6 Tareas con varias etapas

Como ya comentamos, todos los enfoques estudiados hasta ahora sobre esta clase de sistemas consideran una sola etapa para la realización de las tareas, es decir que las tareas poseen una única operación. Sin embargo, como ya vimos existen situaciones reales en la que las tareas necesitan de varias etapas para ser completadas, pudiendo ser los trabajos a realizar por las empresas eléctricas uno de los casos. Así, podemos considerar una primera etapa en el trabajo a realizar, consistente en las maniobras que son necesarias realizar para dejar sin tensión la instalación, es decir, las maniobras del descargo. Este tipo de trabajo, lo ha de realizar aquellos trabajadores más cualificados. Un segunda etapa, puede ser la realización del trabajo en sí, es decir, la labor a realizar una vez se han dado las condiciones de seguridad para poder trabajar en las instalaciones. Esta segunda tarea, puede ser realizada por cualquier personal, ya que no necesitaría una especial formación ni experiencia para su realización, más que la mínima exigible para trabajar en una empresa eléctrica. Finalmente, la última etapa de la tarea a realizar, sería las maniobras para reposición del suministro eléctrico a los clientes, es decir, las maniobras para deshacer el descargo, y dejar la red en estado cero (estado anterior al de realización de los trabajos).

Los sistemas, con varias etapas, pueden ser definidos como sigue:

Dado un conjunto de n trabajos $J_1,\ldots,J_n$ cada uno de ellos con unas etapas $E_{i1},\ldots,E_{it}$, perteneciente a una determinada clase de etapa d_i dentro de un conjunto de D diferentes clases de etapas (Figura 13) con un intervalo $[a_i,b_i]$ en el que debe ser procesado el trabajo, un tiempo de proceso t_{ir} de cada etapa del trabajo, y un tiempo t_i de proceso del trabajo, resultante de la suma de los tiempos de cada etapa, y un peso o prioridad de cada trabajo w_i . Para la realización de los trabajos se dispone de un conjunto de recursos (trabajadores en nuestro caso) $M=\{M_1,\ldots, M_m\}$ cada una con un intervalo de disponibilidad $[i_j, f_j]$, un coste de utilización u_j, y perteneciente a una determinada clase de recurso c_j dentro de un conjunto de C clases diferentes de recursos (en nuestro caso serían dos clases de trabajadores, los cualificados para realizar las maniobras y los que no). La compatibilidad entre clases de etapas y recursos (trabajadores) se expresa a través de una matriz de compatibilidad L_{DxC} definida como sigue:

$$L_{DxC} = L(d,c) = \begin{cases} 1 & \text{si una tarea de clase } d \text{ puede ser procesado por una maquina de la clase } c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Hay que tener en cuenta, finalmente, que cada recurso no puede procesar más de un trabajo al mismo tiempo y, de forma genérica, cada trabajo se procesa de forma ininterrumpida sobre alguno de los recursos del sistema, aunque puede no ser así.

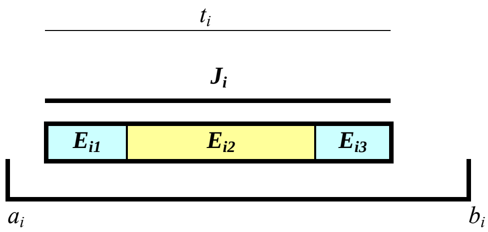

Figura 13. Datos asociados al trabajo J_i con varias etapas

Los sistemas logísticos con restricciones de tiempo para el procesamiento de las tareas para el caso de varias etapas, como norma general, incluyen relaciones de precedencia. En nuestro caso es obvia la existencia, ya que la tarea de realización del trabajo, no podrá ser ejecutada hasta que no se haya finalizado la tarea 1, o lo que es lo mismo, hasta que no se haya realizado el descargo. Sin embargo, al tratarse de un problema FSP, la restricción de precedencia está implícita, ya que al ser tareas fijas en el tiempo, no podemos saltarnos dicha relación.

Otra restricción a tener en cuenta en nuestro problema, es que no podemos dejar un trabajo inacabado, es decir, si empezamos una tarea, el resto de tareas de ese trabajo se han de realizar, ya que de no ser así, implicaría que no se repone el servicio eléctrico a los clientes, dejando a estos de manera indefinida sin luz.

