

Capítulo 5

Conclusiones

La solución fundamental para sólidos anisótropos magnetoelásticos en tres dimensiones utilizando la transformada de Radon, el formalismo de Stroh generalizado y la teoría de residuos ha sido presentada. La metodología propuesta sigue el trabajo de Ting & Lee (1997) para materiales anisótropos elásticos y resulta en una expresión explícita en términos de los autovalores de Stroh la cual es válida para toda clase de anisotropía. Estas expresiones son equivalentes a las presentadas por Pan (2002) e incluyen una representación de uno de los tensores de Barnett-Lothe extendido.

La formulación de Lee (2003) para derivadas de la función de Green en medios elásticos ha sido revisitada y extendida al caso de acoplamiento magnetoelástico con anisotropía general. Así, expresiones analíticas en función de los autovalores de Stroh y sin necesidad de calcular ninguna integral han sido derivadas por primera vez en este trabajo. Estas expresiones están en función del tensor de Barnett-Lothe extendido \mathbf{H} y de M_{qsPKMJ} . La deducción teórica realizada permite señalar que el factor $|\mathbf{T}|^2$ en las componentes de M_{ijKLMN} es omitido en el trabajo original, mientras que las expresiones propuestas han sido validadas para el caso piezoeléctrico y magnetoelástico con una fórmula cerrada (Dunn & Wienecke (1996)) y un esquema de diferencias finitas (Pan (2002)), respectivamente.

El procedimiento de evaluación propuesto requiere el cálculo de autovalores de una matriz (matriz fundamental de la elasticidad extendida) o equivalentemente encontrar las raíces de una ecuación de décimo orden. En el caso transversalmente isótropo esta ecuación puede ser resuelta en función de las constantes del material y resulta en una solución totalmente explícita. Sin embargo, en la implementación preliminar presentada aquí, un esquema numérico es utilizado en todos los casos.

Las expresiones presentadas en este trabajo no contemplan casos de degeneración matemática. En la práctica, este problema puede ser resuelto de forma satisfactoria con una pequeña perturbación en el valor de las constantes del material de manera que todos los p_α sean distintos (Tonon et al. (2001), Wang (1996), entre otros).

Finalmente, los resultados obtenidos tienen validez para materiales elásticos puros, piezoeléctricos, piezomagnéticos y magnetoeléctricos al ser casos particulares del comportamiento completamente acoplado. Se debe mencionar que, en el conocimiento del autor, las expresiones propuestas por Lee (2003) no habían sido implementadas ni validadas para el caso elástico.

Desarrollos futuros

El estudio de funciones de Green en materiales magnetoelásticos no es, ni mucho menos, un tema cerrado. Un número de tópicos complementan o dan continuidad al trabajo aquí iniciado. Se considera importante invertir esfuerzos en un tratamiento adecuado de las expresiones obtenidas de cara a su eficiente implementación numérica de las soluciones fundamentales en un código Fortran con el fin de extender la formulación de Sáez et al. (1997) a sólidos con comportamiento acoplado y resolver problemas de Mecánica de Fractura. Implementar el esquema de rotaciones en sólidos transversalmente isótropos presentado para U_{JK} , ahora para las derivadas $U_{JK,m}$ puede mejorar la eficiencia y precisión en esta clase de materiales de tanta importancia en la práctica. Por otra parte, determinar el método más adecuado para encontrar los autovalores es de verdadero interés.

Se plantea extender las ideas de Ting & Lee (1997) para obtener expresiones de validez general en casos de degeneración matemática. Este problema puede ser abordado también siguiendo las ideas de Phan et al. (2005) basadas en la teoría de residuos en polos múltiples. Este tópico puede ser de especial interés en casos de degeneración determinados por la posición de \mathbf{x} . Por ejemplo, en materiales transversalmente isótropos cuando \mathbf{x} coincide con el eje de isotropía.