

5. MODELADO DEL TERRENO.

5.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

El problema que se analiza en este capítulo es el de la vibración de un terreno sometido a la acción de una fuerza armónica en un punto de su superficie libre.

El suelo se considera como un medio semi-infinito, homogéneo e isótropo. Las propiedades necesarias para describir dicho medio son el módulo de Young, el coeficiente de Poisson y la densidad.

Debido a la complejidad de la realidad es imposible modelar el dominio con un número finito de elementos finitos. Es por eso que las simulaciones parten de modelos necesariamente simplificados, proporcionando así, una aproximación a la solución. Dichas simplificaciones son las siguientes:

- Consideración de un volumen determinado para representar el suelo, ya que el tamaño del modelo es limitado.

- Introducir bordes artificiales en los que formular condiciones adecuadas para representar el comportamiento que tendría el suelo que no se considera en el modelo. Esto es, modelar su rigidez, y evitar la reflexión de las ondas en los contornos del modelo finito del terreno

5.2. OBJETIVOS DEL CAPÍTULO.

En este capítulo se explica la implementación del modelo de comportamiento del terreno con el software de elementos finitos ANSYS V.11, y la comprobación de los resultados obtenidos basados en las soluciones teóricas que proporcionan las funciones de Green para la propagación de ondas en los sólidos elásticos.

5.3. SOLUCIÓN ANALÍTICA.

Para comparar los resultados obtenidos de la simulación con elementos finitos se emplea una expresión analítica que relaciona la carga aplicada al terreno con los desplazamientos que se producen en otro punto, mediante una función de Green.

Para el caso de una carga aplicada directamente en el semi-espacio, se puede establecer que la función de Green en el dominio de la frecuencia es:

$$\text{Green}(r, \omega) = \frac{1 - \nu}{2\pi G} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-i(\omega \cdot r / c_s)}$$

Y por lo tanto los desplazamientos son:

$$w(r, \omega) = \frac{1 - \nu}{2\pi G} \cdot \frac{P(\omega)}{r} \cdot e^{-i(\omega \cdot r / c_s)}$$

Donde,

ν es el coeficiente de Poisson,

G es el módulo de elasticidad transversal,

r es la distancia entre la carga y el punto de observación,

$P(\omega)$ es la carga aplicada sobre el terreno en el dominio de la frecuencia, y

c_s es la velocidad de propagación de ondas s , que viene dada como $\sqrt{G/\rho}$.

Los desplazamientos obtenidos para una carga en movimiento, definida mediante la transformada de Fourier son:

$$P(t) = P \cdot \delta(x - vt) \rightarrow P(\omega) = \frac{P}{v} \cdot e^{-i\omega x/v}$$

De esta manera se tiene la amplitud de cada armónico de carga que está aplicado a lo largo del eje de aplicación de la carga (en nuestro caso concreto, y). Cada armónico representa una distribución de cargas senoidal de manera que el desplazamiento del punto de observación viene dado por la superposición de los desplazamientos producidos por cada carga que constituye la distribución senoidal. Por lo tanto, se puede calcular el desplazamiento producido por la carga en movimiento en el dominio de la frecuencia.

5.4. SOLUCIÓN NUMÉRICA.

5.4.1. Estudio preliminar.

El estudio preliminar consiste en el análisis de los principales parámetros controlables y el establecimiento de la influencia que ejercen sobre el modelo. Dichos parámetros son los siguientes:

- Dimensiones del modelo. Tal y como se ha introducido anteriormente, es imposible trabajar con un terreno de dimensiones infinitas. Por ello, hay que realizar un estudio

sobre cómo afectan las dimensiones del modelo a la solución del problema, ya que hay que llegar a un compromiso entre esta dimensión y la capacidad computacional de la que se dispone. Para aprovechar al máximo dicho volumen y reducir en la medida de lo posible los tiempos de procesado, se tendrán en cuenta los conocimientos sobre simetría, para poder así, discretizar una parte del sistema.

→ La geometría objeto de estudio es un hexaedro de 20 m de lado. Dicha geometría parte del origen de coordenadas hacia valores positivos de los ejes. Por lo tanto, los valores de (x,y,z) se mueven en el intervalo $[0,20]$.

- Condiciones de contorno en desplazamiento. Es suficiente con prescribir los movimientos como sólido rígido.

→ Como se trabaja con elementos sólidos, será suficiente con impedir tres grados de libertad. En las caras izquierda y delantera se aplican condiciones de simetría para aprovechar el volumen y reducir los tiempos en el procesado y resolución.

- Condiciones de contorno en fuerza. En todos los casos se aplica una carga puntual en el sentido del eje vertical negativo, en la esquina superior perpendicular al plano horizontal y de valor $1e3$ N.

- Tamaño de elemento. Las dimensiones máximas de los elementos finitos en dinámica deben cumplir la siguiente condición: el elemento debe poder reproducir la forma de la onda que viaja a través de él. Este parámetro está relacionado con la frecuencia de estudio y consiste en que en la longitud de onda más desfavorable deben caber, al menos, seis ó siete elementos si es lineal, y tres o cuatro si es cuadrático.

Es decir, la elección de este valor condiciona la frecuencia máxima a la que podemos asegurar que el modelo que se presenta funciona tal y como se espera. Entonces, para

calcular la longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{f}$, con v en m/s y f en Hz hay que tener en cuenta la

longitud de onda más desfavorable, es decir, para la frecuencia más alta estudiada, y la velocidad de onda en el medio, la más baja, que en el caso del terreno es la de las ondas s :

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}$$

→ Si para tener un buen control de la onda se decide colocar seis elementos para cada longitud de onda, aplicando las expresiones anteriores, y conocidas las propiedades del terreno:

Módulo de elasticidad	MPa	2e8
Coefficiente de Poisson		0.33
Densidad	kg/m ³	1600
Amortiguamiento		5%

Se tiene que para una frecuencia máxima de 14 Hz se deben disponer elementos de tamaño característico mínimo, 1 m.

