

# Sistemas Multimasas

---

## 6.1. Modelo del accionamiento mecánico de turbina

Los modelos clásicos o habituales de parámetros concentrados de las turbinas eólicas resultan insuficientes para poder describir los complejos fenómenos transitorios que se producen en las estructuras tridimensionales de la generación actual de turbinas eólicas. En la literatura técnica es fácil encontrar trabajos en los que se pone de manifiesto la influencia de la elasticidad y flexibilidad de las palas en la estabilidad transitoria de los sistemas de generación eólicos.

Para describir adecuadamente esa dinámica es preciso a modelos más detallados. Una posibilidad es sustituir el modelo de parámetros concentrado clásico por una serie de submodelos o modelos parciales acoplados entre sí. Este enfoque permite descomponer la turbina eólica, un complejo objeto tridimensional, en sus principales componentes estructurales y representar cada uno de ellos mediante un submodelo o modelo parcial con parámetros concentrados.

La figura 6.2.1 ilustra los principales componentes estructurales del sistema de mecánico de transmisión (o accionamiento mecánico) del rotor de una turbina eólica: las palas (álabes de la turbina), el buje, el eje de baja velocidad (eje de la turbina), la caja reductora de velocidad, el eje de alta velocidad (eje del generador de inducción) y el rotor del generador de inducción.

De entre todos ellos, las palas y el eje de baja velocidad (el acoplamiento buje-eje) son los componentes más flexibles (elásticos), mientras que las palas y el rotor del generador de inducción son los componentes con mayor inercia.

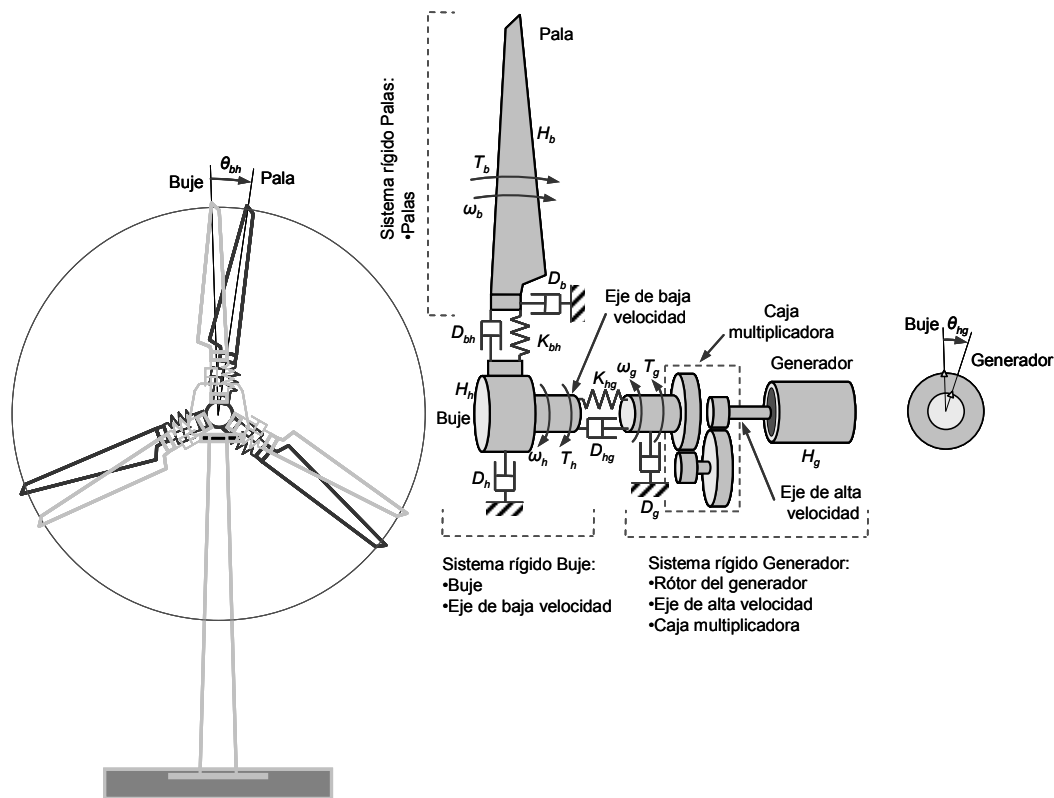


Figura. 6.2.1 Descripción de sistema mecánico de transmisión de una turbina eólica como un sistema de tres masas: Palas-Turbina-Generador.

### 6.2.1. Modelo de tres masas

Para tener en cuenta los efectos de la elasticidad y flexión de las palas (el conjunto de las tres palas son consideradas como una unidad), sin renunciar a la utilización de un modelo de parámetros concentrados, se modela este efecto mediante un muelle en la base de las palas (figura. 6.2.1). El submodelo de parámetros concentrados de las palas, además del coeficiente de elasticidad entre palas y buje,  $K_{bh}$ , se completa con el coeficiente de amortiguamiento mutuo entre las palas y el buje,  $D_{bh}$ , la constante de inercia de las palas,  $H_b$ , y el coeficiente propio de amortiguamiento,  $D_b$ .

La figura. 6.2.1 muestra un posible modelo de tres cuerpos o masas (o inercias) para describir la dinámica de una turbina eólica. La primera masa (inercia) representa las palas,  $H_b$ , la segunda masa representa el buje,  $H_h$ , mientras que la tercera masa representa el generador de inducción,  $H_g$ , incluyéndose aquí las masas o inercias de la caja reductora, el eje de alta velocidad y el rotor del generador. Como puede verse en la figura. 6.2.1, los subsistemas interactúan entre sí: el subsistema de las palas interactúa con el del buje y éste con el de generador. El acoplamiento elástico y con pérdidas entre las palas y el buje se modela mediante del coeficiente de elasticidad entre palas y buje,  $K_{bh}$ , y el coeficiente de amortiguamiento mutuo entre las palas y el buje,  $D_{bh}$  (dependiente del tipo de material de la unión). Análogamente, el acoplamiento elástico y con

pérdidas entre el buje y el rotor del generador se modela mediante el coeficiente de elasticidad entre el buje y el rotor del generador,  $K_{hg}$ , y el coeficiente de amortiguamiento mutuo entre el buje y el rotor del generador,  $D_{hg}$  (dependiente del tipo de material de los ejes de baja y alta velocidad). Finalmente,  $D_b$ ,  $D_h$  y  $D_g$ , son los coeficientes propios de amortiguación de las palas (que representa la resistencia aerodinámica que se produce en las palas), el buje (que representa la fricción mecánica en el rodamiento principal de la turbina) y el rotor del generador (que corresponde a la fricción mecánica en los cojinetes del rotor y la ventilación del generador), respectivamente.

Las ecuaciones que gobiernan la dinámica del sistema mecánico de transmisión (o accionamiento mecánico) del rotor de una turbina eólica (figura. 6.2.1), expresadas en valores normalizados (p.u.), son las siguientes:

$$2H_b \frac{d\omega_b}{dt} = -T_w - K_{bh}\theta_{bh} - D_{bh}(\omega_b - \omega_h) - D_b\omega_b \quad (6.1)$$

$$2H_h \frac{d\omega_h}{dt} = K_{bh}\theta_{bh} - K_{hg}\theta_{hg} + D_{bh}(\omega_b - \omega_h) - D_{hg}(\omega_h - \omega_g) - D_h\omega_h \quad (6.2)$$

$$2H_g \frac{d\omega_g}{dt} = K_{hg}\theta_{hg} + T_e + D_{hg}(\omega_h - \omega_g) - D_g\omega_g \quad (6.3)$$

$$\frac{d\theta_{bh}}{dt} = \omega_s(\omega_b - \omega_h) \quad (6.4)$$

$$\frac{d\theta_{hg}}{dt} = \omega_s(\omega_h - \omega_g) \quad (6.5)$$

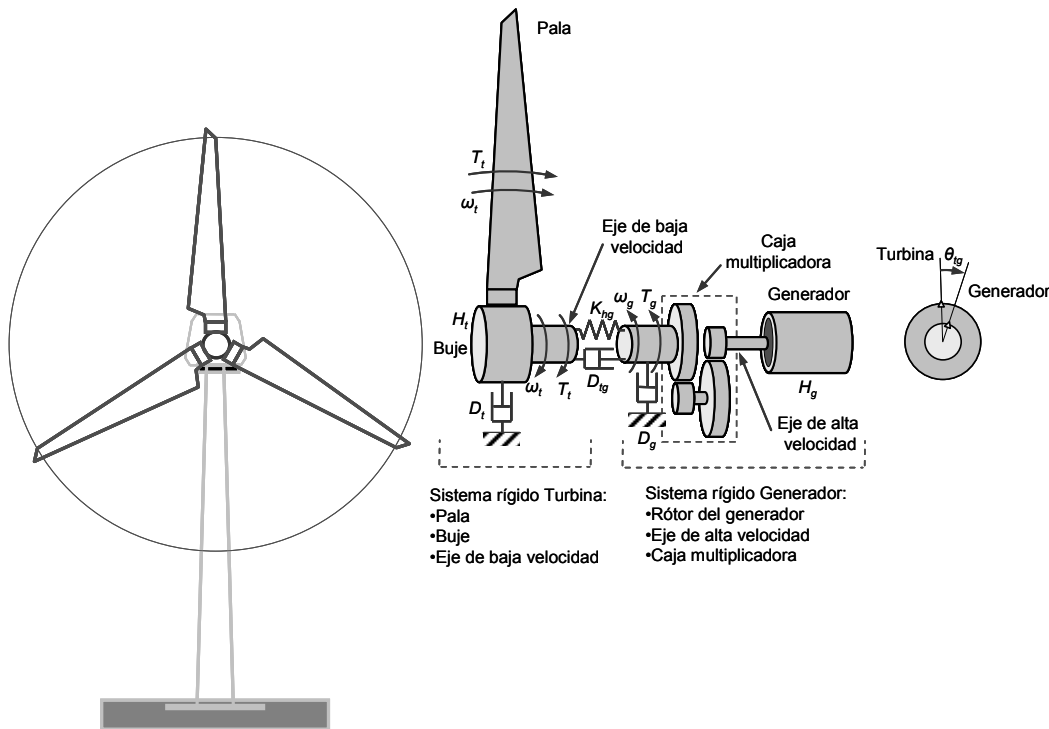
En estas expresiones,  $\omega_b$ ,  $\omega_h$ , y  $\omega_g$ , son las velocidades de rotación de las palas, el buje y el rotor del generador, respectivamente;  $H_b$ ,  $H_h$ , y  $H_g$ , son las constantes de inercia (p.u.) de las palas, el buje y el rotor del generador, respectivamente;  $\theta_{bh}$  es el ángulo (de torsión) entre las palas y el buje ( $\theta_{bh} = \theta_b - \theta_h$ ) y  $\theta_{hg}$  el ángulo (de torsión) entre el buje y el rotor del generador ( $\theta_{hg} = \theta_h - \theta_g$ );  $\omega_s$  es la velocidad síncrona del sistema eléctrico ( $\omega_s = 2\pi f$ , siendo  $f$  la frecuencia base del sistema);  $D_b$ ,  $D_h$ , y  $D_g$ , son los coeficientes propios de amortiguación de las palas (que representa la resistencia aerodinámica que se produce en las palas), el buje (que representa la fricción mecánica en el rodamiento principal de la turbina) y el rotor del generador (que corresponde a la fricción mecánica en los cojinetes del rotor y la ventilación del generador), respectivamente;  $D_{bh}$  es el coeficiente mutuo de amortiguamiento entre las palas y el buje y  $D_{hg}$  el coeficiente mutuo de amortiguamiento entre el buje (ambos dependientes del tipo de material) y el rotor del generador;  $K_{bh}$  es el coeficiente de elasticidad entre las palas y el buje (eje de baja velocidad) y  $K_{hg}$  el coeficiente de elasticidad entre el buje y el rotor del generador (ejes de baja y alta velocidad);  $T_w$  es el par aerodinámico (valor negativo) que suministra el viento y  $T_e$ , es el par electromagnético del generador (valor negativo para funcionamiento generador).

Si  $\rho$  es la densidad del aire,  $R$  es el radio de la turbina (palas),  $v$  es la velocidad del viento y  $C_p(\lambda, \beta)$  es coeficiente de potencia de la turbina que depende de la velocidad (normalizada) de la punta de la pala,  $\lambda$  ( $\lambda = R\omega_b/v$ ), y del ángulo de paso de las palas,  $\beta$ , entonces, el par aerodinámico,  $T_w$ , puede calcularse mediante la expresión:

$$T_w = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda, \beta) \frac{1}{\omega_b} \quad (6.6)$$

### 6.2.2. Modelos de dos masas

La figura 6.2.2 muestra el modelo de dos masas (bimasa), la figura 6.2.2 muestra un segundo modelo alternativo de dos masas y la figura 6.2.3, el modelo clásico de una sola masa (parámetros concentrados). Los tres modelos pueden considerarse como modelos simplificados o reducidos del modelo multimisas (tres masas o trimasa) anterior. El uso de un modelo u otro permitirá comparar la dinámica de la interacción entre la turbina y el sistema eléctrico.



**Figura 6.2.2. Descripción de sistema mecánico de transmisión de una turbina eólica como un sistema de dos masas: Turbina-Generador.**

La figura 6.2.2 muestra el modelo de eje con dos masas concentradas (este modelo representa todo el rotor de la turbina (palas y buje) como un único sistema rígido en una de las masas. Es decir, utiliza un modelo de parámetros concentrados para todo el sistema mecánico unido al eje de baja velocidad. La segunda masa es la del generador, incluyéndose aquí las masas o inercias de la caja reductora, el eje de alta velocidad y el rotor del generador, como en el

modelo de tres masas anterior. Este modelo es el resultado de la unión rígida de los submodelos de palas y buje del modelo anterior, que dan lugar al submodelo de turbina. En este modelo, el sistema de transmisión mecánico de la turbina se reduce a un modelo con dos masas concentradas (turbina y generador) unidas mediante un eje elástico con pérdidas. Una de las masas representa todos los componentes unidos al buje o eje de baja velocidad (lo que incluye a las palas y el propio buje) y la otra masa representa el eje de alta velocidad (incluyendo el rotor del generador). Las ecuaciones diferenciales del movimiento de este modelo de dos masas son las siguientes:

$$2H_w \frac{d\omega_w}{dt} = -T_w - K_{hg} \theta_{hg} - D_{hg} (\omega_w - \omega_g) - D_w \omega_w \quad (6.7)$$

$$2H_g \frac{d\omega_g}{dt} = K_{hg} \theta_{hg} + T_e + D_{hg} (\omega_w - \omega_g) - D_g \omega_g \quad (6.8)$$

$$\frac{d\theta_b}{dt} = \omega_s (\omega_w - \omega_g) \quad (6.9)$$

Si cambiamos la notación y sustituimos  $H_g$  (buje-generador) por  $\omega_g$  (rotor turbina-generador), que resulta más consistente, queda:

$$2H_w \frac{d\omega_w}{dt} = -T_w - K_{wg} \theta_{wg} - D_{wg} (\omega_w - \omega_g) - D_w \omega_w \quad (6.10)$$

$$2H_g \frac{d\omega_g}{dt} = K_{wg} \theta_{wg} + T_e + D_{wg} (\omega_w - \omega_g) - D_g \omega_g \quad (6.11)$$

$$\frac{d\theta_b}{dt} = \omega_s (\omega_w - \omega_g) \quad (6.12)$$

En estas ecuaciones,  $\omega_w$  es la velocidad de la turbina (velocidad del eje de baja velocidad),  $\theta_{wg}$  el ángulo (de torsión) entre la turbina y el rotor del generador ( $\theta_{wg} = \theta_w - \theta_g$ ),  $D_{wg} = D_{hg}$  es el coeficiente de amortiguación entre el rotor de la turbina (incluyendo palas y buje) y el generador (que coincide con el coeficiente de amortiguamiento entre el buje y el generador en el modelo de tres masas),  $H_w = H_b + H_h$ , es la constante de inercia (p.u.) del rotor completo de la turbina (incluyendo palas y buje) y  $D_w = D_b + D_h$ , es el coeficiente propio de amortiguación de la turbina.

