6. Técnica Selective Harmonic Elimination

6.1 Introducción

Esta técnica fue introducida inicialmente por Patel y Hoft [6] en 1973 y ha demostrado ser una técnica muy efectiva en la eliminación de armónicos de bajo orden en inversores de dos niveles. Está basada en el cálculo de patrones de conmutación preprogramados para generar señales PWM cuyo espectro tenga algunos armónicos deseados igual a cero. Esta técnica puede ser extendida a topologías de más niveles [7][8][9] generando señales de mayor calidad en cuanto a contenido armónico que otras técnicas PWM en aplicaciones de baja frecuencia de conmutación. En la Figura 12 se muestra una forma de onda generada usando la técnica SHEPWM para un inversor de tres niveles y cinco ángulos de disparo.

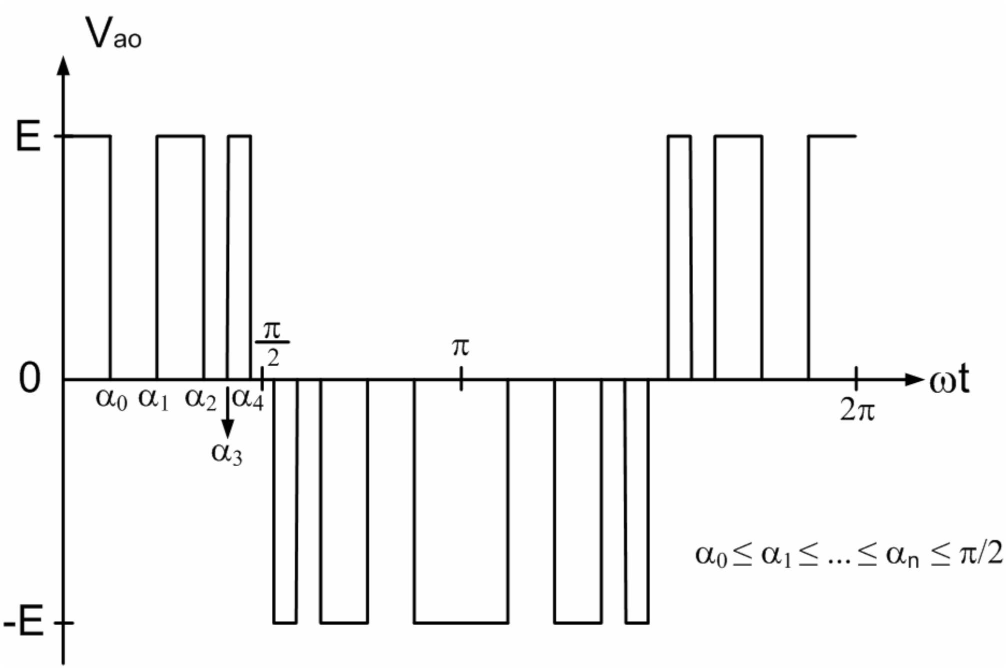

Figura 12 Forma de onda de tres niveles y cinco ángulos de disparo obtenida usando la técnica SHEPWM.

El espectro de la onda de la Figura 12 se puede obtener mediante su desarrollo en serie de Fourier. En general, cualquier onda periódica f(t) se puede representar mediante su desarrollo en serie de Fourier mediante las siguientes expresiones:

$$
\begin{gathered}
f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{1}^{n} A_n \cdot \cos(n\omega t) + \sum_{1}^{n} B_n \cdot sen(n\omega t) \\
a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt \\
A_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\cos(n\omega t)dt \\
B_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot sen(n\omega t)dt \\
n = 1,2,3...
\end{gathered}
\tag{1}
$$

En el caso de que f(t) tenga simetría par (f(t)=f(-t)) y valor medio cero como sucede en la de la figura, se obtiene que $a_0 = B_n = 0$. Realizando el cambio de variable x=ωt se transforma la integral en la siguiente:

$$
\begin{gathered}
A_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cdot\cos(nx)dx \\
n = 1,2,3...
\end{gathered}
\tag{2}
$$

Particularizando ahora en la onda de la figura y de nuevo por simetría se obtiene:

$$
\begin{gathered}
A_n = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi/2} f(t)\cdot\cos(nx)dx = \frac{2E}{\pi}\int_{0}^{\alpha_0}\cos(nx)dx + ... + \frac{2E}{\pi}\int_{\alpha_{N-1}}^{\alpha_N}\cos(nx)dx \\
n = 1,2,3...
\end{gathered}
\tag{3}
$$

$$
\begin{gathered}
A_n = -\frac{2E}{\pi}\left[sen(nx)\right]_0^{\alpha_0} + ... + -\frac{2E}{\pi}\left[sen(nx)\right]_{\alpha_{N-1}}^{\alpha_N} \\
A_n = \frac{2E}{\pi}\left(sen(n\alpha_0) + ... + (-1)^N sen(n\alpha_N)\right) \\
n = 1,2,3...
\end{gathered}
\tag{4}
$$

Normalizando esta expresión con respecto a la amplitud de los pulsos E se obtiene la expresión (5) que es con la que se suele trabajar.

$$
\begin{gathered}
\overline{A_n} = \frac{2}{\pi}\left(sen(n\alpha_0) + ... + (-1)^N sen(n\alpha_N)\right) \\
n = 1,2,3...
\end{gathered}
\tag{5}
$$

Para el caso particular de n=1 se obtiene el valor del armónico fundamental que cuando está normalizado se conoce como índice de modulación y se representa por *Ma*. En principio es posible que Ma>1 en cuyo caso se habla de sobremodulación. En ese caso, aunque la señal de salida no puede tomar un valor superior a 1 sí es posible generar una forma de onda cuyo espectro tiene un armónico fundamental mayor que 1.

