

Introducción a la Aerodinámica

Introducción

Hay varios factores que caracterizan el aire como fluido cuando se encuentra en condiciones estándar. La viscosidad cinemática es muy pequeña ($\mu/\rho=1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$), con lo que el número de Reynolds para la mayoría de los flujos relacionados con la aerodinámica es muy grande. Para aviones convencionales el número de Reynolds varía entre 10^6 y 10^8 para las velocidades y longitudes características. Sin embargo, para el caso de los UAV, y en concreto, de los denominados MAV (Micro Air Vehicles), esta afirmación puede no es correcta ya que algunos de ellos tienen dimensiones características tan pequeñas que el número de Reynold puede llegar a ser de pocas centenas; este tipo de flujos es campo de estudio actual por la importancia cada vez mayor que tienen en el desarrollo de nanovehículos aéreos no tripulados.

Ya que el número de Reynolds es una medida del cociente entre las fuerzas de inercia convectivas y las de viscosidad, las últimas serán despreciables en el movimiento fluido aunque esta afirmación no es uniformemente valida en todo el dominio fluido. Cerca de las paredes sólidas existe una capa muy delgada, denominada capa límite, donde las fuerzas de viscosidad se hacen tan importantes como las de inercia y deben ser retenidas en la ecuación de cantidad de movimiento sin importar cuán grande sea el número de Reynolds de la corriente.

Ya que el espesor de la capa límite es de orden $Re^{-1/2}$, vemos que en este campo la capa límite será, por lo general, tan fina que no interaccionará con el campo fluido externo, aunque para el caso de pequeños UAV la capa límite puede adquirir un tamaño tal que tenga que tenerse en cuenta a la hora de calcular el campo de velocidades exterior a la superficie aerodinámica.

En el caso de cuerpos con geometría fuselada (alas y superficies de control) a ángulos de ataque moderadamente bajos, la capa límite está adherida sobre toda o la mayor parte de la superficie del obstáculo; por el contrario, cuando el ángulo de ataque es grande o el obstáculo posee forma roma, la capa límite se separa debido al fuerte decremento que experimenta la presión a partir del punto donde alcanza su valor máximo, que generalmente está situado en una posición próxima a la del punto de máximo espesor del obstáculo.

Los experimentos indican que si la capa límite no se separa, o si se mantiene adherida sobre la mayor parte de la superficie del perfil, la teoría no viscosa predice muy aproximadamente algunas de las características de la corriente alrededor de obstáculos a muy altos números de Reynolds, como la distribución de presiones sobre el obstáculo o la fuerza sustentadora que experimenta.

Definiciones globales

Es necesario definir las fuerzas globales sobre el obstáculo. Por lo general, la contribución de las fuerzas de viscosidad a la sustentación es muy pequeña comparada con las de presión si la capa límite está adherida. Así pues, suponiendo z un eje perpendicular a la corriente sin perturbar, la sustentación se expresa de la forma:

$$L = \int_{\Sigma} -p \cdot n_z \cdot d\sigma \quad (2.1)$$

Siendo n_z la proyección según z de la normal al obstáculo y Σ su superficie.

Es usual definir un coeficiente de fuerza adimensional denominado coeficiente de sustentación:

$$C_L = \frac{2L}{\rho U_{\infty}^2 \Sigma} \quad (2.2)$$

Siendo U_{∞} la velocidad de la corriente sin perturbar. Si el obstáculo es bidimensional (perfil) y sobre él actúa una fuerza sustentadora por unidad de longitud (l), entonces el coeficiente de sustentación bidimensional se define como:

$$C_l = \frac{2l}{\rho U_{\infty}^2 c} \quad (2.3)$$

Siendo c la cuerda del obstáculo.

A la resistencia o fuerza que se opone al movimiento contribuyen tanto las fuerzas de presión como las de viscosidad:

$$D = \int_{\Sigma} \left[-p \cdot n_x + (\bar{\tau} \cdot n)_x \right] \cdot d\sigma \quad (2.4)$$

Generalmente es útil descomponer la resistencia en dos sumandos para considerar de forma separada la contribución de presión y de fuerzas viscosas. A la contribución de las fuerzas viscosas se denomina *resistencia de fricción* y su expresión es:

$$D_f = \int_{\Sigma} (\bar{\tau} \cdot n)_x \cdot d\sigma \quad (2.5)$$

Mientras que la contribución de las fuerzas de presión a la resistencia viene dado por:

$$D_p = \int_{\Sigma} -p \cdot n_x \cdot d\sigma \quad (2.6)$$

Siendo n_x la proyección sobre el eje x de la normal al obstáculo.