6.1 Una única clase de recurso

Como es obvio, la consideración de varias etapas tiene sentido en el momento en que haya varios tipos de recursos, ya que de no ser así, el estudio sería similar al de una etapa, estudio realizado en los apartados anteriores. Esto es debido a que si únicamente hay un tipo de recurso, éstos estarán capacitados para realizar las distintas tareas, por lo que a la hora de resolver el problema es indiferente que existan varias etapas o una única, ya que la matriz de compatibilidades será la unidad.

6.2 Varias clases de recursos

De nuevo procedemos al estudio del caso más complicado del problema FSP, añadiendo a su vez un grado mayor de complejidad, como es la introducción de las etapas en los trabajos. Este estudio es muy interesante, ya que permite maximizar el rendimiento de los recursos por partida doble. Como es lógico, aquellos trabajadores (recursos) cualificados para la realización de maniobras, tienen un coste (sueldo) mayor que el resto, ya que pueden desempeñar más funciones que el resto así como realizar trabajos que el resto no puede. Además, el trabajo que implica necesariamente trabajadores cualificados (maniobras) están más valorados que el resto, por lo que para una mejor gestión de los recursos, debemos emplear el mayor tiempo posible a estos trabajadores en trabajos cualificados (maniobras), reduciendo el tiempo dedicado por estos trabajadores a la realización de tareas no cualificadas, que podrían ser ejecutadas por cualquier otro trabajador. Otro punto de vista en el que se destaca la importancia de este estudio, es que el número de trabajadores cualificados es reducido, difícil de localizar y costoso de preparar o formar, por lo que una buena gestión de ellos, es imprescindible para la buena dirección de la empresa.

A continuación se presentan los modelos matemáticos asociados a cada objetivo.

6.2.1 Objetivo Táctico

Nuevamente hacemos referencia a la clasificación de los problemas de ISP que hicimos en el capítulo 3.2, estamos en el caso de un problema FSP (fijo en invariable en el tiempo) con una planificación táctica (vamos a minimizar costes en la realización de los trabajos programados) y considerando varias clases de trabajadores o recursos, concretamente y como ya se ha visto a lo largo de este trabajo, los recursos habilitados para maniobrar y los que no lo están. A continuación se representa el esquema clasificatorio en el que se han marcado en amarillo la situación del problema que estamos estudiando en este capítulo.