Como se ha indicado, este modelo se deriva del de tres masas rigidizando los submodelos representativos de las palas y el buje (el submodelo del generador es el mismo). Esto nos permite obtener los parámetros del modelo de dos masas a partir del original de tres masas mediante las relaciones siguientes:

$$H_w = H_b + H_h \quad (6.13)$$

$$D_w = D_b + D_h \quad (6.14)$$

Estas relaciones pueden justificarse mediante una analogía eléctrica de las ecuaciones mecánicas en la que los pares hacen las veces de fuentes de tensión, las velocidades hacen las veces de intensidades, las constantes de inercia hacen las veces de inductancias, los coeficientes de amortiguamiento hacen las veces de resistencias y la inversa de los coeficientes de elasticidad hacen las veces de condensadores.

En la descomposición de componentes de la turbina realizada en este modelo de dos masas subyace la idea de que el componente más flexible de la turbina es el eje de baja velocidad (en realidad, el acoplamiento entre el buje y el eje de baja velocidad), lo que permite separar las dos masas conectadas a los extremos de este componente flexible. Pero, realmente, el componente más flexible de las turbinas son las palas (especialmente de las turbinas actuales). Esto sugiere la posibilidad de reducir el modelo inicial de tres masas de otra forma diferente, que puede resultar más adecuada, y que consiste en representar por un lado las palas y el resto de la turbina (bujes, reductora y generador) como una segunda masa, que son las dos masas interconectadas por el elemento flexible. La figura. 6.2.3 muestra un segundo modelo alternativo de dos masas. En este caso se opta por rigidizar los submodelos representativo del buje y el generador (incluyendo los dos ejes de baja y alta velocidad y la caja multiplicadora) y se mantiene el submodelo de las palas.

Las ecuaciones diferenciales del movimiento de este modelo de dos masas son las siguientes:

$$2H_b \frac{d\omega_b}{dt} = -T_b - K_{bd}\theta_{bd} - D_{bd}(\omega_b - \omega_d) - D_b\omega_b \quad (6.15)$$

$$2H_d \frac{d\omega_d}{dt} = K_{bd}\theta_{bd} + T_e + D_{bd}(\omega_b - \omega_d) - D_d\omega_d \quad (6.16)$$

$$\frac{d\theta_{bd}}{dt} = \omega_s(\omega_b - \omega_d) \quad (6.17)$$

En estas ecuaciones,  $H_d = H_h + H_g$ , es la constante de inercia (p.u.) del sistema de transmisión mecánico o accionamiento completo de la turbina (incluyendo buje, eje de baja velocidad, caja multiplicadora, eje de alta velocidad y rotor del generador),  $\theta_{bd}$  es el ángulo (de torsión) entre las palas y el sistema de transmisión mecánico o accionamiento ( $\theta_{bd} = \theta_b - \theta_d$ ),  $\omega_d$  es la velocidad del sistema de transmisión mecánico o accionamiento y  $D_d = D_h + D_g$ , es el coeficiente propio de amortiguación del sistema de transmisión mecánico o accionamiento. Como es lógico,  $\omega_d = \omega_g$ ,  $D_{bd} = D_{bh}$  y  $K_{bd} = K_{bh}$ ,

Como se ha indicado, este modelo se deriva del de tres masas considerando, el conjunto de las tres palas, por un lado, y rigidizando el resto del accionamiento (los submodelos representativos del buje, el eje de baja velocidad, la reductora y

el generador). Esto nos permite obtener los parámetros del modelo de dos masas a partir del original de tres masas mediante las relaciones siguientes:

$$H_d = H_h + H_g \quad (6.18)$$

$$D_d = D_h + D_g \quad (6.19)$$

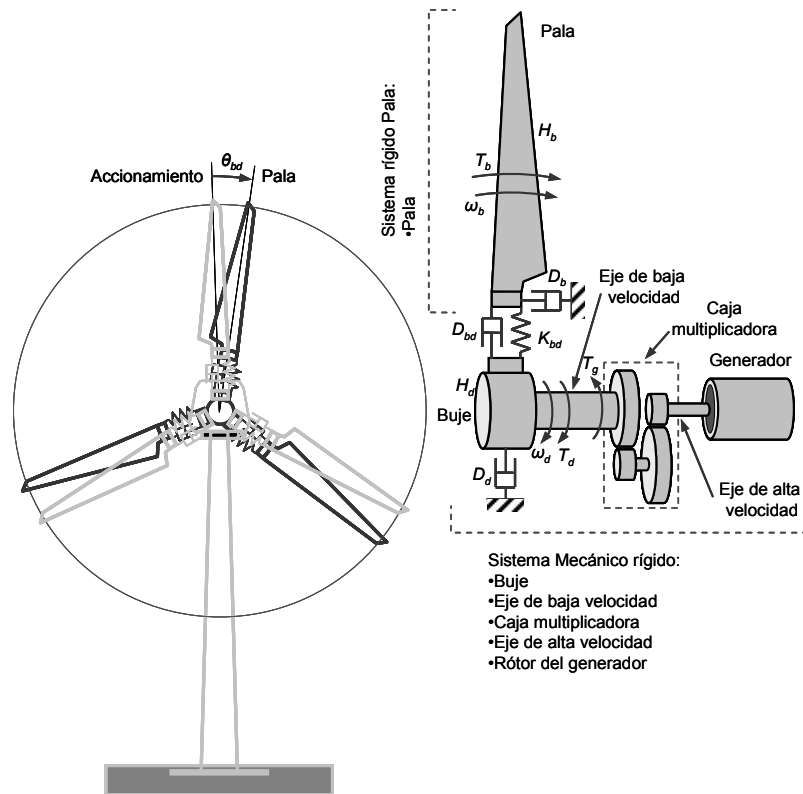


Figura 6.2.3. Descripción alternativa de sistema mecánico de transmisión de una turbina eólica como un sistema de dos masas: Pala-Turbina+Generador.

### 6.2.3. Modelo una masa

Modelo concentrado de una masa (Fig. 4): En este caso todas las componentes rotativas del aerogenerador se consideran concentradas en una única masa. Podría derivarse de los modelos de dos o tres masas precedentes, uniendo todos los componentes en uno solo. La ecuación diferencial del movimiento de este modelo de una única masa se reduce a:

$$2H_M \frac{d\omega_M}{dt} = T_e - T_M - D_M \omega_M \quad (6.20)$$

En estas ecuaciones,  $H_M = H_b + H_h + H_g = H_w + H_g$ , es la constante de inercia (p.u.) de todas las componentes rotativas del aerogenerador (incluyendo palas, buje y generador),  $\omega_M$  es la velocidad de giro de la turbina (velocidades

normalizadas de los ejes de baja y alta velocidad) y  $D_M = D_b + D_h + D_g = D_w + D_g$ , es el coeficiente de amortiguación de todo el conjunto rotativo.

La figura 6.2.4 muestra el modelo concentrado de una sola masa. En este caso todas las componentes rotativas del aerogenerador se consideran concentradas en una única masa. Podría derivarse de los modelos de dos o tres masas precedentes, uniendo todos los componentes en uno solo. La ecuación diferencial del movimiento de este modelo de una única masa se reduce a:

$$2H_M \frac{d\omega_M}{dt} = T_e - T_M - D_M \omega_M \quad (6.21)$$

En estas ecuaciones,  $H_M = H_b + H_h + H_g = H_w + H_g$ , es la constante de inercia (p.u.) de todas las componentes rotativas del aerogenerador (incluyendo palas, buje y generador),  $\omega_M$  es la velocidad de giro de la turbina (velocidades normalizadas de los ejes de baja y alta velocidad) y  $D_M = D_b + D_h + D_g = D_w + D_g$ , es el coeficiente de amortiguación de todo el conjunto rotativo.

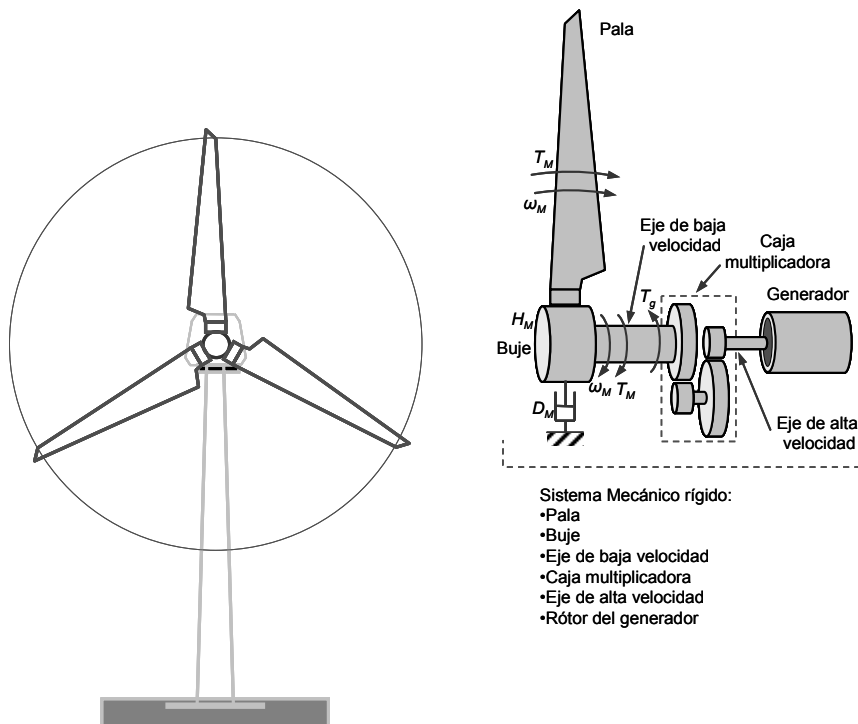


Figura 6.2.4. Descripción de sistema mecánico de transmisión de una turbina eólica como un sistema de una única masa: Pala+Turbina+Generador.



## 6.2. Analogía Electromecánica

Para establecer un modelo de circuito eléctrico equivalente a un sistema mecánico puede partirse de un sistema mecánico simple compuesto por una inercia,  $J$ , un muelle,  $K$ , y un elemento de disipación,  $D$ , todo ello accionado por un cierto par acelerador (diferencia entre el par electromagnético y el mecánico),  $T=T_e-T_m$ , cuya ecuación dinámica sea:

$$T = T_e - T_m = J \frac{d\omega}{dt} + K\omega + D\theta \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (6.22)$$

Aplicando la transformada de Laplace con condiciones iniciales nulas conduce a:

$$T(s) = T_e(s) - T_m(s) = sJ\omega(s) + K\omega(s) + D\theta(s) \quad \omega(s) = s\theta(s) \quad (6.23)$$

$$T(s) = T_e(s) - T_m(s) = sJ\omega(s) + K\omega(s) + \frac{D}{s}\omega(s) \quad (6.24)$$

La ecuación del sistema mecánico podría corresponder también a la ecuación de una malla eléctrica constituida por una bobina,  $L$ , una resistencia,  $R$  y un condensador,  $C$ , alimentada por una fuente de tensión,  $u$ , cuya ecuación fuese:

$$u = u_e - u_m = u_L + u_R + u_C = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}q \quad i = \frac{dq}{dt} \quad (6.25)$$

Aplicando la transformada de Laplace con condiciones iniciales nulas resulta:

$$u(s) = u_e(s) - u_m(s) = u_L(s) + u_R(s) + u_C(s) = sLI(s) + RI(s) + \frac{1}{C}Q(s)$$

$$I(s) = sQ(s) \quad (6.26)$$

$$U(s) = U_e(s) - U_m(s) = sLI(s) + RI(s) + \frac{1}{sC}I(s) = \left( sL + R + \frac{1}{sC} \right) I(s) = Z(s)I(s) \quad (6.27)$$

Otra posibilidad es considerar que la ecuación del sistema mecánico correspondiese también a la ecuación de un nudo eléctrico al que estuviesen conectados una bobina,  $L$ , una resistencia,  $R$  ( $G = 1/R$ ) y un condensador,  $C$ , alimentada por una fuente de intensidad,  $i$ , cuya ecuación de intensidades, derivada (para evitar la integral de la tensión), fuese:

$$\frac{d}{dt}(i) = \frac{d}{dt}(i_e - i_m) = \frac{d}{dt}(i_C(s) + i_R(s) + i_L(s)) = \frac{d}{dt} \left( C \frac{du}{dt} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R} u \right) + \frac{1}{L} u \quad (6.28)$$

Aplicando la transformada de Laplace con condiciones iniciales nulas resulta:

$$I(s) = I_e(s) - I_M(s) = I_C(s) + I_R(s) + I_L(s) = sCU(s) + \frac{1}{R}U(s) + \frac{1}{sL}U(s) \quad (6.29)$$

$$I(s) = I_e(s) - I_M(s) = sCU(s) + GU(s) + \frac{1}{sL}U(s) = \left( sC + G + \frac{1}{sL} \right) U(s) = Y(s)U(s) \quad (6.30)$$

La comparación de la ecuación mecánica y las eléctricas permiten establecer dos tipos de analogías, como se resume en la Tabla 6.3.1.

**Tabla 6.3.1. Analogías eléctricas de un sistema mecánico.**

Magnitud mecánica	Magnitud eléctrica	
	Malla	Nudo
$T$	$u$	$i$
$\omega$	$i$	$u$
$J$	$L$	$C$
$D$	$R$	$G$
$K$	$D$	$1/L$

Utilizando la analogía de malla en la que los pares del sistema mecánico se representan por fuentes de tensión y las intensidades del circuito eléctrico representan velocidades de rotación, la figura 6.3.1.a muestra el circuito análogo correspondiente al sistema de tres masas (palas, buje y generador), la figura 6.3.1.b el correspondiente al sistema de dos masas (turbina eólica y generador) y la figura 6.3.1.c el correspondiente al sistema de parámetros concentrados de una masa (aerogenerador completo).