Se define el coeficiente de resistencia total:

$$C_D = \frac{2D}{\rho U_{\infty}^2 \Sigma} = \frac{2(D_f + D_p)}{\rho U_{\infty}^2 \Sigma} = C_{D_f} + C_{D_p} \quad (2.7)$$

Si el obstáculo es bidimensional, siendo d la unidad de fuerza de resistencia por unidad de longitud, se define el coeficiente de resistencia total como:

$$C_d = \frac{2d}{\rho U_{\infty}^2 c} = \frac{2(d_f + d_p)}{\rho U_{\infty}^2 c} = C_{d_f} + C_{d_p} \quad (2.8)$$

La importancia relativa de los dos términos que contribuyen a la resistencia de un cuerpo bi o tridimensional no sustentador depende de si la capa límite está o no adherida al obstáculo. La resistencia de fricción proporciona la mayor contribución a la resistencia total en cuerpos fuselados a AoA pequeños en los que la capa límite permanece adherida. En estos casos la capa límite es tan pequeña que la distribución de presiones sobre el obstáculo originada por la corriente irrotacional, no viscosa, es tal que su proyección en la dirección del movimiento (resistencia de presión) es nula independientemente de la forma del obstáculo. Éste resultado (paradoja de d’Alambert) se obtendrá en el siguiente capítulo.

Ecuaciones y condiciones de contorno de flujos potenciales

Mucho de los flujos encontrados en Aerodinámica pueden describirse aproximadamente mediante la teoría de flujos potenciales, cuya descripción matemática se simplifica notablemente por derivar la velocidad de un potencial.

Si el número de Reynolds es grande, el flujo alrededor de un perfil fuselado a bajos AoA puede considerarse ideal (fuerzas viscosas despreciables, conducción y disipación viscosa despreciables frente a la convección).

Por otro lado, las fuerzas gravitatorias (derivadas de un potencial) son pequeñas y pueden despreciarse, y el movimiento es barótopo (al tratarse de un movimiento isentrópico de un gas).

Con estas simplificaciones obtenemos las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{v^2}{2} + \omega = \omega_0 \quad (3.2)$$

$$S = S_0 \quad (3.3)$$

Siendo $\omega = h$ para el caso de gases.

Tomando la ecuación 3.2 y aplicando gradientes:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla\omega \quad (3.4)$$

Aplicando el teorema de Bjerkness-Kelvin:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{D}{Dt} \oint_{L_f} \vec{v} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_f} \frac{D\vec{v}}{Dt} \cdot d\vec{l} + \oint_{L_f} \vec{v} \cdot \frac{D(d\vec{l})}{Dt} \quad (3.5)$$

Como la última de las integrales es 0^[1.1] y:

$$\oint_{L_f} \frac{D\vec{v}}{Dt} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_f} \frac{\partial(\omega)}{\partial l} dl \quad (3.6)$$

Siendo ω univaluado en una línea cerrada fluída (Lf), el valor de la integral es nulo también y:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (3.7)$$

El fluido es por tanto irrotacional en cualquier instante si inicialmente la vorticidad es nula en todo el medio fluido.

La condición de irrotacionalidad en estos supuestos simplifica extraordinariamente el análisis ya que entonces el campo de velocidades deriva de un potencial escalar denominado potencial de velocidades:

$$\vec{v} = \nabla\phi \quad (3.8)$$

Y el problema se reduce a obtener el susodicho potencial.

Introduciendo la ecuación 3.7 en 3.1 y suponiendo que el fluido es incompresible, se tiene que:

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (3.9)$$

Destacar que el sistema de referencia escogido, para poder simplificar las ecuaciones y eliminar el término dependiente del tiempo, está basado en considerar el cuerpo aerodinámico fijo frente a una corriente que se desplaza a una velocidad contraria a la que lo hace la aeronave.

Falta puntualizar las condiciones de contorno que cierran el problema. Se impondrá la velocidad del fluido en el infinito, U_∞ . No obstante, al ser un fluido ideal, no se puede imponer la condición de no deslizamiento del fluido sobre la superficie del obstáculo; sólo será posible imponer la condición de impenetrabilidad:

$$\nabla\phi \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.10)$$

Siendo \vec{n} la normal unitaria al obstáculo.

