

Introducción

1.1. Introducción General

Las máquinas asíncronas o máquinas de inducción constituyen la fracción mayoritaria de la carga dinámica conectada a las redes de transporte y distribución de energía eléctrica. Las máquinas de inducción, como la casi totalidad de convertidores electromecánicos de energía, son reversibles y pueden funcionar como motores (receptores) o como generadores. En el primer caso, los motores de inducción dominan claramente el escenario de los receptores. Estudios recientes promovidos por la comisión europea [1] estiman que los motores de inducción son responsables de entre el 65-70% de todo el consumo de la industria y en Estados Unidos se estima en 55 y el 60% del consumo total de energía eléctrica en sus respectivos ámbitos. Pero la generación sigue siendo el reino de las grandes máquinas síncronas. No obstante, en las instalaciones de generación basadas en las energías renovables, especialmente en las instalaciones eólicas, que constituyen su avanzadilla, los generadores de inducción vuelven a ser predominantes. Su menor coste y mayor robustez los hace preferibles a los síncronos.

Estos datos justifican la importancia que adquieren los modelos dinámicos de las máquinas de inducción a la hora de realizar estudios dinámicos del sistema eléctrico de potencia.

Pero los modelos dinámicos también son necesarios a la hora de describir la dinámica de los accionamientos, es decir, del sistema electromecánico en el que se integra la máquina de inducción, ya sea como motor o como generador. Aquí se utiliza el término accionamiento, en un sentido amplio, como el conjunto formado por el tren mecánico o sistema mecánico de transmisión (activo o pasivo), la máquina de inducción (motor o generador) con la que intercambia (cediendo o absorbiendo) potencia y energía mecánicas, el convertidor o acondicionador de potencia (en caso de que lo haya) y la red eléctrica (fuente) a la que esta conectado y con la intercambia (absorbiendo o cediendo) potencia y energía eléctricas (activa y reactiva).

Cuando se precisa la representación dinámica detallada de una máquina de inducción, lo más habitual es recurrir al conocido como modelo de quinto orden. Este modelo, ampliamente aceptado y validado experimentalmente, se basa en un sistema de cinco ecuaciones diferenciales de primer orden con coeficientes constantes que permiten describir una máquina de inducción razonablemente idealizada [2].

En realidad, incluso este modelo de quinto orden es una simplificación del complejo sistema electro-magnético-termo-mecánico que físicamente constituye una máquina de inducción.

A la hora de analizar la dinámica correspondiente a un transitorio se presentan dos tipos de dificultades. La primera es qué modelo utilizar. La segunda es la obtención de las constantes que permiten parametrizar el modelo elegido.

Sin embargo, en muchos casos sería deseable utilizar un modelo reducido, es decir, un sistema diferencial de ecuaciones de menor orden. Un claro ejemplo lo constituyen los transitorios en los que se estudia la dinámica de un sistema eléctrico relativamente grande, con un elevado número de máquinas de inducción interconectadas. Este suele ser el caso en las redes de distribución en media tensión.

En estos casos, los modelos reducidos permiten reducir la complejidad del problema y simplifica la obtención de los parámetros necesarios para llevarla a cabo.

Los métodos clásicos para la obtención de modelos reducidos, es decir, de reducir la dimensión del sistema de ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de la máquina, consisten anular alguna o algunas de las derivadas. Por ejemplo, el modelo de quinto orden puede reducirse a uno de tercer orden (el modelo reducido más utilizado en sistemas de potencia) despreciando los transitorios en el flujo estático [2]. Es decir, anulando los términos donde aparecen las derivadas de las componentes de los flujos estáticos, lo que equivale considerar que son, aproximadamente, constantes. Si, posteriormente, en el modelo de tercer orden se desprecian los transitorios de los flujos retóricos, se llega a un modelo de primer orden basado en velocidad rotórica [2].

Una técnica más refinada de reducir los modelos consiste en despreciar sólo la dinámica rápida de las variables bajo estudio, mediante las técnicas de perturbación singular o escalas de tiempo. Un ejemplo de este tipo de modelos reducidos es el modelo de tercer orden que resulta al despreciar sólo la dinámica rápida de las componentes de flujo estático [3], que ulteriormente puede reducirse a otro de primer orden basado en la tensión rotórica [4].

Además de los modelos de primer y tercer citados, diversos autores han propuesto varios modelos de segundo orden [5-7].