La figura 6.3.2 muestra la nueva variante propuesta para el sistema de dos masas (palas y sistema buje-generador).

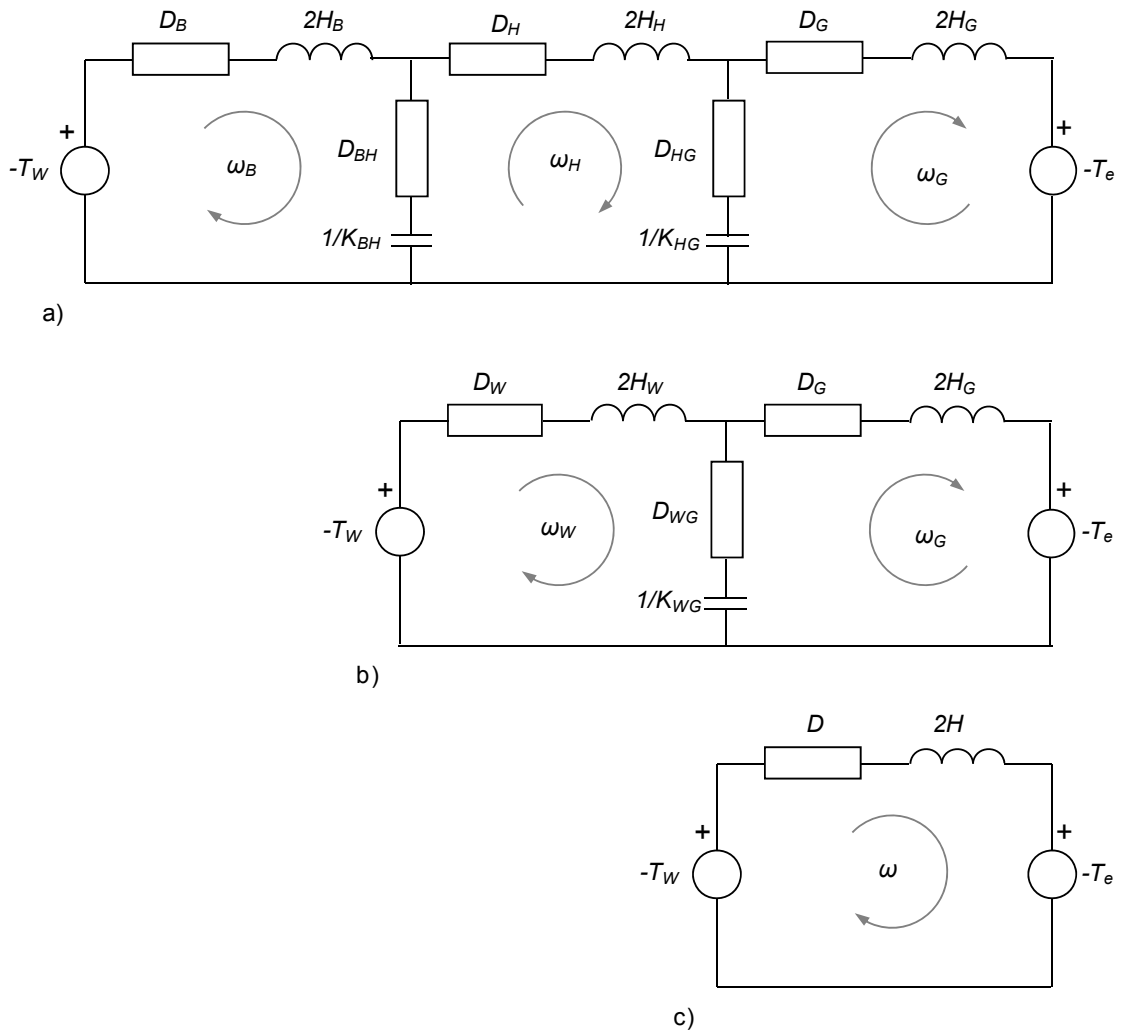


Figura 6.3.1. Descripción del sistema mecánico mediante un circuito eléctrico análogo. a) Modelo de tres masas (palas, buje y generador), b) modelo de dos masas (turbina eólica y generador) y c) modelo de parámetros concentrados de una masa (aerogenerador completo).

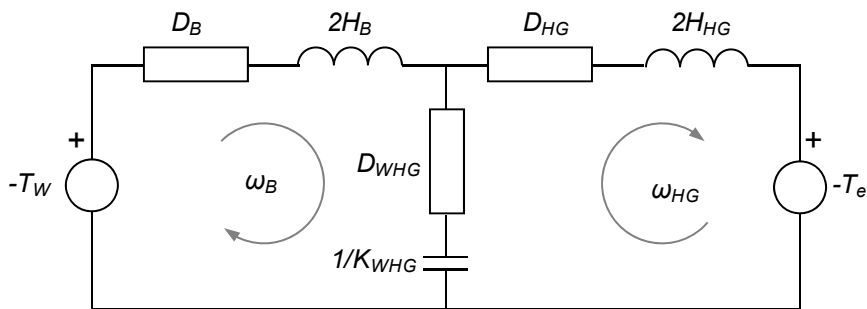


Figura 6.3.2. Descripción del sistema mecánico mediante un circuito eléctrico análogo. Modelo correspondiente a la nueva variante propuesta para el sistema de dos masas (palas y sistema buje-generador).

La representación análoga como circuito de los sistemas mecánicos permite escribir las ecuaciones de movimiento mediante una matriz de mallas análoga en la que los elementos de la matriz pueden obtenerse por simple inspección, siendo  $Z_{ii}(s)$  igual a la suma de impedancias de la malla  $i$ , para  $i = B, H$  y  $G$ , y  $Z_{ij}(s)$  igual a la suma de impedancias comunes entre las mallas  $i$  y  $j$ , para  $j = B, H$  y  $G$ . De esta forma la ecuación matricial de mallas análoga a la del sistema mecánico resulta:

$$\begin{bmatrix} T_W \\ T_H \\ T_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2H_B s + D_{BB} + \frac{K_{BH}}{s} & -D_{BH} - \frac{K_{BH}}{s} & 0 \\ -D_{BH} - \frac{K_{BH}}{s} & 2H_H s + D_{HH} + \frac{K_{HH}}{s} & -D_{HG} - \frac{K_{HG}}{s} \\ 0 & -D_{HG} - \frac{K_{HG}}{s} & 2H_G s + D_{GG} + \frac{K_{HG}}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_W \\ \omega_H \\ \omega_G \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

Siendo:

$$D_{BB} = D_B + D_{BH} \quad (6.32)$$

$$D_{HH} = D_H + D_{BH} + D_{HG} \quad (6.33)$$

$$K_{HH} = K_{BH} + K_{HG} \quad (6.34)$$

$$D_{GG} = D_G + D_{HG} \quad (6.35)$$

La representación análoga como circuito de los sistemas mecánicos también permite establecer relaciones entre los valores de los parámetros de los diferentes sistemas mecánicos, que conduce a una interpretación diferente del enfoque “mecánico” utilizado previamente.

La figura 6.3.1.a muestra cómo la interacción entre el sistema rígido de las palas y el del buje se produce mediante la rama transversal formada por la resistencia (elemento disipativo)  $D_{BH}$  y el condensador (elemento de almacenamiento de energía)  $1/K_{BH}$ . La figura 6.3.1.b muestra el circuito análogo correspondiente al sistema de dos masas formado por la turbina eólica y el generador. En este caso, el sistema rígido correspondiente a la turbina eólica es el resultado de agregar el sistema de las palas y el del buje del modelo de tres masas. Al comparar las 6.3.1.a y 6.3.1.b puede verse cómo el resultado de la agregación es la fusión de la malla de las palas y la del buje (del sistema de tres masas) en una nueva malla de la turbina eólica en el sistema reducido de dos masas. Como resultado de esta fusión de mallas, en el modelo reducido de dos masas desaparece la rama transversal que representa la interacción Palas-Buje, lo que equivale a considerar que la resistencia  $D_{BH} \rightarrow \infty$  y que el condensador  $1/K_{BH} \rightarrow 0$  (o que el coeficiente de elasticidad  $K_{BH} \rightarrow \infty$ , lo que equivale a decir que la conexión entre las palas y el buje se hace rígida). Con esto, los elementos  $RL$  de los sistemas de las palas el

buje quedan serie. Esto permite relacionar los valores de los nuevos parámetros del modelo reducido de dos masas a partir de los del de tres masas. En este caso es fácil ver que el valor de la nueva resistencia (elemento disipativo),  $D_W$ , deberá ser igual a la suma de la resistencia del sistema de las palas,  $D_B$ , y la del sistema del buje,  $D_H$ :

$$D_W = D_B + D_H \quad (6.36)$$

De igual forma el valor del coeficiente de autoinducción de la nueva bobina (elemento de almacenamiento de energía),  $2H_W$  será:

$$2H_W = 2H_B + 2H_H \quad (6.37)$$

La rama transversal que representa la interacción entre el sistema del buje y el generador en el modelo de tres masas se corresponde con la que representa la interacción entre la turbina y el generador en el modelo reducido de dos masas, lo que permite escribir:

$$D_{WG} = D_{HG} \quad (6.38)$$

$$\frac{1}{K_{WG}} = \frac{1}{K_{HG}} \quad (6.39)$$

De igual forma, al reducir el sistema de dos masas a una, los valores de los nuevos parámetros son:

$$D = D_W + D_G = D_B + D_H + D_G \quad (6.40)$$

$$2H = 2H_W + 2H_G = 2H_B + 2H_H + 2H_G \quad (6.41)$$

Conviene observar que en este modelo de eje rígido con una sola masa, desaparece el condensador ( $1/K_{WG} \rightarrow 0$ ) que representa el coeficiente de elasticidad del eje, lo que resulta consistente con la hipótesis de rigidez del eje ( $K_{WG} \rightarrow \infty$ ).

Los modos de oscilación del sistema de tres cuerpos resultan del sistema completo acoplado. Para obtener una solución simplificada pero analítica podría utilizarse el sistema reducido de dos masas o considerar únicamente la interacción entre dos de las masas, despreciando el la dinámica de la tercera.

Si se considera el modelo de dos masas, la ecuación resulta:

$$\begin{bmatrix} T_W \\ T_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2H_W s + D_{WW} + \frac{K_{WG}}{s} & -D_{WG} - \frac{K_{WG}}{s} \\ -D_{WG} - \frac{K_{WG}}{s} & 2H_G s + D_{GG} + \frac{K_{WG}}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_W \\ \omega_G \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

Siendo:

$$\begin{aligned}
2H_W &= 2H_B + 2H_H \\
D_{WW} &= D_W + D_{WG} = D_B + D_H + D_{BG} \\
D_{WG} &= D_{HG} \\
K_{WG} &= K_{BG} \\
D_{GG} &= D_G + D_{HG}
\end{aligned} \tag{6.43}$$

Para establecer la forma canónica de la de segundo orden ecuación, es necesario que los componentes de amortiguación de la diagonal principal y fuera de ella sean iguales. Esto implica tener que despreciar los coeficientes de amortiguamiento propios ( $D_X$ ), lo que resulta una razonable ya que los coeficientes de amortiguación mutuos ( $D_{XY}$ ) son mucho mayores que los propios ( $D_{XY} \gg D_X$ ). Por lo tanto, para obtener la ecuación característica del sistema de segundo orden basta con anular el determinante de la matriz de coeficientes del sistema, con lo que resulta:

$$s^2 + D_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right) s + K_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right) = 0 \tag{6.44}$$

Si se compara con la ecuación característica de un sistema de segundo orden con una frecuencia natural no amortiguada,  $\omega_n$ , y un coeficiente de amortiguación,  $\zeta$ :

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \tag{6.45}$$

Por simple comparación, resulta que la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguación pueden expresarse como:

$$\omega_n = \sqrt{K_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right)} \tag{6.46}$$

$$\zeta = \frac{D_{WG}}{2 \sqrt{\frac{K_{WG}}{\left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right)}}} = \frac{D_{WG}}{2} \sqrt{\frac{1}{K_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right)}} \tag{6.47}$$

Las raíces (autovalores) de este sistema son de la forma:

$$\begin{aligned}
b &= D_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right) \\
c &= K_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right) \\
s_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}
\end{aligned} \tag{6.48}$$

Para que las raíces (autovalores) sean reales es preciso que el discriminante sea positivo:

$$b^2 \geq 4c \quad (6.49)$$

$$D_{WG}^2 \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right)^2 \geq 4K_{WG} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right) \quad (6.50)$$

Si se compara el coeficiente de amortiguación del sistema de dos masas con el correspondiente a un sistema genérico con una sola masa equivalente del tipo:

$$2Hs + D + \frac{K}{s} = 0 \quad s^2 + \frac{D}{2H}s + \frac{K}{2H} = 0 \quad (6.51)$$

Con los valores habituales de las constantes, esto es lo que suele suceder en la gran mayoría de los casos. Si las inercias fuesen extremadamente grandes, los transitorios derivados de estas raíces o autovalores serían despreciables.

Al sistema de dos masas considerado le corresponde una frecuencia natural y un coeficiente de amortiguación:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{2H}} = \sqrt{\frac{K_{WG}}{2H_W + 2H_G}} \quad (6.52)$$

$$\zeta = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{2H}{K}} = \frac{D_{WG}}{2} \sqrt{\frac{2H_W + 2H_G}{K_{WG}}} \quad (6.53)$$

Como puede verse, el coeficiente de amortiguación del sistema con dos masas siempre resulta inferior al sistema de una masa equivalente:

$$\zeta_{2M} = \frac{D_{WG}}{2} \sqrt{\frac{1}{K_{WG}} \left( \frac{1}{2H_W} + \frac{1}{2H_G} \right)} < \zeta_{1M} = \frac{D_{WG}}{2} \sqrt{\frac{2H_W + 2H_G}{K_{WG}}} \quad (6.54)$$

Esta desigualdad permite asegurar que un sistema con dos masas siempre resulta una descripción más conservadora y más realista del sistema que la correspondiente a una sola masa.

### 6.3. Interacción eléctrico - mecánica

A continuación se va a analizar como se comporta el conjunto modelo mecánico junto con alguno de los modelos reducidos estudiados anteriormente. El sistema a estudiar es el mostrado en la figura 6.4.1, dónde la señal de entrada será el par sobre la turbina  $T_t$  producido por el viento y como señal de salida se analiza varias señales eléctricas del generador tales como el **par eléctrico  $T_e$** .

