión simple con sección dada	(impreso)
	Dominio 2. Flexión simple sin sección dada	
	Dominio 2. Comprobación a flexión simples	
	Dominio 4. Flexión simple con sección dada	(impreso)
	Dominio 4. Flexión simple sin sección dada	
	Dominio 4. Comprobación a flexión simples	
	Cortante	(impreso)
	Flecha instantánea y activa	(impreso)
	Fisuración	(impreso)
Estudios	Influencia del tipo de refuerzo	
	Influencia de la resistencia del hormigón	
	Flecha diferida	
Experimentos	Diseño ELU según EHE-08	
	Diseño ELS según EHE-08	
	Comprobación ELU según ACI	
	ELS según ACI-03-06	

La organización de las hojas de trabajo son muy similares, primero se establece los datos de partida, esto es, propiedades de los materiales, geometría del elemento, solicitaciones, etc., y luego se elaboran los cálculos apropiados. En lo que concierne a las hojas de cálculo impresas, para no repetir siempre los mismos datos de partida, se establecen unos datos genéricos y en cada hoja, según sea el caso, se muestran además aquellos datos adicionales necesarios.

HOJAS DE LA EHE-08 MODIFICADA

1 DATOS DE PARTIDA GENÉRICOS

DATOS RELATIVOS AL FRP

η_{env} = Factor reductor medioambiental

R_{10} = Porcentaje de reducción de resistencia por década

f_{fk} = Resistencia característica a tracción de la fibra

$f_{fk1000h}$ = Resistencia característica a 1000 horas de experimentos.

n_h = Término de humedad

n_T = Término de temperatura

n_{td} = Término de tiempo de diseño

n_d = Término de diámetro

γ_m = Factor de seguridad parcial del material

f_{fd} = Resistencia de diseño de la fibra

Datos del fabricante del f_{fk} , $f_{fk1000h}$ y del R_{10} .

$f_{fk} = 1300 \cdot \text{MPa}$ (GFRP)

$f_{fk1000h} = 1000 \cdot \text{MPa}$

$R_{10} = 11$

Tabla de término de humedad:

Término de corrección de humedad en el hormigón (n_h)		
Seco HR aprox. 50%	Húmedo HR aprox. 80%	Saturado HR 100%
-1	0	1

$n_h = 0$

Tabla de término de temperatura:

Intervalos de temperaturas más perjudiciales del año (TPA) (n_T)			
TPA <5°C	5°C < TPA <15°C	15°C < TPA <25°C	25°C < TPA <35°C
-0.5	0	0.5	1

$n_T = 0.5$

Tabla de término de tiempo de diseño

Término para especificar tiempo de diseño (n_{td})			
1 año	10 años	50 años	100 años
1	2	2.7	3

$$n_{td} = 3$$

Tabla de término de diámetro

Término corrector del diámetro (n_d)			
Más grande que test	Igual que test	75% del test	50% del test
0	0	0.5	1

Consideramos que el diámetro testado es inferior a los utilizados en este caso

$$n_d = 0$$

Luego tomando en consideración todos estos correctores tenemos que el factor reductor mediambiental es:

$$\eta_{env} = \frac{f_{fk}}{\left(\frac{100 - R_{10}}{100}\right)^{n_h + n_T + n_{td} + n_d} \cdot f_{fk1000h}} = 1.955$$

Si no conocemos la resistencia tras 1000h de experimentación podemos estimar el factor mediambiental como:

$$\eta_{env}' = \frac{1}{\left(\frac{100 - R_{10}}{100}\right)^{2 + n_h + n_T + n_{td} + n_d}} = 1.898$$

Ahora se muestra la tabla con los coeficientes de seguridad parcial de los FRP:

GFRP	AFRP	CFRP
1.3	1.25	1.15

Para este caso en concreto cogeremos:

$$\gamma_m = 1.3$$

Por lo tanto el valor de diseño de la resistencia a tracción teniendo en cuenta factores ambientales así como el efecto diferido del tiempo es:

$$f_{fd} = \frac{f_{fk}}{\gamma_m \cdot \eta_{env}} = 511.59 \cdot \text{MPa}$$

Mientras que el modulo elástico no es afectado por ningún coeficiente.

$$E_f = 60000 \cdot \text{MPa}$$

Así pues la deformación última queda:

ϵ_{fk} = Deformación última característica

ϵ_{fu} = Deformación última de diseño

$$\epsilon_{fuk} = \frac{f_{fk}}{E_f} = 0.022$$

$$\epsilon_{fu} = \frac{\epsilon_{fuk}}{\gamma_m \cdot \eta_{env}} = 8.526 \times 10^{-3}$$

DATOS RELATIVOS AL HORMIGÓN

f_{ck} = Resistencia característica del hormigón

f_{cd} = Resistencia de cálculo del hormigón

$f_{ct,m}$ = Resistencia media del hormigón a tracción

$f_{ct,k}$ = Resistencia característica inferior a tracción

$f_{ft,m,fl}$ = Resistencia media a flexotracción

E_c = Módulo de deformación del hormigón

ϵ_{cu} = Deformación última del hormigón

λ = Factor de profundidad de la fibra neutra para el diagrama rectangular

η = Eficacia de la tensión de compresión del hormigón en diagrama rectangular

γ_c = Factor de seguridad parcial del hormigón

$$f_{ck} = 30 \text{MPa}$$

$$\gamma_c = 1.5$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 20 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0.3 \cdot \sqrt[3]{(f_{ck}^2 \cdot \text{MPa})} & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 0.58 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \text{MPa}} & \text{otherwise} \end{cases} = 2.896 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ct,k} = f_{ct,m} \cdot 0.7 = 2.028 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ct.m.fl} = \begin{cases} \left(1.6 - \frac{h}{1000 \cdot \text{mm}}\right) \cdot f_{ct.m} & \text{if } \left(1.6 - \frac{h}{1000 \cdot \text{mm}}\right) \cdot f_{ct.m} > f_{ct.m} \\ f_{ct.m} & \text{otherwise} \end{cases} = 3.91 \cdot \text{MPa}$$

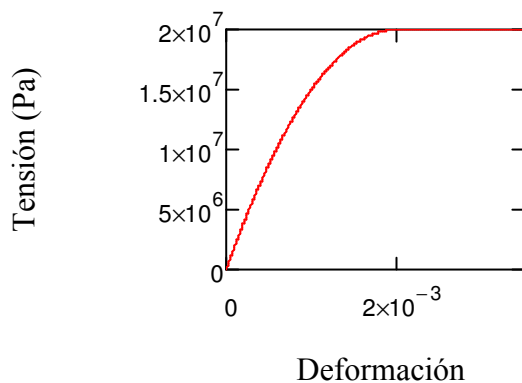
$$E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{(f_{ck} + 8 \text{MPa}) \cdot \text{MPa}^2} = 28.577 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$\epsilon_{cu} = \begin{cases} 0.0035 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 0.0026 + 0.0144 \cdot \left(\frac{100 \cdot \text{MPa} - f_{ck}}{100 \cdot \text{MPa}}\right)^4 & \text{otherwise} \end{cases} = 3.5 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{c0} = \begin{cases} 0.002 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 0.002 + 0.000085 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck} - 50 \text{MPa}}{\text{MPa}}} & \text{otherwise} \end{cases} = 2 \times 10^{-3}$$

$$n = \begin{cases} 2 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 1.4 + 9.6 \cdot \left(\frac{100 \text{MPa} - f_{ck}}{100 \text{MPa}}\right)^4 & \text{otherwise} \end{cases} = 2$$

$$\sigma_c(\epsilon_c) = \begin{cases} f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}}\right)^n\right] & \text{if } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c0} \\ f_{cd} & \text{otherwise} \end{cases}$$



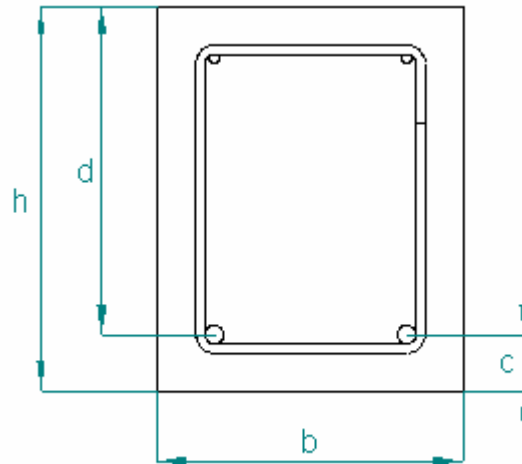
$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 1 - \frac{f_{ck} - 50 \text{MPa}}{200 \cdot \text{MPa}} & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

$$\lambda = \begin{cases} 0.8 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \cdot \text{MPa} \\ 0.8 - \frac{f_{ck} - 50 \text{MPa}}{400 \text{MPa}} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.8$$

DATOS RELATIVOS A LA SECCIÓN

h = Altura de la sección
 b = Anchura de la sección
 d = Canto útil
 c = recubrimiento mecánico

$$\begin{aligned}
 h &= 0.250 \cdot \text{m} \\
 b &= 0.200 \cdot \text{m} \\
 c &= 0.034 \cdot \text{m} \\
 d &= h - c = 0.216 \text{m}
 \end{aligned}$$



2 DOMINIO 4. FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA

ESFUERZOS DEMANDADOS

M_d = Momento de diseño

$$M_d = 50 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

SOLUCIÓN

U_c = Capacidad mecánica de la sección

ρ_f = Cuantía de la armadura longitudinal

ρ_{fb} = Cuantía balanceada de la armadura longitudinal

ζ = Profundidad de la fibra neutra adimensional

ζ_{lim} = Profundidad de la fibra neutra adimensional que consigue alcanzar la deformación límite del hormigón y fibra.