6.2 Fundamento teórico

El fundamento teórico del problema radica en forzar a cero los armónicos impares mayores que uno, lo que implica que una solución $\alpha_i \in (0,\pi/2)$ debe cumplir el siguiente juego de *n+1* ecuaciones para eliminar *n* armónicos de índices 5, 7,.., *q*:

$$
\begin{aligned}
Ma &= \frac{4}{\pi}\left[\sin\alpha_0 - \sin\alpha_1 + \sin\alpha_2 - ... + (-1)^n \sin\alpha_n\right] \\
0 &= \frac{4}{5\pi}\left[\sin(5\alpha_0) - \sin(5\alpha_1) + \sin(5\alpha_2) - ... + (-1)^n \sin(5\alpha_n)\right] \\
0 &= \frac{4}{7\pi}\left[\sin(7\alpha_0) - \sin(7\alpha_1) + \sin(7\alpha_2) - ... + (-1)^n \sin(7\alpha_n)\right] \\
&\;\;... \\
0 &= \frac{4}{q\pi}\left[\sin(q\alpha_0) - \sin(q\alpha_1) + \sin(q\alpha_2) - ... + (-1)^n \sin(q\alpha_n)\right]
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

donde una solución válida debe cumplir la siguiente restricción:

$$0 < \alpha_0 < ... < \alpha_i < \alpha_{i+1} < ... < \alpha_n < \pi/2 \qquad (7)$$

y *Ma* es el índice de modulación (valor del armónico fundamental). *n* es el número de armónicos impares que no son múltiplos de tres (los armónicos múltiplos de tres no aparecen en las tensiones de línea en topologías sin neutro de tres hilos) que van a ser eliminados. *n* es el número que relaciona cada sistema de ecuaciones con una solución del problema. Por ejemplo, si *n* = 3 entonces los armónicos 5º, 7º y 13º serán eliminados y *Ma* será fijado al valor deseado. El número de ecuaciones, *n+1,* determina el valor de *q*, donde *q* pertenece al conjunto (5,7,11,13,17,19,23,25,29,31,35,37,41,43,47,49) ya que la mayoría de los estándares establecen límites hasta el armónico número 50º. Una solución válida es una terna de $\alpha_i \in (0,\pi/2)$ con *i=0...n*, donde $\alpha_i \le \alpha_{i+1}$ y cada α_i representa el ángulo de conmutación donde el convertidor de potencia tiene que cambiar el nivel de voltaje a su salida.

Es importante destacar que según la expresión (6) se necesitan n+1 ángulos (de 0 a n) para poder eliminar n armónicos. El número de ángulos equivale al número de cambios en la señal de salida en cada cuarto de onda de forma que el número total en un periodo es igual a 4n. A menudo se hará referencia al número de ángulos como el número de cortes ya que ambas nomenclaturas son equivalentes.

Teóricamente, n puede tomar valores de 0 a 16, y en ese extremo (n=16), todos los armónicos bajo consideración serán eliminados y la frecuencia de conmutación se vuelve extremadamente alta. Esto hace que sea muy complejo resolver el sistema de ecuaciones para encontrar una solución compatible. Sin embargo, será demostrado que usando la nueva técnica propuesta es posible relajar la condición de hacer cero todos los armónicos hasta un nivel permitido por la norma para conseguir reducir n.

6.3 Características del método

Este método ha demostrado ser capaz de generar patrones de conmutación que generan señales con un espectro de alta calidad. El problema principal del método radica en que es muy difícil resolver el sistema de ecuaciones cuando n es alto. Se han utilizado diversos métodos matemáticos para su resolución, tanto gradenciales, como el de Newton Raphson, como heurísticos como el Ant Colony [11] o Algoritmos Genéticos [12]. La dificultad de utilizar un método gradencial como el de Newton Raphson radica en que es necesario usar una solución de partida para conseguir que el algoritmo converja con garantías.

Es importante destacar que en este método se aplican tantas restricciones como grados de libertad hay disponibles en el sistema. Esto permite que el problema esté cerrado desde un punto de vista matemático. Esto no sucede en el nuevo método propuesto como se verá en el capítulo 7.

Dada la múltiple periodicidad de las funciones trigonométricas que definen cada armónico no es posible conocer a priori el número de soluciones válidas con cada *Ma*. Se ha comprobado que conforme se va incrementando el número de cortes también va aumentando el número de familias de soluciones posibles.

Tampoco se puede conocer a priori si una determinada familia de soluciones va a permitir barrer el rango completo de *Ma*. Se ha comprobado que conforme se incrementa el número de cortes aparecen nuevas familias de soluciones que permiten barrer un conjunto más estrecho de índices de modulación. Normalmente hay al menos una familia que permite barrer el rango completo aunque no se puede generalizar.

Figura 13 Ángulos de las soluciones con tres cortes obtenidas con el método SHEPWM.

En la Figura 13 aparecen representados los valores de los ángulos con tres cortes para una familia de soluciones que permite recorrer todo el rango de *Ma* desde 0.01 hasta 1.187. Con un número reducido de cortes los métodos gradenciales sí son muy efectivos pero si el número es alto es necesario utilizar una solución de partida válida para que el algoritmo converja rápidamente. Los algoritmos de búsqueda heurística han demostrado ser muy efectivos en estos casos.