- Tipo de elemento. Dependiendo de la geometría del modelo se podrá discretizar el sólido completo con elementos hexaédricos o se tendrá que acudir a elementos tetraédricos.
 - Las características de todos ellos se adjuntan en el apéndice B del documento.

- Para simular el efecto semi-infinito del medio hay que adaptar unas condiciones que absorban la totalidad de las vibraciones que le lleguen. Este es el desafío más importante del modelo objeto de estudio. Para conseguirlo, se deciden estudiar varias alternativas en los contornos del modelo para comparar cuál de ellas se aproxima mejor al resultado teórico.
 - Con este propósito se han probado dos metodologías diferentes: la adicción de volúmenes contiguos al terreno con diferente amortiguamiento, y la utilización de elementos amortiguador-muelle.

5.4.2. Descripción de los modelos implementados.

5.4.2.1. Modelo A.

Definición de la geometría y del material.

En el primer método, el procedimiento consiste en incorporar varios volúmenes paralelepípedos rectos al volumen inicial. Dichos volúmenes forman capas con distinto nivel de amortiguamiento, ya que con ello se intenta reproducir el efecto de absorción descrito anteriormente. Esta técnica se observa en las siguientes imágenes:

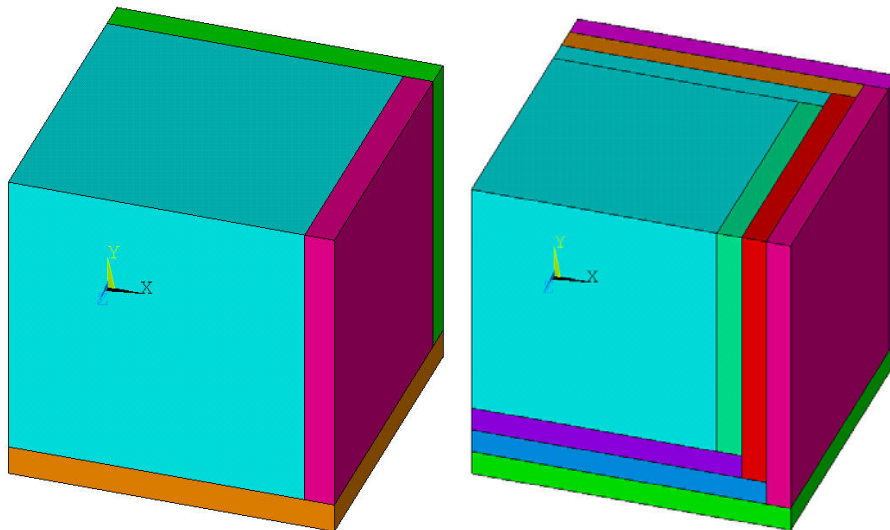


Figura 5. 1: Volúmenes creados con el método A (contornos no reflectantes)

En la imagen de la izquierda se ha incorporado una capa de material, mientras que en la imagen de la derecha son tres capas, con ello se consigue que la variación del amortiguamiento sea más gradual. Todas las capas tienen 2 m de espesor.

Las propiedades del terreno se detallan a continuación. Las capas descritas son del mismo material, pero el coeficiente de amortiguamiento es diferente, para lograr el amortiguamiento gradual de las ondas.

Módulo de elasticidad	MPa	2e8
Coefficiente de Poisson		0.33
Densidad	kg/m ³	1600
Amortiguamiento		5%

Condiciones de sustentación en los bordes.

Las condiciones de contorno impuestas en el modelo son las de desplazamientos impedidos en tres direcciones del espacio. Con ello se impiden los desplazamientos como sólido rígido del volumen.

En cuanto a las condiciones en fuerzas, se trata de una fuerza armónica aplicada en una esquina del sistema y valorada en 1 kN.

La simulación del terreno no modelado se realiza de la forma que a continuación se explica: desde los bordes $x=20$, $y=0$ y $z=0$ se crean nuevos volúmenes con idénticas propiedades que el terreno estudiado pero mayor amortiguamiento. Dependiendo de las capas de dichos volúmenes que se tengan en el modelo, la degradación de este valor será de forma más o menos escalonada hasta llegar a un máximo del 100%. En los modelos propuestos se toma un amortiguamiento del 60% en A.1 y 30%,60% y 100% en A.2.

Mallado del sistema.

Para garantizar la congruencia de la malla se ha realizado un pegado de todos los volúmenes antes de comenzar el mallado. Resultando finalmente un sólido como el que se muestra en la siguiente imagen:

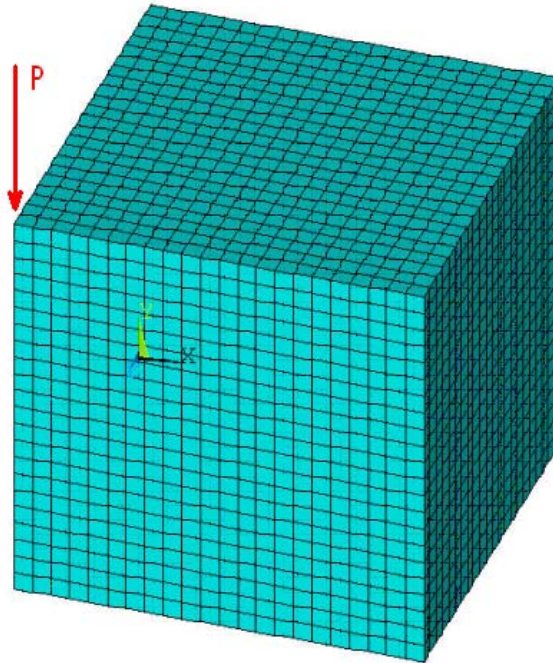


Figura 5. 2: Malla de elementos finitos del terreno en el método A

En él puede observarse la regularidad de los elementos, ya que no hay superficies interiores y todo puede mallarse con elementos sólidos hexaédricos de tamaño 1 m con ocho nodos y tres grados de libertad (solid45, disponibles en la biblioteca de elementos del software empleado).