Debe señalarse que el problema de Neumann definido por la ecuación 3.9 y las condiciones de contorno señaladas puede no tener solución única. Efectivamente, para que así fuera, ϕ debería ser una función unievaluada de la posición, pero tras el borde de salida de un perfil bidimensional sustentador existe una región muy fina, la estela, de espesor muy pequeño si Re es muy grande, que puede ser tratada matemáticamente como una línea, a través de la cual ϕ es discontinua y el problema de Neumann no tiene solución única.

La unicidad se obtiene cuando se considera el problema de Neumann y la capa límite conjuntamente. Algunas consideraciones físicas sobre el comportamiento de la capa límite suministran un criterio válido (hipótesis de Kutta-Joukowski) para determinar el valor real de la circulación alrededor del perfil sin necesidad de resolver la capa límite. El problema matemático junto con la condición de Kutta-Joukowski determina unívocamente el campo de presiones y velocidades en el movimiento de un líquido alrededor de un perfil bidimensional, aunque todo esto será visto más adelante.

En este tipo de movimientos es común hacer uso del potencial complejo ya que tanto la función de corriente¹ como el potencial de velocidades satisfacen la ecuación de Laplace:

$$f(\tau) = \phi(x, z) + i \cdot \psi(x, z) \quad (3.11)$$

Siendo τ una variable compleja:

¹ Debido a la característica solenoidal del movimiento de un fluido incompresible, se puede escribir la ecuación 3.1 como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Si definimos $u = \frac{\partial\psi}{\partial y}$ y $v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$, la función ψ satisface la igualdad en derivadas cruzadas y además $\nabla^2\psi = 0$

$$\tau = x + iz, i^2 = -1 \quad (3.12)$$

Vemos que $f(\tau)$ es analítica, puesto que el valor de su derivada es único independientemente de la dirección en que se realice la derivación. A la derivada del potencial complejo:

$$\dot{f}(\tau) = u + i \cdot w \quad (3.13)$$

Se denomina velocidad conjugada, y los ceros de esa función establecen los puntos de remanso del flujo.

Soluciones elementales

Se representarán a continuación algunas funciones analíticas de la variable compleja que pueden servir para modelar matemáticamente la corriente bidimensional de un líquido ideal

Corriente uniforme

Es el caso de una corriente uniforme de un fluido incompresible cuya velocidad U_∞ forma un ángulo α con el eje x . En este caso, el campo de velocidades se puede modelar de la forma:

$$\dot{f}(\tau) = u + i \cdot w = U_\infty \cdot e^{-i\alpha} = U_\infty (\cos \alpha - i \cdot \sin \alpha) \quad (4.1)$$

El potencial de velocidades y la función de corriente son, respectivamente:

$$\phi(x, z) = U_\infty (x \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha) \quad (4.2)$$

$$\psi(x, z) = U_\infty (z \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha) \quad (4.3)$$

Manantial o sumidero

Considérese un potencial complejo de la forma

$$f(\tau) = A \cdot \ln(\tau - \tau_0) \quad (4.4)$$

Si la constante A es real, en un sistema de coordenadas polares (r, θ) con origen en el punto τ_0 , el potencial de velocidades y la función de corriente se expresan en la forma:

$$\phi(x, z) = A \cdot \ln(r) \quad (4.5)$$

$$\psi(x, z) = A \cdot \theta \quad (4.6)$$

Las líneas de corriente de ecuación $\theta = \text{const}$ son radios con origen en τ_0 , y las componentes de la velocidad, que se obtienen de (4.5) y (4.6) por derivación, son:

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{A}{r} \quad (4.7)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (4.8)$$

Se puede ver que la velocidad del fluido es radial y decae con la distancia τ medida desde τ_0 . Una corriente tal se considera manantial si la constante A es positiva o sumidero en caso contrario. El valor de A está relacionado con la intensidad del manantial o caudal por unidad de longitud, q , emanado del mismo, tal y como se puede ver a continuación:

$$q = \int_0^{2\pi} \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot d\sigma = \int_0^{2\pi} \frac{A}{r} r \cdot d\theta = 2\pi A \quad (4.9)$$

De modo que la función potencial

$$f(\tau) = \frac{q}{2\pi} \cdot \ln(\tau - \tau_0) \quad (4.10)$$

Representa matemáticamente el efecto de un manantial bidimensional de caudal q (o sumidero si q es negativo).