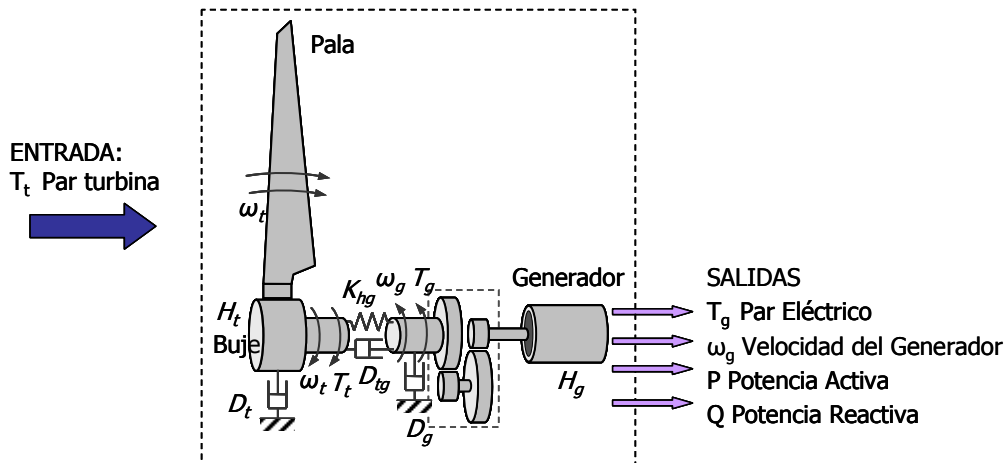


Figura 6.4.1 Sistema Turbina-Generador, entradas y salidas.

El modelo mecánico mostrado en la figura corresponde con el modelo de tres masas. Se analizarán las distintas combinaciones de modelos mecánicos y modelos eléctricos de primer, tercer y quinto orden.

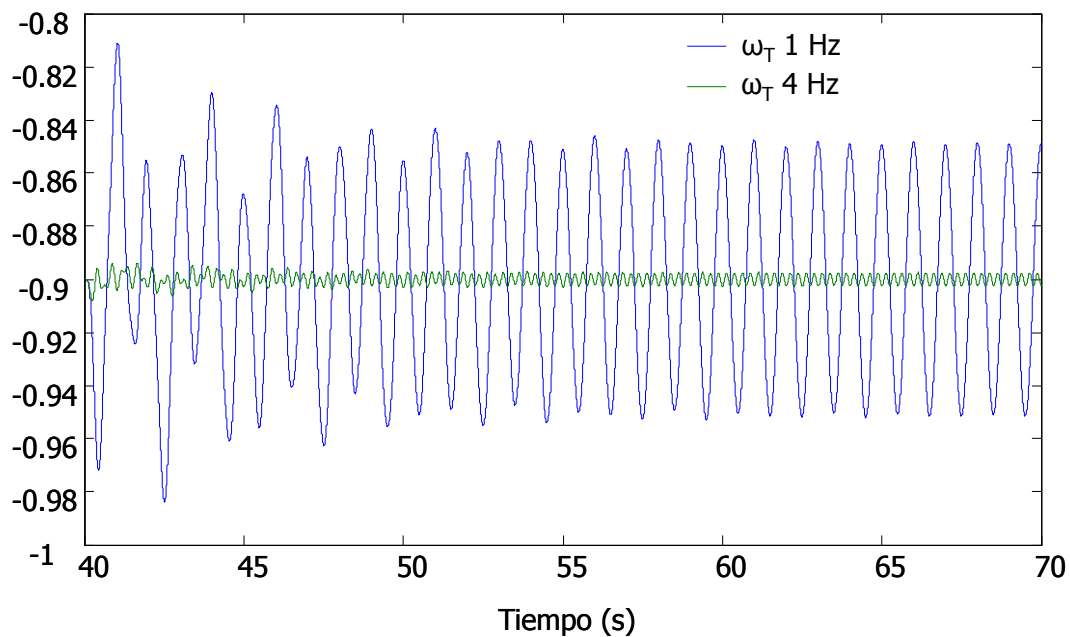
Tabla 6.4.1. Parámetros del sistema [Li].

Turbina eólica			
$S_N$	Potencia nominal-base (MVA)		3
$H_b$	Constante de inercia de la tres palas (s)		4
$H_h$	Constante de inercia del buje (s)		0.5
$D_G$	Constante de amortiguamiento del eje del generador (p.u.)		0
$D_B$	Constante de amortiguamiento del eje de baja velocidad (p.u.)		0
$K_b$	Constante de elasticidad de las palas (p.u./rad el.)		0.3
$K_B$	Constante de elasticidad del acoplamiento (p.u.)		0.3



<b>Generador de inducción</b>		
$S_N$	Potencia nominal-base (MVA)	3
$U_N$	Tensión nominal (V)	575
$R_I$	Resistencia estatórica (p.u.)	0.004843
$X_I$	Reactancia estatórica (p.u.)	0.1248
$R_2$	Resistencia rotórica (p.u.)	0.004347
$X_2$	Reactancia rotórica (p.u.)	0.1791
$R_{Fe}$	Resistencia de pérdidas en el hierro (p.u.)	339
$X_m$	Reactancia de magnetización (p.u.)	6.77
$H_G$	Constante de inercia del generador (s)	0.54
$s_n$	Deslizamiento nominal	-0.0045
<b>Red de distribución</b>		
$S_B$	Potencia base (MVA)	3
$R_l$	Resistencia de la línea (p.u.)	0
$X_l$	Reactancia de la línea (p.u.)	0.0013
$R_T$	Resistencia del transformador (p.u.)	0
$X_T$	Reactancia del transformador (p.u.)	0.025

La interposición de sistema mecánico de tres masas produce una gran atenuación de la respuesta ante las perturbaciones en el par de la turbina. Esto implica que a medida que aumentan la frecuencia de las perturbaciones disminuye la magnitud de la respuesta. El sistema multimasas actúa como un filtro paso bajo. Tal y como se mostró en el apartado 6.3 en el circuito eléctrico equivalente los parámetros de rigidez del sistema de tres masas actúan en el símil eléctrico como condensadores. Los condensadores son un camino de baja impedancia para las altas frecuencias por lo que sólo señales de bajas frecuencias son las que llegaría a afectar al generador filtrándose por los condensadores las altas frecuencias.



**Figura 6.4.2** Respuesta en frecuencia del par electromagnético,  $T_e$ , ante perturbaciones en el par mecánico de la turbina,  $T_T$ , de 1 Hz y 4 Hz.

En la figura 6.4.2 se muestra como la ganancia de sistema cae rápidamente al aumentar la frecuencia lo cual indica que el sistema sólo se verá afectado por las bajas frecuencias siendo éstas en las que los modelos reducidos dan un mejor resultado. La perturbación de 4 Hz tiene una respuesta de magnitud insignificante frente a la de 1 Hz.

Para el caso del modelo de tres masas, en la tabla 6.4.2, se muestran las frecuencias límites en los que los modelos reducidos se mantienen un error por debajo del 10% para frecuencias entre 1 y 8 Hz. El estudio se ha realizado usando como parámetros de turbina y generador los listados en la tabla 6.4.1.

**Tabla 6.4.2** Frecuencias límites Error del 10% Modelo de tres masas.

Función de transferencia	Modelo de tercer orden	Modelo de primer orden
$\Delta\omega/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta T_e/\Delta T_T$	8 Hz	2 Hz
$\Delta P/\Delta T_T$	8 Hz	2 Hz
$\Delta Q/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta I/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz

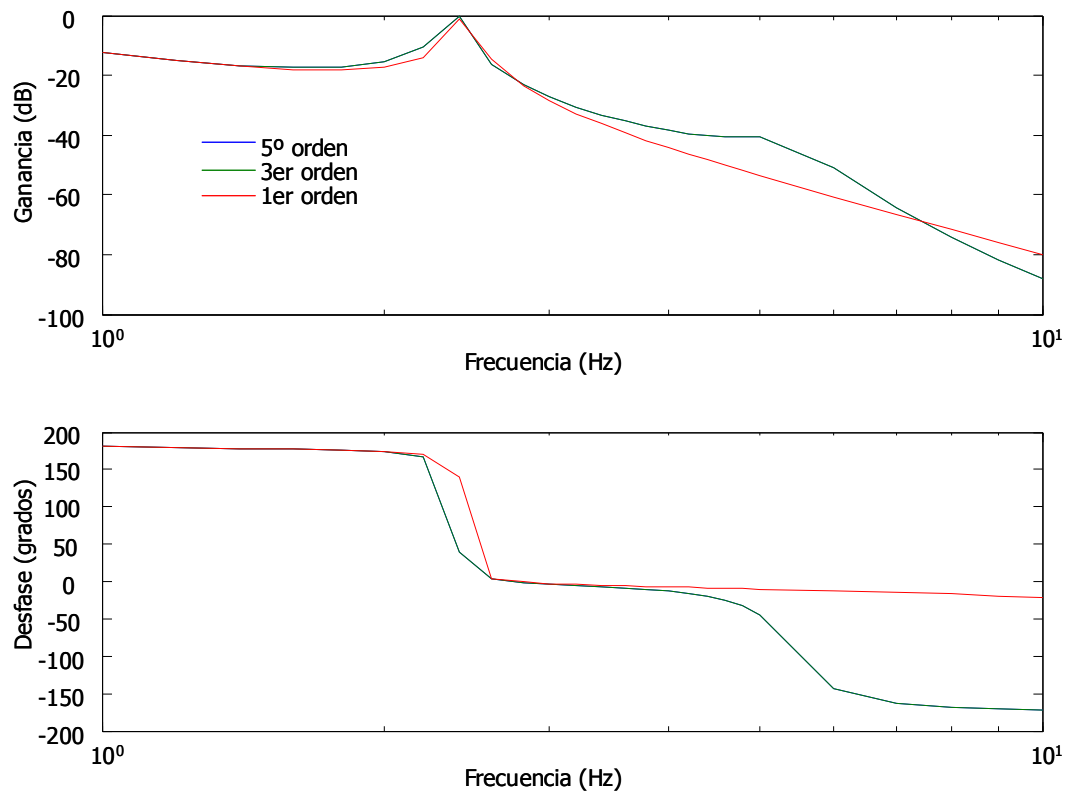


Figura 6.4.3. Respuesta del par electromagnético,  $T_e$ , correspondiente al modelo mecánico de tres masas con modelos eléctricos de 1<sup>er</sup>, 3<sup>er</sup> y 5<sup>o</sup> orden.

Para el caso de los modelos de dos masas se aprecia un mejor comportamiento y por tanto una mayor frecuencia crítica para el modelo que asociaba las inercias de las palas y el buje juntas. Los resultados de las simulaciones se muestran en las tablas 6.4.4. y 6.4.5.

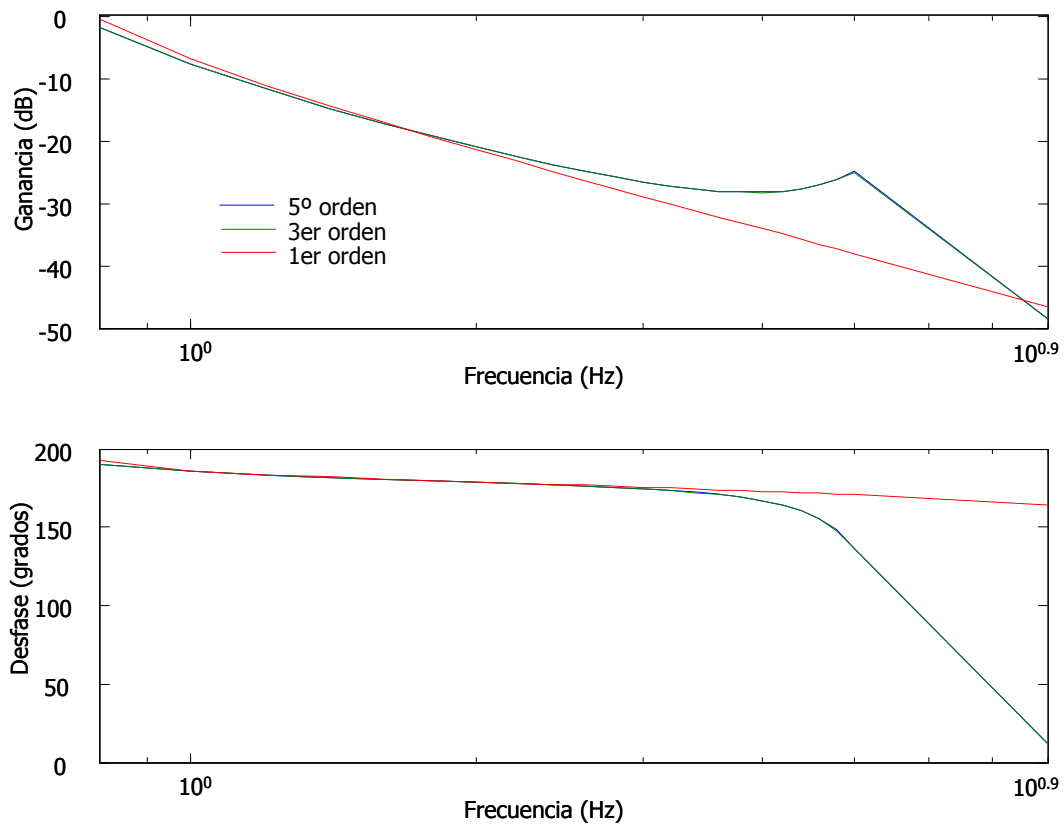


Figura 6.4.4. Respuesta del par electromagnético,  $T_e$ , correspondiente al modelo mecánico de dos masas con modelos eléctricos de 1<sup>er</sup>, 3<sup>er</sup> y 5<sup>o</sup> orden.

Tabla 6.4.3. Frecuencia límite de error del 10% para el modelo mecánico de dos masas.