μ_{lim} = Momento adimensional obtenido con la fibra límite

v_c = Esfuerzo normal adimensional absorbido por el hormigón

μ_c = momento adimensional del hormigón respecto al refuerzo

μ_d = Momento adimensional de diseño

ε_f = Deformación de la fibra

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot d = 864 \cdot \text{kN}$$

$$\zeta_{lim} = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \right) = 0.291$$

Comprobación que el momento es mayor que el momento límite que demarca el dominio 2:

$$\mu_{lim} = \eta \cdot \zeta_{lim} \cdot \lambda \cdot \left(1 - \lambda \cdot \frac{\zeta_{lim}}{2} \right) = 0.206$$

$$\text{comprobación} = \begin{cases} \text{"dominio de diseño 4"} & \text{if } \frac{M_d}{U_c \cdot d} \geq \mu_{lim} \\ \text{"no valido"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"dominio de diseño 4"}$$

$$\rho_{fb} = \frac{f_{cd} \cdot \left(\eta \cdot \lambda \cdot \frac{\varepsilon_{cu} \cdot E_f}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} + f_{fd}} \right)}{f_{fd}} = 9.102 \times 10^{-3} \quad (\text{cuantía balanceada útil})$$

Planteando el sistema de ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento

$$\varepsilon_f = 0$$

$$\rho_f = 0 \quad (\text{datos de iniciación})$$

$$v_c = 0$$

Dadc

$$v_c = \eta \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{U_c \cdot d \cdot 0.5 \cdot \eta}} \right)$$

$$v_c = \eta \cdot \lambda \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_f}$$

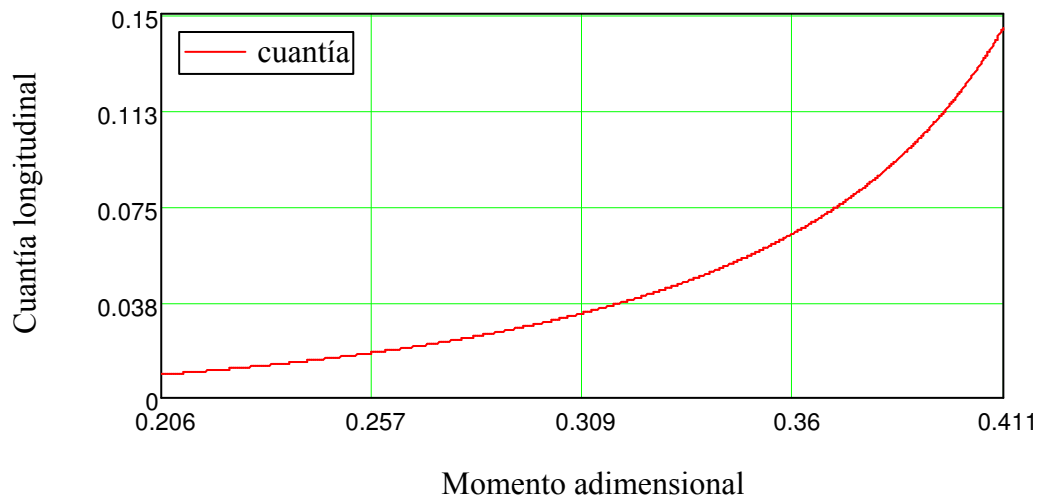
$$v_c = \frac{\rho_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f}{f_{cd}}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_f \\ v_c \\ \rho_f \end{pmatrix} = \text{Find}(\varepsilon_f, v_c, \rho_f) = \begin{pmatrix} 0.0053 \\ 0.3187 \\ 0.0201 \end{pmatrix}$$

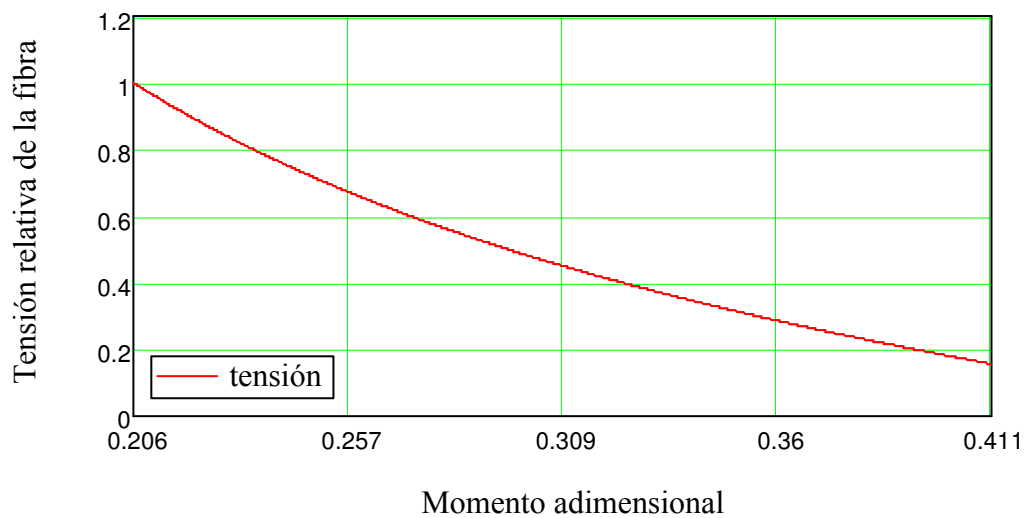
$$A_f = \rho_f \cdot b \cdot d = 8.683 \cdot \text{cm}^2 \quad (\text{área de la armadura como resultado})$$

De forma gráfica quedaría:

$$\rho_f(\mu_d) = \frac{f_{cd} \cdot \left[\eta \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_d}{0.5 \cdot \eta}} \right) \right]^2}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left[\eta \cdot \lambda - \eta \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_d}{0.5 \cdot \eta}} \right) \right]}$$



$$f_f(\mu_d) = \left(\frac{\lambda \cdot \varepsilon_{cu}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_d}{\eta \cdot 0.5}}} - \varepsilon_{cu} \right) \cdot \frac{E_f}{f_{fd}}$$



COMPROBACIÓN QUE ESTAMOS EN DOMINIO 4

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.02$$

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_f} = 0.398$$

$$\text{comprobación}_{\text{dominio}} = \begin{cases} \text{"dominio 2"} & \text{if } \rho_f < \rho_{fb} \\ \text{"dominio 4"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"dominio 4"}$$

3 DOMINIO 2. FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA

ESFUERZOS DEMANDADOS

M_d = Momento de diseño

$$M_d = 30 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

SOLUCIÓN

U_c = Capacidad mecánica de la sección

ρ_f = Cuantía de la armadura longitudinal

ρ_{fb} = Cuantía balanceada de la armadura longitudinal

ζ = Profundidad de la fibra neutra adimensional

ζ_{lim} = Profundidad de la fibra neutra adimensional que consigue alcanzar la deformación límite del hormigón y fibra.

μ_{lim} = Momento obtenido con la fibra límite

v_c = Esfuerzo normal adimensional absorbido por el hormigón

μ_c = Momento adimensional del hormigón respecto al refuerzo

μ_d = Momento adimensional de diseño

ε_f = Deformación de la fibra

cg = Centro de gravedad del diagrama de comportamiento del hormigón suponiendo un comportamiento lineal rectangular

CG = Centro de gravedad del diagrama de parábola rectangular del hormigón

ε_{ca} = Deformación pésima del hormigón en cara a compresión

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot d = 1.44 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\zeta_{lim} = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \right) = 0.291$$

$$\mu_{lim} = \eta \cdot \zeta_{lim} \cdot \lambda \cdot \left(1 - \lambda \cdot \frac{\zeta_{lim}}{2} \right) = 0.206$$

$$\rho_{fb} = \frac{f_{cd} \cdot \left(\eta \cdot \lambda \cdot \frac{\varepsilon_{cu} \cdot E_f}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fd}} \right)}{f_{fd}} = 0.015$$

$$cg(\varepsilon_{ca}, \varepsilon_{c0}) = \begin{cases} 1 - \frac{(3 \cdot \varepsilon_{ca}^2 - \varepsilon_{c0}^2)}{(6 \cdot \varepsilon_{ca} - 3 \cdot \varepsilon_{c0}) \cdot \varepsilon_{ca}} & \text{if } \varepsilon_{ca} \geq \varepsilon_{c0} \\ \frac{1}{3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$CG(\varepsilon_{ca}) = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{ca}} \varepsilon_c \cdot \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c}{\varepsilon_{ca} \cdot \left(\int_0^{\varepsilon_{ca}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \right)}$$