5.4.2.2. Modelo B

Revisión teórica.

Como se viene comentando, el terreno es un medio semi-infinito, un dominio abierto tan grande que es imposible implementarlo. En problemas dinámicos no es suficiente imponer desplazamiento nulo a una gran distancia de la estructura, como se hace habitualmente en estática. Para resolver este inconveniente se hace uso de los contornos absorbentes. Esto es, envolver el volumen con unos elementos con características amortiguadoras y que posean rigidez. Con ello se pretende amortiguar la onda para que no se produzcan reflexiones, ya que éstas provocan que la respuesta del terreno se desvirtúe.

Dicha operación se resuelve con la creación de elementos amortiguador-muelle (disponible en la biblioteca del programa de elementos finitos usado) cuyos valores dependen del tipo de terreno y la geometría del modelo, y que se colocan en tres direcciones perpendiculares entre sí (una en el plano normal y dos en los planos tangentes a la superficie).

El desarrollo teórico utilizado para implementar estos elementos se ha obtenido del artículo Minarettes [9], en cuya explicación determina que los contornos definidos pueden ser utilizados en una malla de elementos finitos, tal y como se muestra en la siguiente figura, y donde A_n , A_{t1} y A_{t2} son las áreas que soportan el amortiguador, y n y t son los subíndices que representan la dirección normal y tangencial al contorno.

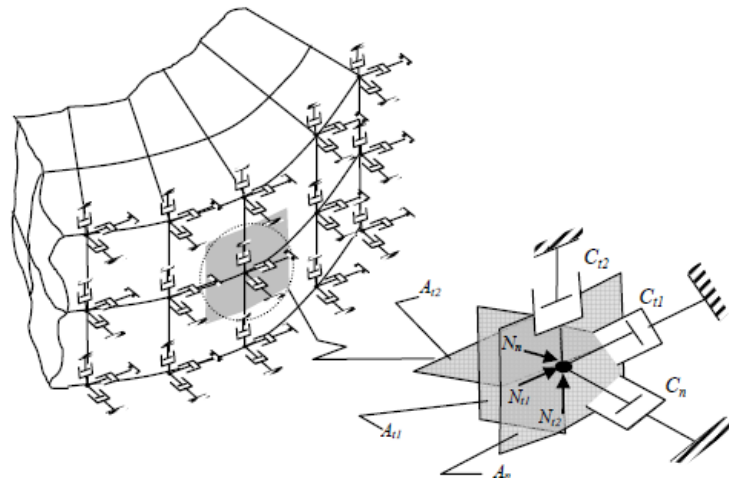


Figura 5. 3: Elementos de contorno viscosos en el modelo tridimensional de elementos finitos

Cuando se considera el contorno viscoso se pueden escribir las ecuaciones del movimiento:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{R(t)\}$$

Donde $[C]$ es la matriz de amortiguamiento especial que se define como:

$$[C] = \begin{bmatrix} A_n \rho v_p & 0 & 0 \\ 0 & A_{r1} \rho v_s & 0 \\ 0 & 0 & A_{r2} \rho v_s \end{bmatrix}$$

Siendo ρ la densidad de masa, y v_s y v_p las velocidades de la onda.

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}$$

$$v_c = v_s \sqrt{\frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)}}$$

Finalmente, la rigidez se calcula como:

$$k = \alpha \frac{G}{R} A$$

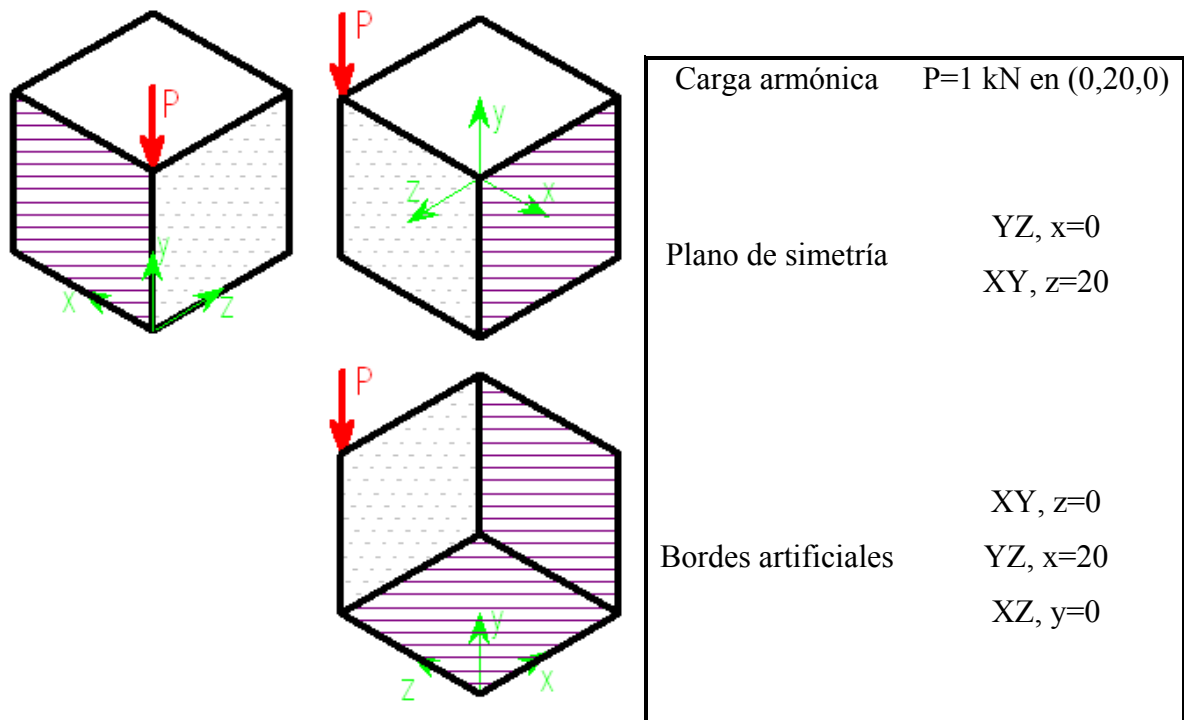
Donde α toma el valor 4 para el plano normal y 2 para el plano tangente, R es la distancia desde la carga hasta el borde artificial, y A es el área de influencia descrito anteriormente.