La clasificación no se ve alterada al pasar de una a varias etapas

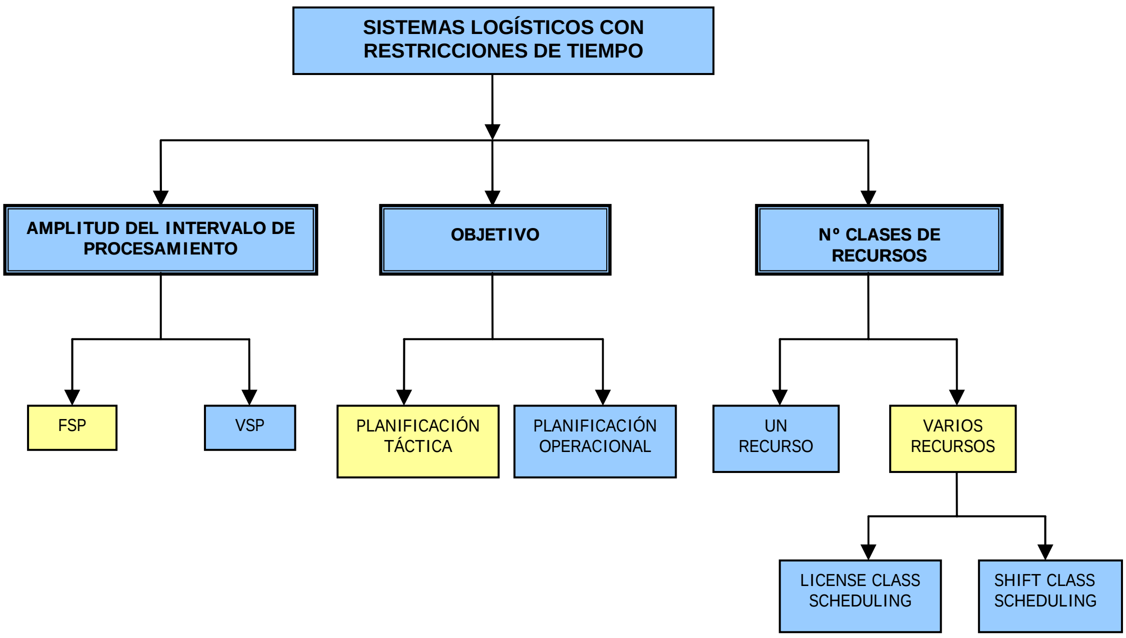

Figura 14. Clasificación de nuestro caso dentro de los problemas en sistemas logísticos

El modelo matemático que expresa el objetivo táctico del problema con varias clases es el siguiente:

<u>Variables</u>:

x_{ijr} Variable binaria {0,1}, que toma el valor de la unidad si el trabajo J_i es asignado a la recurso *j* para la realización de la tarea *r*

y_j Variable binaria {0,1}, que toma el valor de la unidad si utilizo la recurso *j*

x_i Variable binaria {0,1}, que toma el valor de la unidad si realizo el trabajo *i*

Datos:

c_j	Coste de uso de la recurso j
s_i	Instante de comienzo de J_i
f_i	Instante de finalización de J_i
s_{ir}	Instante de comienzo de la tarea r del trabajo J_i
f_{ir}	Instante de finalización de la tarea r del trabajo J_i
D_{ik}	Distancias entre el trabajo J_i y el trabajo J_k (se refleja en unidades de tiempo)
T_i	Número de tareas del trabajo J_i

Parámetros:

$L_{D\times C}$	Matriz de compatibilidad tarea-recurso

Restricciones:

$$\sum_{j/L(dr,cj)} x_{ijr} = 1 \ \forall i \qquad (5.1)$$

Estas restricciones obligan a la realización de cada tarea, mediante alguna de los recursos con compatibilidad.

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \qquad i = 1\ldots n\text{-}1;\ j = 1\ldots m;\ \{k>i,\ s_{kl}<f_{ir}\} \qquad (5.2)$$

Estas restricciones controlan que dos tareas solapadas no sean procesadas por el mismo recurso.

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \quad i = 1\ldots n\text{-}1;\ j = 1\ldots m\ ;\ \{k > i;\ f_{ir}+D_{ik}>s_{kl}\} \qquad (5.3)$$

Restricción para el cumplimiento del tiempo de desplazamiento entre un trabajo y su predecesor.

$$\sum_{r=1}^{t} x_{ir} = t \cdot x_i \quad \forall i \qquad (5.4)$$

Restricción para el cumplimiento de finalización del trabajo. Una vez iniciada una de las tareas, se han de ejecutar las *t* tareas que formen el trabajo.

Función Objetivo:

$$Min \sum_{j=1}^{m} c_j y_j \qquad (5.5)$$

La función objetivo minimiza los costes totales de uso de los recursos utilizados.

Modelo:

$$Min \sum_{j=1}^{m} c_j y_j$$

$$\sum_{j/L(dr,cj)} x_{ijr} = 1 \ \forall i$$

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \qquad i = 1 \ldots n\text{-}1; j = 1 \ldots m; \{k>i, \ s_{kl}<f_{ir}\}$$

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \quad i = 1 \ldots n\text{-}1; \ j = 1 \ldots m \ ; \{k > i; f_{ir}+D_{ik}>s_{kl}\}$$

$$\sum_{r=1}^{t} x_{ir} = t \cdot x_i \quad \forall i$$

6.2.2 Objetivo Operacional

Al igual que en el objetivo táctico, la clasificación no se ve variada con respecto al problema de trabajos uni-tareas.