Función de transferencia	Modelo de tercer orden	Modelo de primer orden
$\Delta\omega/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta T_e/\Delta T_T$	8 Hz	2.8 Hz
$\Delta P/\Delta T_T$	8 Hz	2.8 Hz
$\Delta Q/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta I/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz

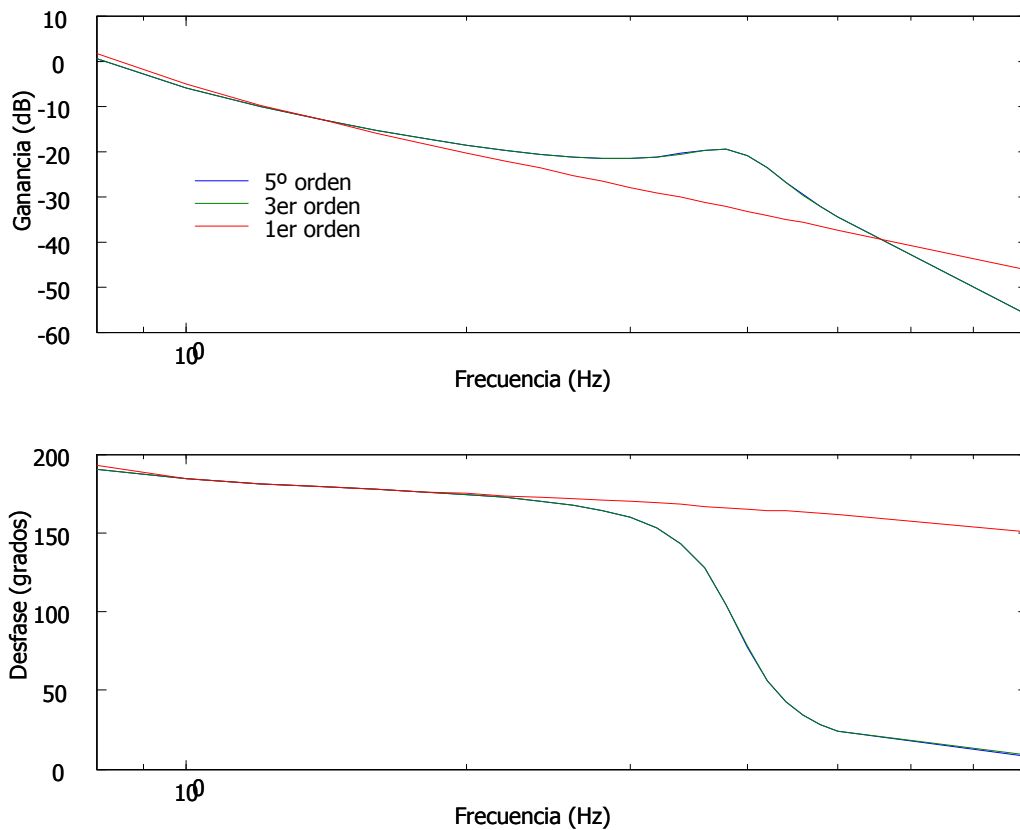


Figura 6.4.5. Respuesta del par electromagnético,  $T_e$ , correspondiente al modelo mecánico de dos masas con modelos eléctricos 1<sup>er</sup>, 3<sup>er</sup> y 5<sup>o</sup> orden.

Tabla 6.4.4. Frecuencia límite de error del 10% para el modelo mecánico de dos masas  $H_h + H_g$ .

Función de transferencia	Modelo de tercer orden	Modelo de primer orden
$\Delta\omega/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta T_e/\Delta T_T$	8 Hz	2 Hz
$\Delta P/\Delta T_T$	8 Hz	2 Hz
$\Delta Q/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta I/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz

El modelo de una masa no tiene un resultado aceptable resultando no alcanzándose errores menores del 10% ni siquiera para frecuencias de 1 Hz tal y como se ilustra en la tabla 6.4.5

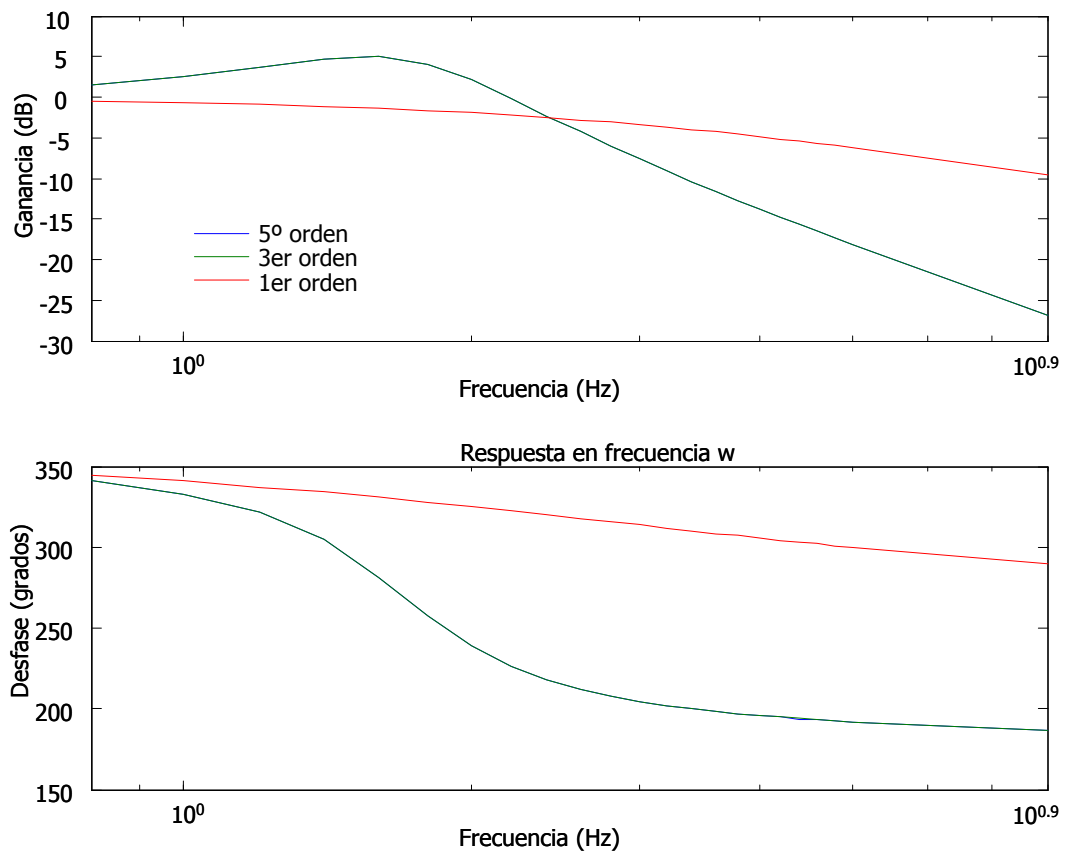


Figura 6.4.6. Respuesta del par electromagnético,  $T_e$ , correspondiente al modelo mecánico de una masa con modelos eléctricos 1<sup>er</sup>, 3<sup>er</sup> y 5<sup>o</sup> orden.

Tabla 6.4.5. Frecuencia límite de error del 10% para el modelo mecánico de una masa.

Función de transferencia	Modelo de tercer orden	Modelo de primer orden
$\Delta\omega/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta T_e/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta P/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta Q/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz
$\Delta I/\Delta T_T$	8 Hz	<1 Hz

## 6.4. Velocidad y tiempos críticos de disparo

La figura 6.4.1 muestra el esquema unificar básico del generador de inducción de una turbina eólica conectado a la red de distribución de energía eléctrica.

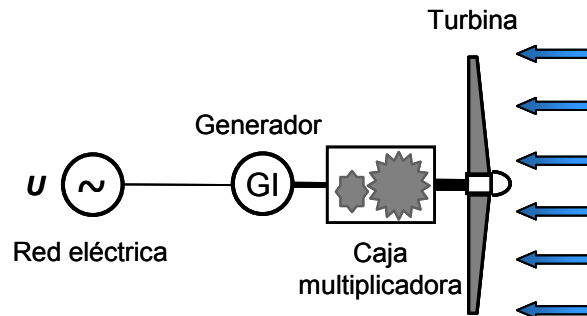


Figura 6.5.1 Esquema unifilar de una máquina de inducción conectada a la red eléctrica.

La figura 6.4.2 muestra el correspondiente modelo de circuito, en el que  $s = 1 - \Omega/\Omega_1$  es el deslizamiento correspondiente a la velocidad de funcionamiento considerada  $\Omega$ , y  $\Omega_1$  es la velocidad de sincronismo,  $Z_1 = R_1 + jX_1$  es la impedancia estatórica (resistencia del devanado estatórico y reactancia de dispersión),  $Y_e = G_{Fe} + jB_m$  es la admitancia de la rama de magnetización (conductancia de pérdidas en el hierro y susceptancia de magnetización) y  $Z_2(s) = R_2/s + jX_2$  es la impedancia rotórica (resistencia rotórica efectiva y reactancia rotórica). Todas las magnitudes están referidas al estator.

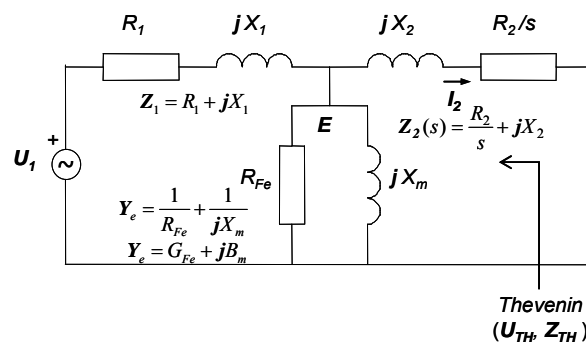


Figura 6.5.2. Modelo de circuito de una máquina de inducción conectada a la red eléctrica.

La figura 6.4.3. muestra el mismo modelo de circuito utilizando el modelo equivalente Thevenin visto desde los terminales de la resistencia rotórica efectiva  $R_2/s$ .

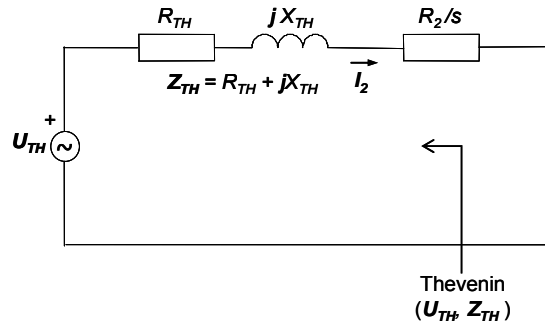


Figura 6.5.3 Modelo de circuito de una máquina de inducción conectada a la red eléctrica mediante un equivalente Thevenin.

En este circuito, los parámetros de la fuente de tensión,  $U_{TH}$ , y la impedancia del equivalente Thevenin,  $Z_{TH}$ , son:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \quad (6.55)$$

$$Y_e = \frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{jX_m} = G_{Fe} + jB_m \quad (6.56)$$

$$Z_2(s) = \frac{R_2}{s} + jX_2 \quad (6.57)$$

$$Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH} \quad (6.58)$$

$$Z_{TH} = jX_2 + \frac{1}{Y_e + Y_1} = jX_2 + \frac{Z_1}{Y_e Z_1 + 1} = jX_2 + \frac{Z_e Z_1}{Z_e + Z_1} \quad (6.59)$$

$$U_{TH} = \frac{Z_e}{Z_e + Z_1} U_1 = \frac{1}{Y_e Z_1 + 1} U_1 = \frac{1}{Y_e + Y_1} U_1 \quad (6.60)$$

En muchas ocasiones los valores típicos de los parámetros de las máquinas de inducción permiten hacer las aproximaciones siguientes:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \approx jX_1 \quad (6.61)$$

$$Y_e = \frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{jX_m} = G_{Fe} + jB_m \approx \frac{1}{jX_m} = jB_m \quad (6.62)$$

$$Z_{TH} = jX_2 + \frac{1}{Y_e + Y_1} \approx j \left( X_2 + \frac{X_m X_1}{X_m + X_1} \right) \quad (6.63)$$

$$U_{TH} = \frac{1}{Y_e + Y_1} U_1 \approx \frac{X_m}{X_1 + X_m} U_1 \quad (6.64)$$



Utilizando el modelo equivalente Thevenin, la intensidad rotórica y el par interno resultan:

$$\mathbf{I}_2(s) = \frac{\mathbf{U}_{TH}}{\mathbf{Z}_{TH} + \frac{R_2}{s}} = \frac{\mathbf{U}_{TH}}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right) + jX_{TH}} \quad (6.65)$$

$$T_e(s) = 3 \frac{R_2}{s\Omega_1} |\mathbf{I}_2(s)|^2 = 3 \frac{R_2}{s\Omega_1} \frac{|\mathbf{U}_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{TH}^2} \quad (6.66)$$

La figura 6.4.4. muestra la variación del módulo y la fase de la intensidad rotórica con la velocidad.

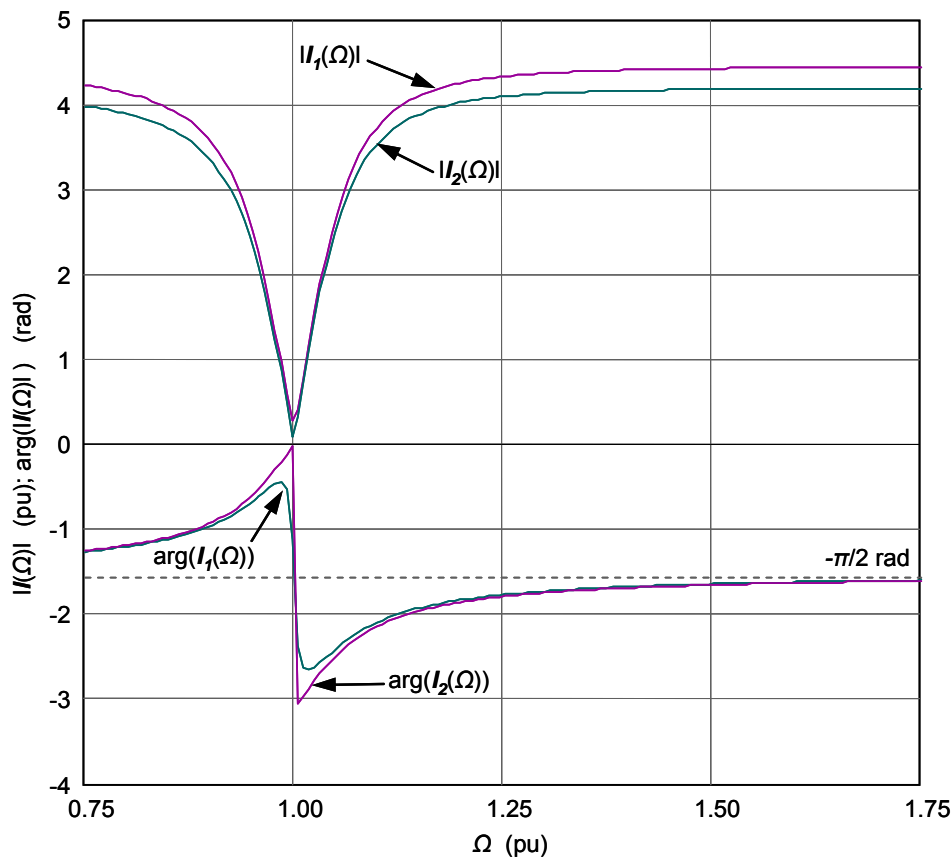


Figura. 6.5.4. Variación del módulo y la fase de las intensidades estática y rotórica con la velocidad rotórica.