Definición de la geometría y del material.

Las propiedades del terreno son las siguientes:

Módulo de elasticidad	MPa	2e8
Coefficiente de Poisson		0.33
Densidad	kg/m ³	1600
Amortiguamiento		5%

En la siguiente figura se muestra la geometría del modelo, cuyas particularidades se detallan en el cuadro de la derecha:



Condiciones de sustentación en los bordes ficticios.

Tal y como se ha introducido en el apartado de revisión teórica, el método consiste en aplicar en cada nodo perteneciente a las caras susceptibles de condiciones de absorberencia, un elemento amortiguador-muelle en cada dirección principal del sistema de referencia (x,y,z). El elemento usado es el que se muestra a continuación:

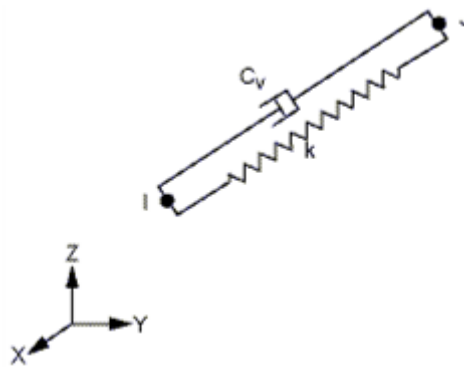


Figura 5. 4: Elemento amortiguador-muelle

Este elemento (combin14, disponible en la biblioteca de elementos del software usado) es unidimensional y está aplicado en tres direcciones (x,y,z), en cada uno de los nodos del contorno (para mayor información, consultar el apéndice B del documento). El inconveniente de este elemento es que hay que definir la geometría de todos los muelles y amortiguadores a partir de los nodos. Esto implica que habrá que realizar este proceso cada vez que se cambie la malla, ya que la numeración de los elementos variará. Por ello, para modelar dichos elementos adecuadamente hay que seguir las siguientes instrucciones:

1. Definir geometría y propiedades del modelo.
2. Mallar el modelo.
3. Aplicar las condiciones de contorno en fuerzas.
4. Aplicar las condiciones de simetría en las caras susceptibles de ello.
5. Seleccionar los nodos de las superficies donde haya que aplicar las condiciones de contorno de bordes artificiales.
6. Aplicar el programa realizado por Amelia de la Prada en el software MATLAB, del que se obtienen los comandos necesarios para introducir en ANSYS y que definen los elementos y apoyos en las direcciones correctas.

Dicho programa realiza un conteo de las coordenadas de los nodos y su numeración para calcular las nuevas coordenadas de los nodos paralelos en las tres direcciones ortogonales del espacio. Este paso es necesario ya que en ANSYS no es posible realizar una conexión entre líneas y áreas. Los comandos son del tipo: creación de elementos, definición de sus propiedades y de las condiciones de apoyo.

7. Implementar el código en ANSYS.
8. Procesar los datos.
9. Obtener los resultados.

Mallado del sistema.

Debido a la regularidad de la geometría, no existen inconvenientes para mallar con elementos sólidos hexaédricos (solid45, disponibles en la biblioteca de elementos del

software empleado) con tamaños de elementos 1 m, tal y como se explicó en un apartado anterior. El resultado puede observarse en la siguiente imagen:

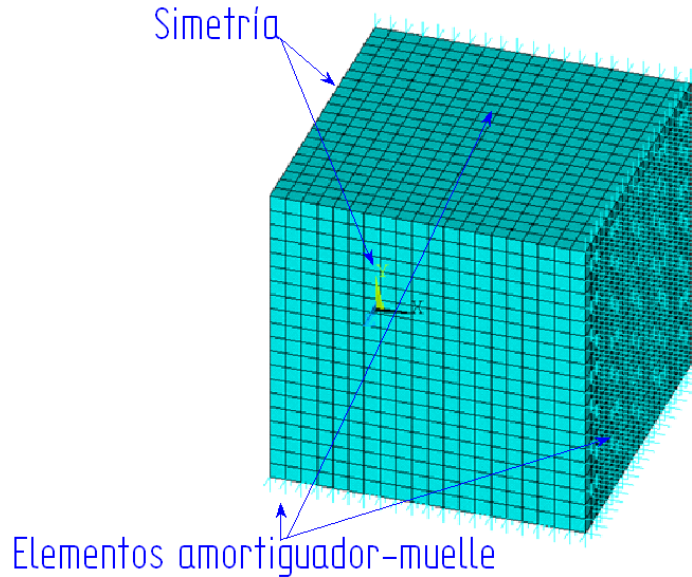


Figura 5. 5: Malla del terreno usando elementos amortiguamiento-muelle

En ella se aprecian los elementos amortiguador-muelle en tres de las caras, dejando dos ($X=0$, $Z=z$) para la simetría y la cara superior ($Y=y$) libre.

5.5. RESULTADOS.

Los resultados obtenidos del análisis de un modelo de elementos finitos para un caso simple, en el que la solución analítica es conocida se muestran en este apartado.

El procedimiento consiste realizar un análisis armónico sobre el modelo propuesto, donde hay aplicada una carga puntual cuya amplitud es 1 kN, y determinar los desplazamientos en puntos superficiales del mismo. Estos puntos tienen como coordenadas $(x, 20, 20)$ m, con $x=[1:1:20]$ m.