En el análisis de sistemas de potencia, los programas de análisis de transitorios y de pequeña señal suelen estar basados en la aproximación de despreciar los transitorios del estator y la red, lo que hace que los modelos de tercer orden de las máquinas de inducción sean los más utilizados en este campo.

En los estudios de inestabilidad de tensión y colapso de tensiones, los modelos de las máquinas de inducción suelen basarse en modelos estáticos de carga o modelos reducidos de primer orden. No obstante, recientemente la influencia de la representación de la dinámica de las máquinas de inducción ha ganado interés también en este tipo de estudios de estabilidad [8-11]. Varios autores han sugerido que en estos casos sería preferible prescindir de los modelos excesivamente

simplificados comúnmente utilizados y generalizar el uso de los modelos de tercer orden, al menos en las proximidades del colapso de tensión.

En los sistemas electromecánicos o accionamientos, las máquinas de inducción se ven expuestas a perturbaciones muy diferentes de las que suelen presentarse en los estudios de red. Este podría ser el caso de un aerogenerador, en el que la turbina eólica está sometida a un par aerodinámico que va variando a lo largo del tiempo, sin llegar nunca a un verdadero régimen permanente. En estos casos, estudios recientes muestran que un modelo reducido de tercer orden permite una descripción razonable de la dinámica de una turbina eólica, mientras que un modelo más sencillo de primer orden puede conducir a una interpretación errónea de los resultados [12].

Otra forma utilizada de simplificar el sistema de ecuaciones es la linealización. Estos modelos linealizados, también conocidos como modelos de pequeña perturbación, de pequeña excursión o de pequeña señal, si bien no reducen el número de ecuaciones, hace que el sistema resultante sea lineal, lo que supone una simplificación muy importante. Pero la simplificación que produce no es la única ventaja. Por un lado, permite el uso del amplio repertorio de técnicas de clásicas de la Teoría del Control Automático permitiendo, por ejemplo, la descripción entrada-salida mediante funciones de transferencia. Por otro lado, con las señales de excitación básicas, permite la obtención de soluciones analíticas. Es decir, no sólo permite predecir qué parámetros y qué entradas influyen en qué salida y cuanto, sino que permite además una descripción cualitativa del comportamiento de la máquina.

1.2. Objetivo del Trabajo

El objetivo de este trabajo es estudiar la validez de los modelos dinámicos de las máquinas de inducción. El enfoque está basado en el uso de las funciones de transferencia de las máquinas de inducción utilizando tres tipos de básicos de excitación con un rango de frecuencia inferior a los 40 Hz. Por encima de los 40 Hz la ganancia de las funciones de transferencia no es significativa por tanto más allá de este límite no tiene interés el estudio.

Se estudiará la dependencia del comportamiento de los modelos reducidos con el tipo de máquina a analizar. Determinándose qué modelos reducidos se ajustan mejor para cada caso de máquinas y para la qué magnitudes/perturbaciones. El modelo óptimo será aquel que siendo más sencillo es capaz de describir el transitorio sin sobrepasar el máximo error admisible.

1.3. Modelos dinámicos de sistemas físicos

La dinámica de sistemas, inicialmente conocida como dinámica industrial, fue concebida por Jay W. Forrester, a finales de los cincuenta del pasado siglo XX, para resolver los problemas que presentaba una empresa de componentes industriales que, teniendo pocos clientes que cursaban pedidos muy estables y predecibles, registraba considerables oscilaciones en su línea de producción. Tras analizar el problema y sentar las bases de la dinámica de sistemas, Forrester llegó a la conclusión de que las oscilaciones en los niveles de producción se generaban

endógicamente en la empresa y que se debían a una combinación de estructuras de realimentación y retrasos en la información a lo largo de esas estructuras.

Cuando se habla de estudiar el comportamiento de un sistema, es decir, los atributos asociados a ellos, las variables de los sistemas, se asume de antemano que los sistemas cambian con el tiempo y que interesa poder explicar esos cambios. Es decir, el estudio del comportamiento de un sistema pretende llegar a una descripción racional del comportamiento (de los cambios) de ese sistema.

Los sistemas dinámicos (conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias y algebraicas) resultan particularmente útiles para el estudio o la descripción del comportamiento de los sistemas físicos. Un sistema dinámico es un objeto matemático formado por un espacio de estados, \mathbf{X} , y una regla, f , que prescribe o describe (explica) cómo varían estos estados (variables) a lo largo del tiempo. Esta regla de comportamiento puede escribirse de forma muy variadas, pero la forma más útil suele ser la forma canónica de estado:

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

Como puede verse, la función f expresa precisamente la regla que rige el cambio que se produce en el estado $x \in \mathbf{X}$. El proceso por el que se establece esa función f para describir las trayectorias temporales o explicar la evolución temporal del estado x es el modelado.