Planteando el sistema de ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento

$$\varepsilon_{ca} = 0 \quad (\text{dato de iniciación})$$

Dado

$$M_d = \frac{b \cdot d^2}{\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu}} \cdot \left[1 - \frac{\varepsilon_{ca} \cdot CG(\varepsilon_{ca})}{(\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu})} \right] \cdot \int_0^{\varepsilon_{ca}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c$$

$$\varepsilon_{ca} = \text{Find}(\varepsilon_{ca}) = 1.718 \times 10^{-3}$$

$$A_f = \frac{b \cdot d}{f_{fd} \cdot (\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu})} \cdot \int_0^{\varepsilon_{ca}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c = 2.893 \text{ cm}^2$$

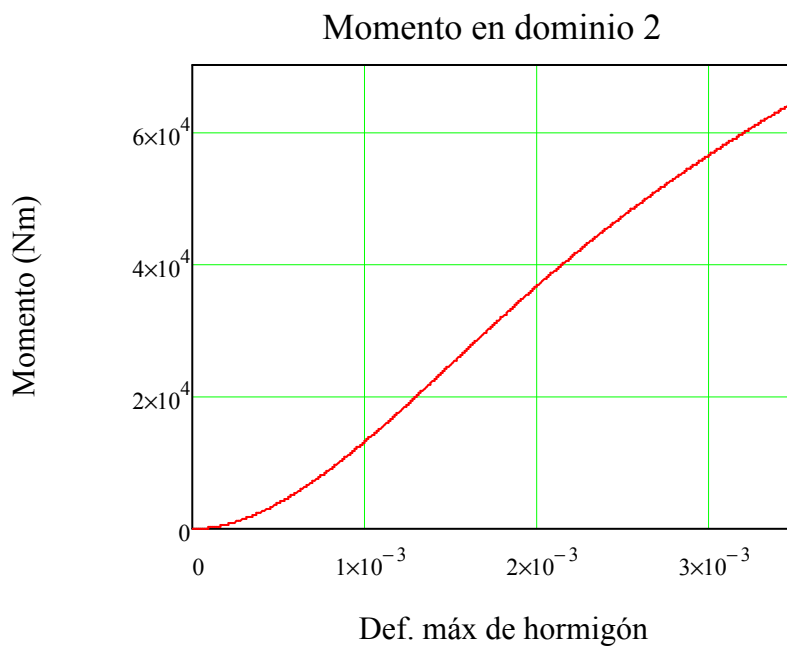
COMPROBACIÓN QUE ESTAMOS EN DOMINIO 2 Y MOMENTO EN ESTE DOMÍNIO

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = 6.696 \times 10^{-3}$$

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{ca}}{\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu}} = 0.168$$

$$\text{comprobación}_{\text{dominio}} = \begin{cases} \text{"dominio 2"} & \text{if } \zeta < \zeta_{\text{lim}} \\ \text{"dominio 4"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"dominio 2"}$$

$$M(\varepsilon_{ca}) = \frac{b \cdot d^2}{\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu}} \cdot \left[1 - \frac{\varepsilon_{ca} \cdot CQ(\varepsilon_{ca})}{(\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu})} \right] \cdot \int_0^{\varepsilon_{ca}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c$$



4 CORTANTE

ESFUERZOS DEMANDADOS

V_d Cortante de diseño

N_d = Axil de diseño

$$N_d = 0 \cdot \text{kN}$$

$$V_d = 35 \cdot \text{kN}$$

ÁREA DE LA ARMADURA LONGITUDINAL

$$A_f = 5.6 \cdot \text{cm}^2$$

SOLUCIÓN

El Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo cortante se puede alcanzar, ya sea por agotarse la resistencia a compresión del alma, o por agotarse su resistencia a tracción. En consecuencia, es necesario comprobar que se cumple simultáneamente:

$$V_d \leq V_{u1}$$

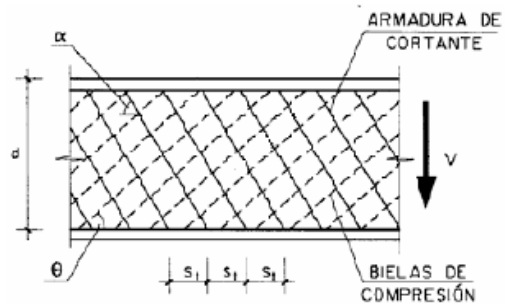
$$V_d \leq V_{u2}$$

Donde:

V_d = Esfuerzo cortante de cálculo.

V_{u1} = Esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma.

V_{u2} = Esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma.



OBTENCIÓN DEL V_{u1}

Definición de las variables que entran en juego:

k = Coeficiente que depende del esfuerzo axial.

f_{1cd} = Resistencia a compresión del hormigón.

α = Ángulo de las armaduras con el eje de la pieza

θ = Ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza

σ'_{cd} = Tensión axial efectiva en el hormigón (compresión positiva).

$$f_{1cd} = \begin{cases} 0.6 \cdot f_{cd} & \text{if } f_{ck} \leq 60 \cdot \text{MPa} \\ \left(0.9 - \frac{f_{ck}}{200 \cdot \text{MPa}} \right) \cdot f_{cd} & \text{otherwise} \end{cases} = 12 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{b \cdot h} = 0$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma'_{cd} = 0 \\ 1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} & \text{if } 0 < \sigma'_{cd} \leq 0.25 f_{cd} \\ 1.25 & \text{if } 0.25 f_{cd} < \sigma'_{cd} \leq 0.5 f_{cd} \\ 2.5 \left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right) & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

Hay que escoger el ángulo de la armadura transversal α . Normalmente este ángulo suele ser de 45° o 90° . En este caso, vamos a coger $\alpha = 90^\circ$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$V_{u1}(\alpha, \theta) = k \cdot f_{1cd} \cdot d \cdot b \cdot \left[\frac{\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\theta)}}{1 + \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right)^2} \right]$$

$$V_{u1} = V_{u1}(\alpha, \theta) = 259.2 \text{ kN}$$

OBTENCIÓN DEL V_{U2}

Definición de variables:

V_{SU} = Contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante.

V_{CU} = Contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante,

z = Brazo mecánico. En flexión simple, y a falta de cálculos más precisos, puede adoptarse el valor aproximado $z = 0,9 d$.

E_S = Módulo elástico del acero.

ϵ_{fV} = Deformación máxima permitida del FRP sin perjudicar al resto de mecanismo de resistencia a cortante

ϕ_ϵ = Ratio entre la máxima deformación permitida en el FRP y la deformación de fluencia del acero.

A_{ft} = Área de refuerzo a cortante por unidad de longitud.

A'_{ft} = Área de armadura transversal

s = Separación entre estribos

$$E_S = 200000 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{fV} = 0.004$$

$$\phi_{\epsilon} = \frac{\epsilon_{fv}}{0.002} = 2.25$$

$$z = 0.9 \cdot d = 0.194 \text{ m}$$

$$V_{cu} = \left[\frac{0.15}{\gamma_c} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} \right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \frac{A_f}{b \cdot d} \cdot \frac{E_f}{E_s} \cdot \phi_{\epsilon} \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2} \right] \cdot d \cdot b = 25.193 \text{ kN}$$

$$V_{su}(A_{ft}) = z \cdot \sin(\alpha) \cdot \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\theta)} \right) \cdot A_{ft} \cdot E_f \cdot \epsilon_{fv}$$

CÁLCULO DEL REFUERZO TRANSVERSAL

Planteando las ecuaciones anteriormente mencionadas para que el esfuerzo de cálculo no supere la capacidad del elemento tenemos:

-Comprobación de compresión oblicua:

$$\text{comprobacióncompre} = \begin{cases} \text{"correcto"} & \text{if } V_d \leq V_{u1} \\ \text{"incorrecto"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"correcto"}$$

-Comprobación de refuerzo a tracción del alma:

$$A_{ft} = 0 \quad (\text{Datos de iniciación})$$

Dado

$$V_d = V_{cu} + V_{su}(A_{ft}) \quad (\text{ecuación de comprobación})$$

$$A_{ft} = \text{Find}(A_{ft}) = 1.868 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Ahora falta por elegir la separación entre estribos y el diámetro de las barras según las prescripciones para asegurar un adecuado confinamiento del hormigón a compresión.

$$s_t = 0.15 \text{ m}$$

Comprobación de la separación mínima:

$$\frac{V_d}{V_{u1}} = 0.135$$

$$\text{comprobación}_{\text{separ}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{if } \frac{V_d}{V_{u1}} \leq \frac{1}{5} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"correcta separación"} \quad \text{if } s_t \leq 0.75 \cdot d \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan(\alpha)} \right) \wedge s_t \leq 600 \text{ mm} \\ \text{"incorrecta separación"} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{if } \frac{1}{5} < \frac{V_d}{V_{u1}} \leq \frac{2}{3} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"correcta separación"} \quad \text{if } s_t \leq 0.6 \cdot d \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan(\alpha)} \right) \wedge s_t \leq 450 \text{ mm} \\ \text{"incorrecta separación"} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{otherwise} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"correcta separación"} \quad \text{if } s_t \leq 0.3 \cdot d \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan(\alpha)} \right) \wedge s_t \leq 300 \text{ mm} \\ \text{"incorrecta separación"} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

comprobación_{separ} = "correcta separación"

$$A'_{ft} = s_t \cdot A_{ft} = 0.28 \text{ cm}^2$$

5 FLECHA INSTANTÁNEA, ACTIVA Y TOTAL

ESFUERZOS DEMANDADOS

Estos esfuerzos se obtendrán de la combinación de acciones referentes a los Estados Límite de servicios.