Previo a este caso, se decide determinar la respuesta ante una carga estática. Este resultado ayuda a corroborar el buen comportamiento del modelo o depurar el error más fácilmente, en caso de producirse.

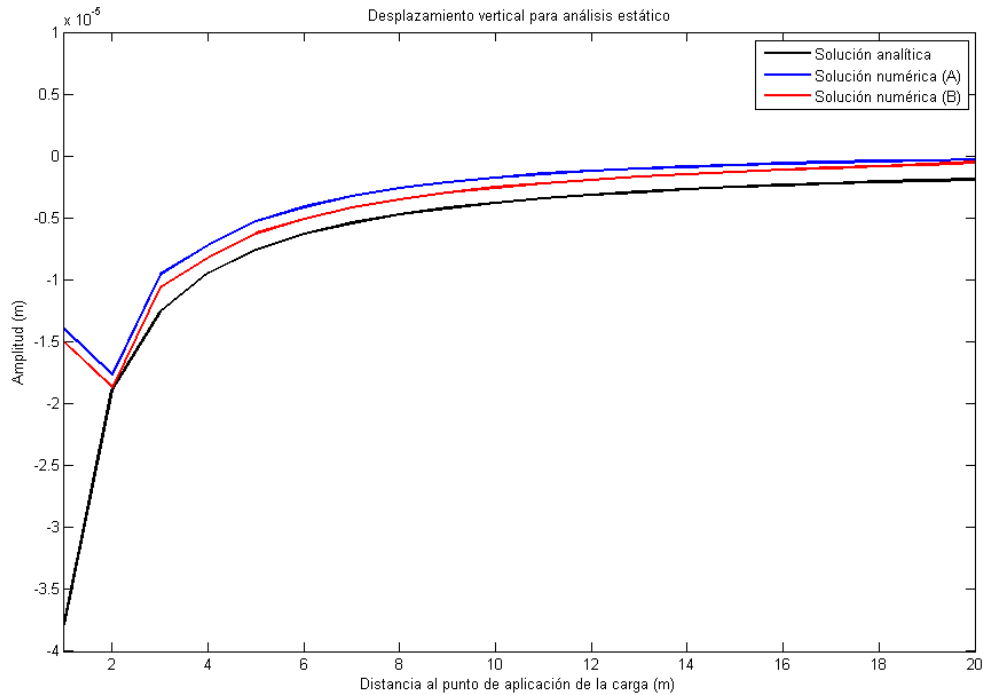


Figura 5. 6: Desplazamientos verticales para un análisis estático

Se observa que para puntos cercanos a la aplicación de la carga, el análisis numérico no reproduce los resultados correctamente, mientras que para distancias superiores la tendencia es bastante satisfactoria. Esto nos muestra una primera visualización del campo de aplicación del modelo creado en elementos finitos, bastante fiable para distancias a la carga superiores a 2 m.

A continuación, se muestra la solución obtenida para varias frecuencias, representando los desplazamientos verticales en la superficie libre del modelo.

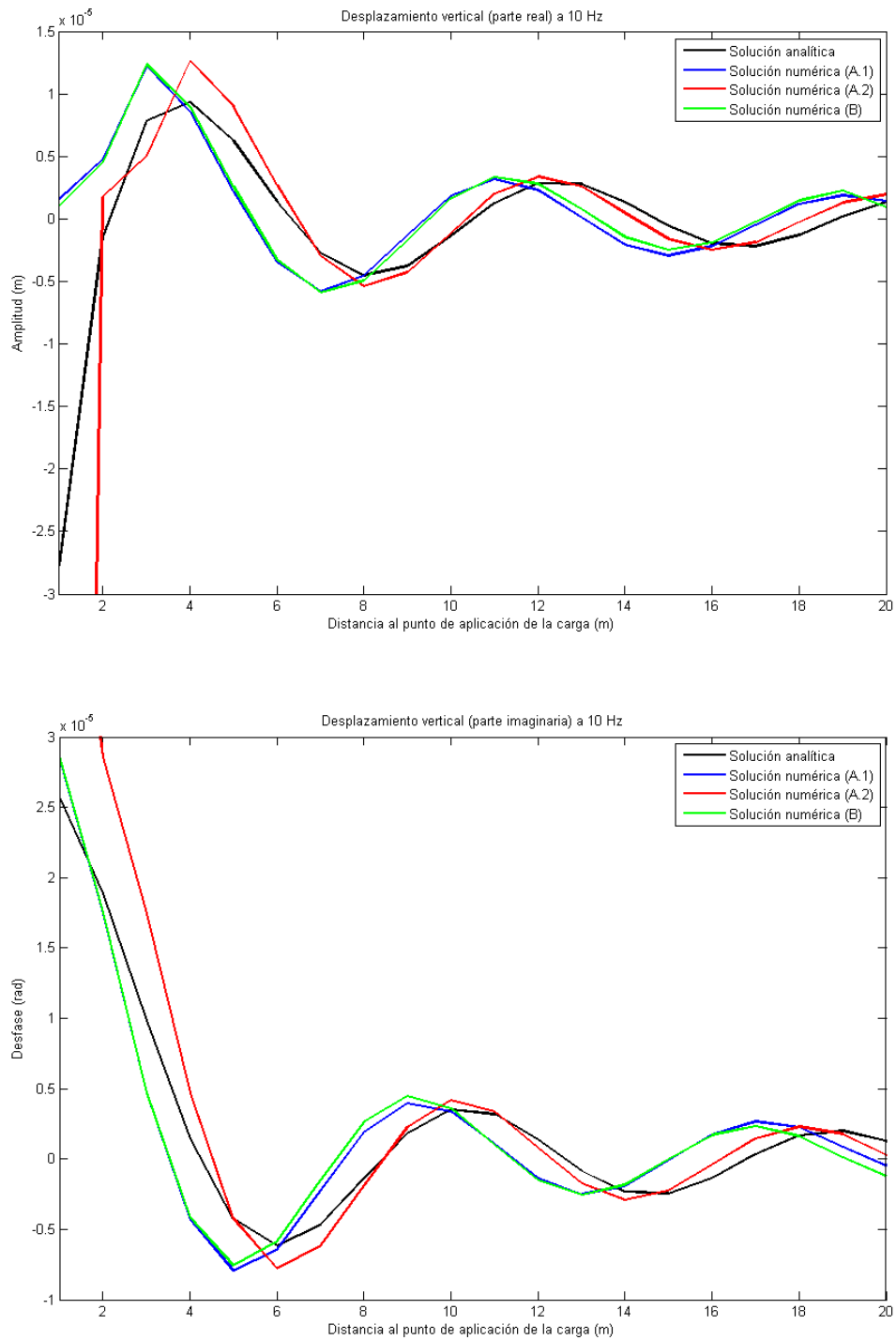
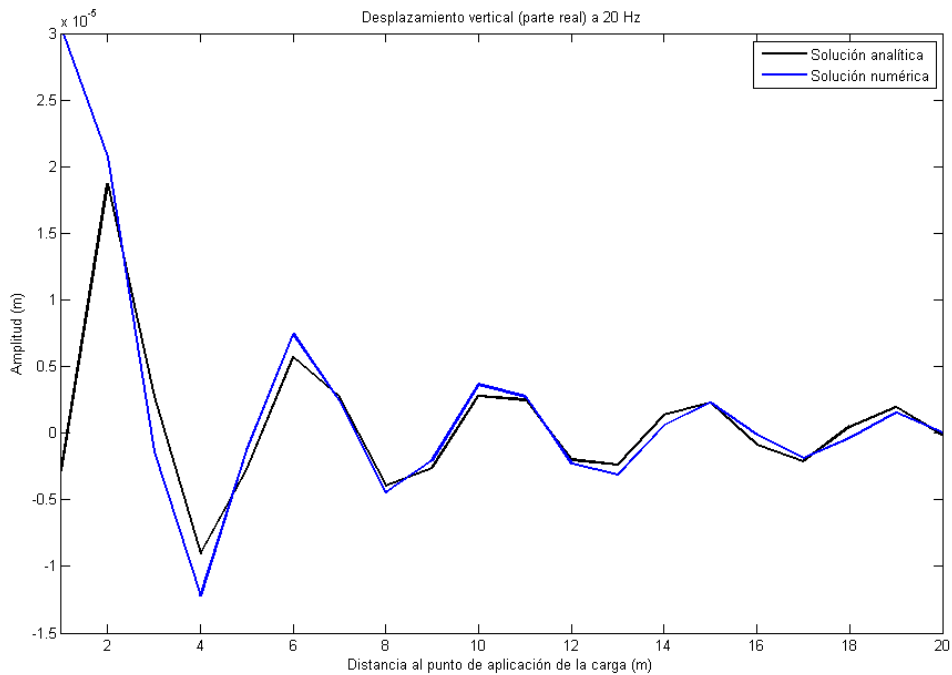