Con el esquema propuesto es fácil incorporar el efecto de las impedancias de la línea de alimentación,  $\mathbf{Z}_L$ , o la impedancia de cortocircuito del sistema potencia,  $\mathbf{Z}_{SP}$  (o el transformador de la turbina o el de la subestación). Para ello basta sumar las correspondientes impedancias con la estática del generador de inducción.

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + \mathbf{j}X_1 = \mathbf{Z}_{1g} + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_{SP} = R_{1g} + R_L + R_{SP} + \mathbf{j}(X_{1g} + X_L + X_{SP}) \quad (6.67)$$

La figura 6.4.5 muestra la variación con la velocidad rotórica del par electromagnético interno,  $T_e$ , y del par mecánico motor capturado por la turbina,  $T_m$ , para una determinada velocidad del viento,  $v$ . Este par mecánico puede obtenerse a partir de la curva característica de potencia-velocidad de la turbina,  $P_m(v)$ , mediante la expresión (6.68):

$$T_m(s) = T_m(\Omega(s)) = \frac{P_m(v)}{\Omega(s)} = \frac{P_m(v)}{\Omega_1(1-s)} \quad (6.68)$$

Por último, la segunda ley de Newton en el eje de la máquina, considerando totalmente rígido el sistema de transmisión mecánico (una sola masa):

$$T_e(\omega) = T_m(\omega) + J \frac{d\omega}{dt} + D\omega \quad (6.69)$$

En esta expresión,  $J$  es la inercia agregada de todas las partes en rotación (palas, buje, ejes de baja velocidad, multiplicadora, eje de alta velocidad y rotor del generador) y  $D$  es el amortiguamiento (fricción) total del sistema (ambas magnitudes referidas al eje del generador). Normalizando las magnitudes (p.u.) la ecuación (6.69) queda de la siguiente forma:

$$T_e(\omega) = T_m(\omega) + 2H \frac{d\omega}{dt} + D\omega \quad (6.70)$$

En régimen permanente, la velocidad rotórica será constante (derivada nula), por lo que el par mecánico motor neto (descontado el par de fricción) será igual al (resistente) electromagnético del generador. Por tanto, en régimen permanente,  $\omega(t) = \Omega$ , la ecuación de equilibrio de pares queda como:

$$T_e(\Omega) = T_m(\Omega) + D\Omega = T_{mm}(\Omega) \quad (6.71)$$

La figura 6.4.5 muestra que para una velocidad de viento cualquiera, hay dos puntos de funcionamiento posibles: uno estable, en la zona lineal de (pendiente negativa) de la característica de par electromagnético, y otro inestable, en la zona hiperbólica (pendiente positiva). En el primero de ellos (estable) la velocidad rotórica de funcionamiento,  $\Omega_0$ , es ligeramente mayor a la de sincronismo ( $\Omega_0 > \Omega_1$ ), pero muy próxima, por lo que el deslizamiento,  $s_0$ , es muy pequeño, casi nulo, en valor absoluto ( $s_0 < 0$ ,  $s_0 \approx 0$ ). En el segundo (inestable) la velocidad rotórica,  $\Omega_C$ , ya es bastante mayor que la de sincronismo ( $\Omega_C \gg \Omega_1$ ) y el deslizamiento,  $s_C$ , en valor absoluto, ya no puede considerarse casi nulo ( $s_C < 0$ ,  $s_C \ll 0$ ).

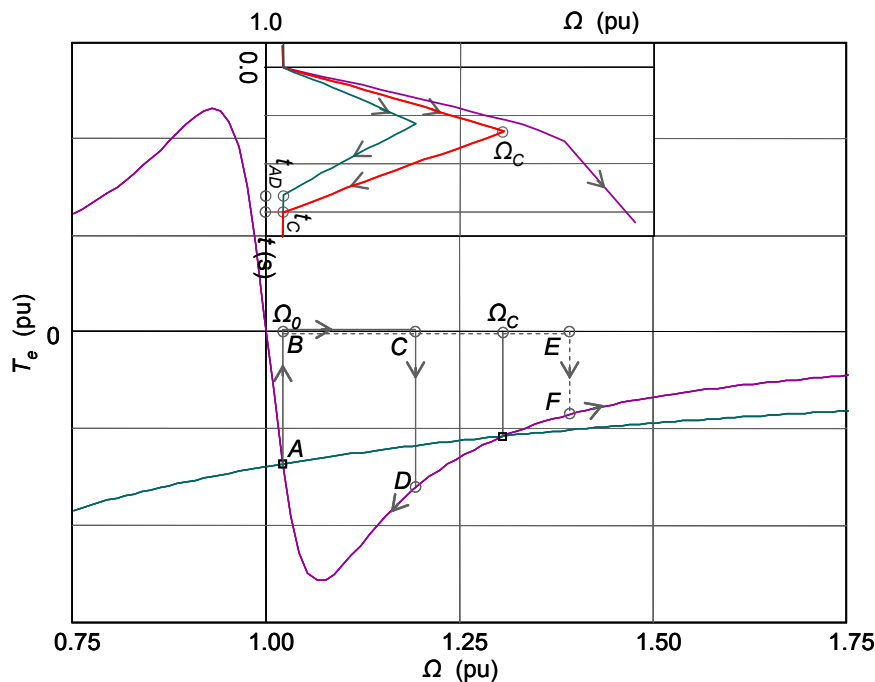


Figura 6.5.5. Variación del par electromagnético interno (par resistente) y del par mecánico motor producido por la turbina con la velocidad rotórica.

Para una determinada velocidad de viento,  $v$ , el aerogenerador funciona en el punto estable, A, con velocidad muy próxima (ligeramente por encima) a la de sincronismo. En este punto, el generador funciona con un par electromagnético interno (resistente),  $T_e(s_0)$ , que será igual al par mecánico motor capturado por la turbina eólica,  $T_m(s_0) = P_m(v)/(1 - s_0)$ . Si, funcionando en esas condiciones de régimen permanente, se produce una falta trifásica en la red, el par electromagnético interno (par resistente) se anula muy rápidamente, por lo que la máquina empieza a acelerar bajo la acción del par mecánico motor ( $2Hd\omega/dt = T_m(s(\omega)) > 0$ ). Si la falta se despeja rápidamente, la máquina desacelera y la velocidad del rotor vuelve a recuperar su valor inicial. Por el contrario, si la falta dura más del tiempo crítico de disparo,  $t_c$ , la velocidad sigue subiendo, por lo que el sistema se hace inestable. La figura 6.4.5 muestra la evolución de la velocidad rotórica en estos dos casos y cuando la duración de la falta coincide con el tiempo crítico, cuando la velocidad rotórica alcanza su valor crítico, que es la mayor velocidad que puede alcanzar el generador sin hacerse inestable y que corresponde con la velocidad de corte correspondiente al punto inestable. En esta figura puede verse que si la falta se despeja en menos de 230 ms, el sistema es estable ya que recupera la velocidad inicial tras el despeje de la falta. En este caso, la velocidad máxima llega a 1.092 p.u. Es decir que el tiempo crítico de disparo es 230 ms y, análogamente, 1.092 p.u. es la velocidad crítica. Por el contrario, si la duración de la falta dura más de este tiempo, el sistema se hace inestable ya que la velocidad sigue creciendo tras el despeje de la falta. Estos resultados pueden interpretarse también en términos de velocidad. Si la falta se elimina antes de que la velocidad alcance 1.092 p.u., el sistema recupera la situación inicial, por lo que es estable. Por el contrario, si la falta se elimina sobrepasada la velocidad de 1.092

p.u., el sistema no recupera su situación inicial y se hace inestable. Por tanto, la velocidad crítica del rotor es 1.092 p.u.

Las figura 6.4.5 permiten hacer una interpretación gráfica del fenómeno. Para una determinada velocidad de viento,  $v$ , el aerogenerador funciona en el punto estable, A, con velocidad muy próxima (ligeramente por encima) a la de sincronismo. En este punto, el generador funciona con un equilibrio de pares entre el par electromagnético interno (resistente) y el par motor mecánico. Si, funcionando en esas condiciones de régimen permanente, se produce una falta trifásica en la red, el par electromagnético interno se anula muy rápidamente (trayecto AC en la figura 6.4.5). Como el par mecánico motor no se anula, esto hace que la máquina empiece a acelerar (trayecto CD en la figura 6.4.5). Si la falta se despeja rápidamente, el par electromagnético recupera el valor correspondiente a la velocidad (deslizamiento) correspondiente al instante en que se despeje la falta (punto D en la Fig. 5). Al ser el valor de este par electromagnético resistente mayor, en módulo, que el par mecánico motor, existe un par de frenado neto que hace que la máquina desacelere y la velocidad del rotor vuelva a recuperar su valor inicial. La parte inferior muestra la evolución temporal de la velocidad durante la falta.

La figura 6.4.5 ilustra también el caso inestable. El punto de partida, A, es el mismo del caso anterior. Al producirse la falta el par electromagnético resistente se anula y la máquina acelera, ya que el par mecánico motor no se anula por existir un par acelerador neto (trayecto ACD en la figura 6.4.5). Si la falta se despeja más allá del tiempo crítico de disparo o de que la velocidad rotórica supere la velocidad crítica (en la que vuelven a ser iguales los pares motor y resistente), el valor del par electromagnético resistente resulta menor, en módulo, que el mecánico motor, por lo que la velocidad sigue subiendo (consecuencia del par acelerador neto) y el sistema se hace inestable (trayecto AC en la figura 6.4.5) ya que no recupera su situación inicial antes de la perturbación.

Las dos posibles velocidades de funcionamiento en régimen permanente, o sus correspondientes deslizamientos, pueden obtenerse imponiendo la igualdad entre el par mecánico motor y el electromagnético resistente:

$$T_e(\Omega) = 3 \frac{R_2}{s\Omega_1} \frac{|U_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{TH}^2} = T_m(\Omega) + D\Omega = T_{mm}(\Omega) = \frac{P_m(v)}{\Omega} + D\Omega \quad (6.72)$$

La expresión (6.72) en p.u.:

$$T_e(\Omega) = \frac{R_2}{s(\Omega)} \frac{|U_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s(\Omega)}\right)^2 + X_{TH}^2} = T_m(\Omega) + D\Omega = T_{mn}(\Omega) = \frac{P_m(v)}{\Omega} + D\Omega \quad (6.73)$$

$$T_e(s) = \frac{R_2}{s} \frac{|U_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{TH}^2} = \frac{P_m(v)}{(1-s)} + D(1-s)$$

Si se desprecia el término de amortiguamiento puede obtenerse una solución analítica sencilla:

$$T_e(s) = \frac{R_2}{s} \frac{|U_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{TH}^2} = \frac{P_m(v)}{(1-s)}$$

$$P_m(v) \left[ (sR_{TH} + R_2) + s^2 X_{TH}^2 \right] = R_2 |U_{TH}|^2 s(1-s)$$

$$s^2 \left[ P_m(v)(R_{TH}^2 + X_{TH}^2) + R_2 |U_{TH}|^2 \right] + s(2R_{TH}P_m(v) - |U_{TH}|^2)R_2 - R_2P_m(v) = 0 \quad (6.74)$$

$$P_m(v) \left[ (sR_{TH} + R_2) + s^2 X_{TH}^2 \right] = R_2 |U_{TH}|^2 s(1-s)$$

$$s^2 \left[ P_m(v)(R_{TH}^2 + X_{TH}^2) + R_2 |U_{TH}|^2 \right] + s(2R_{TH}P_m(v) - |U_{TH}|^2)R_2 - R_2P_m(v) = 0$$

Definiendo nuevas constantes, la ecuación (6.74) puede escribirse como:

$$as^2 + bs + c = 0 \quad (6.75)$$

Siendo:

$$a = P_m(v)(R_{TH}^2 + X_{TH}^2) + R_2 |U_{TH}|^2$$

$$b = (2R_{TH}P_m(v) - |U_{TH}|^2)R_2$$

$$c = R_2^2 P_m(v)$$

De esta forma, los deslizamientos correspondientes a los posibles puntos de funcionamiento pueden expresarse como:

$$s_0 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s_c = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (6.76)$$

Con lo que las velocidades correspondientes a partir de (6.76) son:

$$\begin{aligned}\Omega_0 = 1 - s_0 &= 1 - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \Omega_c = 1 - s_c &= 1 - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}\quad (6.77)$$

Durante la falta, el par electromagnético interno es nulo, por lo que la ecuación dinámica del sistema mecánico permite obtener la evolución temporal de la velocidad durante la falta.

$$\begin{aligned}T_e(\omega) = 0 &= T_m(\omega) + 2H \frac{d\omega}{dt} = \frac{P_m(v)}{\omega} + 2H \frac{d\omega}{dt} \\ 2H \int_{\Omega_0}^{\omega} \frac{\omega}{-P_m(v)} d\omega &= \int_0^t dt \\ 2H \int_{\Omega_0}^{\omega} \frac{\omega}{-P_m(v)} d\omega &= \frac{H}{P_m(v)} (\Omega_0^2 - \omega^2) = \int_0^t dt = t \\ \omega(t) &= \sqrt{\Omega_0^2 - \frac{P_m(v)}{H} t}\end{aligned}\quad (6.78)$$

La ecuación dinámica del sistema mecánico también permite obtener el tiempo crítico de disparo. Para ello basta integrar la parte dependiente de la velocidad desde la velocidad inicial hasta la crítica y la del tiempo desde cero hasta el tiempo crítico.

$$\begin{aligned}2H \int_{\Omega_0}^{\Omega_c} \frac{\omega}{-P_m(v)} d\omega &= \int_0^{t_c} dt \\ t_c = \int_0^{t_c} dt &= 2H \int_{\Omega_0}^{\Omega_c} \frac{\omega}{-P_m(v)} d\omega = \frac{H}{P_m(v)} (\Omega_0^2 - \Omega_c^2)\end{aligned}\quad (6.79)$$

También se puede usar la expresión genérica de la velocidad durante la falta, sustituyendo (6.79) en (6.78) los valores finales resultan:

$$(\omega(t_c))^2 = \Omega_c^2 = \Omega_0^2 - \frac{P_m(v)}{H} t_c$$

Los parámetros de la red a la que se conecta el generador pueden ejercer una gran influencia sobre la estabilidad del generador en caso de faltas en la red. A fin de incorporarlos al análisis, considérese un esquema como el de la figura 6.4.6 que no es más que el de la figura 6.4.1, pero con un mayor grado de detalle.