Variables:

M_S = Momento debido a todas las cargas de servicio

M_{SP} = Momento debido a la carga permanente

M_{SS} = Momento debido por la sobrecarga

N_S = Axil debido a las cargas de servicio

$$M_S = 14.17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{SP} = 6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{SS} = 8.14 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$N_S = 0$$

ÁREA DE LA ARMADURA LONGITUDINAL A INFERIOR

A_f = Sección total de los refuerzos situados en el área $A_{c,eficaz}$.

ϕ = Diámetro de la barra traccionada más gruesa o diámetro equivalente en el caso de grupo de barras.

n = Número de barras

$$A_f = 6.28 \text{ cm}^2$$

$$n = 2$$

$$\phi = 20 \text{ mm}$$

FLECHA INSTANTÁNEA

Definamos consiguientemente las variables necesarias para su cálculo:

M_f = Momento el que aparece la primera fisura

I_f = Inercia fisurada de la sección

I_b = Inercia bruta de la sección

β_d = Factor que tiene en cuenta la diferencia entre acero y fibra

x = Profundidad de la fibra neutra.

n_f = Relación entre el modulo de la fibra y del hormigón

W_b = Módulo resistente de la sección bruta

α_b = coeficiente que tiene en cuenta el tipo de fibra siendo 0.5 para GFRP

ρ_f = Cuantía de armadura longitudinal situada en el área $A_{c,eficaz}$

Veamos ahora su formulación:

- Cálculo del momento de fisuración

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} = 2.083 \times 10^{-3} \cdot \text{m}^3$$

$$M_f = f_{ct,m,fl} W_b = 8.146 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- Cálculo de la inercia bruta

$$I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = 2.604 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

- Cálculo de la inercia fisurada

$$n_f = \frac{E_f}{E_{cm}} = 2.1$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.015$$

$$x = d \cdot \left(\sqrt{n_f^2 \cdot \rho_f^2 + 2 \cdot n_f \cdot \rho_f} - n_f \cdot \rho_f \right) = 0.047 \text{ m}$$

$$I_f = b \cdot \frac{x^3}{3} + n_f \cdot A_f \cdot (d - x)^2 = 4.458 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

- Cálculo de la inercia equivalente utilizando la fórmula de Branson modificada según ACI 440-06

$$\rho_{fb} = \frac{f_{cd}}{f_{fd}} \cdot \left(\eta \cdot \lambda \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fu}} \right) = 8.66 \times 10^{-3}$$

$$\beta_d = \frac{1}{5} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} = 0.336$$

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_s} \right)^3 \cdot I_b \cdot \beta_d + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_s} \right)^3 \right] \cdot I_f = 5.272 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

- Cálculo de la inercia equivalente según la fórmula propuesta por Bischoff and Scanlon

$$\eta_e = 1 - \frac{I_f}{I_b} = 0.829$$

$$I_e(M_a) = \frac{I_f}{1 - \eta_e \cdot \left(\frac{M_f}{M_a} \right)^2}$$

Que utilizando la formula de resistencia de materiales más común y suponiendo que la viga se encuentra biapoyada donde:

F_i = Flecha instantánea

F_{ig} = Flecha instantánea debido a carga permanente

F_{iq} = Flecha instantánea debido a sobrecarga

L = Longitud del vano entre puntos de apoyo

$$L = 3.35 \text{ m}$$

$$F_i = \frac{5 \cdot M_s \cdot L^2}{48 \cdot E_{cm} \cdot I_e} = 10.995 \text{ mm}$$

$$F_{ig} = F_i \cdot \frac{M_{sp}}{M_s} = 4.655 \text{ mm}$$

$$F_{iq} = F_i \cdot \frac{M_{ss}}{M_s} = 6.316 \text{ mm}$$

FLECHA ACTIVA

Calculemos primero los coeficientes multiplicadores de las flechas instantáneas.

ζ_{pp} = Coeficiente diferido correspondiente al peso propio de la estructura. El valor se decide teniendo en cuenta que se genera flechas a partir del mes de su construcción, que corresponde con el descimbrado del mismo. Su valor es de $2-0.7=1.30$

ζ_t : Coeficiente diferido correspondiente al peso propio de la tabiquería. El valor es de $2-0.85=1.15$ que corresponde con el momento de su construcción que es después de dos meses de la construcción del elemento estructural.

ζ_s : Coeficiente diferido correspondiente al peso propio del solado. Su valor se obtiene teniendo en cuenta que se construyó tres meses después de la ejecución del elemento estructural tanto que su valor es de $2-1=1$.

ζ_q = coeficiente diferido correspondiente a la sobrecarga cuasi-permanente. se considera que la misma actúa después de un año de la construcción estructural. su valor es de $2-1.4=0.6$

η_{pp} = Porcentaje de reparto de carga estructural respecto a la carga permanente total

η_t = Porcentaje de reparto de carga tabiquería respecto a la carga permanente total

η_s = Porcentaje de reparto de carga de solera respecto a la carga permanente total

η_q = Porcentaje de carga cuasi-permanente respecto de la sobrecarga total

$$\eta_{pp} = 0.7$$

$$\eta_t = 0.15$$

$$\eta_s = 0.15$$

$$\eta_q = 0.3$$

$$\zeta_{pp} = 1.3$$

$$\zeta_t = 1.15$$

$$\zeta_s = 1$$

$$\zeta_q = 0.6$$

$$\alpha_g = \eta_{pp} \cdot 0.6 \cdot \zeta_{pp} + \eta_t \cdot (1 + 0.6 \cdot \zeta_t) + \eta_s \cdot (1 + 0.6 \cdot \zeta_s) = 1.04$$

$$\alpha_q = 1 + \eta_q \cdot 0.6 \cdot \zeta_q = 1.108$$

Luego la flecha activa obtenida es:

$$F_A = \alpha_g \cdot F_{ig} + \alpha_q \cdot F_{iq} = 11.837 \text{ mm}$$

FLECHA TOTAL

Esta flecha sería la suma de la flecha activa, más la flecha instantánea de la estructura y más la diferida de ésta hasta el momento de la construcción de elementos no estructurales (tabiquería).

$$F_T = F_A + \eta_{pp} \cdot [1 + (2 - \zeta_t) \cdot 0.6] \cdot F_{ig} = 16.758 \text{ mm}$$

COMPROBACIÓN

Por último veamos si se cumple la restricción de flecha. Para ello definamos una función de comprobación que nos informe sobre si se cumple o no.

$$\text{comprobación} = \begin{cases} \text{"exceso de flecha activa"} & \text{if } F_A > 1\text{cm} \\ \text{"exceso de flecha activa"} & \text{if } F_A > \frac{L}{500} \\ \text{"exceso de flecha total"} & \text{if } F_T > \frac{L}{250} \\ \text{"exceso de flecha instantánea debido a sobrecarga"} & \text{if } F_{iq} > \frac{L}{350} \\ \text{"correcto"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{comprobación} = \text{"exceso de flecha total"}$$

6 FISURACIÓN

ESFUERZOS DEMANDADOS

Estos esfuerzos se obtendrán de la combinación de acciones referentes a los Estados Límite de Servicio

$$M_s = 14.17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$N_s = 0$$

ÁREA DE LA ARMADURA LONGITUDINAL A INFERIOR

A_f = Sección total de los refuerzos situados en el área $A_{c,eficaz}$.

ϕ = Diámetro de la barra traccionada más gruesa o diámetro equivalente en el caso de grupo de barras.

n = Número de barras

$$n = 2$$

$$\phi = 19 \text{ mm}$$

$$A_f = n \cdot \frac{\phi^2}{4} \cdot \pi = 5.671 \text{ cm}^2$$

SOLUCIÓN

Variables:

w_k = Abertura característica de fisura

β = Coeficiente que relaciona la abertura media de fisura con el valor característico y vale 1,3 para fisuración producida por acciones indirectas solamente y 1,7 para el resto de los casos.

s_m = Separación media de fisuras, expresada en mm.

ϵ_{fm} = Alargamiento medio de los refuerzos horizontales, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

s = Distancia entre barras longitudinales. Si $s > 15 \phi$ se tomará $s = 15 \phi$.

En el caso de vigas armadas con n barras, se tomará $s = b/n$ siendo b el ancho de la viga.

k_1 = Coeficiente que representa la influencia del diagrama de tracciones en la sección. en el caso de flexión este valor es de 0.125

$A_{c, eficaz}$ = Área de hormigón de la zona de recubrimiento, en donde las barras a tracción influyen de forma efectiva en la abertura de las fisuras.

A_f = Sección total de los refuerzos situados en el área $A_{c, eficaz}$.

σ_f = Tensión de servicio de la armadura pasiva en la hipótesis de sección fisurada.

k_2 = Coeficiente de valor 1,0 para los casos de carga instantánea no repetida y 0,5 para los restantes.

σ_{fr} = Tensión de la armadura en la sección fisurada en el instante en que se fisura el hormigón, lo cual se supone que ocurre cuando la tensión de tracción en la fibra más traccionada de hormigón alcanza el valor $f_{ct,m,fl}$.

M_f = Momento de fisuración

W_b = Módulo resistente de la sección bruta respecto a la fibra extrema en tracción.

