PROYECTO FIN DE CARRERA
Análisis experimental y numérico del fallo en chapas conformadas de aluminio sometidas a tracción biaxial

Carlos Fernando Mellado Castillero

4 de septiembre de 2007

Capítulo 1

Anexo B

1.1. Constantes de los criterios

Las constantes de los criterios se obtienen a partir de los resultados obtenidos experimentalmente en los ensayos de tracción simple y de tracción en condiciones cercanas a las de deformación plana. De dichos ensayos se obtuvieron las deformaciones principales en la rotura $\epsilon_{If,ts}$ e , $\epsilon_{If,dp}$ para condiciones de tracción simple y deformación plana respectivamente. Para poder obtener las constantes es necesario establecer las relaciones de tensión y deformación para ambos estados.

Ensayo de tracción simple

En el ensayo de tracción las condiciones de tensión son las siguientes:

$$\sigma_{11} = \sigma_I \tag{1.1}$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0 \tag{1.2}$$

Teniendo en cuenta que al criterio de Hill viene dado por la expresión:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{31}^2 + 2N\tau_{12}^2} \tag{1.3}$$

Para el caso de tracción simple, sustituyendo (1.1) en (1.2) la tensión equivalente queda:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{(G + H)\sigma_I} \tag{1.4}$$

Despejando el valor de la tensión principal máxima:

$$\sigma_I = \frac{1}{\sqrt{(G + H)}}\bar{\sigma} \tag{1.5}$$

De la definición de la tensión hidrostática y teniendo en cuenta las expresiones (1.1)y (1.2) se obtiene:

$$\sigma_h = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} = \frac{\sigma_I}{3} \tag{1.6}$$

Sustituyendo la relación obtenida en (1.5) en la expresión (1.6), se obtiene una relación entre la tensión hidrostática (σ_h) y la tensión equivalente ($\bar{\sigma}$):

$$\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{3\sqrt{(H+G)}} \tag{1.7}$$

Para obtener relaciones entre las deformaciones se emplea la igualdad de trabajo plástico, teniendo en cuenta las ecuaciones (1.1)y (1.2), la expresión queda:

$$dW^p = d\bar{\varepsilon}_p \bar{\sigma} = \sigma_I d\bar{\varepsilon}_I^p + \sigma_{II} d\bar{\varepsilon}_{II}^p + \sigma_{III} d\bar{\varepsilon}_{III}^p = \sigma_I d\bar{\varepsilon}_I^p \tag{1.8}$$

Despejando el valor de la deformación plástica equivalente y sustituyendo (1.5):

$$d\bar{\varepsilon}_p = \frac{\sigma_I d\bar{\varepsilon}_I^p}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{(H+G)}} d\bar{\varepsilon}_I^p \tag{1.9}$$

Para simplificar las expresiones se hace la siguiente relación $A = \frac{1}{\sqrt{H+G}}$. Sustituyendo en (1.5), (1.7)y (1.9) quedan:

$$\begin{aligned} \sigma_I &= A\bar{\sigma} \\ \frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}} &= A\frac{1}{3} \\ d\bar{\varepsilon}_p &= Ad\varepsilon_I^P \end{aligned} \tag{1.10}$$

Ensayo de tracción en condiciones cercanas a la deformación plana

Las expresiones que relacionan las tensiones y las deformaciones para condiciones cercanas a la deformación plana son:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_I \\ \sigma_{22} &= \alpha\sigma_I \\ \sigma_{33} &= \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0 \end{aligned} \tag{1.11}$$

$$d\varepsilon_I : d\varepsilon_{II} = \beta d\varepsilon_I : d\varepsilon_{III} = -(1+\beta)d\varepsilon_I \tag{1.12}$$

Teniendo ene cuenta las expresiones (1.11) y (1.12), el criterio de Hill queda de la forma:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F(\alpha\sigma_I)^2 + G(\alpha\sigma_I)^2 + H(\sigma_I - \alpha\sigma_I)^2} = \sigma_I\sqrt{F\alpha^2 + G + H(1-\alpha)^2} \tag{1.13}$$

Sustituyendo las relaciones de tensiones y deformaciones (1.11) y (1.12) en la expresión de la tensión hidrostática, y teniendo en cuenta la relación obtenida con refA.12 se obtiene:

$$\sigma_h = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} = \frac{(1+\alpha)}{3}\sigma_I = \frac{(1+\alpha)}{3\sqrt{F\alpha^2 + G + H(1-\alpha)^2}}\bar{\sigma} \tag{1.14}$$

Al hacer la igualdad del trabajo plástico teniendo en cuenta las relaciones (1.11) y (1.12), la relación de deformaciones que se obtiene es:

$$d\bar{\varepsilon}_P = \frac{(1+\alpha\beta)}{\sqrt{F\alpha^2 + G + H(1-\alpha)^2}}d\bar{\varepsilon}_I^P \tag{1.15}$$

Para obtener unas expresiones mas simplificadas y fáciles de introducir en los criterios, crea una nueva variable, haciendo:

$$A_1 = \sqrt{F\alpha^2 + G + H(1-\alpha)^2} \tag{1.16}$$

Las expresiones anteriores quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= A_1\sigma_I \\ \sigma_h &= \frac{(1+\alpha)}{3A_1}\bar{\sigma} \\ d\bar{\varepsilon}_p &= \frac{(1+\alpha\beta)}{A_1}d\varepsilon_I^P \end{aligned} \tag{1.17}$$

Para el caso de deformación con condiciones cercanas a las de deformación plana, se observa que las expresiones obtenidas dependen de los coeficientes a , b . El coeficiente b, que relaciona las deformaciones principales, se obtiene de forma experimental midiendo las deformaciones sobre la probeta. El coeficiente a se obtiene a partir del b mediante las siguientes expresiones:

Usando la regla de flujo dada por:

$$d\varepsilon_{ij}^P = d\bar{\varepsilon}_p\frac{df(\sigma)}{\sigma_{ij}} \tag{1.18}$$

siendo $f(\sigma)$ la expresión (1.13), particularizando la expresión (1.18) para i=j=2, y teniendo en cuenta la expresión del trabajo plástico, se obtiene la siguiente relación entre a y b :

$$\alpha = \frac{H + \beta(H+G)}{F + H(\beta+1)} \tag{1.19}$$

Para ambos casos se ha considerado la ley de comportamiento dada por la ecuación (1.13).

CÁLCULO DE LA CONSTANTE DEL CRITERIO DE TRESCA

Criterio de Tresca

Para este criterio, partimos de la siguiente expresión: $\frac{\tau_{\text{máx}}}{C_8} = 1$.

Siendo $\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, y considerando que $\sigma_3 \ll \sigma_1 \rightarrow \tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1}{2}$; quedando la expresión del criterio de la forma: $\frac{\sigma_1}{C_8} = 1$.

-Tracción simple.

$$C_{8,ts} = \sigma_I = A\bar{\sigma} = AK(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n = AK(\varepsilon_0 + \varepsilon^p_{If,ts})^n \tag{1.20}$$

-Deformación plana.

$$C_{8,dp} = \sigma_I = {}^{\bar{\sigma}}/_{A_I} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n / A_I = \frac{K}{A_I}(\varepsilon_0 + \frac{(1+\alpha\beta)}{A_I}\varepsilon^p_{If,dp})^n \tag{1.21}$$