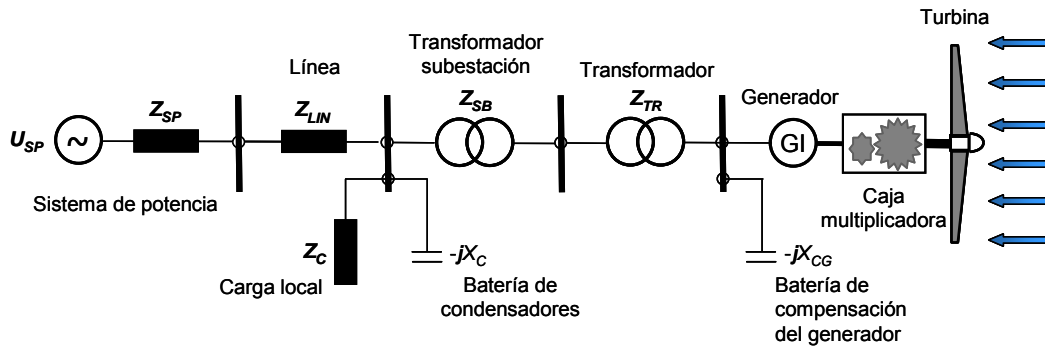


Figura. 6.5.6. Esquema unificar detallado de una máquina de inducción conectada a la red eléctrica.

La figura **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** (equivalente a la figura 6.4.2) muestra el correspondiente modelo de circuito detallado, para cuyo análisis se utilizará el equivalente Thevenin de forma iterativa.

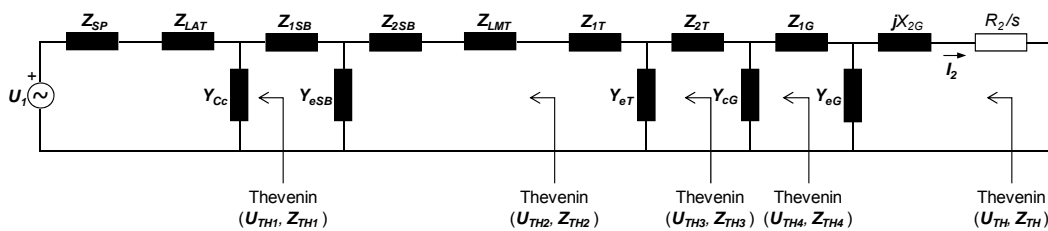


Figura 6.5.7. Modelo de circuito detallado de una máquina de inducción conectada a la red eléctrica.

Considerando que todo el sistema está referido a la misma tensión y  $U_{SP}$  es la tensión de la fuente del equivalente del sistema de potencia en el punto de conexión común,  $Z_{SP} = R_{SP} + jX_{SP}$  es la correspondiente impedancia de cortocircuito,  $Z_{LAT} = R_{LAT} + jX_{LAT}$  es la impedancia de la línea de alta tensión de evacuación de la energía producida en el parque,  $Y_{Cc} = G_{Cc} + jB_{Cc} = Y_C + Y_c$  es la admitancia equivalente de una carga local ( $Y_C = G_C + jB_C = 1/Z_C$ ) y la batería de condensadores de compensación de la subestación de evacuación ( $Y_c = -jB_c = -1/jX_c$ ), entonces, el equivalente Thévenin ( $U_{TH1}, Z_{TH1}$ ) visto desde la barra del primario del transformador de la subestación (punto de acoplamiento común a la red de transporte y distribución de energía eléctrica) conduce a:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_{SP} &= R_{SP} + jX_{SP} \\
\mathbf{Z}_{LAT} &= R_{LAT} + jX_{LAT} \\
\mathbf{Y}_{Cc} &= G_{Cc} + jB_{Cc} = G_{CARGA} - jB_{CARGA} + jB_c \\
\mathbf{Z}_{TH1} &= R_{TH1} + jX_{TH1} \\
\mathbf{Z}_{TH1} &= \frac{\mathbf{Z}_{SP} + \mathbf{Z}_{LAT}}{\mathbf{Y}_{Cc}(\mathbf{Z}_{SP} + \mathbf{Z}_{LAT}) + 1} \\
\mathbf{U}_{TH1} &= \frac{\mathbf{U}_{SP}}{\mathbf{Y}_{Cc}(\mathbf{Z}_{SP} + \mathbf{Z}_{LAT}) + 1}
\end{aligned} \tag{6.80}$$

Si  $\mathbf{Z}_{1SB} = R_{1SB} + jX_{1SB}$ ,  $\mathbf{Y}_{eSB} = G_{FeSB} + jB_{mSB}$  y  $\mathbf{Z}_{2SB} = R_{2SB} + jX_{2SB}$  son la impedancia del arrollamiento primario, la admitancia de la rama de magnetización y la impedancia del arrollamiento secundario del transformador de la subestación de evacuación, respectivamente, y  $\mathbf{Z}_{LMT} = R_{LMT} + jX_{LMT}$  es la impedancia de la línea de media tensión (distribución interior del parque), aplicando por segunda vez el equivalente Thevenin ( $\mathbf{U}_{TH2}$ ,  $\mathbf{Z}_{TH2}$ ) desde la barra del primario del transformador del generador, resulta:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_{1SB} &= R_{1SB} + jX_{1SB} \\
\mathbf{Y}_{eSB} &= \frac{1}{R_{FeSB}} + \frac{1}{jX_{mSB}} = G_{FeSB} + jB_{mSB} \\
\mathbf{Z}_{2SB} &= R_{2SB} + jX_{2SB} \\
\mathbf{Z}_{LMT} &= R_{LMT} + jX_{LMT} \\
\mathbf{Z}_{TH2} &= R_{TH2} + jX_{TH2} \\
\mathbf{Z}_{TH2} &= \mathbf{Z}_{2SB} + \mathbf{Z}_{LMT} + \frac{\mathbf{Z}_{TH1} + \mathbf{Z}_{1SB}}{\mathbf{Y}_{eT}(\mathbf{Z}_{TH1} + \mathbf{Z}_{1SB}) + 1} \\
\mathbf{U}_{TH2} &= \frac{\mathbf{U}_{TH1}}{\mathbf{Y}_{eSB}(\mathbf{Z}_{TH1} + \mathbf{Z}_{1SB}) + 1}
\end{aligned} \tag{6.81}$$

Si  $\mathbf{Z}_{1T} = R_{1T} + jX_{1T}$ ,  $\mathbf{Y}_{eT} = G_{FeT} + jB_{mT}$  y  $\mathbf{Z}_{2T} = R_{2T} + jX_{2T}$  son, respectivamente, la impedancia del arrollamiento primario, la admitancia de la rama de magnetización y la impedancia del arrollamiento secundario del transformador del generador, aplicando por tercera vez el equivalente Thevenin ( $\mathbf{U}_{TH3}$ ,  $\mathbf{Z}_{TH3}$ ) desde el secundario del transformador del generador, resulta:



$$\begin{aligned}
Z_{IT} &= R_{IT} + jX_{IT} \\
Y_{eT} &= \frac{1}{R_{FeT}} + \frac{1}{jX_{mT}} = G_{FeT} + jB_{mT} \\
Z_{2T} &= R_{2T} + jX_{2T} \\
Z_{TH3} &= R_{TH3} + jX_{TH3} \\
Z_{TH3} &= Z_{2T} + \frac{Z_{TH2} + Z_{IT}}{Y_{eT}(Z_{TH2} + Z_{IT}) + 1} \\
U_{TH3} &= \frac{U_{TH2}}{Y_{eT}(Z_{TH2} + Z_{IT}) + 1}
\end{aligned} \tag{6.82}$$

Si  $Y_{cG} = jB_{cG} = -1/jX_{cG}$  es la admitancia de la batería de condensadores de compensación del generador de inducción, aplicando por cuarta vez el equivalente Thevenin ( $U_{TH4}$ ,  $Z_{TH4}$ ) desde la barra del secundario del transformador del generador, resulta:

$$\begin{aligned}
Y_{cG} &= jB_{cG} = \frac{1}{-jX_{cG}} \\
Z_{TH4} &= R_{TH4} + jX_{TH4} \\
Z_{TH4} &= \frac{Z_{TH3}}{Y_{cG}Z_{TH3} + 1} \\
U_{TH4} &= \frac{U_{TH3}}{Y_{cG}Z_{TH3} + 1}
\end{aligned} \tag{6.83}$$

Por último, si  $Z_{1G} = R_{1G} + jX_{1G}$ ,  $Y_{eG} = G_{FeG} + jB_{mG}$  y  $Z_{2G} = R_{2G} + jX_{2G}$  son, respectivamente, la impedancia del arrollamiento estático, la admitancia de la rama de magnetización y la impedancia del arrollamiento rotórico del generador, aplicando por quinta y última vez el equivalente Thevenin ( $U_{TH}$ ,  $Z_{TH}$ ) desde los terminales de la resistencia rotórica efectiva ( $R_2/s$ ), resulta:

$$\begin{aligned}
Z_{1g} &= R_{1g} + jX_{1g} \\
Z_{1g} &= R_{1g} + jX_{1g} \\
Y_{eg} &= \frac{1}{R_{Feg}} + \frac{1}{jX_{mg}} = G_{Feg} + jB_{mg} \\
Z_{2g}(s) &= \frac{R_{2g}}{s} + jX_{2g} \\
Z_{TH} &= R_{TH} + jX_{TH} \\
Z_{TH} &= jX_{2g} + \frac{Z_{1g} + Z_{TH4}}{Y_{eg}(Z_{1g} + Z_{TH4}) + 1} \\
U_{TH} &= \frac{U_{TH4}}{Y_{eg}(Z_{1g} + Z_{TH4}) + 1}
\end{aligned} \tag{6.84}$$

Conviene observar que, con la notación utilizada, este último circuito Thevenin es el mismo que el de la figura 6.2.2, si bien son valores numéricos de los parámetros serán lógicamente diferentes. Con ello, la intensidad rotórica y el par interno del generador resultan:

$$\mathbf{I}_2(s) = \frac{\mathbf{U}_{TH}}{\mathbf{Z}_{TH} + \frac{R_2}{s}} = \frac{\mathbf{U}_{TH}}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right) + \mathbf{j}X_{TH}} \quad (6.85)$$

$$T_e(s) = 3 \frac{R_2}{s\Omega_1} |\mathbf{I}_2(s)|^2 = 3 \frac{R_2}{s\Omega_1} \frac{|\mathbf{U}_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{TH}^2} \quad (6.86)$$

Que son las mismas expresiones obtenidas anteriormente, aunque los valores de los parámetros sean ahora diferentes. La variación de los parámetros eléctricos, es decir, de la tensión y de la impedancia del equivalente Thevenin modifica la curva de par electromagnético, lo que, a su vez, modifica las velocidades de corte con la curva de par mecánico motor y, en definitiva, la velocidad y el tiempo críticos de despeje de la falta que, en general, serán ahora menores. Al haber ahora más impedancias entre la fuente y el generador, la tensión en los terminales del generador será ahora menor y, como el par varía con el cuadrado de la tensión, los nuevos puntos de corte entre las características de par mecánico motor y resistente electromagnético (velocidades de régimen permanente), están ahora más próximos, como muestra la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** en que la velocidad estable es ahora algo mayor y la inestable o crítica es ahora notablemente inferior que antes.

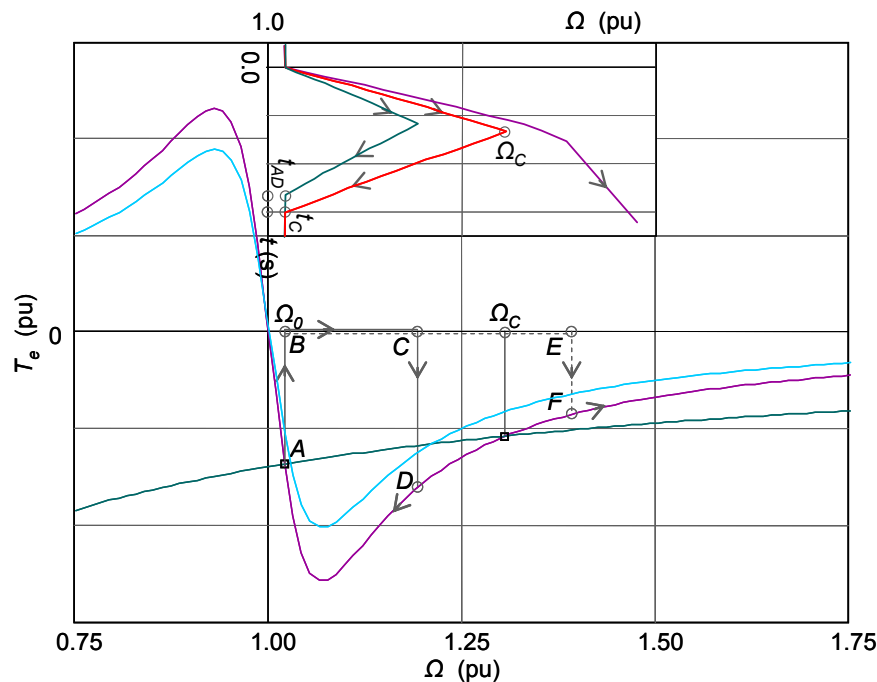


Figura 6.5.8. Variación del par electromagnético interno y del par mecánico motor producido por la turbina con la velocidad rotórica.

### 6.5.1. Variación de la velocidad del generador durante el cortocircuito

La diferencia de velocidades de rotación entre el eje la turbina eólica y el eje del rotor ( $n_L$ , usualmente algunas decenas de rev./min.) del generador de inducción (generalmente de 4-6 polos a 50-60 Hz,  $n_H$ , lo que significa más de un millar de rev./min.) suele adaptarse mediante una caja multiplicadora de relación de velocidades  $n = n_H/n_L$ . La relación de velocidades de la caja multiplicadora de una turbina eólica de 600 kW-850 kW suele ser del orden de 60-80 ( $n = n_H/n_L = 60-80$ ). Esta relación crece conforme crece el tamaño (la potencia) de la turbina, ya que los generadores son del mismo tipo (en cuanto velocidades se refiere), pero la velocidad de rotación de la turbina se reduce con la potencia, a fin de mantener bajo límite la emisión de ruido, que está ligada a la velocidad tangencial de la punta de la pala. Esto hace que conforme aumenta el diámetro de la turbina,  $D$ , para capturar más potencia ( $P = kD^2$ ), debe girar más despacio, de forma que  $n_L D = n_L K \sqrt{P} = \text{constante}$ . Las turbinas multimegavatio actuales utilizan multiplicadoras con relaciones de velocidad del orden de 100, típicamente.

Si  $J$  es la inercia de la turbina y  $K$  es su coeficiente de elasticidad, los valores equivalentes transferidos al eje de alta velocidad (generador) son:

$$J_H = \frac{J}{n^2} \quad (6.87)$$

$$K_H = \frac{K}{n^2} \quad (6.88)$$

Las expresiones (6.87) y (6.88) ponen de manifiesto que la presencia de la caja multiplicadora trae como consecuencia que tanto la inercia de la turbina como la rigidez del eje de baja velocidad sufran una reducción significativa. Es, precisamente, el reducido valor del coeficiente de elasticidad equivalente,  $K_H$ , lo que justifica que conforme va creciendo la potencia de la turbina en consideración vaya siendo cada vez más aconsejable la utilización del modelo de dos (o más) masas para una correcta descripción de su dinámica.