Figura 5. 7: Desplazamientos verticales en parte real e imaginaria para un análisis armónico a 10 Hz

Los resultados obtenidos para los modelos con elementos amortiguador-muelle y con una capa de amortiguamiento variable coinciden, tanto en parte real como imaginaria. Sin embargo, presentan un pequeño desfase que puede explicarse tras la observación de la respuesta del modelo A.2 (tres capas de amortiguamiento variable), ya que se produce una mejora hasta el punto de converger a la solución analítica. Esto es, que al tener tres capas en lugar de una, el volumen total del sistema es mayor y hay más distancia para que la solución numérica consiga adaptarse a la analítica, además, al tener una variación gradual del amortiguamiento en el terreno consigue que las ondas se amortigüen de forma más parecida a la realidad.

Centrándonos en el modelo con elementos amortiguador-muelle en los bordes se obtienen los siguientes resultados al aumentar la frecuencia a 20 Hz:



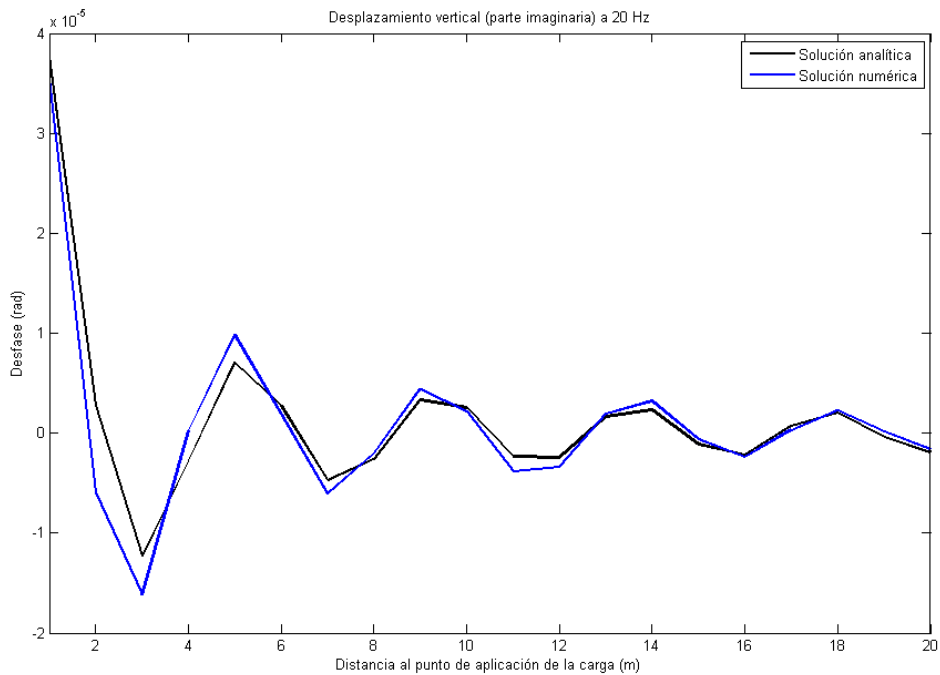


Figura 5. 8: Desplazamientos verticales en parte real e imaginaria para un análisis armónico a 20 Hz

Es obvia la mejora en la solución, convergiendo totalmente en parte real e imaginaria. Entonces, a medida que aumenta la frecuencia, se aproximan los resultados teóricos y numéricos.