Torbellino

Si la constante A es un número imaginario puro, $A=i \cdot A_1$, siendo A_1 real, entonces

$$f(\tau) = A \cdot \ln(\tau - \tau_0) \quad (4.11)$$

Representa la corriente generada por un torbellino de intensidad A_1 situado en el punto τ_0 . El potencial de velocidades es:

$$\phi(x, z) = -A_1 \cdot \theta \quad (4.12)$$

Con lo que las velocidades radial y tangencial son, respectivamente:

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (4.13)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{-A_1}{r} \quad (4.14)$$

Las líneas de corriente son, por tanto, circunferencias centradas en τ_0 y la velocidad, cuya única componente es circunferencial, decae con la distancia al origen. La intensidad del torbellino o circulación Γ viene dada por:

$$\Gamma = \int_{2\pi}^0 v_\theta \cdot r \cdot d\sigma = - \int_0^{2\pi} -A_1 \cdot d\theta = 2\pi A_1 \quad (4.15)$$

De modo que

$$f(\tau) = \frac{i \cdot \Gamma}{2\pi} \cdot \ln(\tau - \tau_0) \quad (4.16)$$

Es interesante destacar, finalmente, que la corriente generada por un torbellino es irrotacional ($\nabla \times \vec{v} = 0$) en todo punto del dominio fluido excepto en el punto τ_0 donde (4.10) no es analítica.

Doblete

Esta corriente puede generarse mediante la superposición de un manantial y un sumidero de intensidades iguales y opuestas. Ambas fuentes están separadas una distancia infinitesimal $d\tau_0$ y la intensidad de las mismas, q , es tal que el producto $q \cdot d\tau_0$ permanece constante cuando $d\tau_0$ tiende a 0.

Si el manantial está situado en el punto τ_0 , la corriente resultante total se modela en la forma:

$$\begin{aligned} f(\tau) &= \frac{q}{2\pi} \cdot \ln(\tau - \tau_0) - \frac{q}{2\pi} \cdot \ln(\tau - \tau_0 - d\tau_0) = \\ &= \frac{q}{2\pi} \cdot \left[\ln(\tau - \tau_0) - \ln \left[(\tau - \tau_0) \left(1 - \frac{d\tau_0}{\tau - \tau_0} \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (4.17)$$

Y desarrollando en serie $\ln \left(1 - \frac{d\tau_0}{\tau - \tau_0} \right) = \frac{-d\tau_0}{\tau - \tau_0}$, con lo que la expresión (4.17) se simplifica a:

$$f(\tau) = \frac{q \cdot d\tau_0}{2\pi(\tau - \tau_0)} \quad (4.18)$$

Si definimos la intensidad del doblete M como

$$M = \frac{q \cdot d\tau_0}{2\pi} = M \cdot e^{i\beta} \quad (4.19)$$

Entonces (4.18) se puede escribir como:

$$f(\tau) = \frac{M \cdot e^{i\beta}}{2\pi(\tau - \tau_0)} \quad (4.20)$$

Donde β es el ángulo que forma el eje manantial-sumidero con el eje x . En coordenadas polares $(\tau - \tau_0) = r \cdot e^{i\theta}$, con lo que el potencial de velocidades es:

$$\phi(x, z) = \frac{M \cdot \cos(\beta - \theta)}{r} \quad (4.21)$$

Y las velocidades radiales y tangenciales:

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{M \cdot \cos(\beta - \theta)}{r^2} \quad (4.22)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{M \cdot \sin(\beta - \theta)}{r^2} \quad (4.23)$$

Si $\beta=0$ entonces el potencial de velocidades se puede escribir en coordenadas cartesianas

$$\phi(x, z) = \frac{M \cdot (x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2} \quad (4.24)$$

Se puede observar que, aunque el doblete inyecta cantidad de movimiento en el dominio fluido, el caudal neto es, sin embargo, nulo.

Fórmula de Kutta

Como ya se había apuntado, la corriente alrededor de un obstáculo bi o tridimensional puede ser modelada por superposición de una corriente uniforme y manantiales, sumideros y torbellinos cuya intensidad y posición debe ser apropiadamente elegida para que el contorno del obstáculo coincida con una de las líneas de corrientes divisorias, o superficies para el caso tridimensional.