Cuando el eje de un sistema de dos masas (sin amortiguación alguna) se somete a la dinámica resultante de la iniciación de una falta, se producen oscilaciones torsionales a la frecuencia natural del sistema. Las oscilaciones torsionales del eje de una turbina eólica dependen de tres factores esenciales:

- Las inercias y la elasticidad del eje, que determinan su frecuencia natural
- El grado de severidad (caída de tensión) de la falta, que afecta a la amplitud de la oscilación
- El grado de amortiguación (fricción) del sistema que, a su vez, depende de:
  - Fricción en los cojinetes (de la turbina, la caja multiplicadora y el generador)
  - Amortiguación del propio eje, característica del material empleado en su fabricación
  - Amortiguación de dispositivos de amortiguación específicos dispuestos en el eje para atenuar las cargas mecánicas. Son dispositivos de absorción destinados a la supresión o atenuación de oscilaciones torsionales que pudieran resultar dañinas para el eje

En este caso se describe el accionamiento mecánico de la turbina eólica mediante dos masas, el rotor de la turbina y el del generador, unidas mediante un eje elástico. Durante el funcionamiento en régimen permanente, el rotor de la turbina eólica aplica un par motor, capturado de la energía cinética del viento, que es equilibrado exactamente por el par electromagnético resistente desarrollado en el generador de inducción (se prescinde de las pérdidas por fricción en esta descripción cualitativa). Precisamente es la igualdad o el equilibrio de pares es lo que permite que la velocidad sea constante durante el régimen permanente. De no ser iguales los pares, uno de ellos sería mayor que el otro, lo que significaría que estaría actuando sobre el eje un par neto acelerador (si el par mecánico motor de la turbina es mayor que el electromagnético resistente) o de frenado (si el electromagnético resistente es mayor que el mecánico motor), lo que produciría el correspondiente incremento (aceleración) o decremento (frenado) de la velocidad del eje.

El funcionamiento en régimen permanente, y como consecuencia de la elasticidad del eje, se produce con un cierto ángulo de torsión a lo largo del propio eje de la

turbina, tanto mayor cuanto mayor sea el par mecánico motor (o cuanto mayores sean los pares en equilibrio).

En esta representación masa-muelle para el eje del accionamiento de una turbina eólica, la torsión del eje se corresponde con la acumulación de una cierta cantidad de energía potencial. Por tanto, si se prescinde de los efectos de la amortiguación (pérdidas), la dinámica del eje está gobernada por la acción de tres energías: la energía cinética del eje de la turbina, la potencial de la elasticidad del eje y la cinética del rotor del generador.

La simplificación de considerar el sistema como conservativo hace que la suma de estas tres energías deba mantenerse constante (cada componente de energía puede variar, para la suma debe mantenerse). Esto permite utilizar la Ley de Conservación de la Energía para explicar la dinámica del accionamiento de la turbina. Dado que típicamente el rotor de la turbina tiene una inercia varias veces superior (cinco o más veces) al del rotor del generador y al carácter flexible del eje, el resultado de una variación brusca del par electromagnético resistente es un importante incremento del ángulo de torsión del eje respecto del inicial en régimen permanente. Por tanto, al producirse una falta en el sistema, la tensión en los terminales del generador se anula (o se reduce de forma importante). Esto hace que se anule (que se reduzca, con el cuadrado de la tensión) el valor del par electromagnético resistente. Esto trae como consecuencia que:

- Como consecuencia de la elevada inercia del rotor de la turbina ( $J_T \gg J_G$ ,  $J_T \rightarrow \infty$ ), la velocidad de la turbina prácticamente no varíe en los primeros instantes de la falta. Esto puede verificarse fácilmente mediante simulación.
- Como consecuencia de la desaparición (o fuerte reducción) del par electromagnético resistente, la energía potencial almacenada en el eje flexible (muelle) se libera, obligando al eje del generador a ocupar una posición (ángulo) más relajado. Esta variación brusca del ángulo del eje del generador se traduce en un incremento brusco de su velocidad que puede calcularse mediante la expresión:

$$\Delta\omega_G = \frac{T_M - T_G}{\sqrt{K_{EJE}J_G}} \quad (6.89)$$

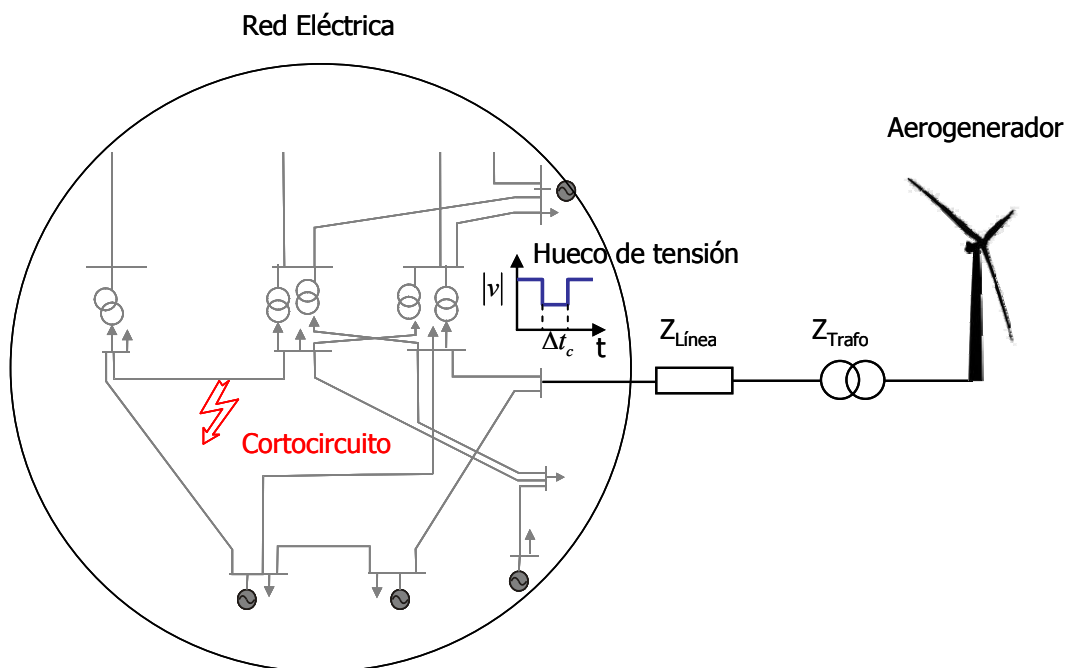
Para realizar este cálculo basta considerar que la turbina no cambia su velocidad en el momento inicial y que es la inercia del generador la que gira, convirtiendo en energía cinética toda la energía potencial almacenada en el eje

En el caso de turbinas pequeñas, y como consecuencia también del efecto de la multiplicadora, la inercia del rotor de la turbina puede resultar ser del mismo orden que la del generador. Esto hace que las dos inercias participen en la absorción de la energía potencial almacenada en el eje, lo que hace que la variación de velocidad del generador tras la falta sea ahora:

$$\Delta\omega_G = \frac{T_M - T_G}{\sqrt{K_{EJE}(J_T + J_G)}} \quad (6.90)$$

### 6.5.2. Tiempos críticos y los modelos multimasas

El punto de trabajo de la turbina así como el modelo eléctrico-multimasa usado para el estudio tiene una influencia importante para el cálculo del tiempo de disparo crítico. Para el estudio se consideran los parámetros mostrados en la tabla 6.4.1, y suponiendo que el cortocircuito se produce en algún punto del sistema eléctrico tal y como se muestra en el esquema de la figura 6.5.9. La falta conlleva la aparición de huecos de tensión, los cuales dependiendo de su magnitud y duración pueden provocar que el sistema se vuelva inestable. Se consideran huecos de tensión de tensión de un 50% de la tensión nominal de red.



**Figura 6.5.9. Esquema de sistema eléctrico de potencia. Generación de un hueco de tensión en el punto de conexión de una instalación eólica como consecuencia de la aparición de una falta y su posterior despeje.**

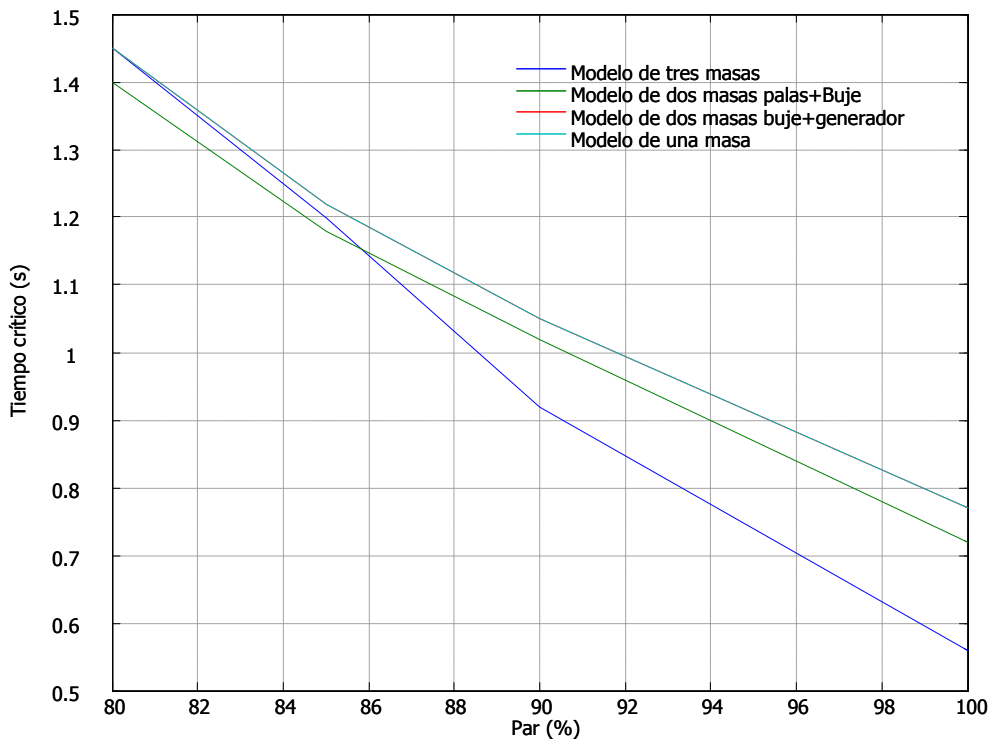
Para el caso de un modelo de generador de quinto orden resulta:

- Los tiempos críticos para los dos tipos de modelo de segundo orden son muy similares.
- Para valores de par bajos los distintos modelos muestran tiempos críticos similares.

Para el caso de uso de modelo eléctrico de tercer orden los resultados son similares a los obtenidos con el de quinto orden.

**Tabla 6.5.1. Variación del tiempo crítico (s) con el par usando el modelo eléctrico de quinto orden.**

% Par nominal	Modelo de tres masas	Modelo de dos masas $H_b + H_h$	Modelo de dos masas $H_h + H_g$	Modelo de una masa $H_b + H_h + H_g$
100	0.56 s	0.72 s	0.77 s	0.73 s
90	0.92 s	1.02 s	1.05 s	0.97 s
85	1.2 s	1.18 s	1.22 s	1.13 s
80	1.45 s	1.40 s	1.45 s	1.33 s



**Figura 6.5.10. Variación del tiempo crítico con el par usando el modelo eléctrico de quinto orden.**

**Tabla 6.5.2. Variación de tiempo crítico (s) con el par usando el modelo eléctrico de tercer orden.**

% Par	Modelo de	Modelo de	Modelo de dos	Modelo de
-------	-----------	-----------	---------------	-----------

nominal	tres masas	dos masas $H_b + H_h$	masas $H_h + H_g$	una masa $H_b + H_h + H_g$
100	0.6 s	0.71 s	0.76 s	0.73 s
90	0.95 s	1 s	1.11 s	0.97 s
85	1.2 s	1.18 s	1.22 s	1.12 s
80	1.43 s	1.38 s	1.43 s	1.35 s

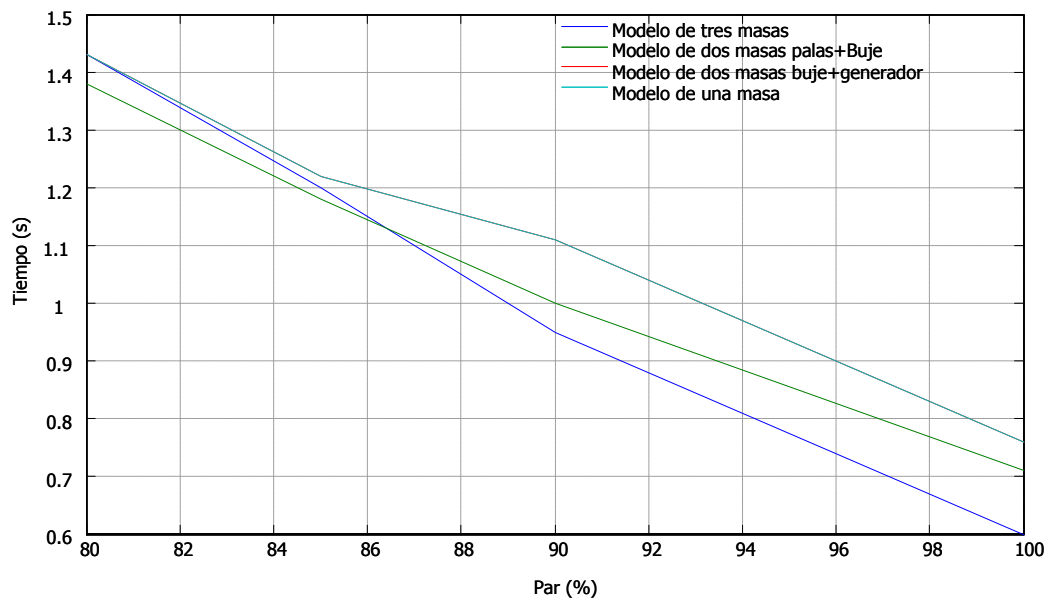


Figura 6.5.11. Variación del tiempo crítico con el par usando el modelo eléctrico de tercer orden.

Tabla 6.5.3. Variación del tiempo crítico (s) con el par usando el modelo eléctrico de primer orden.

% Par nominal	Modelo de tres masas	Modelo de dos masas $H_b + H_h$	Modelo de dos masas $H_h + H_g$	Modelo de una masa $H_b + H_h + H_g$	Modelo teórico $H_b + H_h + H_g$
100	<0.3 s	<0.3 s	<0.3 s	0.56 s	0.318 s
90	<0.3 s	<0.3 s	0.35 s	0.35 s	0.422 s
85	<0.3 s	<0.3 s	0.79 s	0.89 s	0.489 s
80	<0.3 s	0.6 s	0.87 s	1.05 s	0.569 s