Por lo tanto, aunque en la primera prueba (a 10 Hz) los resultados con el modelo A.2 son mejores, no se desecha el segundo tipo B ya que para frecuencias mayores se logran los resultados esperados. Además, en el capítulo de validación del modelo el rango de frecuencias está comprendido entre 20 y 80 Hz.

Aún así, se hace un análisis un poco más exhaustivo para encontrar el tramo de frecuencias y distancias a la carga válido del modelo B: con rango 10 a 20 Hz, y distancia entre carga y medida fija (10 y 18 m). Los resultados se muestran a continuación:

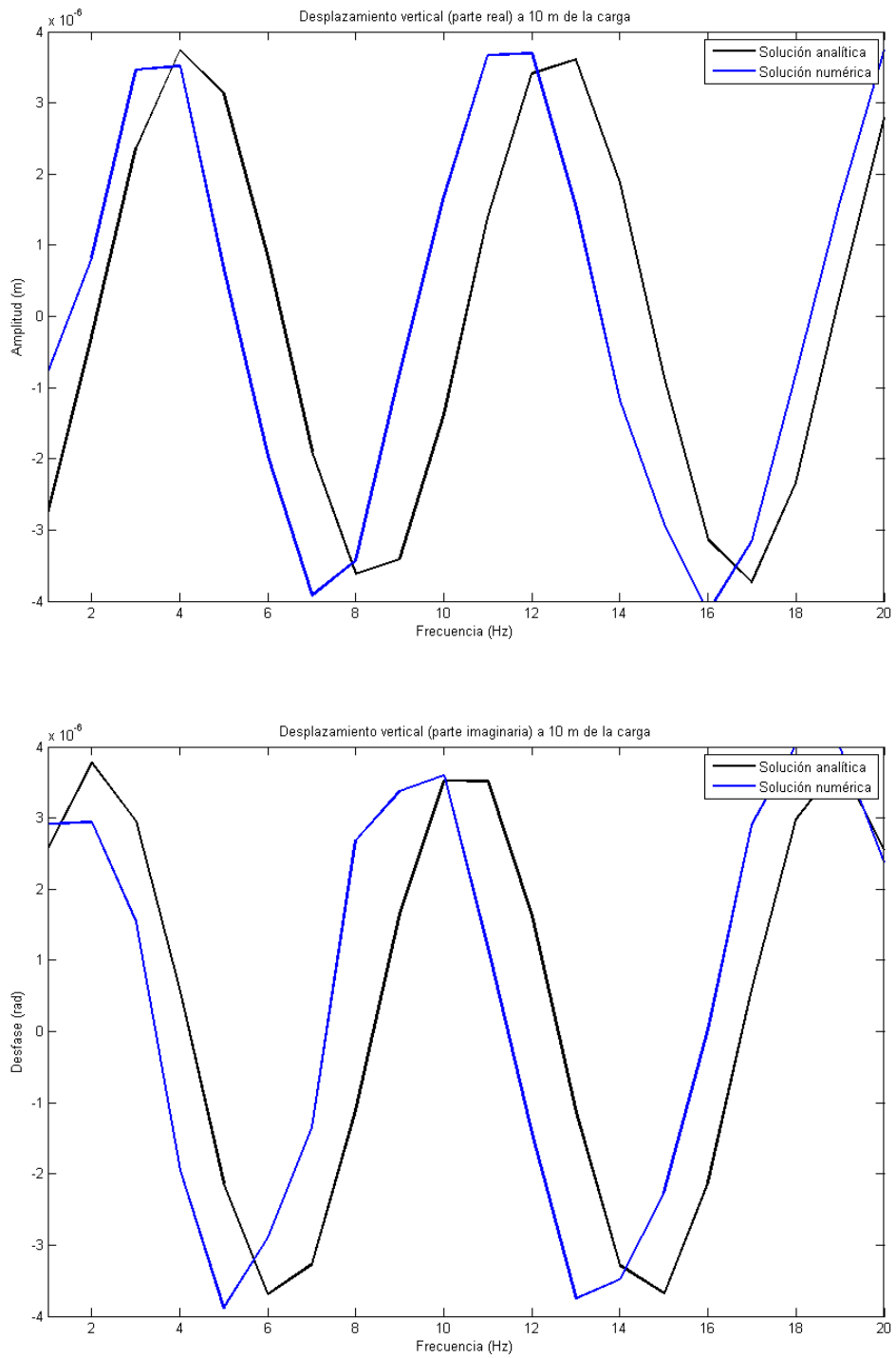


Figura 5. 9: Desplazamientos verticales en parte real e imaginaria para varias frecuencias y una distancia a la carga de 10 m