El término modelo suele emplearse de ordinario con múltiples sentidos. En el campo de la ciencia y la técnica, un modelo es, en principio, un objeto que representa a otro. Más concretamente, un modelo es un sistema dinámico (conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias y algebraicas) que representa a otro sistema físico. Parafraseando la definición del Prof. Aracil [17], y adaptándola al caso concreto de un sistema físico, podría decirse que para un observador \mathcal{O} , un sistema dinámico \mathcal{M} (conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias y algebraicas) es un modelo de un sistema físico \mathcal{S} , si el observador \mathcal{O} puede utilizar el sistema dinámico \mathcal{M} (el modelo del sistema físico \mathcal{S}) para prever las trayectorias temporales de un conjunto de variables del sistema físico que le interesa conocer, con cierta precisión. Este último aspecto añadido (aunque implícitamente incluido en el de la utilidad del modelo), el de la precisión o el límite de error admisible, es un aspecto clave, ya que es precisamente el error en la predicción del modelo lo que hará que ese modelo sea útil para el observador, que pueda utilizarlo, o no. En este sentido, el modelo lo es para el observador y para todo el colectivo con el que comparte un lenguaje con el que describir un cierto aspecto del sistema físico en el que está interesado.

Es importante resaltar el carácter instrumental de los modelos. Cada modelo sirve, en un momento concreto para resolver un problema concreto con unos medios y unas restricciones concretas. Otro aspecto importante es la presencia del observador, que es algo básico en la construcción del modelo, ya que toda descripción (es decir, todo modelo) lleva asociado un observador. Con el modelo se pretende explicar o describir el comportamiento de un cierto sistema \mathcal{S} . Por

tanto deberá recoger sólo aquellos aspectos que, en opinión del observador y según su buen saber y entender, resulten relevantes en relación al sistema \mathcal{S} . Presupone, por tanto, la adopción previa de un criterio de relevancia con respecto a aquello que se debe incluir en el modelo. Se concluye, por tanto, que no existe una descripción neutral ni un modelo único del sistema \mathcal{S} .

Como se ha indicado anteriormente, el proceso mediante el que el observador \mathcal{O} construye el modelo \mathcal{M} del sistema \mathcal{S} se denomina proceso de modelado. Para construir un modelo hace falta que se plantee un problema, es decir, que se explicita una problemática concreta en relación al sistema físico \mathcal{S} . Como ya se ha indicado, un modelo no puede pretender agotar la realidad de \mathcal{S} , sino que sólo atiende a ciertos aspectos suscitados por un problema concreto. Este problema concreto es el que determina la construcción o adopción de un modelo determinado. Las peculiaridades del problema a resolver serán las que determinen los niveles de error admisibles. A este fin también es preciso tener en cuenta los medios disponibles así como la limitación en la información disponible o las restricciones con las que operar, ya que suelen ser factores limitativos en el desarrollo del modelo. Por ejemplo, en ocasiones la información del comportamiento del sistema físico puede ser difícilmente accesible o su obtención supone un coste (económico o en tiempo) elevado.

En cualquier caso, con este enfoque, no es difícil imaginar que pudiese darse la circunstancia de que el observador se encontrase en la eventualidad de llegar a disponer de varios modelos para dar cuenta del comportamiento de un mismo sistema físico. Llagado a este punto, el observador podría recurrir al principio de economía o principio de parsimonia, también conocido como la navaja de Ockham, a veces escrito Occam u Ockam. Este es un principio filosófico atribuido al fraile franciscano inglés del siglo XIV, Guillermo de Ockham (1280-1349), según el cual cuando dos teorías en igualdad de condiciones tienen las mismas consecuencias, debe preferirse la teoría más simple a la más compleja. Más precisamente, "La explicación más simple y suficiente es la más probable, mas no necesariamente la verdadera", según el principio de Ockham. La denominación de navaja de Ockham apareció en el siglo XVI, y con ella pretendía expresarse que mediante ese principio, Ockham, fundador de la escuela reduccionista, "*afeitaba como una navaja las barbas de Platón*" ya que de su aplicación se obtenía una notable simplicidad ontológica, por contraposición a la filosofía platónica que "llenaba" su ontología de entidades.