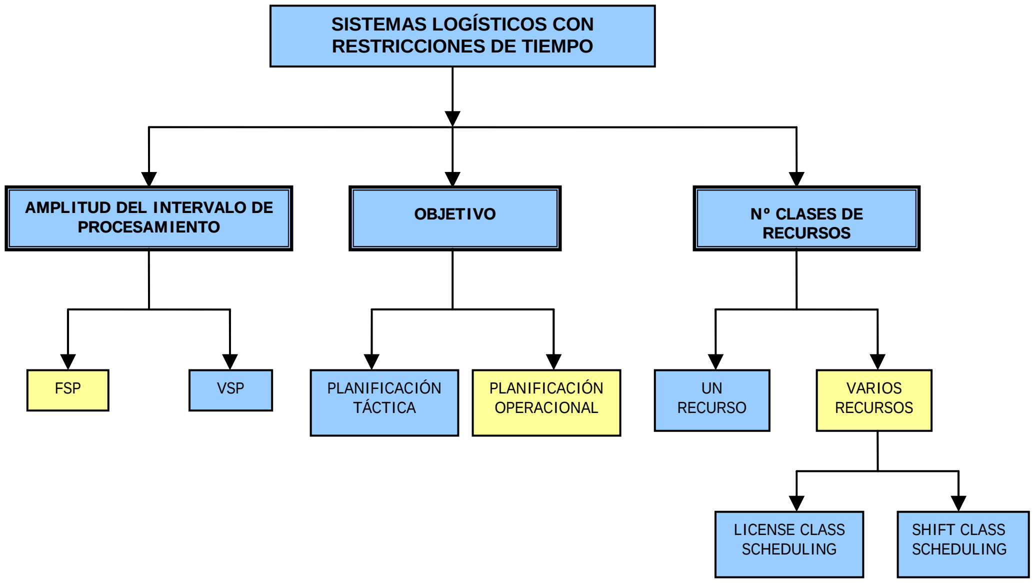

Figura 15. Clasificación de nuestro caso dentro de los problemas en sistemas logísticos

El modelo que expresa el objetivo operacional es el siguiente:

Variables:

x_{ijr}	Variable binaria {0,1}, que toma el valor de la unidad si la tarea r del trabajo J_i es asignado a la recurso j
x_i	Variable binaria {0,1}, que toma el valor de la unidad si el trabajo J_i es procesado

Datos:

w_i	Peso del trabajo J_i
s_i	Instante de comienzo de J_i
f_i	Instante de finalización de J_i
D_{ik}	Distancias entre el trabajo J_i y el trabajo J_k (se refleja en unidades de tiempo)
M	Número de recursos

Parámetros:

$L_{D \times C}$ Matriz de compatibilidad trabajo-recurso

Restricciones:

$$\sum_{j/L(dr,cj)} x_{ijr} = 1 \ \forall i \qquad (6.1)$$

Estas restricciones controlan el procesamiento de cada una de las tareas que componen los trabajos por una clase de recurso compatible.

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \qquad i = 1\ldots n\text{-}1; j = 1\ldots m; \{k>i, \ s_{kl}<f_{ir}\} \qquad (6.2)$$

Estas restricciones controlan que dos tareas solapadas no sean procesadas por el mismo recurso.

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \qquad i = 1\ldots n\text{-}1; \ j = 1\ldots m \ ; \{k > i; f_{ir}+D_{ik}>s_{kl}\} \qquad (6.4)$$

Restricción para el cumplimiento del tiempo de desplazamiento entre un trabajo y su predecesor.

$$\sum_{r=1}^{t} x_{ir} = t \cdot x_i \quad \forall i \qquad (6.5)$$

Restricción para el cumplimiento de finalización del trabajo. Una vez iniciada una de las tareas, se han de ejecutar las *t* tareas que formen el trabajo.

Función Objetivo:

$$Max \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \qquad (6.6)$$

La función objetivo maximiza el peso total de los trabajos procesados.

Modelo:

$$Max \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

$$\sum_{j/L(dr,cj)} x_{ijr} = 1 \ \forall i$$

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \qquad i = 1 \ldots n\text{-}1;\ j = 1 \ldots m;\ \{k>i,\ \ s_{kl}<f_{ir}\}$$

$$\sum_{\{i/s_i \leq t \leq f_i\}} x_i \leq m \quad t \in T$$

$$x_{ijr} + x_{kjl} \leq 1 \qquad i = 1 \ldots n\text{-}1;\ j = 1 \ldots m\ ;\ \{k > i;\ f_{ir}+D_{ik}>s_{kl}\}$$

$$\sum_{r=1}^{t} x_{ir} = t \cdot x_i \quad \forall i$$