

# Índice general

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. INTRODUCCIÓN</b>   | <b>5</b>  |
| 1.1. Motivación del proyecto . . . . .                             | 5         |
| 1.2. Objetivo . . . . .  | 6         |
| 1.3. Estructura . . . . .  | 7         |
| <b>2. MODELADO DEL PROBLEMA DE CONTACTO</b>                        | <b>8</b>  |
| 2.1. El problema de contacto . . . . .                             | 8         |
| 2.1.1. El problema elástico . . . . .                              | 8         |
| 2.1.1.1. Ecuaciones de equilibrio . . . . .                        | 9         |
| 2.1.1.2. Ecuaciones cinemáticas . . . . .                          | 9         |
| 2.1.1.3. Ecuaciones constitutivas . . . . .                        | 10        |
| 2.1.1.4. Condiciones de contorno . . . . .                         | 10        |
| 2.1.2. El problema de contacto . . . . .                           | 11        |
| 2.1.2.1. Ecuaciones cinemáticas del contacto . . . . .             | 12        |
| 2.1.2.2. Ley de contacto unilateral. Condiciones de Signorini.     | 14        |
| 2.1.2.3. Ley de fricción . . . . .                                 | 15        |
| 2.1.2.4. Fuerzas de contacto . . . . .                             | 16        |
| 2.1.2.5. Formulación del problema de contacto . . . . .            | 16        |
| 2.2. Solución del problema de contacto . . . . .                   | 17        |
| 2.2.1. Aproximación de semiespacio elástico . . . . .              | 17        |
| 2.2.2. Funciones potenciales de Boussinesq y Cerruti . . . . .     | 18        |
| 2.2.3. Solución de Hertz al problema de contacto similar . . . . . | 20        |
| 2.2.3.1. Contacto entre dos esferas . . . . .                      | 22        |
| 2.2.3.2. Contacto entre dos cilindros . . . . .                    | 22        |
| <b>3. FORMULACIÓN Y MODELADO EN ANSYS</b>                          | <b>25</b> |
| 3.1. Introducción a los Elementos Finitos . . . . .                | 25        |

|                       |          |
|-----------------------|----------|
| <b>ÍNDICE GENERAL</b> | <b>3</b> |
|-----------------------|----------|

|   |           |
|---|-----------|
| 3.1.1. Definición del método . . . . .                                  | 25        |
| 3.1.2. Aplicación del método . . . . .                                  | 26        |
| 3.1.3. Funciones de forma . . . . .                                     | 29        |
| 3.1.4. Funcionamiento de un programa de elementos finitos . . . . .     | 30        |
| 3.2. Algoritmos de contacto . . . . .                                   | 31        |
| 3.2.1. Penalty Method . . . . .   | 31        |
| 3.2.2. Lagrange Multiplier Method . . . . .                             | 32        |
| 3.2.3. Augmented Lagrange Method . . . . .                              | 33        |
| 3.2.4. Lagrange Multiplier and Penalty Method . . . . .                 | 34        |
| 3.3. Método de Newton-Raphson . . . . .                                 | 34        |
| 3.4. Modelado del contacto entre sólidos . . . . .                      | 36        |
| 3.4.1. Visión general de las metodologías de resolución en ANSYS        | 37        |
| 3.4.2. Superficie-a-Superficie . . . . .                                | 39        |
| 3.4.3. Nodo-a-Superficie . . . . .                                      | 46        |
| 3.4.4. Nodo-a-Nodo . . . . .  | 47        |
| 3.5. Descripción del análisis no lineal . . . . .                       | 48        |
| <b>4. EJEMPLOS DE PROBLEMAS DE CONTACTO</b>                             | <b>51</b> |
| 4.1. Cilindros 2-D . . . . .  | 51        |
| 4.1.1. Definición del problema . . . . .                                | 51        |
| 4.1.2. Modelo de elementos finitos . . . . .                            | 52        |
| 4.1.3. Resultados . . . . .   | 55        |
| 4.2. Cilindros 3-D . . . . .  | 68        |
| 4.2.1. Definición del problema . . . . .                                | 68        |
| 4.2.2. Modelo de elementos finitos . . . . .                            | 69        |
| 4.2.3. Resultados . . . . .   | 71        |
| 4.3. Esfera-Plano . . . . .   | 82        |
| 4.3.1. Definición del problema . . . . .                                | 82        |
| 4.3.2. Modelo de elementos finitos . . . . .                            | 84        |
| 4.3.3. Resultados . . . . .   | 84        |
| 4.4. Esfera-Esfera . . . . .  | 98        |
| 4.4.1. Definición del problema . . . . .                                | 98        |
| 4.4.2. Modelo de elementos finitos . . . . .                            | 99        |
| 4.4.3. Resultados . . . . .   | 102       |
| 4.5. Otros resultados . . . . .   | 112       |
| 4.5.1. Estudio de las presiones tangenciales en cilindros 2-D . . . . . | 112       |

*ÍNDICE GENERAL* 4

|   |            |
|---|------------|
| 4.5.2. Influencia del rozamiento en las presiones normales para<br>esfera-plano . . . . . | 113        |
| 4.5.3. Esfera-esfera con carga normal y tangencial . . . . .                              | 115        |
| <b>5. CONCLUSIONES</b>  | <b>117</b> |
| <b>6. DESARROLLO FUTURO</b>   | <b>121</b> |
| <b>A. PROGRAMACIÓN ANSYS</b>  | <b>123</b> |