En el caso bidimensional, la velocidad conjugada correspondiente a la corriente alrededor de un cuerpo de forma arbitraria cualquiera se expresa de la forma:

$$\dot{f}(\tau) = U_\infty + \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{2\pi(\tau - \tau_{oi})} + \sum_{j=1}^m \frac{i \cdot \gamma_j}{2\pi(\tau - \tau_{oj})} \quad (5.1)$$

Donde q_i y γ_j representan las intensidades de las fuentes y torbellinos situados en los puntos τ_{oi} y τ_{oj} respectivamente. Puesto que la velocidad conjugada (5.1) satisface ya la condición en el infinito, la condición de contorno sobre el obstáculo es la que determina la posición y la intensidad de fuentes y torbellinos. No obstante, si el cuerpo es cerrado, las intensidades de las fuentes (manantiales y sumideros) deben satisfacer la condición

$$\sum_{i=1}^n q_i = 0 \quad (5.2)$$

Por el contrario, la circulación sobre el perfil, definida como:

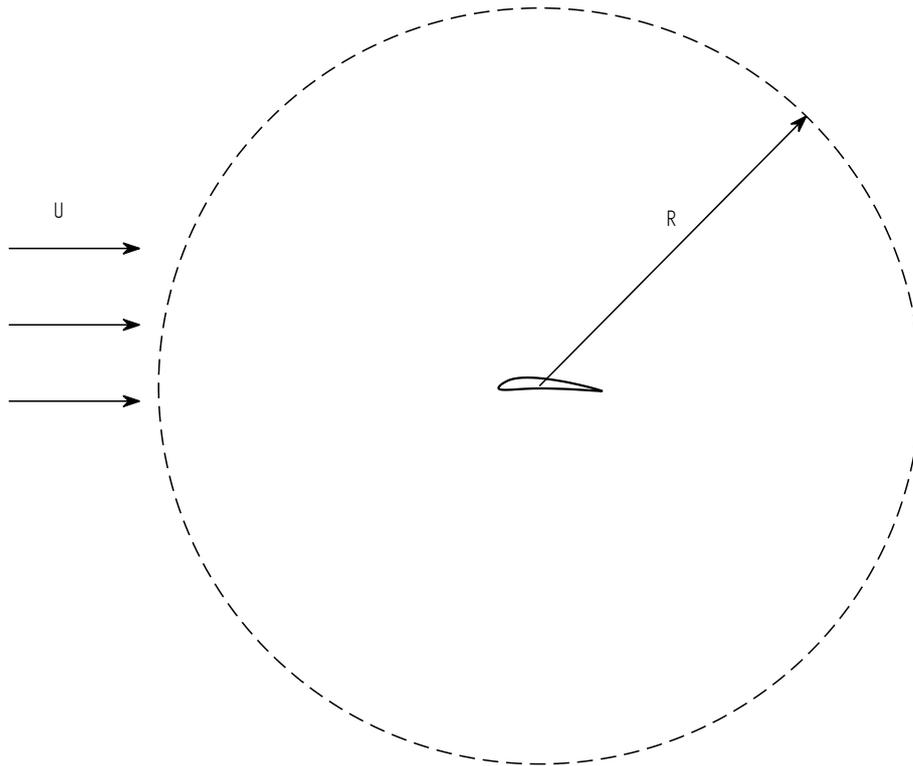
$$\Gamma = \sum_{j=1}^m \gamma_j \quad (5.3)$$

Es desconocida y debe ser obtenida como parte de la solución del problema. La resultante de las fuerzas de presión sobre el obstáculo es:

$$\vec{F} = - \int_{\text{obst.}} p \cdot \vec{n} \cdot d\sigma \quad (5.4)$$

Donde \vec{n} es la normal exterior al obstáculo. Normalmente, la presión p sobre el obstáculo no puede ser calculada a partir de (5.1) junto con la ecuación de Bernoulli, ya que la intensidad de las fuentes y torbellinos así como sus posiciones son desconocidas.