β_1 = Coeficiente que considera las propiedades de adherencia de las barras, siendo 1 para el caso similar al acero corrugado y mayor que uno para caso de adherencia deficiente

β_2 = Coeficiente que tiene en cuenta las propiedades de adherencia de las barras, siendo 1 para el caso similar al acero corrugado y menor a la unidad para caso de adherencia deficiente

Hagamos todos los cálculos necesarios y demos valor a todas las variables según lo establecido:

$$\beta = 1.7$$

- Cálculo de la separación media:

$$k_1 = 0.125$$

$$\beta_1 = 1$$

$$A_{c, eficaz} = (c + 7.5 \cdot \phi) \cdot b = 3.53 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$s = \begin{cases} \frac{b}{n} & \text{if } \frac{b}{n} \leq 15 \cdot \phi \\ 15 \cdot \phi & \text{otherwise} \end{cases} = 100 \text{ mm}$$

$$s_m = 2 \cdot c_g + 0.2 \cdot s + 0.4 \cdot k_1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{\phi \cdot A_{c, eficaz}}{A_f} = 128.139 \text{ mm}$$

- Cálculo del alargamiento medio:

$$\sigma_f = \frac{M_s}{0.8 \cdot d \cdot A_f} = 144.61 \text{ MPa}$$

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} = 2.083 \times 10^{-3} \cdot \text{m}^3$$

$$M_f = f_{ct,m,fl} W_b = 8.146 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{fr} = \frac{M_f}{0.8 \cdot d \cdot A_f} = 83.136 \text{ MPa}$$

$$k_2 = 0.5$$

$$\beta_2 = 1$$

$$\epsilon_{fm} = \begin{cases} \frac{\sigma_f}{E_f} \cdot \left[1 - k_2 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{fr}}{\sigma_f} \right)^2 \right] & \text{if } \left[1 - k_2 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{fr}}{\sigma_f} \right)^2 \right] \geq 0.4 \frac{\sigma_f}{E_f} \\ 0.4 \frac{\sigma_f}{E_f} & \text{otherwise} \end{cases} = 2.012 \times 10^{-3}$$

- Luego la abertura de fisura es:

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \epsilon_{fm} = 0.438 \text{ mm}$$

Ya sólo falta comprobar que la fisuración no es excesiva para ello desarrollemos la siguiente fórmula de comprobación:

$$\text{comprobación} = \begin{cases} \text{"correcto"} & \text{if } w_k < 0.71 \text{ mm} \\ \text{"incorrecto"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"correcto"}$$

HOJAS DEL CÓDIGO ACI

1 DATOS DE PARTIDA GENÉRICOS

DATOS RELATIVOS AL FRP

DATOS RELATIVOS AL FRP

C_E = factor reductor medioambiental que depende del tipo de fibra y de la exposición.

EXPOSICIÓN	TIPO DE FIBRA	C_E = FACTOR REDUCTOR
INTERIOR	CFRP	1.0
	GFRP	0.8
	AFRP	0.9
EXTERIOR	CFRP	0.9
	GFRP	0.7
	AFRP	0.8

Por lo tanto cogiendo la fibra más común (GFRP) con exposición interior:

$$C_E = 0.8$$

f'_{fu} = "guaranteed tensile strength" que equivale a la resistencia última característica a tracción.

Definida como la media de la resistencia obtenida en ensayos de caracterización de la fibra menos tres veces su desviación típica ($f'_{fu} = f_{fu,ave} - 3\sigma$)

f_{fu} = Resistencia última de diseño de la fibra

$$f'_{fu} = 620.6 \text{ MPa}$$

$$f_{fu} = f'_{fu} \cdot C_E = 496.48 \text{ MPa}$$

Sin embargo el módulo elástico no es afectado por ningún coeficiente de seguridad o reductor

$$E_f = 44800 \text{ MPa}$$

ϵ'_{fu} = "guaranteed rupture strain", esto es, deformación última característica

ϵ_{fu} = Deformación última de diseño

$$\epsilon'_{fu} = \frac{f'_{fu}}{E_f} = 0.014$$

$$\epsilon_{fu} = \epsilon'_{fu} \cdot C_E = 0.011$$

DATOS RELATIVOS AL HORMIGÓN

f'_c = Resistencia característica del hormigón o mejor dicho, specified strength

f_r = Resistencia del hormigón a flexotracción

E_c = Módulo de deformación del hormigón

ϵ_{cu} = Deformación última del hormigón

ϵ_0 = Deformación por rotura a compresión simple del hormigón.

β_1 = Factor de profundidad de fibra neutra del diagrama rectangular

f_c = Tensión del hormigón según el diagrama parábola rectangular

CG = Centro de gravedad del diagrama parábola rectangular en función de la deformación pésima del hormigón ϵ_{ca}

$$f'_c = 30\text{MPa}$$

$$f_t = 0.62 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \text{MPa}} = 3.396\text{MPa}$$

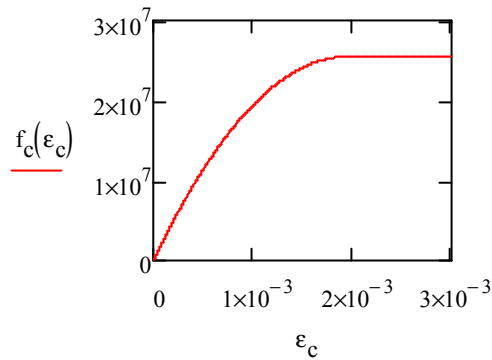
$$E_c = 4750 \sqrt{f'_c \cdot \text{MPa}} = 26.017 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$\epsilon_{cu} = 0.002$$

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 & \text{if } f'_c \leq 27.6\text{MPa} \\ 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 27.6\text{MPa}}{6.9\text{MPa}} \right) & \text{if } 27.6\text{MPa} < f'_c \leq 55\text{MPa} \\ 0.65 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.833$$

$$\epsilon_0 = 2 \cdot \frac{0.85 f'_c}{E_c} = 1.96 \times 10^{-3}$$

$$f_c(\epsilon_c) = \begin{cases} \left[0.85 f'_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \right] & \text{if } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \\ (0.85 f'_c) & \text{if } \epsilon_0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \end{cases}$$



$$CG(\epsilon_{ca}) = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_{ca}} \epsilon_c \cdot f_c(\epsilon_c) d\epsilon_c}{\epsilon_{ca} \cdot \left(\int_0^{\epsilon_{ca}} f_c(\epsilon_c) d\epsilon_c \right)}$$

DATOS RELATIVOS A LA SECCIÓN

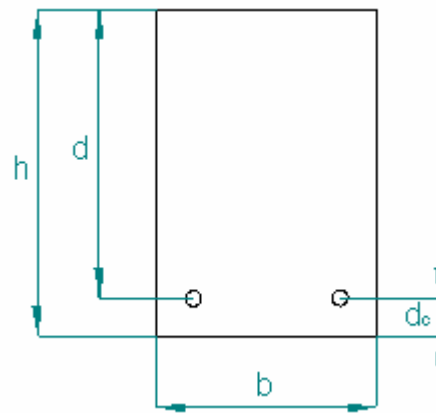
h = Altura de la sección
 b = Anchura de la sección
 d = Canto útil
 d_c = recubrimiento mecánico

$$h = 0.305 \text{ m}$$

$$b = 0.178 \text{ m}$$

$$d_c = 0.057 \text{ m}$$

$$d = h - d_c = 0.248 \text{ m}$$



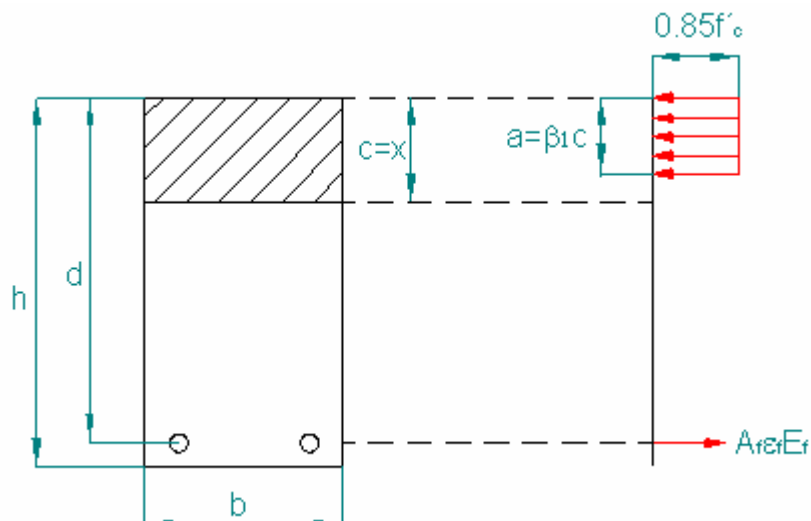
2 DOMINIO 4.FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA

ESFUERZOS DEMANDADOS

M_d = Momento de diseño

$$M_d = 35 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

SOLUCIÓN



U_c = Capacidad mecánica de la sección

ρ_f = Cuantía geométrica de la armadura longitudinal

ρ_{fb} = Cuantía geométrica balanceada de la armadura longitudinal

ζ_{lim} = profundidad de la fibra neutra adimensional que consigue alcanzar la deformación límite del hormigón y fibra.