A la luz del principio de economía, cuando un observador \mathcal{O} dispone de conjunto de N sistemas dinámicos ($\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_N$), todos ellos modelos de un sistema físico \mathcal{S} , es decir, que el observador \mathcal{O} puede utilizar cualquiera de los sistemas dinámicos (modelos del sistema físico \mathcal{S}) $\mathcal{M}_j \in (\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_N)$ para prever las trayectorias temporales de un conjunto de variables del sistema físico que le interesa conocer, con cierta precisión, y en aplicación la navaja de Ockham (principio de economía), el observador \mathcal{O} debe preferir el modelo más simple del conjunto, \mathcal{M} , como modelo del sistema físico \mathcal{S} .

En realidad, el principio de economía no solo permite seleccionar el modelo del sistema físico, sino que permite establecer una relación de orden en el conjunto de modelos, clasificándolos desde el más simple al más complejo. De nuevo, las variables que interesan al observador y el límite de error admisible son piezas claves en el establecimiento de esta relación de orden.

En el caso concreto del modelado de sistemas físicos mediante sistemas dinámicos, el delicado asunto (por ambiguo) de la simplicidad de los modelos admite una sencilla métrica (medida) objetivable basada en el número de ecuaciones diferenciales necesarias y el número de parámetros (coeficientes) necesarios para identificar los diferentes modelos.

Así, si un modelo $\mathcal{M}_j(M_j, L_j) \in (\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_N)$ es un sistema dinámico de M_j ecuaciones diferenciales, que precisa la identificación de L_j coeficientes para su identificación, el establecimiento de la relación de orden en el conjunto conduciría a que $\text{Orden}(\mathcal{M}_j(M_j, L_j)) \leq \text{Orden}(\mathcal{M}_k(M_k, L_k))$ si, simultáneamente, $M_j \leq M_k$ y $L_j \leq L_k$, o si coinciden en el número de ecuaciones diferenciales, $M_j = M_k$, entonces, cuando $L_j \leq L_k$. En otras palabras, puede considerarse más sencillo el modelo que requiera el sistema dinámico con el menor número de ecuaciones diferenciales y, en caso de igualdad, el que requiera menor número de coeficientes o parámetros para su identificación.

Deberíamos hacer una definición más precisa de un Índice de Simplicidad (o de Complejidad) mediante una expresión en la que aparezcan el número de ecuaciones diferenciales y el de parámetros. Aquí habría que considerar la linealidad de las ecuaciones como parte del criterio o del índice de simplicidad. Siempre debería ser más simple una ecuación diferencial lineal que una no lineal. Se podría hacer una partición del número M . Se podría poner $M_j = M_{L_j} + M_{NL_j}$.

Una redacción alternativa sería la siguiente, pero sigue sin estar claro:

Así, si un modelo $\mathcal{M}_j(N_{NL_j}, N_{L_j}, L_j) \in (\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_N)$ es un sistema dinámico de $N_j = N_{NL_j} + N_{L_j}$ ecuaciones diferenciales, de las que N_{NL_j} son no lineales y N_{L_j} lineales, que precisa la identificación de L_j coeficientes para su identificación, el establecimiento de la relación de orden en el conjunto conduciría a que $\text{Orden}(\mathcal{M}_j(N_{NL_j}, N_{L_j}, L_j)) \leq \text{Orden}(\mathcal{M}_k(N_{NL_k}, N_{L_k}, L_k))$ si, simultáneamente, $N_{NL_j} \leq N_{NL_k}$, $N_{L_j} \leq N_{L_k}$, y $L_j \leq L_k$ o, si coinciden en el número de ecuaciones diferenciales no lineales, $N_{NL_j} = N_{NL_k}$, entonces, cuando $N_{L_j} \leq N_{L_k}$ y $L_j \leq L_k$ o, si coinciden también en el número de ecuaciones diferenciales lineales, $N_{L_j} = N_{L_k}$, entonces, cuando $L_j \leq L_k$. En otras palabras, puede considerarse más sencillo el modelo que requiera el sistema dinámico con el menor número de ecuaciones diferenciales y, en caso de igualdad, el que requiera menor número de coeficientes o parámetros para su identificación.

1.4. Modelos Reducidos.

Hasta 1960 el comportamiento de las máquinas de inducción se calculaba mediante las ecuaciones de tensión de régimen permanente y la relación dinámica entre la velocidad del rotor y el par electromagnético.