Como alternativa para calcular \vec{F} se puede utilizar el teorema de conservación de cantidad de movimiento en forma integral aplicado a un volumen de fluido limitado por el obstáculo y un círculo con centro el origen y radio R muy grande comparado con las dimensiones del obstáculo:



Teniendo en cuenta que el flujo convectivo de cantidad de movimiento a través de la superficie del obstáculo es nulo, por ser ésta impermeable, la conservación de cantidad de movimiento exige que:

$$\int_{\text{circulo}} \rho \cdot \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot d\sigma = - \int_{\text{obst.}} p \cdot \vec{n} \cdot d\sigma - \int_{\text{circulo}} p \cdot \vec{n} \cdot d\sigma \quad (5.5)$$

Donde \vec{n} es la normal exterior al volumen fluido. La ecuación anterior expresa la relación entre el flujo de cantidad de movimiento a través del volumen de control y las fuerzas que se ejercen sobre el fluido que ocupa el volumen considerado y que son las que sobre él realizan el fluido exterior al círculo y las paredes del perfil. Aunque el campo de presiones no es conocido, la resultante de las fuerzas de presión que el obstáculo realiza sobre el fluido a través de las

paredes es igual y contraria a la fuerza F que el fluido ejerce sobre el obstáculo. Se tiene, entonces, que:

$$\vec{F} = - \int_{\text{circulo}} (\rho \cdot \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) + p \cdot \vec{n}) \cdot d\sigma \quad (5.6)$$

Si suponemos que p_c , u_c y w_c representan el valor sobre el círculo de la presión y de las componentes de la velocidad en los ejes x y z , y $\cos(\theta)$ y $\sin(\theta)$ representan las componentes del vector normal exterior al círculo, entonces la resistencia y sustentación que experimenta el obstáculo son, respectivamente:

$$D = - \int_0^{2\pi} (\rho \cdot u_c(u_c \cos(\theta) + w_c \sin(\theta)) + p_c \cdot \cos(\theta)) \cdot R d\theta \quad (5.7)$$

$$L = - \int_0^{2\pi} (\rho \cdot w_c(u_c \cos(\theta) + w_c \sin(\theta)) + p_c \cdot \sin(\theta)) \cdot R d\theta \quad (5.8)$$

Volviendo de nuevo a la velocidad conjugada para obtener los valores de p_c , u_c y w_c que nos hacen falta, si tenemos en cuenta que:

$$|\tau_c| \gg |\tau_{0i}| \sim |\tau_{0j}| \quad (5.9)$$

Al ser el radio del círculo mucho mayor que la distancia entre los torbellinos y los manantiales. De esta forma, se puede aproximar la velocidad conjugada por:

$$\dot{f}(\tau) \cong U_\infty + \frac{i \cdot \Gamma}{2\pi\tau} \quad (5.10)$$

Obsérvese que suficientemente lejos del obstáculo, la corriente se describe, en primera aproximación, por la superposición de una corriente uniforme y un torbellino de intensidad Γ situado en el origen. Las componentes de la velocidad sobre el círculo son, por tanto:

$$u_c = U_\infty + \frac{\Gamma}{2\pi R} \sin(\theta) \quad (5.11)$$

$$w_c = -\frac{\Gamma}{2\pi R} \cos(\theta) \quad (5.12)$$

Mientras que la presión sobre el círculo puede ser obtenida aplicando Bernoulli:

$$p_c = p_\infty + \frac{1}{2} \rho \cdot U_\infty^2 - \frac{1}{2} \rho (u_c^2 + w_c^2) = p_\infty - \frac{\rho \Gamma U_\infty}{2\pi R} \sin(\theta) - \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi^2 R^2} \quad (5.13)$$

Si introducimos p_c , u_c y w_c (que ahora sólo son función de las variables en el infinito y de Γ) en las integrales (5.7) y (5.8), obtenemos finalmente que:

$$D = 0 \quad (5.14)$$

$$L = \rho \Gamma U_\infty \quad (5.15)$$

El resultado (5.14) es conocido como paradoja de D'Alambert y el segundo es la fórmula de Kutta. Esta última ecuación establece que un cuerpo bidimensional moviéndose estacionariamente a través de un fluido no viscoso en reposo experimenta una fuerza perpendicular a la dirección del movimiento de magnitud $\rho \Gamma U_\infty$. Este último resultado es válido siempre que la capa límite esté adherida al obstáculo; sin embargo la paradoja de D'Alambert debe siempre corregirse para tener en cuenta la fricción en la pared. En cualquier caso la resistencia debida a las fuerzas de presión sobre el obstáculo es muy pequeña, de acuerdo con los resultados prácticos realizados.