μ_{lim} = Momento obtenido con la fibra límite

ϕ = Factor de seguridad que reduce la capacidad de la sección

A_f = Área de refuerzo longitudinal calculada

ρ_f = Cuantía geométrica de armadura longitudinal calculada

ϵ_f = Deformación del refuerzo

$$U_c = f'_c \cdot b \cdot d = 1.324 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\zeta_{lim} = \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fu}} \right) = 0.213$$

$$\mu_{lim} = 0.85 \zeta_{lim} \beta_1 \left(1 - \beta_1 \cdot \frac{\zeta_{lim}}{2} \right) = 0.137$$

$$\rho_{fb} = \frac{f'_c \cdot \left(0.85 \beta_1 \cdot \frac{\epsilon_{cu} \cdot E_f}{E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}} \right)}{f_{fu}} = 9.11 \times 10^{-3}$$

ϕ = Factor de seguridad que reduce el momento nominal soportado por la viga en base a la incertidumbre de las propiedades de los materiales así como de las variables que intervienen en la resistencia del elemento. Además, intenta promover el adecuado modo de fallo del elemento, reduciendo más severamente el momento nominal soportado cuanto más nos acercamos al dominio 2 o mejor dicho "under reinforced".

$$\phi(\rho_f) = \left(\text{if} \left(\rho_f \leq \rho_{fb}, 0.5, \text{if} \left(\rho_f < 1.4 \rho_{fb}, \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}}, 0.7 \right) \right) \right)$$

Planteando el sistema de ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y comportamiento

$$\epsilon_f = 0$$

$$\rho_f = 0 \quad (\text{datos de iniciación})$$

Dado

$$0.85 \beta_1 \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_f} = \rho_f \epsilon_f \frac{E_f}{f'_c}$$

$$\frac{M_d}{U_c \cdot d \cdot \phi(\rho_f)} = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_f} \cdot \left[1 - \beta_1 \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot (\epsilon_{cu} + \epsilon_f)} \right]$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_f \\ \rho_f \end{pmatrix} = \text{Find}(\varepsilon_f, \rho_f) = \begin{pmatrix} 0.0093 \\ 0.0125 \end{pmatrix}$$

$$\phi(\rho_f) = 0.686$$

$$A_f = \rho_f \cdot b \cdot d = 5.516 \text{ cm}^2 \quad (\text{área de la armadura como resultado})$$

COMPROBACIÓN DE DOMINIO

$$\text{comprobación} = \begin{cases} \text{"Dominio 4"} & \text{if } \frac{A_f}{b \cdot d} \geq \rho_{fb} \\ \text{"Dominio 2 incorrecto"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"Dominio 4"}$$

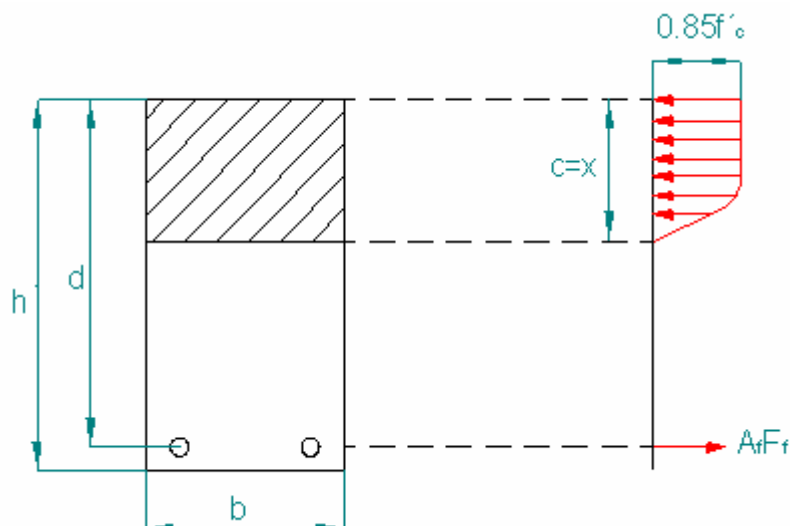
3 DOMINIO 2. FLEXIÓN SIMPLE CON SECCIÓN DADA

ESFUERZOS DEMANDADOS

M_d = Momento de diseño

$$M_d = 15.3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

SOLUCIÓN



U_c = Capacidad mecánica de la sección

ρ_f = Cuantía geométrica de la armadura longitudinal

ρ_{fb} = Cuantía geométrica balanceada de la armadura longitudinal

ζ_{lim} = profundidad de la fibra neutra adimensional que consigue alcanzar la deformación límite del hormigón y fibra.

μ_{lim} = Momento obtenido con la fibra límite

μ_n = Momento adimensional nominal resistente

ϕ = Factor de seguridad que reduce la capacidad de la sección

A_f = Área de refuerzo longitudinal calculada

ρ_f = Cuantía geométrica de armadura longitudinal calculada

ϵ_{ca} = Deformación pésima del hormigón en la cara superior a compresión

$$U_c = f'_c \cdot b \cdot d = 1.324 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\zeta_{lim} = \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fu}} \right) = 0.213$$

$$\mu_{lim} = 0.85 \zeta_{lim} \beta_1 \left(1 - \beta_1 \frac{\zeta_{lim}}{2} \right) = 0.137$$

$$\rho_{fb} = \frac{f'_c \cdot \left(0.85 \beta_1 \cdot \frac{\epsilon_{cu} \cdot E_f}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}} \right)}{f_{fu}} = 9.11 \times 10^{-3}$$

ϕ = Factor de seguridad que reduce el momento nominal soportado por la viga en base a la incertidumbre de las propiedades de los materiales así como de las variables que intervienen en la resistencia del elemento. Además, intenta promover el adecuado modo de fallo del elemento, reduciendo más severamente el momento nominal soportado cuanto más nos acercamos al dominio 2 o mejor dicho "under reinforced".

$$\phi(\rho_f) = \left(\text{if} \left(\rho_f \leq \rho_{fb}, 0.5, \text{if} \left(\rho_f < 1.4 \rho_{fb}, \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}}, 0.7 \right) \right) \right)$$

Para este caso en el que estamos en dominio 2, el valor del coeficiente de seguridad es de 0.5

$$\phi = 0.5$$

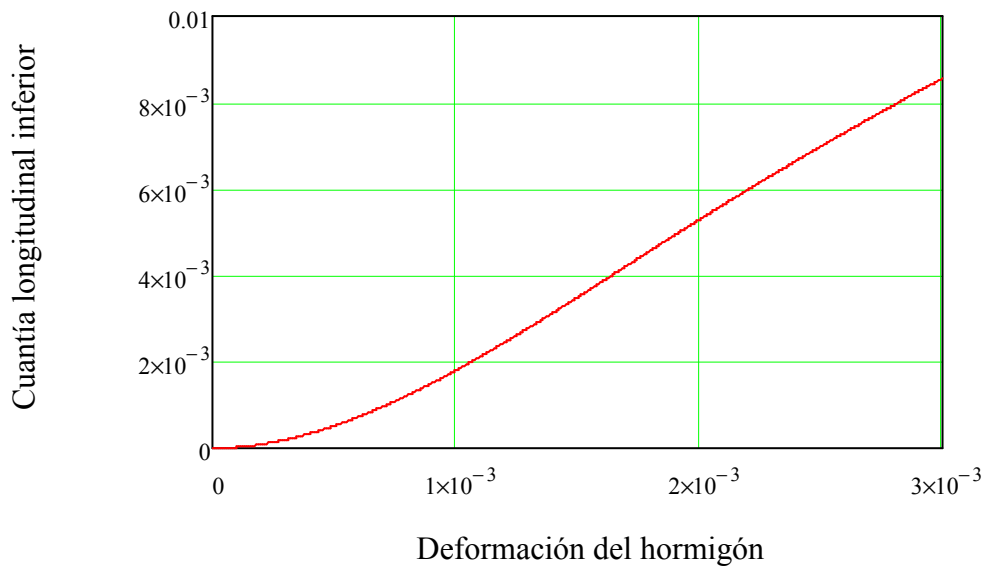
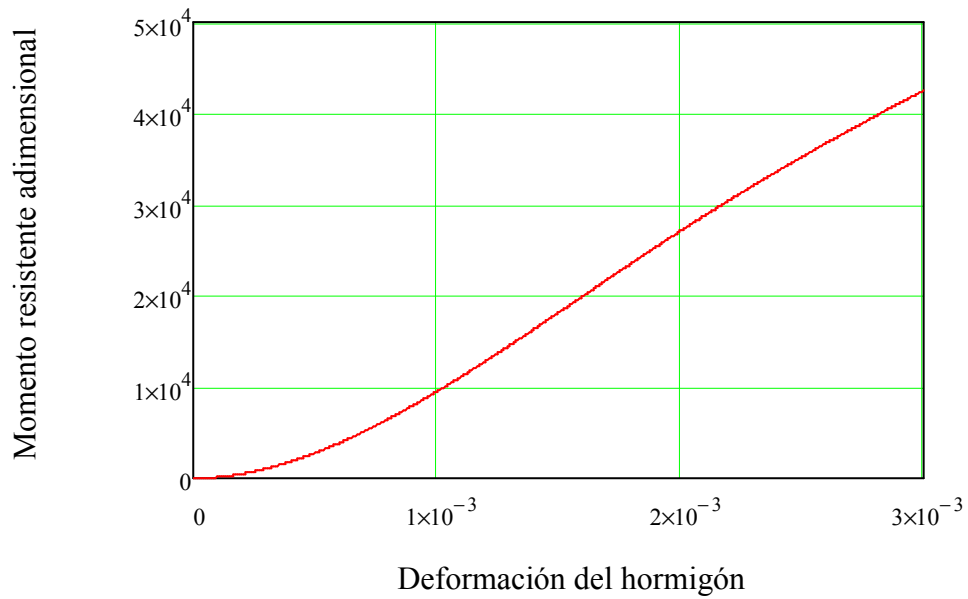
1ª Ecuación de diseño obtenida del equilibrio de fuerzas. Se tiene la cuantía geométrica en función de la deformación pésima del hormigón

$$\rho_f(\epsilon_{ca}) = \frac{1}{f_{fu} \cdot (\epsilon_{ca} + \epsilon_{fu})} \cdot \int_0^{\epsilon_{ca}} f_c(\epsilon_c) d\epsilon_c$$