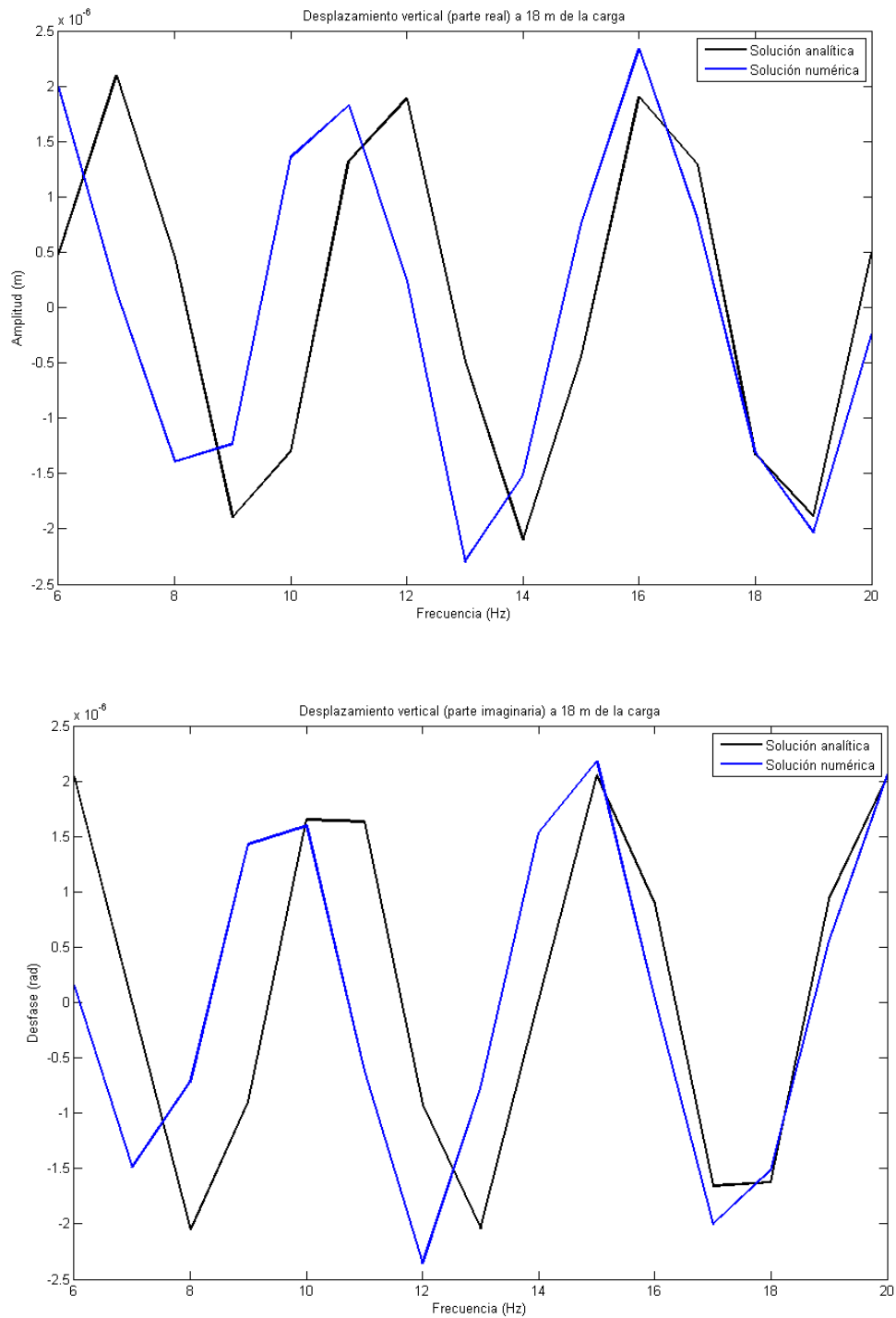


Figura 5. 10: Desplazamientos verticales en parte real e imaginaria para varias frecuencias y una distancia a la carga de 18 m

El anterior análisis muestra que hasta los 15-17 Hz la solución que proporciona el modelo numérico no se adapta bien a la analítica y que además, cuanto más alejado nos encontramos del punto de aplicación de la carga más converge la solución, por lo que para distancias entre 20 y 30 m (empleadas para validar el modelo, en un capítulo posterior) la solución es aceptable.

5.6. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

En este capítulo se han propuesto tres alternativas para modelar en ANSYS el comportamiento de un terreno sometido a una fuerza puntual armónica. Dichos modelos se generan a partir de un bloque de suelo con unas determinadas propiedades, aplicando en los bordes unas condiciones que simulen el trozo de suelo no modelado:

- Capas con amortiguamiento variable. Se crean nuevos volúmenes con las mismas propiedades que el terreno pero con el coeficiente de amortiguamiento distinto. Dichos valores se reparten de 0.05 a 1 dependiendo del número de capas que se dispongan.
- Elementos amortiguador-muelle. Se crean unos elementos con propiedades de rigidez y amortiguamiento definidas en función de la geometría y propiedades del modelo.

Del análisis de los resultados obtenidos en el apartado anterior se concluye lo siguiente:

- Los resultados mejoran a medida que aumenta el tamaño del modelo ya que cuanto más lejos está el punto de medida de la aplicación de la carga, la distorsión de otros efectos es menor.
- El tamaño de la malla influye en la solución ya que dependiendo de ella existe un rango de frecuencias válidos para cada ensayo. El tamaño de elemento elegido está acorde con las frecuencias de los análisis realizados.

- Teniendo en cuenta que para las frecuencias de interés (20 a 80 Hz), la respuesta con elementos amortiguador-muelle se adapta perfectamente a la respuesta analítica, al mismo tiempo, que el número de elementos de este modelo es se acepta el costo computacional frente a la opción de tres capas de contornos absorbentes. Sin embargo, se desecha definitivamente el modelo A.1, ya que se han conseguido resultados más favorables con las otras alternativas.
- Desde el punto de vista del número de nodos y elementos se extraen los siguientes resultados:

Modelo	Número de nodos	Número de elementos
A.1	12167	10648
A.2	19683	17576
B	13044	11783

El modelo de terreno con una capa de amortiguamiento es el que presenta menor número de nodos y elementos, pero debido a las explicaciones anteriores, dicho modelo carece de validez para el resto del desarrollo. El siguiente más favorable, en número de nodos y elementos, es el que se propone con elementos amortiguador-muelle y que ya se ha comprobado que para las frecuencias de interés, reproduce los resultados con bastante fiabilidad. La razón de recurrir a estos conceptos es para establecer una relación entre costo computacional y exactitud. Es por eso que a partir de este momento, el modelo que prevalece para realizar el resto de cálculos y comprobaciones es el de los elementos amortiguador-muelle.