Hipótesis de Kutta-Joukowski

Como demuestra el teorema de Bjerkness-Kelvin, demostrado anteriormente, la circulación alrededor de cualquier línea fluida cerrada se mantiene constante en el curso del movimiento. Dado que inicialmente la circulación a lo largo de cualquier línea fluida es nula, al encontrarse tanto obstáculo como fluido en reposo, la circulación se mantendrá nula durante el movimiento, a no ser que, durante el proceso de arranque, se viole alguna de las condiciones mencionadas anteriormente.

Podemos suponer un perfil que parte del reposo y se acelera hasta una velocidad U_∞ . Inmediatamente después del arranque del perfil, un posible patrón de flujo irrotacional con circulación nula se puede ver en la figura siguiente:

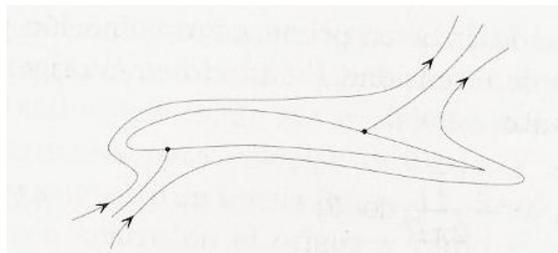


Ilustración 1

Se ve sin embargo que esta situación no es posible físicamente, porque la capa límite experimentaría una fortísima deceleración entre el borde de salida, punto de mínima presión, y el de remanso posterior que le impedirá continuar adherida al perfil, desprendiéndose un torbellino en el borde de salida,

denominado torbellino de arranque, que es convectado aguas abajo por la corriente:

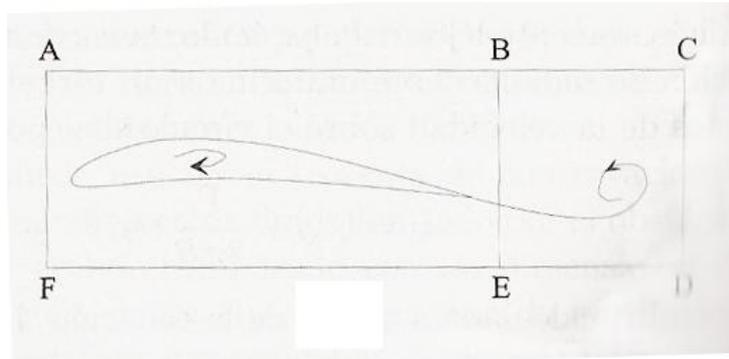


Ilustración 2

Como el flujo alrededor de cualquier línea cerrada es irrotacional, se debe establecer una corriente circulatoria sobre el perfil de igual intensidad pero de sentido contrario al del torbellino desprendido. Nótese que si la circulación a lo largo de la línea fluida material ACDF es inicialmente nula, continúa siéndolo en cualquier instante posterior; la circulación en ABEF es entonces igual y opuesta a la de BCDE.

Es importante observar que, aunque la línea fluida se deforme, el perfil siempre permanece encerrado por la línea fluida, cuya trayectoria pasa por el punto de remanso delantero del perfil, y consecuentemente ese punto permanece anclado allí. La hipótesis de Kutta-Joukowski supone que cuando proceso de desprendimiento de torbellinos desde el borde de salida finaliza, se alcanza un valor constante de la circulación alrededor del perfil, coincidiendo este hecho con el momento en el que el punto de remanso posterior se sitúa justo en el borde de salida del perfil.

El cumplimiento de la condición de Kutta-Joukowski garantiza que el valor de la presión en el borde de salida del perfil es el mismo para las dos corrientes que fluyen por el extradós (parte superior) e intradós (parte inferior) del perfil. En un borde de salida anguloso, con dos pendientes diferentes, sólo es posible tener velocidades, y consecuentemente presiones, iguales arriba y abajo si el borde de salida es punto de remanso. Si el borde de salida es un punto de retroceso no es necesario que el borde de salida sea punto de remanso, sólo bastará con que las velocidades arriba y abajo sean iguales.

Por tanto, el valor de la circulación prescrito por la hipótesis de Kutta-Joukowski es el único posible para un perfil de forma y actitud dadas en movimiento estacionario y resulta de imponer la condición de que el borde de salida del perfil sea punto de remanso si es un borde anguloso o que, si éste es punto de retroceso, las velocidades por extradós e intradós sean iguales en el borde de salida.

El valor de la circulación no cambiará en tanto que no se desprenda vorticidad adicional desde el borde de salida, esto es, mientras que el campo de velocidades sobre el perfil se mantenga constante.