2ª Ecuación de diseño en el que se tiene el momento resistente adimensional en función de la deformación pésima del hormigón

$$\mu_n(\varepsilon_{ca}) = \frac{1}{f_c \cdot (\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu})} \cdot \int_0^{\varepsilon_{ca}} f_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \cdot \left(1 - \frac{CG(\varepsilon_{ca}) \cdot \varepsilon_{ca}}{\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{fu}} \right)$$

Gráficas de diseño:



Planteado que el momento resistente minorado por el factor de seguridad debe ser mayor que el demandado se puede obtener la deformación del hormigón. Y una vez obtenida ésta se puede calcular la cunía geométrica de armadura longitudinal necesaria

$$\varepsilon_{ca} = 0.0001 \quad (\text{datos de iniciación})$$

Dado

$$\mu_n(\varepsilon_{ca}) \cdot \phi \cdot f_c \cdot b \cdot d^2 = M_d$$

$$\varepsilon_{ca} = \text{Find}(\varepsilon_{ca}) = 2.209 \times 10^{-3}$$

Luego la cunía geométrica necesaria es:

$$\rho_f(\varepsilon_{ca}) = 6.013 \times 10^{-3}$$

O lo que es lo mismo, el área necesaria

$$A_f = \rho_f(\varepsilon_{ca}) \cdot d \cdot b = 2.654 \text{ cm}^2$$

COMPROBACIÓN DE DOMINIO

$$\text{comprobación} = \begin{cases} \text{"Dominio 4 incorrecto"} & \text{if } \frac{A_f}{b \cdot d} \geq \rho_{fb} \\ \text{"Dominio 2 correcto"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"Dominio 2 correcto"}$$

4 CORTANTE

ESFUERZOS DEMANDADOS

V_d = Cortante de diseño

$$V_d = 22.7 \text{ kN}$$

ÁREA DE LA ARMADURA LONGITUDINAL

A_f = Área de refuerzo longitudinal inferior

ρ_f = Cunía geométrica de longitudinal inferior

$$A_f = 5.6 \text{ cm}^2$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.013$$

SOLUCIÓN

CÁLCULO DE LA CONTRIBUCIÓN DEL HORMIGÓN

Definición de variables:

V_{cf} = Contribución del cortante absorbido por el hormigón.

ϕ_ϵ = factor que tiene en cuenta la deformación permitida del FRP respecto del acero

c = Profundidad de la fibra neutra suponiendo que la sección se comporta elásticamente

k = factor de profundidad de fibra neutra

n_f = Módulo elástico relativo de FRP respecto del hormigón

n_s = Módulo elástico relativo del acero respecto del hormigón

E_s = Módulo elástico del acero

$$E_s = 200\text{GPa}$$

ACI 440.1R-0.3

$$V_c = \sqrt{f'_c \cdot \text{MPa}} \cdot \frac{b \cdot d}{6} = 40.298 \text{ kN}$$

$$V_{cf, \text{ACI.03}} = \frac{\rho_f E_f}{90 \beta_1 f'_c} \cdot V_c = 10.188 \text{ kN}$$

Task Group 9.3

$$\phi_\epsilon = \frac{0.0045}{0.002}$$

$$V_{cf, \text{TG}} = \left(\frac{E_f}{E_s} \cdot \phi_\epsilon \right)^{\frac{1}{3}} \cdot V_c = 32.069 \text{ kN}$$

ACI 440.1R-06

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} = 1.722$$

$$k = \sqrt{2 \cdot \rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f = 0.188$$

$$c = k \cdot d = 0.047 \text{ m}$$

$$V_{cf, \text{ACI.06}} = 0.4 \sqrt{f'_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot c = 18.213 \text{ kN}$$

CÁLCULO DE LA CONTRIBUCIÓN DE LA ARMADURA

Tenemos que limitar la tensión de la fibra de tal manera que no se alcance la deformación 0.004 o la tensión de doblado última permitida. Además debemos de saber la disposición de los estribos en cuanto a su ángulo de posición.

En este apartado calcularemos el área a cortante a sabiendas de la contribución del hormigón y que el cortante soportado sea superior al de diseño entre un factor de seguridad.

Variables que entran en juego:

- f_{fV} = Resistencia última a cortante
- f_{fb} = Resistencia última de doblado
- α = Ángulo de los estribos
- V_n = Cortante nominal soportado por el elemento
- V_f = Cortante soportado por el refuerzo
- ϕ_v = Factor de seguridad a cortante
- d_b = Diámetro de los estribos
- n = Número de estribos
- A_{fV} = Área a cortante por unidad de longitud
- s = Separación entre estribos
- s_{max} = Separación entre estribos máxima
- A_{fve} = Área de los estribos necesaria por cálculo
- A_{fvemin} = Área de los estribos mínima
- $A_{fverreal}$ = Área de los estribos dispuestos

$$\phi_v = 0.85$$

$$V_n = \frac{V_d}{\phi_v} = 26.706 \text{ kN}$$

Definimos una función que nos da la tensión de doblado en función de diámetro de la barra:

$$f_{fb}(d_b) = \left(0.05 \frac{3 \cdot d_b}{d_b} + 0.3 \right) \cdot f_{fu}$$

A efectos de cálculos tomamos como deformación permitida 0.002

$$f_{fV} = 0.002 E_f = 89.6 \text{ MPa}$$

Definamos el ángulo de los estribos:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad (\text{dato a definir})$$

Calculemos el área a cortante:

$$A_{fV} = \frac{V_n - V_{cf.ACI.06}}{d \cdot f_{fV} \cdot (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))} = 3.822 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Establezcamos la separación s , hay que tener en cuenta que debe ser menor de $d/2$:

$$s_{\max} = \frac{d}{2} = 124 \text{ mm}$$

$$s = 0.124 \text{ m} \quad (\text{dato a definir})$$

Calculemos el área de los estribos necesaria, mínima y dispuesta:

$$A_{fve} = s \cdot A_{fv} = 0.474 \text{ cm}^2$$

$$A_{fvemin} = 0.35 \text{ MPa} \cdot \frac{s \cdot b}{f_{fv}} = 0.862 \text{ cm}^2$$

por lo que el área de los estribos dispuestas es:

$$d_b = 8 \text{ mm}$$

$$n = 2$$

$$A_{fvreal} = \frac{n d_b^2 \cdot 3.14159}{4} = 1.005 \text{ cm}^2$$

Y por último, solo falta cerciorarse que, con el diámetro escogido de barras, el límite de tensión a cortante cumpla las condiciones antes mencionadas.

$$f_{fvnuevo} = \min(0.002E_f, f_{fb}(d_b)) = 89.6 \text{ MPa}$$

$$A_{fvnuevo} = \frac{V_n - V_{cf.ACI.06}}{d \cdot f_{fvnuevo} \cdot (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))} = 3.822 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{comprobación}_{\text{tensión}} = \begin{cases} \text{"correcto"} & \text{if } A_{fvnuevo} = A_{fv} \\ \text{"incorrecto, hay que recalculer el área necesaria"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"correcto"}$$

COMPROBACIÓN DE LA COMPRESIÓN OBLÍCUA

$$\text{comprobación}_{\text{comp.oblicua}} = \begin{cases} \text{if } \alpha = \frac{\pi}{2} & = \text{"correcto"} \\ \begin{cases} \text{"correcto"} & \text{if } V_n \leq 0.3 \cdot f'_c \cdot b \cdot d \\ \text{"fallo por compresión"} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{if } \alpha = \frac{\pi}{4} & \\ \begin{cases} \text{"correcto"} & \text{if } V_n \leq 0.3 \cdot f'_c \cdot b \cdot d \\ \text{"fallo por compresión"} & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases}$$

5 FLECHA INSTANTÁNEA, ACTIVA Y TOTAL

ESFUERZOS DEMANDADOS

M_s = Momento sin mayorar de todas las cargas aplicadas.