Con la llegada de los ordenadores estos modelos han dejado paso a otras representaciones más precisas. En algunos casos las ecuaciones se programan al detalle, aunque para el cálculo del comportamiento de redes eléctricas lo que se utilizan son modelos de orden reducido.

Las hipótesis más importantes que simplifican y que son utilizadas para modelar la dinámica de las máquinas de inducción son las habituales en los convertidores electromagnéticos de energía [2]:

- Se desprecian los efectos de los armónicos espaciales en las ondas de fuerza magnetomotriz e inducción el entrehierro
- Se desprecian los efectos de de la saturación magnética
- Los valores de los parámetros se consideran constantes e invariables en el tiempo. Es decir, se desprecia la variación de las resistencias tanto por efecto superficial, como por efecto de la temperatura
- Se desprecian las pérdidas en el circuito magnético

El modelo de quinto orden será el modelo de referencia para poder establecer la validez de los distintos modelos reducidos. Krause [2] expone las ecuaciones de la máquina de inducción simétrica en un sistema de referencia $qd0$. Esto facilita enormemente la manipulación de las ecuaciones al eliminar la dependencia de la posición del rotor en las inductancias y hacer éstas constantes. Este modelo consta de cinco ecuaciones diferenciales en las cuales velocidad retórica y flujos será tomadas como variables de estado haciendo un total de cinco ecuaciones.

El 1 modelo de quinto orden puede reducirse de cinco a tres, omitiendo los transitorios de flujo del estator [2]. Este modelo de tercer orden se denomina a menudo como el modelo de estabilidad transitoria o el modelo en el que se desprecian los transitorios del estator. Se obtiene al anular las derivadas de los flujos estatóricos concatenados ψ_{σ} y, posteriormente, despejar los flujos estatóricos concatenados en función de los flujos rotóricos concatenado ψ_r y la velocidad del rotor. Rodríguez et al. [3] han presentado un modelo de tercer orden posterior, más refinado, en el que sólo se desprecian las componentes rápidas del flujo del estator. Este modelo se denominará en lo que sigue, modelo de tercer orden modificado.

La literatura muestra varios enfoques diferentes para el establecimiento de modelos de segundo orden de las máquinas de inducción. El modelo que se usa en este trabajo está basado la magnitud del flujo del rotor, siendo junto con la velocidad del rotor las variables de estado [5].

Para el caso del modelo reducido de primer orden se parte del modelo de tercer orden comentado anteriormente, eliminado los elementos derivativos del flujo

rotórico (previamente se había hecho lo mismo con el estator). De esta forma tan sólo queda una ecuación diferencial, la ecuación de par, con una variable de estado que sería la velocidad del rotor.

1.5. Sistemas lineales y la máquina asíncrona.

Las ecuaciones de la máquina asíncrona son no lineales y sólo es posible resolverlas mediante técnicas numéricas por ordenador. Sin embargo aunque la máquina asíncrona constituye un sistema claramente no lineal es un sistema que admite técnicas de análisis de los sistemas lineales. Para variaciones cercanas al punto de equilibrio es posible considerar que el sistema tendrá una respuesta lineal. Este será uno de los puntos que se desarrollará, comprobar y delimitar los límites del comportamiento lineal de las máquinas para cada uno de los tipos de perturbación.

El que la máquina se comporte como un sistema lineal es importante pues es posible aplicar técnicas de análisis propias de los sistemas lineales. Mediante el estudio de los parámetros principales de los sistemas lineales es posible predecir el comportamiento de la máquina en distintos transitorios así como prever la posible idoneidad de uso de un modelo reducido para representar esa dinámica.

La obtención de la función de transferencia es pues necesaria en este trabajo pues obteniendo la función de transferencia de la máquina o modelo completo y de los modelos reducidos se podrá determinar para que señales de salida y perturbaciones los modelos reducidos son más adecuados.

1.6. Aplicación a turbinas eólicas.

Para describir adecuadamente esa dinámica del sistema eléctrico-mecánico es preciso usar a modelos detallados tanto de la parte mecánica como del componente eléctrico. Una posibilidad es descomponer la turbina eólica, un complejo objeto tridimensional, en sus principales componentes estructurales y representar cada uno de ellos mediante un submodelo o modelo parcial con parámetros concentrados. El correcto modelado de esta parte de la turbina y la correcta elección de un modelo eléctrico del generador será fundamental para obtener para predecir correctamente toda la fenomenología asociada a las turbinas.