M_{ss} = Momento debido a la sobrecarga

M_{sp} = Momento debido al peso propio

N_s = Compresión si mayorar las cargas

$$M_s = 14.17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{sp} = 6 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{ss} = 8.17 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

ÁREA DE LA ARMADURA LONGITUDINAL A INFERIOR

A_f = Área de armadura longitudinal dispuesta

n = Número de barras longitudinales

$$A_f = 5.67 \cdot \text{cm}^2$$

$$n = 2 \quad (\text{no es necesario introducirle el número de barras})$$

SOLUCIÓN

FLECHA INSTANTÁNEA

Para el cálculo de la flecha instantánea se tiene en cuenta todas las cargas actuantes sin mayorar, aunque no está demás saber la flecha debida a las cargas permanentes y la debida a la sobrecarga. Para este cálculo se aplicará la formulación de resistencia de materiales con la salvedad que la multiplicación del módulo e inercia del elemento es variable. Para simplificar estos cálculos se tomará el módulo del elemento constante a igual que la inercia que será un compendio entre la inercia fisurada y la bruta. Este compendio será tomado de la formulación de Branson en el que dependerá del momento aplicado y del crítico parcialmente modificada para tener en cuenta las diferencias entre la fibra y el acero.

Definamos a priori todas las variables que nos hace falta:

M_{cr} = Momento en el que aparece la primera fisura

I_{cr} = Inercia fisurada de la sección

I_g = Inercia bruta de la sección

β_d = Factor que tiene en cuenta la diferencia entre acero y fibra

k = Profundidad de la fibra neutra suponiendo un comportamiento elástico tanto del hormigón como de la fibra

n_f = Relación entre el módulo de la fibra y del hormigón

W_g = Módulo resistente de la sección bruta

α_b = coeficiente que tiene en cuenta el tipo de fibra siendo 0.5 para GFRP

E_s = Módulo elástico para el acero

ρ_f = Cuantía geométrica longitudinal

- Cálculo de la inercia bruta y módulo resistente

$$I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = 4.209 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$W_g = \frac{b \cdot h^2}{6} = 2.76 \times 10^{-3} \cdot \text{m}^3$$

-Cálculo de la inercia fisurada

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} = 1.722$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.013$$

$$k = \sqrt{2 \cdot \rho_f \cdot n_f + (\rho_f \cdot n_f)^2} - \rho_f \cdot n_f = 0.189$$

$$I_{cr} = \frac{b \cdot d^3 \cdot k^3}{3} + n_f \cdot A_f \cdot d^2 \cdot (1 - k)^2 = 4.561 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

- Cálculo del momento de fisuración

$$M_{cr} = f_r \cdot W_g = 9.372 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- Cálculo de la inercia equivalente según ACI 440.1R-03

$$\alpha_b = 0.5$$

$$E_s = 20000 \text{ MPa}$$

$$\beta_d = \alpha_b \cdot \left(\frac{E_f}{E_s} + 1 \right) = 0.612$$

$$I_{e.ACI.03} = \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^3 \cdot I_g \cdot \beta_d + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} = 1.069 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

- Más tarde, el código ACI 440.1R-06 modificó esta adaptación(del acero al FRP) de un modo experimental para conseguir valores más acercados a la realidad independientemente del modo de fallo. Dicha modificación ahora se basa en criterios estadísticos de manera que β_d se define como la relación entre la cuantía de la armadura dispuesta y la balanceada. Veamos dicha modificación:

$$\rho_{fb} = \frac{f_c \cdot \left(0.85 \beta_1 \cdot \frac{\epsilon_{cu} \cdot E_f}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}} \right)}{f_{fu}} = 9.11 \times 10^{-3}$$

$$\beta_{d.06} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}} \right) = 0.282$$

Luego la nueva inercia equivalente se define:

$$I_{e.ACI.06} = \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^3 \cdot I_g \cdot \beta_{d.06} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} = 6.674 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

- Cálculo de la flecha utilizando la fórmula de resistencia de materiales

Δ_i = Flecha instantánea

$\Delta_{i,DL}$ = Flecha instantánea a las cargas permanentes

$\Delta_{i,LL}$ = Flecha instantánea debido a las cargas variables

L = Longitud del vano entre puntos de apoyo

$$L = 3.35\text{m}$$

$$\Delta_{i.ACI.03} = \frac{5 \cdot M_s \cdot L^2}{48 \cdot E_c \cdot I_{e.ACI.03}} = 5.955 \text{ mm}$$

$$\Delta_{i,DL.ACI.03} = \Delta_{i.ACI.03} \frac{M_{sp}}{M_s} = 2.521 \text{ mm}$$

$$\Delta_{i,LL.ACI.03} = \Delta_{i.ACI.03} \frac{M_{ss}}{M_s} = 3.433 \text{ mm}$$

Sin embargo, para la nueva formulación queda:

$$\Delta_{i.ACI.06} = \frac{5 \cdot M_s \cdot L^2}{48 \cdot E_c \cdot I_{e.ACI.06}} = 9.539 \text{ mm}$$

$$\Delta_{i,DL.ACI.06} = \Delta_{i.ACI.06} \frac{M_{sp}}{M_s} = 4.039 \text{ mm}$$

$$\Delta_{i,LL.ACI.06} = \Delta_{i.ACI.06} \frac{M_{ss}}{M_s} = 5.5 \text{ mm}$$

FLECHA ACTIVA

Para el cálculo de la flecha diferida se utiliza un multiplicador de la flecha instantánea. Dicho multiplicador depende de los años a los que se proyecte.

Δ_{LT} = Flecha activa a largo tiempo

ζ = Factor de tiempo:

5 o más años --> 2

1 año --> 1.4

6 meses --> 1.2

3 meses --> 1

1 mes --> 0.7

2 semanas --> 0.5

Cojamos a priori:

$$\zeta = 2$$

Calculemos ahora la flecha activa según definida por el código ACI. Esta es la flecha instantánea debido a la sobrecarga de uso más la diferida debido a la carga permanente y cuasipermanente que corresponde con el 20% de la sobrecarga.

Según ACI 440.1R-03

$$\Delta_{LT,ACI.03} = \Delta_{i,LL,ACI.03} + 0.6\zeta(\Delta_{i,DL,ACI.03} + 0.2\Delta_{i,LL,ACI.03}) = 7.283 \text{ mm}$$

Según el nuevo ACI 440.1R-06:

$$\Delta_{LT,ACI.06} = \Delta_{i,LL,ACI.06} + 0.6\zeta(\Delta_{i,DL,ACI.06} + 0.2\Delta_{i,LL,ACI.06}) = 11.667 \text{ mm}$$

6 FISURACIÓN

ESFUERZOS DEMANDADOS

M_s = Momento sin mayorar las cargas

N_s = Compresión sin mayorar las cargas

$$M_s = 14.17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$N_s = 20 \text{ kN}$$

ÁREA DE LA ARMADURA LONGITUDINAL A INFERIOR

A_f = Área de armadura longitudinal dispuesta

n = Número de barras longitudinales

$$A_f = 5.67 \text{ cm}^2$$

$$n = 2 \quad (\text{número de barras dispuestos horizontalmente})$$

SOLUCIÓN

Definamos antes todas las variables que entran en juego:

w = abertura de la fisura en mm.

k = Profundidad de la fibra neutra suponiendo un comportamiento elástico tanto del hormigón como de la fibra

k_b = Coeficiente que toma en consideración el vínculo entre hormigón-FRP (cuando es desconocido se suele tomar como valor por defecto y seguro 1.2)

β = Relación entre la distancia de la fibra neutra al punto más traccionado de la sección y la distancia de la fibra neutra al centro del refuerzo.

n_f = Relación entre el módulo de la fibra y del hormigón

A_e = Se define como el área efectiva traccionada cuyo centro de gravedad coincide con el de los refuerzos dividido por el número de barras. Tener en cuenta que la unidad de utilización es en milímetros a igual que el recubrimiento mecánico

f_f = Tensión solicitada de la fibra.

ρ_f = Cuantía geométrica longitudinal inferior

- Cálculo previos

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.013$$

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} = 1.722$$

$$k = \sqrt{2 \cdot \rho_f \cdot n_f + (\rho_f \cdot n_f)^2} - \rho_f \cdot n_f = 0.189$$

$k_b = 1.2$ (este valor debe ser dado por el fabricante, si es desconocido se toma como valor medio el indicado)

$$A_e = \frac{2 \cdot d_c \cdot b}{n} = 1.015 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$\beta = \frac{h - k \cdot d}{d \cdot (1 - k)} = 1.284$$

$$f_f = \frac{M_s}{A_f \cdot d \cdot \left(1 - \frac{k}{3}\right)} = 107.56 \text{ MPa}$$

$$s = \frac{b}{n} = 0.089 \text{ m}$$

-Cálculo según ACI 440.1R-03

$$w_{\text{ACI.03}} = \frac{2.2 \cdot \beta \cdot k_b \cdot f_f}{E_f} \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A_e} = 0.678 \text{ mm} \quad (\text{based on Gergel and lutz})$$

- Cálculo según ACI.1R-06

$$w_{ACI.06} = 2 \cdot \frac{f_f}{E_f} \cdot \beta \cdot k_b \cdot \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} = 0.535 \text{ mm} \quad (\text{Based on Frosch})$$

Ya sólo falta comprobar que la fisuración no es excesiva para ello desarrollemos la siguiente fórmula de comprobación:

$$\text{comprobación} = \begin{cases} \text{"correcto"} & \text{if } w_{ACI.06} < 0.7 \text{ mm} \\ \text{"incorrecto"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"correcto"}$$

